## Υψηλού επιπέδου υλοποίηση των αλγορίθμων HTM με έμφαση στη μαθηματική διατύπωση ως βάση για περαιτέρω μελέτη

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Κωνσταντίνος Σαμαράς-Τσακίρης

2019-06-05

# Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή			3
	1.1	Στόχο	ος της εργασίας	3
	1.2	Θεμελ	λιώνοντας την έννοια της νοημοσύνης	3
	1.3	Γιατί μελετούμε την ΗΤΜ;		6
		1.3.1	Φυσικοί αλγόριθμοι	6
		1.3.2	HTM ως μοντέλο του εγκεφαλικού νεοφλοιού	7
	1.4	Επιλο	γή της γλώσσας Julia	8
		1.4.1	Σύντομη παρουσίαση της γλώσσας Julia	9
2	Η θεωρία ΗΤΜ			12
	2.1	Το πρ	όβλημα της πρόβλεψης ακολουθιών	12
	2.2	Στοιχεία της Hierarchical Temporal Memory		13
		2.2.1	Μοντέλο νευρώνα	14
		2.2.2	Αραιές Διανεμημένες Αναπαραστάσεις (SDR)	17
		2.2.3	Μοντέλο δικτύου	19
		2.2.4	Κωδικοποιητές & αποκωδικοποιητές	20
	2.3	Αλγόρ	οιθμοι της Hierarchical Temporal Memory	22
		2.3.1	Χωρικός Συγκεντρωτής	22
		2.3.2	Χρονική Μνήμη	24
3	Υλο	Υλοποίηση HTM σε Julia		<b>2</b> 5
4	Ανο	ιχτές ε	ερωτήσεις	26
Παράρτημα Τμήματα κώδικα				31

## Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Στόχος της εργασίας

Σε αυτήν την εργασία παρουσιάζεται μια αλγοριθμική θεωρία της νοημοσύνης, η Hierarchical Temporal Memory. Βασικοί αλγόριθμοι της θεωρίας διατυπώνονται σε υψηλού επιπέδου γλώσσα με εκφραστική περιεκτικότητα, αποσκοπώντας στην καταπολέμηση της βασικής μορφής πολυπλοκότητας που απαντά σε αυτό το μοντέλο: τη γλωσσική πολυπλοκότητα [43], δηλαδή τη δυσκολία στην περιγραφή.

Με προγραμματιστική διατύπωση πιστή στη μαθηματική διατύπωση των αλγορίθμων, το έργο αυτό φιλοδοξεί να θεμελιώσει και να διευκολύνει την περαιτέρω μελέτη ενός συστήματος που βασίζεται σε βιολογικές αρχές, αλλά πέρα από το ενδεχόμενο νευροεπιστημονικό του ενδιαφέρον, προσφέρεται και για την αντιμετώπιση δύσκολων προβλημάτων τεχνητής νοημοσύνης. Η Hierarchical Temporal Memory βρίσκεται σε φάση ενεργούς έρευνας και ανάπτυξης. Καθώς οι αλγόριθμοι που την περιγράφουν εξελίσσονται, μια πλατφόρμα που επιτρέπει ταχύ πειραματισμό σε επεκτάσεις και εναλλακτικές ιδέες μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην περαιτέρω μελέτη της θεωρίας. Τελικό προϊόν είναι ένα ανοιχτό πακέτο λογισμικού σε γλώσσα Julia που υλοποιεί βασικούς αλγορίθμους της θεωρίας ΗΤΜ.

Για την επίτευξη του κεντρικού σκοπού, η εργασία αυτή έθεσε δύο δευτερεύοντες στόχους:

- Την κατανόηση της θεωρίας ΗΤΜ
- Την εκμάθηση της γλώσσας Julia

### 1.2 Θεμελιώνοντας την έννοια της νοημοσύνης

Κάθε φυσικό σύστημα καθορίζεται από τους περιορισμούς στα σύνορά του. Ομοίως ο άνθρωπος καθορίζεται από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του. Στην προσπάθεια να κατανοήσουμε τον άνθρωπο, το πώς λειτουργεί, το γιατί δρα με συγκεκριμένο τρόπο, σταθμό αποτελεί η κατανόηση της συμπεριφοράς που καλούμε νοημοσύνη.

Η συμπεριφορά είναι παρατηρήσιμη και μας δίνει μια οπτική στην εσωτερική κατάσταση, στις κρυφές μεταβλητές ενός συστήματος, οπότε ίσως αποτελεί το σημείο όπου μπορούμε να πιάσουμε το νήμα της αναζήτησης. Είναι όμως ικανοποιητικό να χαρακτηρίσουμε τη νοημοσύνη συμπεριφορά;

Ο όρος νοημοσύνη χαίρει ευρείας ερμηνείας, ευρισκόμενος στο σταυροδρόμι πολλών επιστημονικών πεδίων, από την ψυχολογία μέχρι επιστήμη υπολογιστών [12]. Όλες μάλιστα οι πιο συγκεκριμένες ερμηνείες προσπίπτουν στο ιδιαίτερα ασαφές νόημα του όρου στην καθομιλουμένη. Ίσως μπορούμε να ξεμπλέξουμε για πρακτικούς σκοπούς αυτό το κουβάρι, παρατηρώντας ότι νοημοσύνη σίγουρα επιδεικνύουν ζωντανοί οργανισμοί ως εξελικτικό χαρακτηριστικό, ως εργαλείο στη διαρκή προσαρμογή τους στο επίσης δυναμικό τους περιβάλλον.

#### Νοημοσύνη ως προσαρμογή

Η νοημοσύνη λοιπόν, ως προσαρμογή, προκύπτει από τη σχέση του οργανισμού με το περιβάλλον του. Αν ο οργανισμός προσαρμόζεται ταιριάζοντας υλικά του κατασκευάσματα στο περιβάλλον του, η νοημοσύνη επεκτείνει αυτήν τη δημιουργικότητα, επιτρέποντάς του να πειραματιστεί εικονικά. [2, σελ 3]. Ας ακολουθήσουμε όμως τη σκέψη του ψυχολόγου Jean Piaget στο ζήτημα.

Προσαρμογή είναι μια δυναμική διαδικασία αλληλεπίδρασης του οργανισμού με το περιβάλλον που περιλαμβάνει 2 στάδια: αφομοίωση και συμβιβασμό. Έστω ότι ο οργανισμός μπορεί να περιγραφεί με μια σειρά εσωτερικών μεταβλητών  $\{a,b,c\}$  και εξωτερικών στοιχείων του περιβάλλοντος  $\{x,y,z\}$ , που συνδέονται μεταξύ τους με κάποιες διαδικασίες, ορίζοντας ένα μοντέλο (schema):

$$a + x \to b$$
$$b + y \to c$$
$$c + z \to a$$

Η αφομοίωση συνίσταται στην ικανότητα του οργανισμού να ενσωματώνει τα στοιχεία του περιβάλλοντος στις εσωτερικές του καταστάσεις και να συνεχίζει αυτές τις διαδικασίες. Μια αλλαγή όμως στο περιβάλλον, έστω  $x \to x'$ , αποτελεί πρόκληση. Είτε ο οργανισμός δεν προσαρμόζεται, που σημαίνει ότι ο κύκλος σπάει και ο οργανισμός παύει να επιτελεί κάποια λειτουργία του, είτε προσαρμόζεται, τροποποιώντας υποχρεωτικά το μοντέλο του για να συμβιβαστεί με τη νέα εξωγενή πραγματικότητα  $(b \to b')$ :

$$a + x' \to b'$$
$$b' + y \to c$$
$$c + z \to a$$

Σύμφωνα με αυτήν την περιγραφή, προσαρμογή είναι η ισορροπία της αφομοίωσης  $(a+x \rightarrow b...)$  με το συμβιβασμό  $(x \rightarrow x' \implies b \rightarrow b')$ .

Η προηγούμενη περιγραφή ισχύει εξίσου για τη νοημοσύνη. Νοημοσύνη είναι αφομοίωση, στο βαθμό που συμπεριλαμβάνει όλα τα εμπειρικά δεδομένα στη δομή της. Είναι όμως και συμβιβασμός, καθώς κατά τη διαρκή αφομοίωση αποκρίνεται στην πρόκληση των περιβαλλοντικών αλλαγών με τροποποίηση του μοντέλου που περιγράφει τον κόσμο.

Η διανοητική προσαρμογή λοιπόν, όπως κάθε προσαρμογή, συνίσταται από ένα μηχανισμό αφομοίωσης και συμπληρωματικού συμβιβασμού που διατηρούνται σε διαρκή ισορροπία. Ένα μυαλό προσαρμοσμένο στην πραγματικότητα είναι αυτό που δε δέχεται πια προκλήσεις στο νοητικό του μοντέλο για τον κόσμο, που δε χρειάζεται να τροποποιήσει περαιτέρω το μοντέλο αυτό για να εξηγήσει την εξελισσόμενη πραγματικότητα [2, σελ 5-7].

#### Ένας πρακτικός ορισμός

Από το συμπεριφορικό ορισμό του Turing στο γνωστό «Turing test» μέχρι το μηχανιστικό ορισμό του Piaget, και με πολλές στάσεις ενδιάμεσα στο [Lenat 5] και στο [Minsky 4], η πρακτικότητα της έννοιας τίθεται υπό αμφισβήτηση.

Ένας άξονας του ορισμού είναι η σχέση της νοημοσύνης με τη λογική. Στο [44] ο Wang χωρίζει τα συλλογιστικά συστήματα σε 3 κατηγορίες:

- Αμιγώς αξιωματικά. Όλες οι λογικές προτάσεις προκύπτουν από τα αξιώματα, χαρακτηριστικό παράδειγμα η ευκλείδια γεωμετρία.
- Μερικώς αξιωματικά. Η γνώση δεν επαρκεί σε όλες τις περιπτώσεις και υπάρχει μηχανισμός προσαρμογής, όπως στα ασαφή συστήματα.
- Μη αξιωματικά. Χτίζονται με βάση την υπόθεση ότι η γνώση ή οι πόροι δεν επαρκούν για οποιοδήποτε συλλογισμό.

Προτείνει λοιπόν ότι η απαίτηση νοημοσύνης ισοδυναμεί με την απαίτηση μη αξιωματικού συλλογιστικού συστήματος, λόγω της ανεπάρκειας πληροφορίας και πόρων.

Προσθέτοντας άλλο ένα έρεισμα στη συζήτηση, η νοημοσύνη συσχετίζεται άμεσα με τη δημιουργικότητα [18]. Δημιουργικότητα είναι η ικανότητα παραγωγής καινοτόμων και χρήσιμων ιδεών, επομένως συνδέεται με την τέλεση των προαναφερθέντων συμβιβασμών.

Σε αναζήτηση ενός χρήσιμου ορισμού στα πλαίσια αυτής της εργασίας, μπορούμε να στραφούμε στον ορισμό του [Wang 7]:

Νοημοσύνη είναι η ικανότητα ενός συστήματος επεξεργασίας πληροφορίας να προσαρμόζεται στο περιβάλλον του με ανεπαρκή γνώση και πόρους.

Αναφερόμαστε σε σύστημα επεξεργασίας πληροφορίας, για να μπορούμε να μελετήσουμε την εσωτερική του κατάσταση και αλληλεπίδραση με το περιβάλλον αφηρημένα, σε αντιδιαστολή με ένα πρόβλημα π.χ. ρομποτικής. Το σύστημα έχει μια γλώσσα εισόδου και εξόδου, με την οποία εκφράζονται τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος και οι δράσεις του συστήματος. Το σύστημα συνήθως έχει κάποιο σκοπό για τον οποίο παράγει δράσεις σύμφωνα με τη γνώση του, και για την επεξεργασία του δαπανά περιορισμένους πόρους.

Η προσαρμογή μπορεί να ερμηνευθεί όπως προηγουμένως, ή πιο συνοπτικά ως ότι το σύστημα μαθαίνει από τις εμπειρίες του.

Ο περιορισμός της ανεπαρκούς γνώσης και πόρων σημαίνει ότι το σύστημα υπόκειται σε αυτές τις συνθήκες:

- Περιορισμένο ως προς τους υπολογιστικούς του πόρους
- Λειτουργεί σε πραγματικό χρόνο
- Καλύπτει όλο το πεδίο των εκφράσιμων στη γλώσσα του εισόδων και εξόδων (δεν υπάρχουν άκυρες είσοδοι/έξοδοι)

Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό νοημοσύνη είναι μια ισχυρή μορφή προσαρμογής.

Οι παραπάνω περιορισμοί μας οδηγούν προς την εξέταση συστημάτων ροής (streaming), με ανθεκτικότητα σε σφάλματα και με απόδοση που να κλιμακώνεται με τους διαθέσιμους πόρους — υπό την προϋπόθεση της διαρκούς προσαρμογής σε νέες συνθήκες του περιβάλλοντος.

Η αυλαία σηκώνεται για να παρουσιαστεί το υπό μελέτη σύστημα: **Hierarchical Temporal Memory (HTM) της Numenta**.

### 1.3 Γιατί μελετούμε την ΗΤΜ;

Ο πρακτικός ορισμός της νοημοσύνης επιβάλλει περιορισμούς στο τι σύστημα θα θεωρήσουμε ότι επιδεικνύει χαρακτηριστικά νοημοσύνης. Για παράδειγμα, τα συστήματα εμπειρογνωμόνων δεν πληρούν αρκετές από τις προδιαγραφές, ενώ πολλά συστήματα νευρωνικών δικτύων επιβλεπόμενης μάθησης που βρίσκονται τώρα σε χρήση επίσης προσπίπτουν τουλάχιστον στην προδιαγραφή της διαρκούς προσαρμοστικότητας.

#### 1.3.1 Φυσικοί αλγόριθμοι

Ακολουθώντας τη λογική του Chazelle [43], η επιτυχία της φυσικής του 20ου αιώνα είναι σε μεγάλο βαθμό η επιτυχία της μαθηματικής έκφρασης. Με ένα μικρό σύνολο εξισώσεων μπορούμε να περιγράψουμε τι συμβαίνει στο φυσικό κόσμο. Αυτή η διαπίστωση αν μη τι άλλο σκιαγραφεί τις αρχές που διέπουν το φυσικό κόσμο: συμμετρία και κανονικότητα, η αμβροσία της συνήθους μαθηματικής διατύπωσης. Αν αυτή η παρατήρηση ήταν καθολική, τα ίδια εργαλεία θα επαρκούσαν για να περιγράψουν όλα τα επιστημονικά πεδία.

Η βιολογία διέπεται προφανώς από τους ίδιους φυσικούς νόμους και συνίσταται στην εφαρμογή τους επανειλημμένα στο βάθος των αιώνων. Παρόλο που οι αρχές είναι οι ίδιες, φαινομενολογικά η υπόθεση εργασίας είναι αντίστροφη: καθε φαινόμενο είναι ειδικό και ξεχωριστό, αλλοιώσιμο υπό κάθε μετασχηματισμό, εκτός από ορισμένες περιπτώσεις που μπορούν να κατηγοριοποιηθούν μαζί. Γιατί οι αρχές επιτρέπουν καταστάσεις διακλάδωσης στα στοιχειώδη συστήματα που περιγράφουν και διάσπαση της συμμετρίας [33]. Έτσι, ο αναγωγισμός δε συνεπάγεται εποικοδομητισμό [3]. Με μια κομψή έκφραση: η ιστορία είναι ο μεγάλος διασπαστής της συμμετρίας [43].

Δίχως την απλοποιητική επιρροή της συμμετρίας, αυτή η οπτική γωνία έχει να αντιμετωπίσει μια μορφή πολυπλοκότητας διαφορετική από αυτήν που συνήθως ορίζουμε στην επιστήμη υπολογιστών: εκφραστική πολυπλοκότητα. Είναι ωφέλιμο αντιστοίχως να χρησιμοποιήσουμε και διαφορετική γλώσσα για τη μελέτη αυτών των φαινομένων: τους (φυσικούς) αλγορίθμους [43]. Παραδείγματα φυσικών αλγορίθμων εξερευνούνται στα [17], [23]

Συνδέοντας τον πρακτικό ορισμό της νοημοσύνης και τη χρησιμότητα των αλγορίθμων για να περιγράψουν εκφραστικά πολύπλοκα φαινόμενα, μπορούμε να επιχειρήσουμε τη μελέτη της νοημοσύνης με μια αλγοριθμική της θεώρηση. Αυτό είναι το βασικό κίνητρο για το μοντέλο που μελετά αυτή η εργασία, τη Hierarchical Temporal Memory (HTM).

#### 1.3.2 ΗΤΜ ως μοντέλο του εγκεφαλικού νεοφλοιού

#### Εποπτική εγκεφαλική ανατομία

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος χωρίζεται σε διακριτές δομές με διαφορές τόσο στο μορφολογικό, όσο και στο λειτουργικό επίπεδο. Ένας χρήσιμος τέτοιος διαχωρισμός συνίσταται από τα εξής τμήματα:

- Πρόσθιος/διάμεσος εγκέφαλος, που περιλαμβάνει τα εγκεφαλικά ημισφαίρια, τους θαλάμους, τους ιπποκάμπους κ.α.
- Παρεγκεφαλίδα, που εντοπίζεται στο πίσω μέρος του κρανίου κάτω από τα ημισφαίρια
- Εγκεφαλικό στέλεχος, που εντοπίζεται επίσης προς τα πίσω και είναι η προέκταση του νωτιαίου μυελού

Σε αυτό το σημείο αξίζει μία πολύ συνοπτική επισκόπηση των εγκεφαλικών δομών, για την καλύτερη κατανόηση της HTM.

Το εγκεφαλικό στέλεχος είναι το εξελικτικά αρχαιότερο τμήμα του εγκεφάλου και σχετίζεται με βασικές ομοιοστατικές λειτουργίες. Το μεταιχμιακό σύστημα στη βάση των ημισφαιρίων αναπτύχθηκε πριν από περίπου 250 εκατομμύρια χρόνια στα θηλαστικά και μία από τις βασικές του λειτουργίες είναι η ρύθμιση των συναισθημάτων. Αυτές οι δομές έχουν μορφολογία πυρηνική, δηλαδή τα σώματα των νευρώνων τους συγκεντρώνονται σε σφαιροειδείς δομές από τις οποίες εκτείνονται οι άξονές τους.

Η επιφάνεια των εγκεφαλικών ημισφαιρίων είναι ο εγκεφαλικός φλοιός, με το μεγαλύτερο μέρος του να αποτελεί το νεοφλοιό, όπου οι νευρώνες (τα σώματα) είναι δομημένοι σε 6 επίπεδα, και σε μικρό μέρος τον αλλοφλοιό, που έχει 3 επίπεδα νευρώνων. Οι άξονες των νευρώνων φεύγουν από το επίπεδο του φλοιού σαν καλώδια σε πλακέτα. Ο φλοιός είναι το εξελικτικά πιο σύγχρονο τμήμα του εγκεφάλου, και ειδικά ο νεοφλοιός, που απαντά μόνο σε θηλαστικά. Εδώ εντοπίζονται λειτουργίες σχετικές με «ανώτερη συλλογιστική» και αφηρημένη σκέψη. Η παρεγκεφαλίδα επίσης έχει τη μορφή φλοιού, αλλά είναι διακριτή από τα ημισφαίρια. Σχετίζεται τουλάχιστον με τη ρύθμιση λεπτών κινήσεων. Και οι δύο αυτές δομές που οργανώνονται σε φλοιούς, αντί για πυρήνες, μοιράζονται ένα γεωμετρικό πλεονέκτημα: το μέγεθός τους μπορεί να κλιμακωθεί ευκολότερα. Αποτέλεσμα της κλιμάκωσης του μεγέθους τους είναι οι αναδιπλώσεις στην επιφάνεια του ανθρώπινου εγκεφάλου. Στον άνθρωπο ο νεοφλοιός αποτελεί περίπου τα 3/4 όλου του εγκεφάλου.

Στον τομέα της μηχανικής μάθησης εμφανίζονται 3 βασικά μοντέλα μάθησης: επιβλεπόμενη, μη επιβλεπόμενη και ενισχυτική. Υπάρχουν επιχειρήματα στη βιβλιογραφία [9] ότι 3 από τις εγκεφαλικές δομές που περιγράφηκαν εφαρμόζουν αυτά τα 3 μοντέλα αντίστοιχα: η παρεγκεφαλίδα, ο εγκεφαλικός φλοιός και τα βασικά γάγγλια.

Σημαντικά ανατομικά στοιχεία του φλοιού είναι η οργάνωση των νευρώνων (εννοώντας των σωμάτων των νευρώνων) σε επίπεδα και οι αναδρομικές συνδέσεις μεταξύ τους. Έχει επίσης παρατηρηθεί ότι η πλαστικότητα των νευρικών συνάψεων στο φλοιό ακολουθεί κανόνα Hebbian: ισχυροποιούνται όταν το προσυναπτικό ερέθισμα συσχετίζεται με μετασυναπτική δραστηριότητα και εξασθενούν αλλιώς, χτίζοντας την αιτιώδη σχέση μεταξύ προσυναπτικής και μετασυναπτικής δραστηριότητας. Διατυπώνεται έτσι η υπόθεση ότι ο φλοιός μαθαίνει με μη επιβλεπόμενο τρόπο να οργανώνει την εξωγενή και εσωτερική πραγματικότητα σε έννοιες, να δημιουργεί συμβολικές αναπαραστάσεις για μεταβλητές κατάστασης.

Με δεδομένη αυτήν τη βασική ανατομία, μπορούμε να διαπιστώσουμε τι σκοπεύει να μοντελοποιήσει η HTM.

#### Στόχος της ΗΤΜ

Η θεωρία της Hierarchical Temporal Memory αναπτύσσεται από την ερευνητική εταιρία Numenta, που δηλώνει το διττό της στόχο ως εξής: καταρχήν, την αλγοριθμική μοντελοποίηση της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφαλικού νεοφλοιού, και ως συνέπεια τη μελέτη των εφαρμογών της θεωρίας τούτης ως σύστημα τεχνητής νοημοσύνης. Επομένως το μοντέλο που μελετά αυτή η εργασία δεν έχει σχεδιαστεί κατά κύριο λόγο ως σύστημα τεχνητής νοημοσύνης, αλλά ως θεωρία της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφαλικού νεοφλοιού, περιορισμένη από βιολογικά δεδομένα. Παρόλα αυτά, εδώ δε θα συζητηθεί η νευροεπιστημονική πιστότητα του μοντέλου, μονάχα οι βιολογικές αρχές στις οποίες βασίζεται.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ανατομικά στοιχεία, μοντελοποιώντας το νεοφλοιό η ΗΤΜ δεν αποτελεί πλήρες μοντέλο του ανθρώπινου εγκεφάλου. Δεν προσφέρεται για παράδειγμα για μελέτη των συναισθημάτων ή των βασικών ομοιοστατικών μηχανισμών, αλλά μόνο των «ανώτερων συλλογιστικών». Η επιλογή αυτή δεν είναι τυχαία. Χάρη στην εξελικτική του νεότητα και γεωμετρική επεκτασιμότητα, ο νεοφλοιός δεν έχει υποστεί τόσες εξελικτικές βελτιστοποιήσεις, όσο τα υπόλοιπα τμήματα του εγκεφάλου, και διατηρεί σε μεγάλο βαθμό κοινή μορφολογία σε όλη του την έκταση. Αυτή η παρατήρηση ενδεχομένως να καθιστά το πρόβλημα της διάκρισης των θεμελιωδών αρχών λειτουργίας του από τις εξελικτικές βελτιστοποιήσεις πολύ ευκολότερο, σε σχέση με άλλα τμήματα.

Ο δευτερεύων στόχος της ΗΤΜ είναι αυτός με τον οποίο ασχολείται αυτή η εργασία. Συγκεκριμένα, η ΗΤΜ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη αιτιωδών ακολουθιών (πχ χρονοσειρών) και για αναγνώριση ανωμαλιών, ή γενικότερα για την αντιμετώπιση προβλημάτων πρόβλεψης ή κατηγοριοποίησης σε μη στάσιμες ροές δεδομένων. Έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς ως τώρα (ως τεχνολογία βάσης κερδοσκοπικών επιχειρήσεων) για πρόβλεψη χρηματιστηριακών δεικτών και για έγκαιρη ανίχνευση ανωμαλιών σε κέντρα δεδομένων.

### 1.4 Επιλογή της γλώσσας Julia

Για την παρουσιαζόμενη υλοποίηση της HTM επιλέχθηκε η σχετικά καινούρια γλώσσα επιστημονικού προγραμματισμού Julia [32].

Προτού γίνει αυτή η επιλογή, δοκιμάστηκε η υλοποίηση της HTM σε Matlab. Όμως η Matlab αποτελεί ένα κλειστό οικοσύστημα, με λίγες προοπτικές για επαναχρησιμοποίηση και ευρύ απόηχο μιας τέτοιας δουλειάς, που εξαρχής στοχεύει στην υποβοήθηση περαιτέρω έρευνας. Η Matlab έχει μακρά ιστορία στο χώρο του επιστημονικού λογισμικού και γράφτηκε το 1984 στοχεύοντας ειδικά σε υπολογιστικούς επιστήμονες και όχι σε μηχανικούς λογισμικού. Πολλές σχεδιαστικές αποφάσεις ανακλούν αυτήν την εστίαση και δημιουργούν ένα περιβάλλον ανάπτυξης λογισμικού πιο δύσχρηστο σε σχέση με εναλλακτικές όπως η Python. Η γλώσσα διευκολύνει μεν τη χρήση γραμμικής άλγεβρας, αλλά δεν επιτρέπει συναρτησιακό προγραμματισμό, «οκνηρή αποτίμηση» (lazy evaluation), ορισμό νέων τύπων δεδομένων και πολλά ακόμα στοιχεία απαραίτητα για την επιτυχία του κεντρικού στόχου αυτής της εργασίας: την εκφραστική απλότητα. Έτσι, η πρώτη υλοποίηση σε Matlab βοήθησε στην κατανόηση των αλγορίθμων, αλλά απέτυχε στον

κεντρικό της στόχο.

Η Julia είναι ανοιχτό λογισμικό που ξεκίνησε από το JuliaLab του ΜΙΤ το 2012 και αναπτύσσεται δημοσίως στο Github. Μόλις τον Αύγουστο του 2018 έφθασε στην πρώτη επίσημη έκδοσή της. Οι δημιουργοί της δηλώνουν ως κίνητρο για τη δημιουργία της την αντιμετώπιση του «προβλήματος των 2 γλωσσών» στην επιστημονική υπολογιστική: μία γλώσσα υψηλού επιπέδου, εύχρηστη αλλά όχι τόσο αποδοτική όπως η Python, χρησιμοποιείται αρχικά για την κατασκευή μιας πρωτότυπης λύσης· έπειτα το λογισμικό ξαναγράφεται σε μια πιο δύσχρηστη, αλλά αποδοτική γλώσσα, ενδεχομένως κατάλληλη για ΗΡC ή για να αξιοποιήσει παραδοσιακές υπολογιστικές συστοιχίες, όπως η C++. Αυτή η ροή εργασίας είναι σύνθετη, αργή και αναποτελεσματική, απαιτώντας διπλή προσπάθεια και, συχνά, εξειδικευμένο προσωπικό. Η Julia επιδιώκει να αποτελέσει λύση σε αυτό το πρόβλημα, συνδυάζοντας την ευχρηστία της Python και την αποδοτικότητα της C++. Αν και νέα γλώσσα, έχει ήδη χτίσει ένα πλούσιο οικοσύστημα για επιστημονικό προγραμματισμό. Συμπεριλαμβάνει προφανώς τα βασικά όπως γραμμική άλγεβρα και αραιούς πίνακες. Σε μερικά πεδία όμως, όπως η αστρονομία, οι διαφορικές εξισώσεις και τα πολύπλοκα συστήματα, προσφέρει ήδη εξίσου πλήρεις ή πληρέστερες λύσεις από πιο παραδοσιακές γλώσσες, όπως η Python.

Μια επιτυχής υλοποίηση μεγάλου επιστημονικού λογισμικού που χαίρει ευρείας διαφήμισης για τη Julia είναι η Celeste [30]. Γραμμένο σε Julia, χρησιμοποιεί παραλληλισμό κοινής και κατανεμημένης μνήμης και μπόρεσε να αξιοποιήσει 8192 επεξεργαστικούς πυρήνες στον υπερυπολογιστή NERSC Cori.

#### 1.4.1 Σύντομη παρουσίαση της γλώσσας Julia

Στην πράξη, η Julia καθιστά εύχρηστο ένα μικτό προγραμματιστικό μοντέλο προστακτικού και συναρτησιακού προγραμματισμού. Η δηλωτική φύση του συναρτησιακού προγραμματισμού μένει πιστή στη μαθηματική διατύπωση της θεωρίας και αυξάνει σημαντικά την εκφραστικότητα του κώδικα, προτρέποντας την αποσύνθεση πολύπλοκων ορισμών σε απλούστερους. Απελευθερώνει δε το πρόγραμμα από την έμμεση σειριοποίηση που επιβάλλει ο προστακτικός προγραμματισμός και διευκολύνει την αναδιάταξη του κώδικα, όπως και την κλιμάκωση της εκτέλεσής του σε περισσότερους υπολογιστικούς πόρους («παραλληλοποίηση»). Ο προστακτικός προγραμματισμός οδηγεί σε ορισμένες περιπτώσεις σε πιο φυσική ή εύκολη διατύπωση της λύσης, ενώ σε άλλες λειτουργεί υπό μορφή βελτιστοποίησης.

Ο σχεδιασμός της Julia προσπαθεί να διευκολύνει τον προγραμματιστή, αν επιθυμεί να υλοποιήσει τη λύση του με τον πιο πρόχειρο τρόπο, και να του επιτρέψει να τη βελτιώσει και να την κάνει αποδοτική με περισσότερη προσπάθεια και φροντίδα. Πιστή σε αυτήν την αρχή, υιοθετεί προαιρετικό σύστημα τύπων (δε θα ήταν άστοχη η σύγκριση με typed λ-calculus).

Ένα πρόγραμμα Julia είναι κατά κανόνα ένα σύνολο ορισμών τύπων και τιμών. Στις τιμές μπορεί να αντιστοιχηθούν ονόματα, σύμβολα. Όταν δηλώνεται

```
julia> x= 1
```

η τιμή 1 αντιστοιχίζεται στο σύμβολο χ. Έτσι ο τύπος του χ είναι ο τύπος της τιμής του:

```
julia> x|> typeof
Int64
```

```
julia> x= 1.0
1.0

julia> x|> typeof
Float64
```

Σε όλην αυτήν την παρουσίαση δε χρησιμοποιήθηκε ο όρος «μεταβλητή». Το x είναι απλώς ένα σύμβολο, που εδώ αντιστοιχίστηκε σε μια σταθερή, αμετάβλητη τιμή, και μετά επαναντιστοιχίστηκε σε μια διαφορετική σταθερή, αμετάβλητη τιμή.

Το x θα μπορούσε να αντιστοιχιστεί και σε μια όντως μεταβλητή τιμή, δηλαδή μία τιμή που επιτρέπεται να τροποποηθεί:

```
julia> x= rand(Int8,5)
5-element Array{Int8,1}:
31
    5
    86
    -3
    59

julia> x[5]= 0

julia> x
5-element Array{Int8,1}:
31
    5
    86
    -3
    0
```

julia> x= Int64

Εξίσου, η τιμή που συμβολίζει το x μπορεί να είναι ένας τύπος

```
Int64

julia> x|> typeof
DataType

ή μια συνάρτηση
 julia> x= (i)-> i+1
 #3 (generic function with 1 method)

julia> x|> typeof
 getfield(Main, Symbol("##3#4"))

julia> x(5)
6
```

Ο μεταγλωττιστής εσωτερικά αποδίδει τύπο σε κάθε τιμή που απαντά στο πρόγραμμα. Ο προγραμματιστής δε χρειάζεται να συσχετίσει ευθέως σύμβολα με τύπους. Μπορεί όμως, αν θέλει, να χρησιμοποιήσει τύπους για ένα βασικό σκοπό: «πολλαπλή αποστολή» (multiple dispatch) μεθόδων συνάρτησης βάσει τύπων. Οι όροι «μέθοδος» και «συνάρτηση» σημαίνουν διαφορετικά πράγματα στη Julia. Παραπάνω ορίσαμε μία ανώνυμη συνάρτηση που υλοποιείται από μία μέθοδο. Θα μπορούσαμε όμως να ορίσουμε και συνάρτηση που να μην υλοποιείται από καμία μέθοδο:

```
julia> function myfun end
myfun (generic function with 0 methods)
julia> myfun()
ERROR: MethodError: no method matching myfun()
```

Ας προσθέσουμε 2 μεθόδους στη συνάρτηση, για να φανεί η «πολλαπλή αποστολή» κι η χρήση τύπων:

```
julia> myfun(i::Int)= print("I'm an Int")
myfun (generic function with 1 method)

julia> myfun(3)
I'm an Int

julia> myfun(i::Float64)= print("I'm a Double!")
myfun (generic function with 2 methods)

julia> myfun(3.0)
I'm a Double!

julia> myfun(3)
I'm an Int

julia> myfun()
ERROR: MethodError: no method matching myfun()
```

Μέθοδος λοιπόν είναι ο συνδυασμός μίας συνάρτησης και μιας πλειάδας (tuple) ορισμάτων. Αυτή η σχεδίαση επιτρέπει έναν πολυμορφισμό συγκρίσιμο με της C++.

Ο αναγνώστης θα κρίνει ο ίδιος την αποτελεσματικότητα των παραπάνω στον κορμό της εργασίας, όπου θα έρθει σε επαφή με αυτό το ιδίωμα γραφής.

## Κεφάλαιο 2

## Η θεωρία ΗΤΜ

### 2.1 Το πρόβλημα της πρόβλεψης ακολουθιών

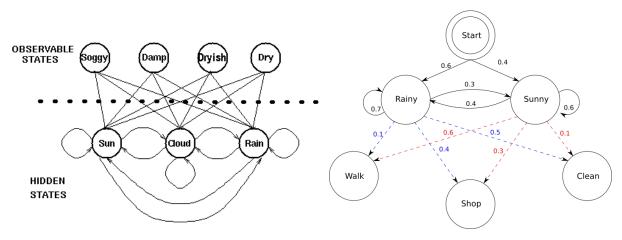
Τα σύνορα της τεχνητής νοημοσύνης εκτείνονται πέρα από το παραδοσιακό πρόβλημα της εκμάθησης ενός στατικού συνόλου δεδομένων με επιβλεπόμενες μεθόδους, όπως γίνεται σε πολλές σύγχρονες εφαρμογές [28]. Η τεχνητή νοημοσύνη καλείται σήμερα να αξιοποιήσει τις καταιγιστικές ροές δεδομένων που παρέχει το (ανθρωπογενές και μη) περιβάλλον, σε πραγματικό χρόνο, και δίχως την πολυτέλεια της προσήμανσης που απαιτεί η επιβλεπόμενη μάθηση — εφαρμογές Internet of Things που απαιτούν δυναμική αλληλεπίδραση με το περιβάλλον τους έρχονται στο μυαλό [1].

Επομένως, καλούμαστε να μοντελοποιήσουμε έναν κόσμο που αλλάζει [31]. Το μοντέλο οφείλει ή να είναι γενικότερο από όλες τις δυνατές μεταβολές του κόσμου ή να αλλάζει μαζί του. Η έννοια της ροής δεδομένων που αναφέρθηκε υπονοεί την έννοια του χρόνου, της αλληλουχίας, που επιτρέπει στο μοντέλο να αντλήσει πληροφορία από την αιτιώδη σχέση. Την ερμηνεία του κόσμου με τη βοήθεια της συνεπαγωγής και της αναγνώρισης απαιτήσεων και συνεπειών.

Ορίζεται έτσι το πρόβλημα της εκμάθησης και πρόβλεψης ακολουθιών. Δηλαδή, ο πράκτορας που παρακολουθεί μια αλληλουχία δεδομένων (γεγονότων) καλείται να προβλέψει τη συνέχεια και να δράσει έτσι, ώστε βέλτιστα να ανταμειφθεί. Η ανταμοιβή, το κίνητρο και γενικότερα ο στόχος έχουν τεθεί από εξωτερικό παράγοντα και βρίσκονται εκτός του πλαισίου του προβλήματος. Άμεση εφαρμογή της πρόβλεψης είναι και η αναγνώριση ανωμαλιών.

Η εκμάθηση ακολουθιών είναι κλασικό πρόβλημα, για το οποίο έχουν αναπτυχθεί κλασικές λύσεις. Κυριότερο και ευρύτερα διαδεδομένο είδος μοντέλων, ειδικά πριν τη σύγχρονη επάνοδο των νευρωνικών δικτύων, είναι τα Hidden Markov Models (2.1). Από το πεδίο των κλασικών νευρωνικών δικτύων προσφέρεται η λύση των νευρωνικών δικτύων χρονικής καθυστέρησης (TDNN). Η ουσιαστική συνεισφορά των κλασικών νευρωνικών δικτύων επιτυγχάνεται όμως με τα ανάδρομα δίκτυα (RNN), που γενίκευσαν τις παλαιότερες προσθιοδρομικές (feedforward) αρχιτεκτονικές ακριβώς για να μπορούν να αντιμετωπίσουν εγγενώς προβλήματα ακολουθιών. Ιδιαίτερης μνείας χρήζει η δομή «μακράς βραχυπρόθεσμης μνήμης» (LSTM). Από το 2015 έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε ποικίλες εφαρμογές πολύ πιο σύνθετες από την εισαγωγή που παρουσιάζεται εδώ, όπως ως τεχνητή νοημοσύνη που παίζει το παιχνίδι StarCraft 2 [AlphaStar 41].

Σε αυτόν το χώρο λύσεων υπάρχουν παρόλα αυτά σημεία για βελτίωση. Οι περισσότερες εφαρμογές, συμπεριλαμβανομένου του AlphaStar, βασίζονται σε επιβλεπόμενη και ενισχυ-



Σχήμα 2.1: Hidden Markov Model

τική μάθηση, αφήνοντας ευρύ πεδίο εξερεύνησης για μη επιβλεπόμενα μοντέλα. Καθώς ο όγκος των ροών δεδομένων αυξάνεται εκθετικά [37], παρατηρείται αυξανόμενη ζήτηση για αλγορίθμους που προσαρμόζονται γρήγορα στις εξελισσόμενες στατιστικές των δεδομένων τους (συνεχής μάθηση), έχοντας πρόσβαση μόνο σε μικρό χρονικό παράθυρο πληροφορίας. Στην προσπάθεια αυτή αναπτύσσονται ενεργά τεχνικές για βελτίωση της αποδοτικότητας δειγμάτων της μάθησης [όπως 38], ή για παράκαμψη του προβλήματος, όπως η μεταφορική μάθηση (transfer learning) [40].

Στην ανάλυση των διαφόρων τρόπων ορισμού της τεχνητής νοημοσύνης, ο Wang [14] αναγνωρίζει τη μέθοδο «από τη δομή» για την έρευνα σε συστήματα που εμπνέονται ή μιμούνται το βασικό παράδειγμα ευφυούς συστήματος που επιλύει διαρκώς το παραπάνω πρόβλημα: τον εγκέφαλο, και ειδικά το φλοιό. Παρατηρείται μια τάση στο χώρο των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ανασκόπησης της επαφής τους με τη βιολογική πραγματικότητα τα τελευταία χρόνια, όπως στο [19]. Το πιο ηχηρό παράδειγμα είναι ο μηχανισμός κάψουλας που πρότειναν ο Hinton και συνεργάτες [36], [39].

Σε αυτό λοιπόν το πλαίσιο, η μελέτη της ΗΤΜ κρίνεται ιδιαίτερα καίρια.

### 2.2 Στοιχεία της Hierarchical Temporal Memory

Παρακάτω θα αναφερθούμε πάλι σε στοιχεία νευροεπιστήμης. Καθώς ο σκοπός της περιγραφής είναι η κατανόηση των αλγορίθμων HTM, πρέπει να γίνει αποδεκτή μια παρέκκλιση από την αυστηρότητα, χάριν απλότητας. Σε ό,τι βιολογικό στοιχείο αναφερθεί, ο αναγνώστης ας έχει υπόψιν ότι η πραγματικότητα είναι πάντα πιο πολύπλοκη και ότι εδώ παρουσιάζονται χρήσιμες προσεγγίσεις.

Η κεντρική θέση στην οποία βασίζεται η Hierarchical Temporal Memory τμηματοποιεί τον εγκεφαλικό φλοιό σε ένα ψηφιδωτό βασικών μονάδων επεξεργασίας, των «φλοικών στηλών» (cortical columns), που έχουν την ίδια δομή καθεμία και εκτελούν τους ίδιους αλγορίθμους, αλλά σε διαφορετικά δεδομένα. Η ιδέα αυτή έχει μακρά ιστορία στη νευροεπιστήμη, με μια συγκεντρωτική επισκόπηση από Defelipe, Markram κ.ά [15] να την οριοθετεί και να παρουσιάζει την ευρεία χρήση και κακομεταχείριση του όρου. Για παράδειγμα, η εισαγωγική πρόταση περί «ψηφιδωτού» παραπάνω πρέπει να αντιμετωπιστεί μόνο ως πρώτη προσέγγιση, γιατί οι στήλες δε φέρονται να εχουν γεωμετρικά σαφή σύνορα μεταξύ τους, αλλά διάχυτες ζώνες μετάβασης. Πρεσβευτής και βασικός

αποκρυσταλλωτής της ιδέας είναι ο Mountcastle [8], με την ιδέα να χαίρει τόσο αποδοχής [25], όσο και κριτικής ως προς τη χρησιμότητά της [11]. Παρόλα αυτά, εδώ θα την υιοθετήσουμε. Έτσι, ο εγκεφαλικός φλοιός αποδομείται σε πλειάδα μονάδων επεξεργασίας κοινής αρχής, και οι αλγόριθμοι που θα παρουσιαστούν περιγράφουν τη λειτουργία της μονάδας.

Η φλοιική στήλη είναι λοιπόν ένας πληθυσμός νευρώνων με κοινή συνδεσμολογία: λαμβάνουν το σήμα εισόδου από κοινές πηγές και στέλνουν το σήμα εξόδου σε κοινούς παραλήπτες. Συχνά, τέτοιοι παραλήπτες είναι άλλες φλοιικές στήλες. Συντάσσονται έτσι επεξεργαστικές ιεραρχίες, με τα πρώτα στάδια της ιεραρχίας να δημιουργούν απλούστερα μοντέλα για τον κόσμο από τα μετέπειτα (κυρίως γιατί τα μετέπειτα συγκεντρώνουν περισσότερη πληροφορία).

Οι νευρώνες στους οποίους αναφερόμαστε παραπάνω, οι πυραμιδικοί νευρώνες, βρίσκονται κάθε στιγμή σε 1 από 2 καταστάσεις: ενεργοί ή ανενεργοί. Η ενεργοποίησή τους («δυναμικό δράσης») ερεθίζει άλλους νευρώνες με τους οποίους συνδέονται και μπορεί να τους οδηγήσει σε ενεργοποίηση. Μπορούμε λοιπόν να περιγράψουμε την κατάσταση του φλοιού κάθε στιγμή ως το σύνολο των νευρώνων που είναι ενεργό. Προκύπτει ότι το σύνολο αυτό είναι πολύ μικρό ποσοστό του συνολικού νευρικού πληθυσμού, δηλαδή η ενεργοποίηση είναι αραιή, περίπου 2%. Σημειώνεται ότι οι πυραμιδικοί νευρώνες είναι η μειοψηφία των νευρώνων στο φλοιό. Το βασικό κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι στέλνουν τους άξονές τους μέσω της λευκής ύλης σε μακρινούς προορισμούς, για το οποίο και ονομάζονται κύριοι νευρώνες. Περισσότεροι είναι οι διάμεσοι νευρώνες (interneurons), των οποίων οι άξονες παραμένουν σε μικρή εμβέλεια, και θεωρείται ότι συμμετέχουν σε τοπικά κυκλώματα που εν τέλει ρυθμίζουν την ενεργοποίηση των κυρίων νευρώνων [13].

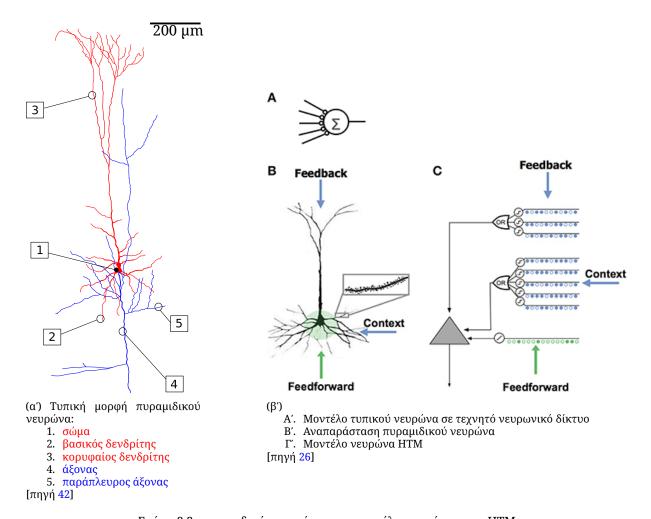
Το μοτίβο ενεργοποίησης ενός πληθυσμού νευρώνων της ίδιας στήλης αποτελεί στο πλαίσιο της θεωρίας HTM τη δομή δεδομένων του εγκεφάλου και ονομάζεται αραιή διανεμημένη αναπαράσταση (SDR). Τα SDR αναλύονται στην ενότητα 2.2.2. Κάθε αίσθηση στέλνει SDR στις στήλες που την επεξεργάζονται κάθε στήλη στέλνει SDR στους μύες ή σε άλλες στήλες ως έξοδο. Η είσοδος σε ένα μοντέλο HTM πρέπει επομένως να μεταφράζει τη φυσική ποσότητα που θέλουμε να επεξεργαστούμε σε SDR, με τη διαδικασία να ονομάζεται κωδικοποίηση. Αντίστοιχα, η ερμηνεία ενός SDR εξόδου ονομάζεται αποκωδικοποίηση.

Από τους κοινούς αλγορίθμους που υλοποιεί κάθε φλοιική στήλη, η HTM αυτή τη στιγμή περιγράφει 2: τη χωρική συγκέντρωση και τη χρονική μνήμη. Η χρονική συγκέντρωση είναι επίσης διαδικασία που υποτίθεται, αλλά δεν έχει περιγραφεί επαρκώς και αποτελεί βασικό σημείο για περαιτέρω μελέτη.

#### 2.2.1 Μοντέλο νευρώνα

#### Νευρώνες

Στον ανθρώπινο εγκέφαλο υπάρχουν πολλά είδη νευρώνων, που διαφέρουν στη μορφολογία, στις ηλεκτρικές και χημικές τους ιδιότητες [21]. Η μόνη κατηγορία νευρώνα στην οποία βασίζεται το νευρικό μοντέλο της HTM είναι οι πυραμιδικοί νευρώνες 2.2 (το αποτέλεσμα της συμπεριφοράς άλλων νευρώνων συμπεριλαμβάνεται έμμεσα στη λογική των αλγορίθμων). Ο πυραμιδικός νευρώνας είναι ένα σύνθετο στοιχείο, με πολλούς χώρους και διανεμημένες λειτουργίες, που υλοποιούν τις λογικές πράξεις της άθροισης, του πολλαπλασιασμού, της χωρικής και χρονικής ολοκλήρωσης ταυτόχρονα και παράλληλα σε διαφορετικές ομάδες εισόδων. Η κεντρική δομή του νευρώνα, το σώμα, δέχεται ερεθίσματα από άλλους νευρώνες. Αρκετά τέτοια ερεθίσματα σε σύντομο χρονικό διάστημα



Σχήμα 2.2: πυραμιδικός νευρώνας και μοντέλο νευρώνα στην ΗΤΜ

είναι ικανά να ενεργοποιήσουν το νευρώνα. Οι πηγές των σημάτων που ο νευρώνας λαμβάνει στο σώμα του ονομάζονται υποδεκτικό πεδίο (receptive field) του νευρώνα. Από το σώμα φυτρώνουν οι εγγύς δενδρίτες. Ο ερεθισμός τους δεν είναι ικανός συνήθως να ενεργοποιήσει το νευρώνα, αρκεί όμως για να τον θέσει σε κατάσταση «επιφυλακής» (αποπολωμένος/προβλεπτικός), διευκολύνοντας τη μετέπειτα ενεργοποίησή του από σωματικά ερεθίσματα. Ομοίως και για τον ερεθισμό απομακρυσμένων ή κορυφαίων δενδριτών κατά μήκος του άξονα.

Στο πλαίσιο της HTM, νευρώνα ονομάζουμε μια δομή που δέχεται ερεθίσματα στους δενδρίτες της και τροποποιεί την τρισταθή της κατάσταση με βάση αυτά. Η κατάσταση μπορεί να είναι ανενεργή, αποπολωμένη (αλλιώς προβλεπτική) ή ενεργή. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2β΄, ο νευρώνας HTM έχει 3 πύλες εισόδου. Ερεθίσματα στην προσθιοδρομική (feedforward) είσοδο προσμετρώνται και, αν ξεπεράσουν ένα κατώφλι, ο νευρώνας μεταβαίνει στην ενεργή κατάσταση. Ερεθίσματα στην είσοδο συμφραζομένων (context) είναι ικανά να προκαλέσουν αποπόλωση σε ανενεργό νευρώνα, αλλά όχι να τον ενεργοποιήσουν. Ομοίως και στην αναδρομική (feedback) είσοδο. Προσομοιώνονται έτσι μερικές συμπεριφορές του βιολογικού πυραμιδικού νευρώνα. Σε αντιπαραβολή, ο νευρώνας ενός κλασικού τεχνητού νευρωνικού δικτύου δεν έχει διακριτά λειτουργικά τμήματα. Αθροίζει μαζί όλα τα ερεθίσματα που λαμβάνει στη μία είσοδό του.

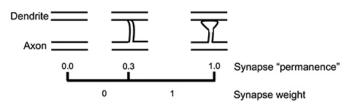
#### Συνάψεις

Η δομή που μεταφέρει σήματα μεταξύ νευρώνων ονομάζεται σύναψη και είναι κατά κανόνα μονόδρομη. Συνάψεις σχηματίζονται στο σημείο επαφής δύο νευρώνων, του προσυναπτικού και του μετασυναπτικού, συνήθως από τον άξονα του προσυναπτικού σε δενδρίτη ή στο σώμα του μετασυναπτικού. Στο φλοιό οι συνάψεις είναι χημικής φύσεως, όχι ηλεκτρικής. Όταν το δυναμικό δράσης του προσυναπτικού νευρώνα φθάσει σε σύναψη, προκαλεί την απελευθέρωση νευροδιαβιβαστών στον εξωκυττάριο χώρο, προς την κατεύθυνση του μετασυναπτικού νευρώνα. Ο μετασυναπτικός νευρώνας φέρει υποδοχείς που ανιχνεύουν την παρουσία νευροδιαβιβαστών και συμμετέχουν στην αποπόλωση ή υπερπόλωση του νευρώνα τους. Αυτός ο μηχανισμός εγγυάται τη μονόδρομη μεταγωγή σήματος δια μέσου της σύναψης. Εν τω βάθει ανάλυση του αντικειμένου παρουσιάζεται στο [16].

Οι συνάψεις χωρίζονται σε 2 κατηγορίες: διεγερτικές και ανασταλτικές. Η ενεργοποίηση μιας διεγερτικής σύναψης καθιστά πιο πιθανή την πρόκληση δυναμικού δράσης στο μετασυναπτικό νευρώνα, ενώ η ενεργοποίηση ανασταλτικής σύναψης την καθιστά λιγότερο πιθανή. Ένας τύπος προσυναπτικού νευρώνα δημιουργεί έναν τύπο συνάψεων: οι πυραμιδικοί δημιουργούν διεγερτικές και οι περισσότεροι διάμεσοι νευρώνες ανασταλτικές. Ο ίδιος νευρώνας όμως δέχεται σήματα και από διεγερτικές και ανασταλτικές συνάψεις, που ανταγωνίζονται μεταξύ τους. Οι διεγερτικές συνάψεις φέρουν συγκεκριμένους νευροδιαβιβαστές, με πιο συχνό το γλουταμικό. Οι ανασταλτικές χρησιμοποιούν διαφορετικούς, όπως το GABA.

Συνάψεις υπάρχουν σε όλες τις ζώνες ερεθισμού που αναφέρθηκαν: στο σώμα, στους εγγύς και κορυφαίους δενδρίτες. Οι συνάψεις είναι επίσης ο στόχος των μηχανισμών μάθησης/προσαρμογής. Χαρακτηρίζονται από μία μεταβλητή, ένα μέγεθος, που προσαρμόζεται με κανόνες που εμπίπτουν στον όρο «Hebbian learning», συγκεκριμένα, «πλαστικότητα εξαρτώμενη από το χρονισμό των ερεθισμάτων» (spike timing-dependent plasticity, STDP) [10]. Στο πλαίσιο της HTM όμως το μέγεθος δε συνεπάγεται συναπτικό βάρος: οι συνάψεις είναι συνδεδεμένες ή αποσυνδεδεμένες. Μια σύναψη με πολύ μικρό μέγεθος θεωρείται αποσυνδεδεμένη και δε μετάγει καθόλου ερεθίσματα. Καθώς μεγαλώνει, εφόσον περάσει ένα κατώφλι γίνεται συνδεδεμένη και μετάγει ερεθίσματα. Το μέγεθος δηλαδή της σύναψης κρίνει πόσο εύκολα η σύναψη θα συνδεθεί ή αποσυνδεθεί, και γι'αυτό ονομάζεται μονιμότητα.

Ένας πυραμιδικός νευρώνας μπορεί να έχει χιλιάδες συνάψεις. Ελάχιστες από αυτές βρίσκονται κοντά στο σώμα και, όπως προαναφέρθηκε, μπορούν να τον ενεργοποιήσουν. Οι υπόλοιπες βρίσκονται στους δενδρίτες και, μεμονωμένα, έχουν πολύ μικρή επίδραση στο σώμα. Οι δενδρίτες όμως προκύπτει ότι παίζουν ρόλο



Σχήμα 2.3: Μονιμότητα σύναψης

σύνθετων επεξεργαστικών στοιχείων. Αν ενεργοποιηθούν περισσότερες από 8-20 συνάψεις σε μικρό χρόνο στον ίδιο δενδρίτη, τότε ο δενδρίτης ενεργοποιείται και δημιουργεί ένα δυναμικό που προκαλεί την αποπόλωση όλου του νευρώνα [26]. Καθώς ο δενδρίτης ενεργοποιείται μόνο αν συμπέσει χρονικά και χωρικά η ενεργοποίηση πολλών συνάψεων, λειτουργεί ουσιαστικά ως «ανιχνευτής συμπτώσεων» (coincidence detector).

Ας εξετάσουμε γιατί αρμόζει αυτός ο όρος, μελετώντας τα μοτίβα που ενεργοποιούν τους δενδρίτες στην επόμενη ενότητα.

#### 2.2.2 Αραιές Διανεμημένες Αναπαραστάσεις (SDR)

Με βάση την παρατήρηση της αραιής ενεργοποίησης των νευρώνων στον εγκέφαλο σχεδιάζουμε ένα μεγάλο, αραιό, δυαδικό διάνυσμα που αναπαριστά την κατάσταση ενεργοποίησης κάθε νευρώνα της περιοχής που μελετούμε. Ουσιαστικά, αυτά τα αραιά διανύσματα αποτελούν τη «δομή δεδομένων» [6], [27] του εγκεφάλου.

Αναφέρθηκε στην 2.2.1 ότι οι δενδρίτες λειτουργούν ως ανιχνευτές συγκεκριμένων μοτίβων ενεργοποίησης. Πώς όμως αρκούν 8-20 συνάψεις για να διακρίνουν συγκεκριμένα μοτίβα μέσα σε μεγάλους νευρικούς πληθυσμούς; Το κλειδί είναι η αραιή ενεργοποίηση.

Έστω ένας πληθυσμός 200Κ νευρώνων, όπου ενεργοί είναι το 1%, και ένας δενδρίτης που απαιτεί 10 ερεθίσματα για να ενεργοποιηθεί. Αν τυγχάνει να έχει συνδεδεμένες συνάψεις σε 10 από τους 2000 ενεργούς νευρώνες, ενεργοποιείται. Το «μοτίβο» εν προκειμένω είναι το σύνολο των συγκεκριμένων 2000 νευρώνων που ενεργοποιήθηκαν. Προφανώς, αφού έχει συνάψεις μόνο με 10/2000 ενεργούς νευρώνες, ο δενδρίτης θα μπορούσε να ενεργοποιηθεί κατά λάθος και σε πολλά διαφορετικά μοτίβα, που τυχαίνει να μοιράζονται τους ίδιους 10 νευρώνες με το αρχικό. Πόση είναι η πιθανότητα ενός τέτοιου σφάλματος;  $9.8 \times 10^{-21}$ .

Παρακάτω θα μελετήσουμε τις ιδιότητες των SDR για να διαπιστωθεί πώς προκύπτει αυτό το αποτέλεσμα.

#### Ορισμοί SDR

Έστω N-bit SDR  $s=0,1^N$ . Ο αριθμός των μονάδων στο s w=count(s) ονομάζεται πληθάριθμος. Η χωρητικότητα SDR με μέγεθος N και πληθάριθμο w είναι το πλήθος των διαφορετικών SDR με αυτή τη μορφή, δηλαδή οι συνδυασμοί των N ανά w:

χωρητικότητα(N,w) = 
$$\binom{N}{w} = \frac{N!}{w!(N-w)!}$$

Έστω 2 SDR Α,Β μήκους Ν. Ορίζουμε:

 $\begin{array}{c|c} \text{Union} & A|B \\ \text{Overlap} & A\&B \\ \text{Overlap score} & \|A\&B\| \end{array}$ 

Overlap set(θ) | {K όπου  $||A\&K|| > \theta$ }

Ταιριάζουν(θ) A ταιριάζει $B \iff A, B \in \text{ίδιο overlap set}(\theta)$ 

#### Ταύτιση SDR και θόρυβος

Ας μελετήσουμε τον ορισμό ότι δύο SDR A με πληθάριθμο w και B ταιριάζουν. Έστω B:= A + 30% θόρυβος τυχαίας αναστροφής bit. Τότε το προσδοκώμενο overlap score A,B θα είναι 70%w. Aν  $\theta := 70\%w$ , τα A,B προσδοκάται να ταιριάζουν.

Το παράδειγμα αυτό μπορεί να εστιαστεί για την περίπτωση της ενότητας 2.2.2. Έστω A το SDR της ενεργοποίησης των 200K νευρώνων με w=2000 ενεργούς, και ο δενδρίτης που έχει συνάψεις με 30 από τους ενεργούς. Υπό την οπτική του δενδρίτη έχουμε το SDR  $\hat{A}$  με μέγεθος 200K και  $\hat{w}=30$ , γιατί οι υπόλοιποι ενεργοί νευρώνες δεν τον ερεθίζουν. Αν

το όριο ενεργοποίησης του δενδρίτη είναι  $\theta$ =20, τότε ακόμα και με 30% θόρυβο τυχαίας αναστροφής bit στον πληθυσμό των 200Κ νευρώνων αναμένουμε ο δενδρίτης να δεχθεί  $\hat{w}_n = 70\% \hat{w} = 21 > \theta$  ερεθίσματα και επομένως να ενεργοποιηθεί, παρόλο το θόρυβο.

Θεωρήσαμε ότι το δεύτερο SDR είναι αποτέλεσμα θορύβου στο πρώτο κι επομένως ήταν θεμιτό ο δενδρίτης να τα ταυτίσει. Πόση όμως είναι η πιθανότητα να ενεργοποιηθεί ο ίδιος δενδρίτης από ένα διαφορετικό, τυχαίο SDR με πληθάριθμο  $\hat{w}$  που δεν προκύπτει από το αρχικό; Σε αυτήν την περίπτωση η ενεργοποίηση θα ταύτιζε ψευδώς το τυχαίο SDR με το πρώτο. Η πιθανότητα ψευδούς ταύτισης είναι  $^1$ :

$$p_{fp} = \frac{\|overlap\_set(\theta)\|}{\chi\omega\rho\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha(N,w)} = \frac{\sum_{b=\theta}^{\hat{w}}\binom{\hat{w}}{b}\binom{N-\hat{w}}{\hat{w}-b}}{\binom{N}{w}} = \frac{8e53}{1e4862} = 5e-4809 \tag{2.1}$$

Εν προκειμένω, η μικροσκοπική πιθανότητα σφάλματος οφείλεται κυρίως στο γιγαντιαίο μέτρο του χώρου (N,w). Η πιθανότητα τυχαίας σύγκρουσης θα ήταν όμως αμελητέα και σε πολύ μικρότερο χώρο.

Καταδεικνύεται έτσι ότι η αναγνώριση SDR είναι μια διαδικασία ανθεκτική στο θόρυβο. Επίσης, αναφαίνεται μια σχεδιαστική ελευθερία που προσδίδει η χρήση SDR στο σύστημα: ανταλλαγή μεγέθους με ευρωστία στο θόρυβο.

#### Ταχεία ανάκληση SDR και παράλληλα ενδεχόμενα

Έστω ότι παρατηρούμε μια ακολουθία από SDR  $\{s_t\}$ . Κάποια χρονική στιγμή  $t_0$  ρωτούμε αν έχουμε δει στη μέχρι τώρα ακολουθία  $\{s_{0..t_0}\}$  το SDR Q. Πώς μπορούμε να απαντήσουμε γρήγορα σε αυτό το ερώτημα;

Εφόσον γινεται δεκτή μια πιθανότητα σφάλματος, που μπορεί να προσδιοριστεί ως προς τα μεγέθη και τον πληθάριθμο των SDR όπως παραπάνω, δε χρειάζεται να έχουμε αποθηκεύσει όλη την ακολουθία  $\{s_{0..t_0}\}$  και να συγκρίνουμε κάθε στοιχείο με το Q. Αντίθετα, διατηρούμε μόνο την ένωση U των SDR που έχουν προηγηθεί και συγκρίνουμε το Q με το U.

Κάθε χρονική στιγμή,

$$U_t = U_{t-1}|s_t$$

όπου |: δυαδικό Ο

Προφανώς,

$$B$$
 ταιριάζει $_{\theta}$   $s_{i} \implies B$  ταιριάζει $_{\theta}$   $U$  
$$B$$
 ταιριάζει $_{\theta}$   $U \implies \exists i: B$  ταιριάζει $_{\theta}$   $s_{i}$ 

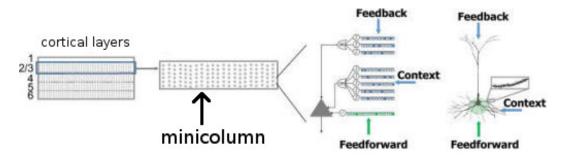
γιατί ενδέχεται τμήματα του B να ταιριάζουν με τμήματα από διαφορετικά  $s_i$ . Ακολουθώντας όμως τη λογική της προηγούμενης παραγράφου, για επαρκώς αραιά  $s_i$ , U η πιθανότητα σύγκρουσης είναι αρκετά μικρή. Οπότε μπορούμε να δεχθούμε το συμπέρασμα

$$B$$
 ταιριάζει $_{\theta}$   $U \Longrightarrow_{p} \exists i : B$  ταιριάζει $_{\theta}$   $s_{i}$ 

με μια πιθανότητα σφάλματος p.

Αν τα  $s_t$  είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα και η αραιότητά τους προκύπτει από δειγματοληψία Bernoulli με πιθανότητα ανά θέση p, τότε το  $U_t$  επίσης προκύπτει από δειγματοληψία

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>υπολογίστηκε με τον κώδικα του παραρτήματος Β'



Σχήμα 2.4: Αποδόμηση φλοιικού επιπέδου και μικροστήλες. Μία φλοιική στήλη του νεοφλοιού αποτελείται από 6 επίπεδα νευρώνων και φαίνεται αριστερά. Αν πάρουμε ένα από τα επίπεδα, θα έχει πάχος μερικών νευρώνων. Οι νευρώνες του ίδιου επιπέδου που είναι τοποθετημένοι κατακόρυφα ορίζουν (σε πρώτη προσέγγιση) μια μικροστήλη. [πηγή 24, (τροποποιημένο)]

Bernoulli, με πιθανότητα ανά θέση  $1-(1-p)^t$ . Ακόμα και για αρκετά αραιά  $s_t$ , καθώς το t αυξάνει το U γρήγορα γίνεται πυκνό. Καθώς γίνεται πυκνό, η πιθανότητα σφάλματος p αυξάνεται και το συμπέρασμα χάνει την αξία του. Επομένως, αυτή η μέθοδος είναι χρήσιμη μόνο όταν ο αριθμός των ανεξάρτητων  $s_t$  που συγχέουμε στο t είναι ελεγχόμενος.

Αν όμως ερμηνεύσουμε τα  $s_t$  ως πεπερασμένου αριθμού διακριτά ενδεχόμενα και το U είναι η δραστηριότητα ενός πληθυσμού νευρώνων, ο μηχανισμός αυτός επιτρέπει στον πληθυσμό να κωδικοποιεί τα διακριτά ενδεχόμενα παράλληλα και να μπορέσει, όταν έχει περισσότερη πληροφορία υπό τη μορφή συνθήκης S, να επιλύσει την αμφιβολία περιορίζοντας τη δραστηριότητά του στο U&S

#### 2.2.3 Μοντέλο δικτύου

Ο νεοφλοιός, όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 1.3.2, δομείται συνήθως από 6 επίπεδα νευρώνων. Μία φλοιική στήλη χωρισμένη στα 6 επίπεδα φαίνεται στο σχήμα 2.4. Ορίσαμε τη φλοιική στήλη με βάση την κοινή συνδεσμολογία των νευρώνων της, καθώς τα ερεθίσματα έρχονται από και φεύγουν προς κοινές περιοχές. Έτσι παρουσιάσαμε τους νευρώνες της στήλης ως πληθυσμούς που κωδικοποιούν μία κοινή οντότητα — το βασικό τμήμα των εγκεφαλικών κυκλωμάτων. Είναι ακριβέστερο να μεταφέρουμε τον ορισμό αυτό από τη στήλη σε κάθε επίπεδο της στήλης. Μέσα σε μία στήλη δηλαδή τα 6 επίπεδα σχηματίζουν ξεχωριστά κυκλώματα, που όμως σχετίζονται μεταξύ τους και παίζουν διαφορετικούς λειτουργικούς ρόλους. Μία υπόθεση για τη συνδεσμολογία των επιπέδων στο τωρινό πλαίσιο της θεωρίας ΗΤΜ φαίνεται στο σχήμα 2.5. Οι αλγόριθμοι που μελετούμε σε αυτήν την εργασία περιγράφουν κυρίως το επίπεδο 4 του σχήματος 2.5, που λαμβάνει είσοδο από τις αισθήσεις. Επίσης, εφεξής όταν γίνεται αναφορά σε «επίπεδο» θα εννοείται η τομή ενός επιπέδου και μιας στήλης, δηλαδή ένα στοιχειώδες κύκλωμα.

#### Μικροστήλες

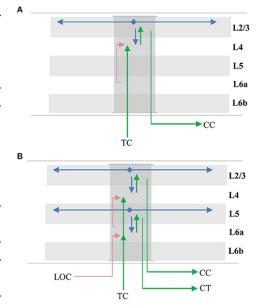
Το ελάχιστο νευρικό κύκλωμα, τόσο στο νεοφλοιό, όσο και στην HTM, είναι η μικροστήλη (minicolumn). Σε μία μικροστήλη ανήκουν νευρώνες που λαμβάνουν ερεθίσματα στις εγγύς συνάψεις τους από τις ίδιες συνδέσεις μακρινής απόστασης (από τους ίδιους νευρώνες των περιοχών που στέλνουν είσοδο). Δηλαδή, οι νευρώνες μιας μικροστήλης μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έχουν ίδια είσοδο στις εγγύς συνάψεις τους και διαφέρουν μόνο ως προς την είσοδο στις απομακρυσμένες και κορυφαίες συνάψεις. Για περισσότερες πληροφορίες στην οργάνωση των νευρώνων σε στήλες και μικροστήλες προτείνεται η

θεμελιώδης εργασία των Markram et al «Reconstruction and simulation of neocortical microcircuitry» [21].

Καθώς οι εγγύς συνάψεις μεταφέρουν τη βασική πληροφορία που αναπαριστά ο πληθυσμός των νευρώνων ενός επιπέδου κι οι απομακρυσμένες τον ρυθμίζουν με βάση συμφραζόμενα, οι μικροστήλες επιτρέπουν σε μια μικρή ομάδα 10-20 νευρώνων να κωδικοποιεί τα ίδια σύμβολα σε διαφορετικά συμφραζόμενα. Όλοι οι νευρώνες της μικροστήλης μοιράζονται το ίδιο υποδεκτικό πεδίο, ενώ μεταξύ τους υπάρχει ανταγωνισμός.

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.2.1, υπάρχουν τόσο διεγερτικές, όσο και ανασταλτικές συνάψεις, και κατ'επέκταση διεγερτικοί και ανασταλτικοί νευρώνες. Οι νευρώνες μίας μικροστήλης έχουν βρόχο ανάδρασης μέσω ενός ανασταλτικού διάμεσου νευρώνα. Αν κάποιος νευρώνας της μικροστήλης ενεργοποιηθεί λίγο νωρίτερα από τους υπόλοιπους, είναι ικανός να προκαλέσει την ενεργοποίηση του διάμεσου που τους εμπλέκει, ο οποίος με τη σειρά του να αποτρέψει την ενεργοποίηση όσων νευρώνων δεν έχουν προλάβει να ενεργοποιηθούν (σχήμα 2.6). Η ενεργοποίηση του νευρώνα είναι μια εύρωστη διαδικασία που υπόκειται σε θετική ανάδραση. Οπότε, αναστολή μετά την ενεργοποίηση δε θα επιφέρει ουσιαστικό αποτέλεσμα.

Έτσι υλοποιείται μια ανταγωνιστική αρχιτεκτονική («winner-takes-all»), όπου, αν κάποιοι νευρώνες είναι ήδη σε αποπολωμένη/προβλεπτική κατάσταση όταν έρθει προσθιοδρομική είσοδος που ερεθίζει το minicolumn, θα ενεργοποιηθούν πρώτοι και θα αποτρέψουν την ενεργοποίηση των υπολοίπων.



Σχήμα 2.5: Επίπεδα μέσα σε μία στήλη νεοφλοιού. Το μοντέλο συνδεσμολογίας που επισημαίνεται είναι τρέχουσα υπόθεση της θεωρίας HTM.

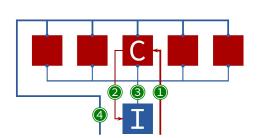
- Προσθιοδρομική ροή ερεθισμάτων (εγγύς συνάψεις)
- συμφραζόμενα (απομακρυσμένες/κορυφαίες συνάψεις)
- σήμα θέσης (απομακρυσμένες συνάψεις, εκτός πεδίου μελέτης αυτής της εργασίας)
   [πηγή 35]

#### Μεταξύ μικροστηλών

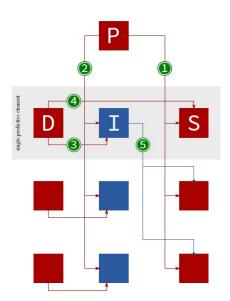
Φαινόμενα ανταγωνισμού μέσω αμοιβαίας αναστολής προκύπτουν και μεταξύ γειτονικών μικροστηλών, με τη βοήθεια άλλων διάμεσων νευρώνων (σχήμα 2.6). Το αποτέλεσμα είναι να εξασφαλίζεται ότι σε κάθε γειτονιά μόνο ένα αραιό υποσύνολο των πιο έντονα ερεθισμένων μικροστηλών θα επικρατήσει και θα ενεργοποιηθεί, σιγώντας τις υπόλοιπες. Ονομάζουμε το μηχανισμό αυτό «τοπική αναστολή». Στους αλγορίθμους που ακολουθούν, αντίθετα με τον εγκέφαλο, δεν είναι απαραίτητο να θεωρήσουμε ότι σχηματίζονται τοπικά γειτονιές αντίθετα, μπορούμε να θεωρήσουμε ολόκληρο το επίπεδο μία γειτονιά, μηχανισμό που αποκαλείται «ολική αναστολή».

#### 2.2.4 Κωδικοποιητές & αποκωδικοποιητές

Ο εγκέφαλος έχει ως βασικές διεπαφές με τον έξω κόσμο τον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού και τον κοχλία του αυτιού. Και τα 2 αυτά συστήματα μπορούμε να θεωρήσουμε



(α΄) Υλοποίηση χρονικού συγκεντρωτή με βάση το χρονισμό. Κάθε κύτταρο C αντιπροσωπεύει μία μικροστήλη. Δέχεται προσθιοδρομικά ερεθίσματα από τη ροή 1. Ο χρόνος που απαιτείται για την ενεργοποίηση της μικροστήλης εξαρτάται από το πόσα ερεθίσματα λαμβάνει μια μικροστήλη με πολλά ερεθίσματα ενεργοποιείται ταχύτερα. Ερεθιζόμενος με τη ροή 2, ο ανασταλτικός νευρώνας I ενεργοποιείται μετά την ενεργοποίηση προκαθορισμένου αριθμού μικροστηλών. Με τη ροή 3 ο I αποτρέπει την ενεργοποίηση περισσότερων μικροστηλών.



(β΄) Υλοποίηση μιας μικροστήλης. Τα 3 στοιχεία D,Ι,S (δενδρίτης, αναστολέας, σώμα) μαζί περιγράφουν 1 νευρώνα. Το στοιχείο Ρ είναι μοναδικό ανά μικροστήλη και είναι το ίδιο με το στοιχείο C του σχήματος (α'). Με τη ροή (1) προκαλεί την ενεργοποίηση όλων των σωμάτων της μικροστήλης. Όμως ο δενδρίτης (εδώ μόνο 1/κύτταρο) συγκεντρώνει ερεθίσματα από την προηγούμενη χρονική στιγμή και, αν ενεργοποιηθεί, προκαλεί αποπόλωση του δικού του S και Ι με τις ροές (3),(4). Σε αυτήν την περίπτωση, αν στην επόμενη χρονική στιγμή το Ρ ενεργοποιηθεί, θα ενεργοποιήσει το Ι, το οποίο με τη ροή (5) θα αναστείλει τα υπόλοιπα σώματα της μικροστήλης.

Σχήμα 2.6: Κυκλωματικές υλοποιήσεις μικροστηλών στο HICANN [22]. Προσφέρουν εποπτεία της οργάνωσης των μικροκυκλωμάτων μέσω του μηχανισμού της αναστολής. Σε σχέση με τη θεωρία HTM εφαρμόζουν κάποιες απλοποιήσεις, όπως μόνο 1 δενδρίτη ανά κύτταρο. [πηγή 20]

ότι μετατρέπουν τα φυσικά ερεθίσματα του κόσμου σε μια πρώτη μορφή SDR, για να ερεθίσουν με τη σειρά τους το επόμενο επίπεδο νευρώνων. Το ρόλο αυτό στα συστήματα HTM παίζουν οι κωδικοποιητές.

Οι κωδικοποιητές μπορεί να είναι από πολύ απλά έως εξαιρετικά πολύπλοκα συστήματα (βλέπε αμφιβληστροειδή). Ενας απλός κωδικοποιητής μπορεί να μετατρέπει ακέραιους αριθμούς συγκεκριμένου εύρους σε SDR. Ένας πιο σύνθετος μπορεί να παράγει SDRs από τη γεωγραφική θέση ενός αισθητήρα GPS [29]. Μπορεί ακόμα να σχεδιαστεί κωδικοποιητής για λέξεις ή κείμενα, όπως κάνει η εταιρία cortical.io [semantic].

Ένας επιτυχημένος κωδικοποιητής πρέπει να ακολουθεί ορισμένες βασικές αρχές [29]:

- 1. Είσοδοι με σημασιολογική ομοιότητα πρέπει να παράγουν SDRs με μεγάλη επικάλυψη
- 2. Η ίδια είσοδος πρέπει να παράγει πάντα το ίδιο SDR
- 3. Για κάθε είσοδο τα SDRs πρέπει να έχουν ίδιο μέγεθος
- 4. Για κάθε είσοδο τα SDRs πρέπει να έχουν κοντινό πληθάριθμο, αρκετά υψηλό για να

προσδίδει ανθεκτικότητα στο θόρυβο

Αντίστοιχα με τους κωδικοποιητές, πρακτικές εφαρμογές απαιτούν και αποκωδικοποιητές. Ένας πρακτικός αποκωδικοποιητής θα παρουσιαστεί στην υλοποίηση της ΗΤΜ. Βασίζεται στην παρατήρηση ότι η δραστηριότητα της χρονικής μνήμης είναι η απεικόνιση ενός συμβόλου – εισόδου στο πλαίσιο των χρονικών του συμφραζομένων. Ο αποκωδικοποιητής που χρησιμοποιείται εδώ είναι ένα απλό ενός επιπέδου τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που μαθαίνει να συσχετίζει τη δραστηριότητα της χρονικής μνήμης με τις εισόδους του κωδικοποιητή.

### 2.3 Αλγόριθμοι της Hierarchical Temporal Memory

Αυτή τη στιγμή στη θεωρία HTM περιγράφονται 2 βασικοί αλγόριθμοι. Ο πρώτος κανονικοποιεί τα SDR εισόδου και ονομάζεται Χωρικός Συγκεντρωτής (Spatial Pooler). Ο δεύτερος μαθαίνει ακολουθίες εισόδων, εμπλουτίζοντας την αναπαράσταση της εισόδου με τα χρονικά της συμφραζόμενα, και ονομάζεται χρονική μνήμη (Temporal Memory).

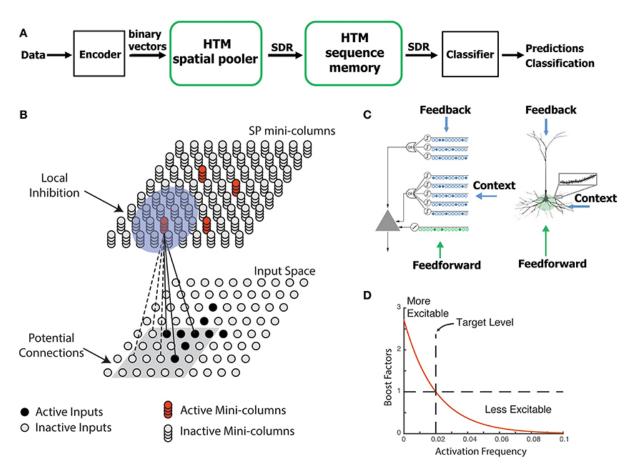
#### 2.3.1 Χωρικός Συγκεντρωτής

Ο χωρικός συγκεντρωτής δουλεύει στο επίπεδο των μικροστηλών ενός επιπέδου, αξιοποιώντας τις εγγύς τους συνάψεις (προσθιοδρομική ροή) με το προηγούμενο ιεραρχικά επίπεδο (ή κωδικοποιητή) και το μηχανισμό αναστολής μεταξύ μικροστηλών που περιγράφηκε στην ενότητα 2.2.3. Ο αλγόριθμος αυτός περιγράφει πώς το SDR της εισόδου ενεργοποιεί τις μικροστήλες ενός επιπέδου μέσω του ερεθισμού των εγγύς συνάψεων και πώς αυτές προσαρμόζονται (μαθαίνουν) με εφαρμογή ενός κανόνα «πλαστικότητας εξαρτώμενης από το χρονισμό των ερεθισμάτων» (spike timing-dependent plasticity, STDP) [10]. Ο χωρικός συγκεντρωτής περιγράφεται αναλυτικά από τη Numenta στο [34].

Ο στόχος του αλγορίθμου είναι να προετοιμάσει τα SDRs εισόδου για περαιτέρω επεξεργασία, εξασφαλίζοντας ορισμένες ιδιότητες. Βασική αρχή λειτουργίας του είναι ότι είσοδοι που μοιάζουν μεταξύ τους (έχουν μεγάλη επικάλυψη) δημιουργούν εξόδους που μοιάζουν ανάλογα μεταξύ τους. Αυτή η αρχή ονοματίζει και τον αλγόριθμο.

Οι ιδιότητες που εξασφαλίζει ο χωρικός συγκεντρωτής στα SDR εξόδου είναι:

- 1. Κανονικοποίηση της αραιότητας.
- 2. **Ευρωστία στο θόρυβο**. Η έξοδος δε θα πρέπει να είναι ευαίσθητη στην παρουσία θορύβου στην είσοδο
- 3. **Ανεκτικότητα στα σφάλματα**. Αν καταστραφεί ή δε λειτουργεί σωστά μέρος των νευρώνων είτε της εισόδου είτε της εξόδου, η επίδραση στο συνολικό μηχανισμό πρέπει να είναι μικρή.
- 4. Διαρκής προσαρμογή στα εξελισσόμενα στατιστικά χαρακτηριστικά της εισόδου.
- 5. Διασπορά της ενεργοποίησης σε όλες τις μικροστήλες του συστήματος, εξασφάλιση υψηλής εντροπίας στην ενεργοποίηση.
- 6. Διατήρηση της τοπολογίας του χώρου εισόδου, εφόσον υπάρχει.



Σχήμα 2.7: Χωρικός Συγκεντρωτής ΗΤΜ.

- Α΄. Πλήρες σύστημα ΗΤΜ για πρόβλεψη χρονοσειρών
- Β΄. Εποπτική αναπαράσταση λειτουργίας του χωρικού συγκεντρωτή, υποθέτοντας τοπολογία (γενικά προαιρετική). Λόγω τοπολογίας, κάθε μικροστήλη έχει υποδεκτικό πεδίο ένα υποσύνολο (ολισθαίνον παράθυρο) του χώρου εισόδου, όπως φαίνεται από τη γκρίζα περιοχή. Η μπλε έλλειψη δείχνει τη γειτονιά των μικροστηλών στην οποία εφαρμόζεται τοπικός ανταγωνισμός μέσω αναστολής. Οι πλήρεις γραμμές δείχνουν συνάψεις που ισχυροποιούνται, ενώ οι διακεκομμένες, που εξασθενούν.
- Γ΄. Οι συνάψεις που συμμετέχουν στο χωρικό συγκεντρωτή είναι οι εγγύς (προσθιοδρομικές)
- Δ΄. Παρώθηση: ενίσχυση της ευαισθησίας μικροστηλών με ιστορικά σπάνια ενεργοποίηση [πηγή 34]

Βέβαια, η ιδιότητα 5 είναι μάλλον προϋπόθεση για τις 2,3.

Αν και αναφέρθηκε ο «αλγόριθμος» του χωρικού συγκεντρωτή, θα ήταν ακριβέστερο να δούμε το χωρικό συγκεντρωτή ως ένα δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου, με εσωτερική κατάσταση, συνάρτηση αρχικοποίησης και βήματος/μετάβασης. Η βασική μεταβλητή κατάστασης του χωρικού συγκεντρωτή είναι οι εγγύς συνάψεις μεταξύ της προσυναπτικής εισόδου και των μετασυναπτικών μικροστηλών του. Ο «αλγόριθμος» αναφέρεται ακριβέστερα σε αυτόν που υλοποιεί η συνάρτηση βήματος.

Με την άφιξη των ερεθισμάτων από την είσοδο υπολογίζεται αρχικά η «επικάλυψη» (overlap) της εισόδου από κάθε μικροστήλη, δηλαδή το πλήθος ερεθισμάτων που μετήχθησαν μέσω συνδεδεμένων συνάψεων και ερέθισαν τη μικροστήλη. Με βάση την επικάλυψη οι μικροστήλες συμμετέχουν στον τοπικό ή ολικό ανταγωνισμό μέσω της αναστολής μεταξύ μικροστηλών, ώστε να προκύψουν οι αραιές μικροστήλες που θα ενεργοποιηθούν αυτή τη χρονική στιγμή. Μετά, προσαρμόζονται οι συνάψεις κατά STDP:

- αν η μετασυναπτική μικροστήλη ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις που μετήγαγαν ερεθίσματα ισχυροποιούνται
- αν η μετασυναπτική μικροστήλη ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις που δε μετήγαγαν ερεθίσματα εξασθενούν
- αν η μετασυναπτική μικροστήλη δεν ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις της δεν προσαρμόζονται

Η καλή λειτουργία του χωρικού συγκεντρωτή (ειδικά η ιδιότητα 5) υποστηρίζεται από ένα σημαντικό επικουρικό μηχανισμό ομοιόστασης που ονομάζεται «παρώθηση» (boosting). Η παρώθηση πολλαπλασιάζει την επικάλυψη κάθε μικροστήλης με έναν παράγοντα ενίσχυσης ή εξασθένισης, ανάλογα με το πόσο συχνά ενεργοποιούνταν στο πρόσφατο παρελθόν: ενισχύει τις μικροστήλες που ενεργοποιούνται σπάνια και εξασθενεί τις μικροστήλες που ενεργοποιούνται συχνά. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνει πιο ισορροπημένη συμμετοχή όλων των μικροστηλών στη χωρική κωδικοποίηση.

#### 2.3.2 Χρονική Μνήμη

**TODO** 

## Κεφάλαιο 3

# Υλοποίηση HTM σε Julia

## Κεφάλαιο 4

# Ανοιχτές ερωτήσεις

## Βιβλιογραφία

- [1] M. Mohammadi, A. Al-Fuqaha, S. Sorour και M. Guizani, «Deep Learning for IoT Big Data and Streaming Analytics: A Survey,» *IEEE Communications Surveys Tutorials*, τόμ. 20, αρθμ. 4, σσ. 2923–2960, Fourthquarter 2018, ISSN: 1553-877X. DOI: 10.1109/COMST.2018.2844341.
- [2] J. Piaget, The Origins of Intelligence in Children, σύναταξη υπό M. Cook, σειρά The Origins of Intelligence in Children. New York, NY, US: W W Norton & Co, 1952, 419 pagetotals. DOI: 10.1037/11494-000.
- [3] P. W. Anderson, «More Is Different,» *Science*, τόμ. 177, αρθμ. 4047, σσ. 393–396, 4 Αύγ. 1972, ISSN: 0036-8075, 1095-9203. DOI: 10.1126/science.177.4047.393. pmid: 17796623.
- [4] M. Minsky, *Society Of Mind*. Simon and Schuster, 15 Mαρ. 1988, 342 **pagetotals**, ISBN: 978-0-671-65713-0.
- [5] D. B. Lenat και E. A. Feigenbaum, «On the Thresholds of Knowledge,» *Artificial Intelligence*, τόμ. 47, αρθμ. 1, σσ. 185–250, 1 Ιαν. 1991, ISSN: 0004-3702. DOI: 10. 1016/0004-3702(91)90055-0.
- [6] P. Kanerva, «Associative Neural Memories,» στο, Μ. Η. Hassoun, επιμελητής, New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 1993, κεφ. Sparse Distributed Memory and Related Models, σσ. 50–76, ISBN: 0-19-507682-6.
- [7] P. Wang, «On the Working Definition of Intelligence,» 1995.
- [8] V. B. Mountcastle, «The columnar organization of the neocortex,» *Brain: A Journal of Neurology*,  $\tau \acute{o}\mu$ . 120 ( Pt 4),  $\sigma \sigma$ . 701–722, A $\pi \rho$ . 1997, ISSN: 0006-8950. DOI: 10 . 1093/brain/120 . 4 . 701. pmid: 9153131.
- [9] K. Doya, «What are the computations of the cerebellum, the basal ganglia and the cerebral cortex?» *Neural Networks: The Official Journal of the International Neural Network Society*, τόμ. 12, αρθμ. 7-8, σσ. 961–974, Οκτ. 1999, ISSN: 1879-2782. pmid: 12662639.
- [10] S. Song, K. D. Miller και L. F. Abbott, «Competitive Hebbian learning through spike-timing-dependent synaptic plasticity,» *Nature Neuroscience*, τόμ. 3, αρθμ. 9, σ. 919, Σεπτ. 2000, ISSN: 1546-1726. DOI: 10.1038/78829.
- [11] J. C. Horton και D. L. Adams, «The Cortical Column: A Structure without a Function,» Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences, τόμ. 360, αρθμ. 1456, σσ. 837–862, 29 Απρ. 2005, ISSN: 0962-8436. DOI: 10.1098/rstb.2005. 1623. pmid: 15937015.
- [12] S. Legg και M. Hutter, «A Collection of Definitions of Intelligence,» στο *Advances in Artificial General Intelligence: Concepts, Architectures and Algorithms*, IOS Press, 2007, σσ. 17–24.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[13] T. Freund και S. Kali, «Interneurons,» *Scholarpedia*, τόμ. 3, αρθμ. 9, σ. 4720, 1 Σεπτ. 2008, ISSN: 1941-6016. DOI: 10.4249/scholarpedia.4720.

- [14] P. Wang, «What Do You Mean by "AI"?,» presentedatProceedings of the 2008 Conference on Artificial General Intelligence 2008: Proceedings of the First AGI Conference, IOS Press, 20 Ιούν. 2008, σσ. 362–373, ISBN: 978-1-58603-833-5. διεύθν: http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1566174.1566207 (επίσκεψη 28/05/2019).
- [15] J. Defelipe, H. Markram και K. S. Rockland, «The Neocortical Column,» *Frontiers in Neuroanatomy*, τόμ. 6, 2012, ISSN: 1662-5129. DOI: 10.3389/fnana.2012.00022.
- [16] E. R. Kandel, T. M. Jessell, J. H. Schwartz, S. A. Siegelbaum και A. J. Hudspeth, *Principles of Neural Science, Fifth Edition*. McGraw Hill Professional, 2013, 1761 **pagetotals**, ISBN: 978-0-07-139011-8.
- [17] R. Paton, H. Bolouri, W. M. L. Holcombe, J. H. Parish και R. Tateson, *Computation in Cells and Tissues: Perspectives and Tools of Thought*. Springer Science & Business Media, 14 Mαρ. 2013, 349 **pagetotals**, ISBN: 978-3-662-06369-9.
- [18] M. Benedek, E. Jauk, M. Sommer, M. Arendasy και A. C. Neubauer, «Intelligence, Creativity, and Cognitive Control: The Common and Differential Involvement of Executive Functions in Intelligence and Creativity,» *Intelligence*, τόμ. 46, σσ. 73–83, 1 Σεπτ. 2014, ISSN: 0160-2896. DOI: 10.1016/j.intell.2014.05.007.
- [19] Y. Bengio, D.-H. Lee, J. Bornschein, T. Mesnard και Z. Lin, «Towards Biologically Plausible Deep Learning,» 13 Φεβ. 2015. arXiv: 1502.04156 [cs]. διεύθν.: http://arxiv.org/abs/1502.04156 (επίσκεψη 28/05/2019).
- [20] S. Billaudelle και S. Ahmad, «Porting HTM Models to the Heidelberg Neuromorphic Computing Platform,» 8 Μάι. 2015. arXiv: 1505.02142 [cs, q-bio]. διεύθν.: http://arxiv.org/abs/1505.02142 (επίσκεψη 02/06/2019).
- [21] H. Markram, E. Muller, S. Ramaswamy, M. W. Reimann, M. Abdellah, C. A. Sanchez, A. Ailamaki, L. Alonso-Nanclares, N. Antille, S. Arsever, G. A. A. Kahou, T. K. Berger, A. Bilgili, N. Buncic, A. Chalimourda, G. Chindemi, J.-D. Courcol, F. Delalondre, V. Delattre, S. Druckmann, R. Dumusc, J. Dynes, S. Eilemann, E. Gal, M. E. Gevaert, J.-P. Ghobril, A. Gidon, J. W. Graham, A. Gupta, V. Haenel, E. Hay, T. Heinis, J. B. Hernando, M. Hines, L. Kanari, D. Keller, J. Kenyon, G. Khazen, Y. Kim, J. G. King, Z. Kisvarday, P. Kumbhar, S. Lasserre, J.-V. Le Bé, B. R. C. Magalhães, A. Merchán-Pérez, J. Meystre, B. R. Morrice, J. Muller, A. Muñoz-Céspedes, S. Muralidhar, K. Muthurasa, D. Nachbaur, T. H. Newton, M. Nolte, A. Ovcharenko, J. Palacios, L. Pastor, R. Perin, R. Ranjan, I. Riachi, J.-R. Rodríguez, J. L. Riquelme, C. Rössert, K. Sfyrakis, Y. Shi, J. C. Shillcock, G. Silberberg, R. Silva, F. Tauheed, M. Telefont, M. Toledo-Rodriguez, T. Tränkler, W. Van Geit, J. V. Díaz, R. Walker, Y. Wang, S. M. Zaninetta, J. DeFelipe, S. L. Hill, I. Segev και F. Schürmann, «Reconstruction and Simulation of Neocortical Microcircuitry,» Cell, τόμ. 163, αρθμ. 2, σσ. 456–492, 8 Οκτ. 2015, ISSN: 1097-4172. DOI: 10.1016/j.cell.2015.09.029. pmid: 26451489.
- [22] K. Meier, «A Mixed-Signal Universal Neuromorphic Computing System,» στο 2015 IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM), Δεκ. 2015, σσ. 4.6.1–4.6.4. DOI: 10.1109/IEDM.2015.7409627.
- [23] A. Adamatzky, επιμελητής, Advances in Physarum Machines: Sensing and Computing with Slime Mould, Emergence, Complexity and Computation, Springer International Publishing, 2016, ISBN: 978-3-319-26661-9. διεύθν.: https://www.springer.com/gp/book/9783319266619 (επίσκεψη 29/05/2019).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[24] Y. Cui, S. Ahmad και J. Hawkins, «Continuous Online Sequence Learning with an Unsupervised Neural Network Model,» Neural Computation, τόμ. 28, αρθμ. 11, σσ. 2474–2504, 14 Σεπτ. 2016, ISSN: 0899-7667. DOI: 10.1162/NECO a 00893.

- [25] P. Haueis, «The Life of the Cortical Column: Opening the Domain of Functional Architecture of the Cortex (1955–1981),» *History and Philosophy of the Life Sciences*,  $\tau \acute{o}\mu$ . 38,  $\alpha p \acute{o}\mu$ . 3, 2016, ISSN: 0391-9714. DOI: 10.1007/s40656-016-0103-4. pmid: 27325058.
- [26] J. Hawkins και S. Ahmad, «Why Neurons Have Thousands of Synapses, a Theory of Sequence Memory in Neocortex,» *Frontiers in Neural Circuits*, τόμ. 10, 2016, ISSN: 1662-5110. DOI: 10.3389/fncir.2016.00023.
- [27] —, «Why Neurons Have Thousands of Synapses, a Theory of Sequence Memory in Neocortex,» *Frontiers in Neural Circuits*, τόμ. 10, σ. 23, 2016, ISSN: 1662-5110. DOI: 10.3389/fncir.2016.00023. διεύθν: http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fncir.2016.00023.
- [28] Y. LeCun, «Deep learning,» CERN talk, 2016,  $\delta\iota\epsilon\dot\theta\nu$ .: https://indico.cern.ch/event/510372/attachments/1245509/1840815/lecun-20160324-cern.pdf.
- [29] S. Purdy, «Encoding Data for HTM Systems,» 18 Φεβ. 2016. arXiv: 1602.05925 [cs, q-bio]. διεύθν.: http://arxiv.org/abs/1602.05925 (επίσκεψη 02/06/2019).
- [30] J. Regier, K. Pamnany, R. Giordano, R. Thomas, D. Schlegel, J. McAuliffe και Prabhat, «Learning an Astronomical Catalog of the Visible Universe through Scalable Bayesian Inference,» 10 Noé. 2016. arXiv: 1611.03404 [astro-ph, stat]. διεύθν.: http://arxiv.org/abs/1611.03404 (επίσκεψη 29/05/2019).
- [31] C. M. Vineyard και S. J. Verzi, «Overcoming the Static Learning Bottleneck the need for adaptive neural learning,» στο 2016 IEEE International Conference on Rebooting Computing (ICRC), Οκτ. 2016, σσ. 1–3. DOI: 10.1109/ICRC.2016.7738692.
- [32] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski και V. Shah, «Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing,» SIAM Review, τόμ. 59, αρθμ. 1, σσ. 65–98, 1 Ιαν. 2017, ISSN: 0036-1445. DOI: 10.1137/141000671.
- [33] K. Brading, E. Castellani και N. Teh, «Symmetry and Symmetry Breaking,» στο The Stanford Encyclopedia of Philosophy, E. N. Zalta, επιμελητής, Winter 2017, Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2017. διεύθν.: https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/symmetry-breaking/(επίσκεψη 29/05/2019).
- [34] Y. Cui, S. Ahmad και J. Hawkins, «The HTM Spatial Pooler—A Neocortical Algorithm for Online Sparse Distributed Coding,» *Frontiers in Computational Neuroscience*, τόμ. 11, 2017, ISSN: 1662-5188. DOI: 10.3389/fncom.2017.00111.
- [35] J. Hawkins, S. Ahmad και Y. Cui, «A Theory of How Columns in the Neocortex Enable Learning the Structure of the World,» *Frontiers in Neural Circuits*, τόμ. 11, 2017, ISSN: 1662-5110. DOI: 10.3389/fncir.2017.00081.
- [36] S. Sabour, N. Frosst και G. E. Hinton, «Dynamic Routing Between Capsules,» στο *Advances in Neural Information Processing Systems 30*, I. Guyon, U. V. Luxburg, S. Bengio, H. Wallach, R. Fergus, S. Vishwanathan και R. Garnett, επιμελητές, Curran Associates, Inc., 2017, σσ. 3856–3866. διεύθν.: http://papers.nips.cc/paper/6975-dynamic-routing-between-capsules.pdf (επίσκεψη 30/05/2019).
- [37] V. Losing, B. Hammer και H. Wersing, «Incremental On-Line Learning: A Review and Comparison of State of the Art Algorithms,» *Neurocomputing*, τόμ. 275, σσ. 1261–1274, 31 Ιαν. 2018, ISSN: 0925-2312. DOI: 10.1016/j.neucom.2017.06.084.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[38] O. Nachum, S. (Gu, H. Lee και S. Levine, «Data-Efficient Hierarchical Reinforcement Learning,» στο Advances in Neural Information Processing Systems 31, S. Bengio, H. Wallach, H. Larochelle, K. Grauman, N. Cesa-Bianchi και R. Garnett, επιμελητές, Curran Associates, Inc., 2018, σσ. 3303–3313. διεύθν.: http://papers.nips.cc/paper/7591 - data - efficient - hierarchical - reinforcement - learning. pdf (επίσκεψη 30/05/2019).

- [39] S. Sabour, N. Frosst και G. Hinton, «Matrix Capsules with EM Routing,» **presentedat**6th International Conference on Learning Representations, ICLR, 2018.
- [40] P. Xiong, Y. Zhu, Z. Sun, Z. Cao, M. Wang, Y. Zheng, J. Hou, T. Huang και Z. Que, «Application of Transfer Learning in Continuous Time Series for Anomaly Detection in Commercial Aircraft Flight Data,» στο 2018 IEEE International Conference on Smart Cloud (SmartCloud), Σεπτ. 2018, σσ. 13–18. DOI: 10.1109/SmartCloud. 2018. 00011.
- [41] O. Vinyals, I. Babuschkin, J. Chung, M. Mathieu και D. Silver. (2019). AlphaStar: Mastering the Real-Time Strategy Game StarCraft II, διεύθν.: https://deepmind.com/blog/alphastar-mastering-real-time-strategy-game-starcraft-ii/.
- [42] Fabuio. (2017-07-06). Pyramidal neuron, διεύθν.: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Piramidal\_cell.svg (επίσκεψη 31/05/2019).
- [43] B. Chazelle. (). Natural Algorithms and Influence Systems, διεύθν.: https://cacm.acm.org/magazines/2012/12/157889-natural-algorithms-and-influence-systems/abstract (επίσκεψη 28/05/2019).
- [44] P. Wang, «Cognitive Logic versus Mathematical Logic,»

## Παράρτημα Α΄

## Τμήματα κώδικα

### Υπολογισμός πιθανότητας σφάλματος SDR

```
N= 200 000
w = 2000
wh=30
th= 20
lazybinom(n,k) = begin
  (k==0 \mid \mid k==n) \&\& return (1,1)
  k > n-k?
    (k+1:n, 1:(n-k)):
    (n-k+1:n, 1:k)
end
reducebinom(num,den,prec=20)=
  prod(BigFloat.(num, precision=prec)) / prod(BigFloat.(den,precision=prec))
binom(n,k) = reducebinom(lazybinom(n,k)...)
ovp_set= sum( binom.(wh,th:wh) .* binom.(N-wh, wh.-(th:wh)) )
space_size= binom(N,w)
p= ovp_set / space_size
```