

# Υψηλού επιπέδου υλοποίηση των αλγορίθμων Hierarchical Temporal Memory σε Julia

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Κωνσταντίνος Σαμαράς-Τσακίρης  
Επιβλέπων καθηγητής: Νίκος Πιτσιάνης

2019-06-10

# Υψηλού επιπέδου υλοποίηση των αλγορίθμων Hierarchical Temporal Memory σε Julia

Κωνσταντίνος Σαμαράς-Τσακίρης

## Περίληψη

Παρουσιάζεται μια αλγοριθμική θεωρία της νοημοσύνης εν τη γενέσει, η **Hierarchical Temporal Memory** (HTM). Βασικοί αλγόριθμοι της θεωρίας υλοποιούνται σε υψηλού επιπέδου γλώσσα με εκφραστική περιεκτικότητα, τη Julia, για την καταπολέμηση της υψηλής **γλωσσικής πολυπλοκότητας** (δυσκολίας στην περιγραφή). Η προγραμματιστική διατύπωση των αλγορίθμων παραμένει κοντά στην πηγαία μαθηματική διατύπωση, διευκολύνοντας τη μετέπειτα ανάλυση και τον πειραματισμό με νέες αλγοριθμικές ιδέες και προεκτάσεις. Η HTM είναι βιολογικά περιορισμένη θεωρία, που αποσκοπεί καταρχήν στην εξήγηση της λειτουργίας του νεοφλοιού (εγκεφαλική δομή) και μόνο κατ'επέκτασιν σε εφαρμογές τεχνητής νοημοσύνης. Οι υλοποιήσεις σε Julia περιγράφονται αναλυτικά. Επαληθεύονται με τις υλοποιήσεις αυτές βασικές ιδιότητες των αλγορίθμων, εν είδει ελέγχου ορθότητας. Εν τέλει, προτείνονται κατευθύνσεις έρευνας στην HTM που διευκολύνονται από την παρούσα εργασία. Κορωνίδα του έργου είναι η *δημοσίευση πακέτου ανοιχτού λογισμικού* που υλοποιεί τους βασικούς αλγορίθμους HTM σε Julia.

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1	Στόχος της εργασίας . . . . .	1
1.2	Θεμελιώνοντας την έννοια της νοημοσύνης . . . . .	1
1.3	Γιατί μελετούμε την HTM; . . . . .	4
1.3.1	Φυσικοί αλγόριθμοι . . . . .	4
1.3.2	HTM ως μοντέλο του εγκεφαλικού νεοφλοιού . . . . .	5
1.4	Επιλογή της γλώσσας Julia . . . . .	6
1.4.1	Σύντομη παρουσίαση της γλώσσας Julia . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Η θεωρία HTM</b>	<b>12</b>
2.1	Το πρόβλημα της πρόβλεψης ακολουθιών . . . . .	12
2.2	Στοιχεία της Hierarchical Temporal Memory . . . . .	13
2.2.1	Μοντέλο νευρώνα . . . . .	14
2.2.2	Αραιές Διανεμημένες Αναπαραστάσεις (SDR) . . . . .	17
2.2.3	Μοντέλο δικτύου . . . . .	19
2.2.4	Κωδικοποιητές & αποκωδικοποιητές . . . . .	20
2.3	Αλγόριθμοι της Hierarchical Temporal Memory . . . . .	22
2.3.1	Χωρικός Συγκεντρωτής . . . . .	22
2.3.2	Χρονική Μνήμη . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Υλοποίηση HTM σε Julia</b>	<b>27</b>
3.1	Υλοποίηση Χωρικού Συγκεντρωτή . . . . .	27
3.1.1	Χώροι εισόδου και εξόδου . . . . .	27
3.1.2	Κατασκευή εγγύς συνάψεων . . . . .	31
3.1.3	Ενεργοποίηση Χωρικού Συγκεντρωτή . . . . .	32
3.1.4	Εκμάθηση (προσαρμογή συνάψεων) . . . . .	37
3.2	Σύνθεση στοιχείων Χωρικού Συγκεντρωτή . . . . .	39

3.2.1	Σύγκριση απόδοσης με HierarchicalTemporalMemory.jl . . . . .	43
3.3	Υλοποίηση Χρονικής Μνήμης . . . . .	44
3.3.1	Ενεργοποίηση χρονικής μνήμης . . . . .	45
3.3.2	Προσδοκία χρονικής μνήμης . . . . .	47
3.3.3	Εκμάθηση απομακρυσμένων συνάψεων . . . . .	47
3.3.4	Σχόλια για αραιούς πίνακες στη Julia . . . . .	49
3.3.5	Υπολογισμός νικητών δενδριτών και νευρώνων . . . . .	52
3.3.6	Ανάπτυξη νέων συνάψεων . . . . .	55
3.3.7	Σύνθεση του βήματος της χρονικής μνήμης . . . . .	55
3.3.8	Παράδειγμα χρήσης της χρονικής μνήμης . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Συμπεράσματα</b>	<b>61</b>
4.1	Δημοσίευση πακέτου HierarchicalTemporalMemory.jl . . . . .	61
4.1.1	Συνεισφορές στο οικοσύστημα της Julia («upstream») . . . . .	61
4.1.2	Παράδειγμα πρόβλεψης ακολουθίας . . . . .	62
4.2	Επαλήθευση βασικών ιδιοτήτων των αλγορίθμων . . . . .	63
4.2.1	Περιγραφή συνόλου δεδομένων . . . . .	63
4.2.2	Διατήρηση σημασιολογικής ομοιότητας στο χωρικό συγκεντρωτή . . . . .	63
4.2.3	Πρόβλεψη χρονοσειράς με τη χρονική μνήμη . . . . .	65
4.3	Τι αξίζει να μελετηθεί περαιτέρω; . . . . .	70
4.4	Συμπέρασμα . . . . .	71

# Κατάλογος σχημάτων

2.1	hidden markov model . . . . .	13
2.2	πυραμιδικός νευρώνας και μοντέλο νευρώνα στην HTM . . . . .	15
2.3	μονιμότητα σύναψης . . . . .	16
2.4	αποδόμηση φλοιικού επιπέδου και μικροστήλες . . . . .	19
2.5	επίπεδα σε φλοιική στήλη . . . . .	20
2.6	κυκλωματικές υλοποιήσεις μικροστηλών στο HICANN . . . . .	21
2.7	χωρικός συγκεντρωτής . . . . .	23
2.8	μνήμη ακολουθιών . . . . .	25
2.9	πρόβλεψη επόμενου στοιχείου ακολουθίας . . . . .	25
4.1	χρονοσειρά κατανάλωσης ισχύος για πείραμα πρόβλεψης . . . . .	64
4.2	μελέτη πρόβλεψης χρονοσειράς με τη χρονική μνήμη . . . . .	67
4.3	μελέτη διατήρησης ομοιότητας του χώρου εισόδου από το χωρικό συγκεν- τρωτή . . . . .	69

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

### 1.1 Στόχος της εργασίας

Σε αυτήν την εργασία παρουσιάζεται μια αλγοριθμική θεωρία της νοημοσύνης, η Hierarchical Temporal Memory (HTM). Βασικοί αλγόριθμοι της θεωρίας διατυπώνονται σε υψηλού επιπέδου γλώσσα με εκφραστική περιεκτικότητα, αποσκοπώντας στην καταπολέμηση της βασικής μορφής πολυπλοκότητας που απαντά σε αυτό το μοντέλο: τη *γλωσσική πολυπλοκότητα* [53], δηλαδή τη *δυσκολία στην περιγραφή*.

Με προγραμματιστική διατύπωση πιστή στη μαθηματική διατύπωση των αλγορίθμων, το έργο αυτό φιλοδοξεί να θεμελιώσει και να διευκολύνει την περαιτέρω μελέτη ενός συστήματος που βασίζεται σε βιολογικές αρχές, αλλά πέρα από το ενδεχόμενο νευροεπιστημονικό του ενδιαφέρον, προσφέρεται και για την αντιμετώπιση δύσκολων προβλημάτων τεχνητής νοημοσύνης. Η Hierarchical Temporal Memory βρίσκεται σε φάση ενεργούς έρευνας και ανάπτυξης. Καθώς οι αλγόριθμοι που την περιγράφουν εξελίσσονται, μια πλατφόρμα που επιτρέπει ταχύ πειραματισμό σε επεκτάσεις και εναλλακτικές ιδέες μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην περαιτέρω μελέτη της θεωρίας. Τελικό προϊόν είναι ένα ανοιχτό πακέτο λογισμικού σε γλώσσα Julia που υλοποιεί βασικούς αλγορίθμους της θεωρίας HTM.

Για την επίτευξη του κεντρικού σκοπού, η εργασία αυτή έθεσε δύο δευτερεύοντες άξονες:

- Την κατανόηση της θεωρίας HTM
- Την εξοικείωση με τη νέα γλώσσα Julia

### 1.2 Θεμελιώνοντας την έννοια της νοημοσύνης

Κάθε φυσικό σύστημα καθορίζεται από τους περιορισμούς στα σύνορά του. Ομοίως ο άνθρωπος καθορίζεται από την αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του. Στην προσπάθεια να κατανοήσουμε τον άνθρωπο, το πώς λειτουργεί, το γιατί δρα με συγκεκριμένο τρόπο, σταθμό αποτελεί η κατανόηση της συμπεριφοράς που καλούμε *νοημοσύνη*.

Η συμπεριφορά είναι παρατηρήσιμη και μας δίνει μια οπτική στην εσωτερική κατάσταση, στις κρυφές μεταβλητές ενός συστήματος, οπότε ίσως αποτελεί το σημείο όπου μπορούμε να πιάσουμε το νήμα της αναζήτησης. Είναι όμως ικανοποιητικό να χαρακτηρίσουμε τη νοημοσύνη συμπεριφορά;

Ο όρος νοημοσύνη χαίρει ευρείας ερμηνείας, ευρισκόμενος στο σταυροδρόμι πολλών επιστημονικών πεδίων, από την ψυχολογία μέχρι επιστήμη υπολογιστών [14]. Όλες μάλιστα οι πιο συγκεκριμένες ερμηνείες προσπίπτουν στο ιδιαίτερα ασαφές νόημα του όρου στην καθομιλουμένη. Ίσως μπορούμε να ξεμπλέξουμε για πρακτικούς σκοπούς αυτό το κουβάρι, παρατηρώντας ότι νοημοσύνη σίγουρα επιδεικνύουν ζωντανοί οργανισμοί ως εξελικτικό χαρακτηριστικό, ως εργαλείο στη διαρκή προσαρμογή τους στο επίσης δυναμικό τους περιβάλλον.

## Νοημοσύνη ως προσαρμογή

Η νοημοσύνη λοιπόν, ως προσαρμογή, προκύπτει από τη σχέση του οργανισμού με το περιβάλλον του. Αν ο οργανισμός προσαρμόζεται ταιριάζοντας υλικά του κατασκευάσματα στο περιβάλλον του, η νοημοσύνη επεκτείνει αυτήν τη δημιουργικότητα, επιτρέποντάς του να πειραματιστεί εικονικά. [2, σελ 3]. Ας ακολουθήσουμε όμως τη σκέψη του ψυχολόγου Jean Piaget στο ζήτημα.

Προσαρμογή είναι μια δυναμική διαδικασία αλληλεπίδρασης του οργανισμού με το περιβάλλον που περιλαμβάνει 2 στάδια: *αφομοίωση* και *συμβιβασμό*. Έστω ότι ο οργανισμός μπορεί να περιγραφεί με μια σειρά εσωτερικών μεταβλητών  $\{a, b, c\}$  και εξωτερικών στοιχείων του περιβάλλοντος  $\{x, y, z\}$ , που συνδέονται μεταξύ τους με κάποιες διαδικασίες, ορίζοντας ένα μοντέλο (schema):

$$a + x \rightarrow b$$

$$b + y \rightarrow c$$

$$c + z \rightarrow a$$

Η *αφομοίωση* συνίσταται στην ικανότητα του οργανισμού να ενσωματώνει τα στοιχεία του περιβάλλοντος στις εσωτερικές του καταστάσεις και να συνεχίζει αυτές τις διαδικασίες. Μια αλλαγή όμως στο περιβάλλον, έστω  $x \rightarrow x'$ , αποτελεί πρόκληση. Είτε ο οργανισμός δεν προσαρμόζεται, που σημαίνει ότι ο κύκλος σπάει και ο οργανισμός παύει να επιτελεί κάποια λειτουργία του, είτε προσαρμόζεται, τροποποιώντας υποχρεωτικά το μοντέλο του για να *συμβιβαστεί* με τη νέα εξωγενή πραγματικότητα ( $b \rightarrow b'$ ):

$$a + x' \rightarrow b'$$

$$b' + y \rightarrow c$$

$$c + z \rightarrow a$$

Σύμφωνα με αυτήν την περιγραφή, *προσαρμογή* είναι η ισορροπία της *αφομοίωσης* ( $a + x \rightarrow b \dots$ ) με το *συμβιβασμό* ( $x \rightarrow x' \implies b \rightarrow b'$ ).

Η προηγούμενη περιγραφή ισχύει εξίσου για τη *νοημοσύνη*. Νοημοσύνη είναι αφομοίωση, στο βαθμό που συμπεριλαμβάνει όλα τα εμπειρικά δεδομένα στη δομή της. Είναι όμως και συμβιβασμός, καθώς κατά τη διαρκή αφομοίωση αποκρίνεται στην πρόκληση των περιβαλλοντικών αλλαγών με τροποποίηση του μοντέλου που περιγράφει τον κόσμο.

Η διανοητική προσαρμογή λοιπόν, όπως κάθε προσαρμογή, συνίσταται από ένα μηχανισμό αφομοίωσης και συμπληρωματικού συμβιβασμού που διατηρούνται σε διαρκή ισορροπία. Ένα μυαλό προσαρμοσμένο στην πραγματικότητα είναι αυτό που δε δέχεται πια προκλήσεις στο νοητικό του μοντέλο για τον κόσμο, που δε χρειάζεται να τροποποιήσει περαιτέρω το μοντέλο αυτό για να εξηγήσει την εξελισσόμενη πραγματικότητα [2, σελ 5-7].

## Ένας πρακτικός ορισμός

Από το συμπεριφορικό ορισμό του Turing στο γνωστό «Turing test» μέχρι το μηχανιστικό ορισμό του Piaget, και με πολλές στάσεις ενδιάμεσα στο [Lenat 6] και στο [Minsky 5], η πρακτικότητα της έννοιας τίθεται υπό αμφισβήτηση.

Ένας άξονας του ορισμού είναι η σχέση της νοημοσύνης με τη λογική. Στο [56] ο Wang χωρίζει τα συλλογιστικά συστήματα σε 3 κατηγορίες:

- Αμιγώς αξιωματικά. Όλες οι λογικές προτάσεις προκύπτουν από τα αξιώματα, χαρακτηριστικό παράδειγμα η ευκλείδεια γεωμετρία.
- Μερικώς αξιωματικά. Η γνώση δεν επαρκεί σε όλες τις περιπτώσεις και υπάρχει μηχανισμός προσαρμογής, όπως στα ασαφή συστήματα.
- Μη αξιωματικά. Χτίζονται με βάση την υπόθεση ότι η γνώση ή οι πόροι δεν επαρκούν για οποιοδήποτε συλλογισμό.

Προτείνει λοιπόν ότι η απαίτηση νοημοσύνης ισοδυναμεί με την απαίτηση μη αξιωματικού συλλογιστικού συστήματος, λόγω της ανεπάρκειας πληροφορίας και πόρων.

Προσθέτοντας άλλο ένα έρεισμα στη συζήτηση, η νοημοσύνη συσχετίζεται άμεσα με τη δημιουργικότητα [22]. Δημιουργικότητα είναι η ικανότητα παραγωγής καινοτόμων και χρήσιμων ιδεών, επομένως συνδέεται με την τέλεση των προαναφερθέντων συμβιβασμών.

Σε αναζήτηση ενός χρήσιμου ορισμού στα πλαίσια αυτής της εργασίας, μπορούμε να στραφούμε στον ορισμό του [Wang 8]:

Νοημοσύνη είναι η ικανότητα ενός συστήματος επεξεργασίας πληροφορίας να προσαρμόζεται στο περιβάλλον του με ανεπαρκή γνώση και πόρους.

Αναφερόμαστε σε σύστημα επεξεργασίας πληροφορίας, για να μπορούμε να μελετήσουμε την εσωτερική του κατάσταση και αλληλεπίδραση με το περιβάλλον αφηρημένα, σε αντιδιαστολή με ένα πρόβλημα π.χ. ρομποτικής. Το σύστημα έχει μια γλώσσα εισόδου και εξόδου, με την οποία εκφράζονται τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος και οι δράσεις του συστήματος. Το σύστημα συνήθως έχει κάποιο σκοπό για τον οποίο παράγει δράσεις σύμφωνα με τη γνώση του, και για την επεξεργασία του δαπανά περιορισμένους πόρους.

Η προσαρμογή μπορεί να ερμηνευθεί όπως προηγουμένως, ή πιο συνοπτικά ως ότι το σύστημα μαθαίνει από τις εμπειρίες του.

Ο περιορισμός της ανεπαρκούς γνώσης και πόρων σημαίνει ότι το σύστημα υπόκειται σε αυτές τις συνθήκες:

- *Περιορισμένο ως προς τους υπολογιστικούς του πόρους*
- *Λειτουργεί σε πραγματικό χρόνο*
- *Καλύπτει όλο το πεδίο των εκφράσιμων στη γλώσσα του εισόδων και εξόδων (δεν υπάρχουν άκυρες είσοδοι/έξοδοι)*

Σύμφωνα με αυτόν τον ορισμό νοημοσύνη είναι μια ισχυρή μορφή προσαρμογής.



Οι παραπάνω περιορισμοί μας οδηγούν προς την εξέταση *συστημάτων ροής (streaming)*, με *ανθεκτικότητα σε σφάλματα* και με *απόδοση που να κλιμακώνεται με τους διαθέσιμους πόρους* — υπό την προϋπόθεση της *διαρκούς προσαρμογής σε νέες συνθήκες* του περιβάλλοντος.

Η αυλαία σηκώνεται για να παρουσιαστεί το υπό μελέτη σύστημα: **Hierarchical Temporal Memory (HTM) της Numenta**.

## 1.3 Γιατί μελετούμε την HTM;

Ο πρακτικός ορισμός της νοημοσύνης επιβάλλει περιορισμούς στο τι σύστημα θα θεωρήσουμε ότι επιδεικνύει χαρακτηριστικά νοημοσύνης. Για παράδειγμα, τα συστήματα εμπειρογνωμόνων δεν πληρούν αρκετές από τις προδιαγραφές, ενώ πολλά συστήματα νευρωνικών δικτύων επιβλεπόμενης μάθησης που βρίσκονται τώρα σε χρήση επίσης προσπίπτουν τουλάχιστον στην προδιαγραφή της διαρκούς προσαρμοστικότητας.

### 1.3.1 Φυσικοί αλγόριθμοι

Ακολουθώντας τη λογική του Chazelle [53], η επιτυχία της φυσικής του 20ου αιώνα είναι σε μεγάλο βαθμό η επιτυχία της μαθηματικής έκφρασης. Με ένα μικρό σύνολο εξισώσεων μπορούμε να περιγράψουμε τι συμβαίνει στο φυσικό κόσμο. Αυτή η διαπίστωση αν μη τι άλλο σκιαγραφεί τις αρχές που διέπουν το φυσικό κόσμο: συμμετρία και κανονικότητα, η αμβροσία της συνήθους μαθηματικής διατύπωσης. Αν αυτή η παρατήρηση ήταν καθολική, τα ίδια εργαλεία θα επαρκούσαν για να περιγράψουν όλα τα επιστημονικά πεδία.

Η βιολογία διέπεται προφανώς από τους ίδιους φυσικούς νόμους και συνίσταται στην εφαρμογή τους επανειλημμένα στο βάθος των αιώνων. Παρόλο που οι αρχές είναι οι ίδιες, φαινομενολογικά η υπόθεση εργασίας είναι αντίστροφη: κάθε φαινόμενο είναι ειδικό και ξεχωριστό, αλλοιώσιμο υπό κάθε μετασχηματισμό, εκτός από ορισμένες περιπτώσεις που μπορούν να κατηγοριοποιηθούν μαζί. Γιατί οι αρχές επιτρέπουν καταστάσεις διακλάδωσης στα στοιχειώδη συστήματα που περιγράφουν και διάσπαση της συμμετρίας [38]. Έτσι, ο αναγωγισμός δε συνεπάγεται εποικοδομητισμό [3]. Με μια κομψή έκφραση: *η ιστορία είναι ο μεγάλος διασπαστής της συμμετρίας* [53].

Δίχως την απλοποιητική επιρροή της συμμετρίας, αυτή η οπτική γωνία έχει να αντιμετωπίσει μια μορφή πολυπλοκότητας διαφορετική από αυτήν που συνήθως ορίζουμε στην επιστήμη υπολογιστών: *εκφραστική πολυπλοκότητα*. Είναι ωφέλιμο αντιστοίχως να χρησιμοποιήσουμε και διαφορετική γλώσσα για τη μελέτη αυτών των φαινομένων: *τους (φυσικούς) αλγορίθμους* [53]. Παραδείγματα φυσικών αλγορίθμων εξερευνούνται στα [19], [28]

Συνδέοντας τον πρακτικό ορισμό της νοημοσύνης και τη χρησιμότητα των αλγορίθμων για να περιγράψουν *εκφραστικά πολύπλοκα* φαινόμενα, μπορούμε να επιχειρήσουμε τη μελέτη της νοημοσύνης με μια αλγοριθμική της θεώρηση. Αυτό είναι το βασικό κίνητρο για το μοντέλο που μελετά αυτή η εργασία, τη *Hierarchical Temporal Memory (HTM)*.

### 1.3.2 HTM ως μοντέλο του εγκεφαλικού νεοφλοιού

#### Εποπτική εγκεφαλική ανατομία

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος χωρίζεται σε διακριτές δομές με διαφορές τόσο στο μορφολογικό, όσο και στο λειτουργικό επίπεδο. Ένας χρήσιμος τέτοιος διαχωρισμός συνίσταται από τα εξής τμήματα:

- Πρόσθιος/διάμεσος εγκέφαλος, που περιλαμβάνει τα εγκεφαλικά ημισφαίρια, τους θαλάμους, τους υποκάμπους κ.α.
- Παρεγκεφαλίδα, που εντοπίζεται στο πίσω μέρος του κρανίου κάτω από τα ημισφαίρια
- Εγκεφαλικό στέλεχος, που εντοπίζεται επίσης προς τα πίσω και είναι η προέκταση του νωτιαίου μυελού

Σε αυτό το σημείο αξίζει μία πολύ συνοπτική επισκόπηση των εγκεφαλικών δομών, για την καλύτερη κατανόηση της HTM.

Το εγκεφαλικό στέλεχος είναι το εξελικτικά αρχαιότερο τμήμα του εγκεφάλου και σχετίζεται με βασικές ομοιοστατικές λειτουργίες. Το μεταιχμιακό σύστημα στη βάση των ημισφαιρίων αναπτύχθηκε πριν από περίπου 250 εκατομμύρια χρόνια στα θηλαστικά και μία από τις βασικές του λειτουργίες είναι η ρύθμιση των συναισθημάτων. Αυτές οι δομές έχουν μορφολογία πυρηνική, δηλαδή τα σώματα των νευρώνων τους συγκεντρώνονται σε σφαιροειδείς δομές από τις οποίες εκτείνονται οι άξονές τους.

Η επιφάνεια των εγκεφαλικών ημισφαιρίων είναι ο εγκεφαλικός φλοιός, με το μεγαλύτερο μέρος του να αποτελεί το νεοφλοιό, όπου οι νευρώνες (τα σώματα) είναι δομημένοι σε **6 επίπεδα**, και σε μικρό μέρος τον αλλοφλοιό, που έχει 3 επίπεδα νευρώνων. Οι άξονες των νευρώνων φεύγουν από το επίπεδο του φλοιού σαν καλώδια σε πλακέτα. Ο φλοιός είναι το εξελικτικά πιο σύγχρονο τμήμα του εγκεφάλου, και ειδικά ο νεοφλοιός, που απαντά μόνο σε θηλαστικά. Εδώ εντοπίζονται λειτουργίες σχετικές με «ανώτερη συλλογιστική» και αφηρημένη σκέψη. Η παρεγκεφαλίδα επίσης έχει τη μορφή φλοιού, αλλά είναι διακριτή από τα ημισφαίρια. Σχετίζεται τουλάχιστον με τη ρύθμιση λεπτών κινήσεων. Και οι δύο αυτές δομές που οργανώνονται σε φλοιούς, αντί για πυρήνες, μοιράζονται ένα γεωμετρικό πλεονέκτημα: το μέγεθός τους μπορεί να κλιμακωθεί ευκολότερα. Αποτέλεσμα της κλιμάκωσης του μεγέθους τους είναι οι αναδιπλώσεις στην επιφάνεια του ανθρώπινου εγκεφάλου. Στον άνθρωπο ο νεοφλοιός αποτελεί περίπου τα 3/4 όλου του εγκεφάλου.

Στον τομέα της μηχανικής μάθησης εμφανίζονται 3 βασικά μοντέλα μάθησης: επιβλεπόμενη, μη επιβλεπόμενη και ενισχυτική. Υπάρχουν επιχειρήματα στη βιβλιογραφία [10] ότι 3 από τις εγκεφαλικές δομές που περιγράφηκαν εφαρμόζουν αυτά τα 3 μοντέλα αντίστοιχα: η παρεγκεφαλίδα, ο εγκεφαλικός φλοιός και τα βασικά γάγγλια.

Σημαντικά ανατομικά στοιχεία του φλοιού είναι η οργάνωση των νευρώνων (εννοώντας των σωμάτων των νευρώνων) σε επίπεδα και οι αναδρομικές συνδέσεις μεταξύ τους. Έχει επίσης παρατηρηθεί ότι η πλαστικότητα των νευρικών συνάψεων στο φλοιό ακολουθεί κανόνα Hebbian: ισχυροποιούνται όταν το προσυναπτικό ερέθισμα συσχετίζεται με μετασυναπτική δραστηριότητα και εξασθενούν αλλιώς, χτίζοντας την αιτιώδη σχέση μεταξύ προσυναπτικής και μετασυναπτικής δραστηριότητας. Διατυπώνεται έτσι η υπόθεση ότι ο φλοιός μαθαίνει με μη επιβλεπόμενο τρόπο να οργανώνει την εξωγενή και εσωτερική πραγματικότητα σε έννοιες, να δημιουργεί συμβολικές αναπαραστάσεις για μεταβλητές κατάστασης.

Με δεδομένη αυτήν τη βασική ανατομία, μπορούμε να διαπιστώσουμε τι σκοπεύει να μοντελοποιήσει η HTM.

### Στόχος της HTM

Η θεωρία της Hierarchical Temporal Memory αναπτύσσεται από την ερευνητική εταιρία Numenta, που δηλώνει το διττό της στόχο ως εξής: καταρχήν, την αλγοριθμική μοντελοποίηση της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφαλικού νεοφλοιού, και ως συνέπεια τη μελέτη των εφαρμογών της θεωρίας τούτης ως σύστημα τεχνητής νοημοσύνης. Επομένως το μοντέλο που μελετά αυτή η εργασία δεν έχει σχεδιαστεί κατά κύριο λόγο ως σύστημα τεχνητής νοημοσύνης, αλλά ως *θεωρία της λειτουργίας του ανθρώπινου εγκεφαλικού νεοφλοιού, περιορισμένη από βιολογικά δεδομένα*. Παρόλα αυτά, εδώ δε θα συζητηθεί η νευροεπιστημονική πιστότητα του μοντέλου, μονάχα οι βιολογικές αρχές στις οποίες βασίζεται.

Σύμφωνα με τα παραπάνω ανατομικά στοιχεία, μοντελοποιώντας το νεοφλοιό η HTM δεν αποτελεί πλήρες μοντέλο του ανθρώπινου εγκεφάλου. Δεν προσφέρεται για παράδειγμα για μελέτη των συναισθημάτων ή των βασικών ομοιοστατικών μηχανισμών, αλλά μόνο των «ανώτερων συλλογιστικών». Η επιλογή αυτή δεν είναι τυχαία. Χάρη στην εξελικτική του νεότητα και γεωμετρική επεκτασιμότητα, ο νεοφλοιός δεν έχει υποστεί τόσες εξελικτικές βελτιστοποιήσεις, όσο τα υπόλοιπα τμήματα του εγκεφάλου, και διατηρεί σε μεγάλο βαθμό κοινή μορφολογία σε όλη του την έκταση. Αυτή η παρατήρηση ενδεχομένως να καθιστά το πρόβλημα της διάκρισης των θεμελιωδών αρχών λειτουργίας του από τις εξελικτικές βελτιστοποιήσεις πολύ ευκολότερο, σε σχέση με άλλα τμήματα.

Ο δευτερεύων στόχος της HTM είναι αυτός με τον οποίο ασχολείται αυτή η εργασία. Συγκεκριμένα, η HTM μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη αιτιωδών ακολουθιών (πχ χρονοσειρών) και για αναγνώριση ανωμαλιών, ή γενικότερα για την αντιμετώπιση προβλημάτων πρόβλεψης ή κατηγοριοποίησης σε μη στάσιμες ροές δεδομένων. Έχει χρησιμοποιηθεί επιτυχώς ως τώρα (ως τεχνολογία βάσης κερδοσκοπικών επιχειρήσεων) για πρόβλεψη χρηματιστηριακών δεικτών και για έγκαιρη ανίχνευση ανωμαλιών σε κέντρα δεδομένων.

## 1.4 Επιλογή της γλώσσας Julia

Για την παρουσιαζόμενη υλοποίηση της HTM επιλέχθηκε η σχετικά καινούρια γλώσσα επιστημονικού προγραμματισμού Julia [37].

Προτού γίνει αυτή η επιλογή, δοκιμάστηκε η υλοποίηση της HTM σε Matlab. Όμως η Matlab αποτελεί ένα κλειστό οικοσύστημα, με λίγες προοπτικές για επαναχρησιμοποίηση και ευρύ απόηχο μιας τέτοιας δουλειάς, που εξαρχής στοχεύει στην υποβοήθηση περαιτέρω έρευνας. Η Matlab έχει μακρά ιστορία στο χώρο του επιστημονικού λογισμικού και γράφτηκε το 1984 στοχεύοντας ειδικά σε υπολογιστικούς επιστήμονες και όχι σε μηχανικούς λογισμικού. Πολλές σχεδιαστικές αποφάσεις ανακλούν αυτήν την εστίαση και δημιουργούν ένα περιβάλλον ανάπτυξης λογισμικού πιο δύσχρηστο σε σχέση με εναλλακτικές όπως η Python. Η γλώσσα διευκολύνει μεν τη χρήση γραμμικής άλγεβρας, αλλά δεν επιτρέπει συναρτησιακό προγραμματισμό, «οκνηρή αποτίμηση» (lazy evaluation), ορισμό νέων τύπων δεδομένων και πολλά ακόμα στοιχεία απαραίτητα για την επιτυχία του κεντρικού στόχου αυτής της εργασίας: την εκφραστική απλότητα. Έτσι, η πρώτη υλοποίηση σε Matlab βοήθησε στην κατανόηση των αλγορίθμων, αλλά απέτυχε στον

κεντρικό της στόχο.

Η Julia είναι ανοιχτό λογισμικό που ξεκίνησε από το JuliaLab του MIT το 2012 και αναπτύσσεται δημοσίως στο Github. Μόλις τον Αύγουστο του 2018 έφθασε στην πρώτη επίσημη έκδοσή της. Οι δημιουργοί της δηλώνουν ως κίνητρο για τη δημιουργία της την αντιμετώπιση του «προβλήματος των 2 γλωσσών» στην επιστημονική υπολογιστική: μία γλώσσα υψηλού επιπέδου, εύχρηστη αλλά όχι τόσο αποδοτική όπως η Python, χρησιμοποιείται αρχικά για την κατασκευή μιας πρωτότυπης λύσης· έπειτα το λογισμικό ξαναγράφεται σε μια πιο δύσχρονη, αλλά αποδοτική γλώσσα, ενδεχομένως κατάλληλη για HPC ή για να αξιοποιήσει παραδοσιακές υπολογιστικές συστοιχίες, όπως η C++. Αυτή η ροή εργασίας είναι σύνθετη, αργή και αναποτελεσματική, απαιτώντας διπλή προσπάθεια και, συχνά, εξειδικευμένο προσωπικό. Η Julia επιδιώκει να αποτελέσει λύση σε αυτό το πρόβλημα, συνδυάζοντας την ευχρηστία της Python και την αποδοτικότητα της C++. Αν και νέα γλώσσα, έχει ήδη χτίσει ένα πλούσιο οικοσύστημα για επιστημονικό προγραμματισμό. Συμπεριλαμβάνει προφανώς τα βασικά όπως γραμμική άλγεβρα και αραιούς πίνακες. Σε μερικά πεδία όμως, όπως η αστρονομία, οι διαφορικές εξισώσεις και τα πολύπλοκα συστήματα, προσφέρει ήδη εξίσου πλήρεις ή πληρέστερες λύσεις από πιο παραδοσιακές γλώσσες, όπως η Python.

Μια επιτυχής υλοποίηση μεγάλου επιστημονικού λογισμικού που χαίρει ευρείας διαφήμισης για τη Julia είναι η Celeste [35]. Γραμμένο σε Julia, χρησιμοποιεί παραλληλισμό κοινής και κατανεμημένης μνήμης και μπόρεσε να αξιοποιήσει 8192 επεξεργαστικούς πυρήνες στον υπερυπολογιστή NERSC Cori.

### 1.4.1 Σύντομη παρουσίαση της γλώσσας Julia

Στην πράξη, η Julia καθιστά εύχρηστο ένα μικτό προγραμματιστικό μοντέλο προστακτικού και συναρτησιακού προγραμματισμού. Η δηλωτική φύση του συναρτησιακού προγραμματισμού μένει πιστή στη μαθηματική διατύπωση της θεωρίας και αυξάνει σημαντικά την εκφραστικότητα του κώδικα, προτρέποντας την αποσύνθεση πολύπλοκων ορισμών σε απλούστερους. Απελευθερώνει δε το πρόγραμμα από την έμμεση σειριοποίηση που επιβάλλει ο προστακτικός προγραμματισμός και διευκολύνει την αναδιάταξη του κώδικα, όπως και την κλιμάκωση της εκτέλεσής του σε περισσότερους υπολογιστικούς πόρους («παραλληλοποίηση»). Ο προστακτικός προγραμματισμός οδηγεί σε ορισμένες περιπτώσεις σε πιο φυσική ή εύκολη διατύπωση της λύσης, ενώ σε άλλες λειτουργεί υπό μορφή βελτιστοποίησης.

Ο σχεδιασμός της Julia προσπαθεί να διευκολύνει τον προγραμματιστή, αν επιθυμεί να υλοποιήσει τη λύση του με τον πιο πρόχειρο τρόπο, και να του επιτρέψει να τη βελτιώσει και να την κάνει αποδοτική με περισσότερη προσπάθεια και φροντίδα. Πιστή σε αυτήν την αρχή, υιοθετεί προαιρετικό σύστημα τύπων (δε θα ήταν άστοχη η σύγκριση με typed λ-calculus).

### Σύμβολα και τιμές

Ένα πρόγραμμα Julia είναι κατά κανόνα ένα σύνολο ορισμών τύπων και τιμών. Στους τύπους και στις τιμές μπορεί να αντιστοιχηθούν ονόματα, σύμβολα. Όταν δηλώνεται

```
julia> x = 1
1
```

η τιμή 1 αντιστοιχίζεται στο σύμβολο `x`. Έτσι ο τύπος του `x` είναι ο τύπος της τιμής του:

```
julia> x|> typeof
Int64
```

```
julia> x= 1.0
1.0
```

```
julia> x|> typeof
Float64
```

Σε όλην αυτήν την παρουσίαση δε χρησιμοποιήθηκε ο όρος «μεταβλητή». Το `x` είναι απλώς ένα σύμβολο, που εδώ αντιστοιχίστηκε σε μια σταθερή, αμετάβλητη τιμή, και μετά επαναντιστοιχίστηκε σε μια διαφορετική σταθερή, αμετάβλητη τιμή.

Το `x` θα μπορούσε να αντιστοιχιστεί και σε μια όντως μεταβλητή τιμή, δηλαδή μία τιμή που επιτρέπεται να τροποποιηθεί:

```
julia> x= rand{Int8,5}
5-element Array{Int8,1}:
 31
  5
 86
- 3
 59
```

```
julia> x[5]= 0
0
```

```
julia> x
5-element Array{Int8,1}:
 31
  5
 86
- 3
  0
```

Εξίσου, η τιμή που συμβολίζει το `x` μπορεί να είναι ένας τύπος

```
julia> x= Int64
Int64
```

```
julia> x|> typeof
DataType
```

ή μια συνάρτηση

```
julia> x= (i)-> i+1
#3 (generic function with 1 method)
```

```
julia> x|> typeof
getfield(Main, Symbol("##3#4"))
```

```
julia> x(5)
6
```

## Συναρτήσεις και μέθοδοι

Ο μεταγλωττιστής εσωτερικά αποδίδει τύπο σε κάθε τιμή που απαντά στο πρόγραμμα. Ο προγραμματιστής δεν απαιτείται να συσχετίσει ευθέως σύμβολα με τύπους. Μπορεί όμως, αν θέλει, να χρησιμοποιήσει τύπους για ένα βασικό σκοπό: «πολλαπλή αποστολή» (multiple dispatch) μεθόδων συνάρτησης βάσει τύπων. Οι όροι «μέθοδος» και «συνάρτηση» σημαίνουν διαφορετικά πράγματα στη Julia. Παραπάνω ορίσαμε μία ανώνυμη συνάρτηση που υλοποιείται από μία μέθοδο. Θα μπορούσαμε όμως να ορίσουμε και συνάρτηση που να μην υλοποιείται από καμία μέθοδο:

```
julia> function myfun end
myfun (generic function with 0 methods)

julia> myfun()
ERROR: MethodError: no method matching myfun()
```

Ας προσθέσουμε 2 μεθόδους στη συνάρτηση, για να φανεί η «πολλαπλή αποστολή» κι η χρήση τύπων:

```
julia> myfun(i::Int)= print("I'm an Int")
myfun (generic function with 1 method)

julia> myfun(3)
I'm an Int

julia> myfun(i::Float64)= print("I'm a Double!")
myfun (generic function with 2 methods)

julia> myfun(3.0)
I'm a Double!

julia> myfun(3)
I'm an Int

julia> myfun()
ERROR: MethodError: no method matching myfun()
```

Μέθοδος λοιπόν είναι ο συνδυασμός μίας συνάρτησης και μιας πλειάδας (tuple) ορισμάτων. Αυτή η σχεδίαση επιτρέπει έναν πολυμορφισμό συγκρίσιμο με της C++.

## Σύνθετοι τύποι και παράμετροι

Είναι συχνό να θέλουμε να εκφράσουμε τιμές που συντίθενται από απλούστερες τιμές. Όπως το «struct» σε άλλες γλώσσες, έτσι και στη Julia μπορούμε να δημιουργήσουμε

σύνθετους τύπους για να περιγράψουμε τέτοιες τιμές με τη λέξη-κλειδί `struct`:

```
julia> struct Point
    x::Int
    y::Int
end

julia> Point(2,3)|> typeof
Point

julia> Point(2,3).x
2
```

Για κάθε ονοματισμένο τύπο αυτόματα δηλώνεται και μία συνάρτηση με το ίδιο όνομα και μία μέθοδο, που παίρνει τόσα ορίσματα όσα τα στοιχεία του τύπου και αντιστοιχίζει με τη σειρά τις τιμές τους στην τιμή του σύνθετου τύπου που δημιουργεί.

Ο ορισμός του τύπου `Point` παραπάνω όμως μας περιορίζει στις 2 διαστάσεις. Πώς θα ορίζαμε έναν τύπο `Point N` διαστάσεων; Με παράμετρο τύπου:

```
julia> struct Point{N}
    coords::NTuple{N,Int}
end

julia> Point((3,4,5))
Point{3}((3, 4, 5))
```

Οι παράμετροι τύπου ορίζουν μία παραπάνω τιμή που είναι διαθέσιμη για χρήση στο πλαίσιο ορισμού της (ορισμός συνάρτησης ή τύπου).<sup>1</sup> Έχει όμως τη βασική διαφορά με άλλες τιμές να είναι προσπελάσιμη τη στιγμή της μεταγλώττισης. Έτσι, μπορεί να συμμετέχει στην περιγραφή του ίδιου του τύπου. Παραπάνω, ο τύπος `Point{3}` είναι διαφορετικός από πχ `Point{4}`.

Θα μπορούσαμε να κάνουμε το `N`-διάστατο τύπο `Point` πολύ πιο εύχρηστο, ορίζοντας περισσότερες συναρτήσεις, αλλά αυτό θα μας απασχολήσει αργότερα.

## Unicode στον κώδικα

Ένα ακόμα βοηθητικό στοιχείο της γλώσσας είναι η χρήση γλύφων Unicode (UTF-8) στον κώδικα. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους περισσότερους γλύφους Unicode στα ονόματα συμβόλων. Κάποιοι επιτρέπονται στα σύμβολα οποιασδήποτε τιμής (χαρακτηριστικά, όσους δείκτες ή εκθέτες προσδιορίζονται στη Unicode, που, δυστυχώς, δεν είναι το σύνολο) και κάποιοι άλλοι ορίζουν υποχρεωτικά τελεστές:

```
julia> c*= 5
5

julia> Θ(a,b)= a-b > 0 ? a-b : 0
Θ (generic function with 1 method)
```

<sup>1</sup>Προς αποφυγή σύγχυσης, οι «παράμετροι τύπου» δε χρησιμοποιούνται μόνο κατά τον ορισμό σύνθετων τύπων, αλλά και στον ορισμό μεθόδων συναρτήσεων.

```
julia> 3 ⊖ ^x  
0
```

```
julia> ^x ⊖ 3  
2
```

Η δυνατότητα αυτή θα διευκολύνει τη διατύπωση μαθηματικών ορισμών.

Ο αναγνώστης θα κρίνει ο ίδιος την αποτελεσματικότητα των παραπάνω στον κορμό της εργασίας, όπου θα έρθει σε επαφή με αυτό το ιδίωμα γραφής.



## Κεφάλαιο 2

# Η θεωρία HTM

### 2.1 Το πρόβλημα της πρόβλεψης ακολουθιών

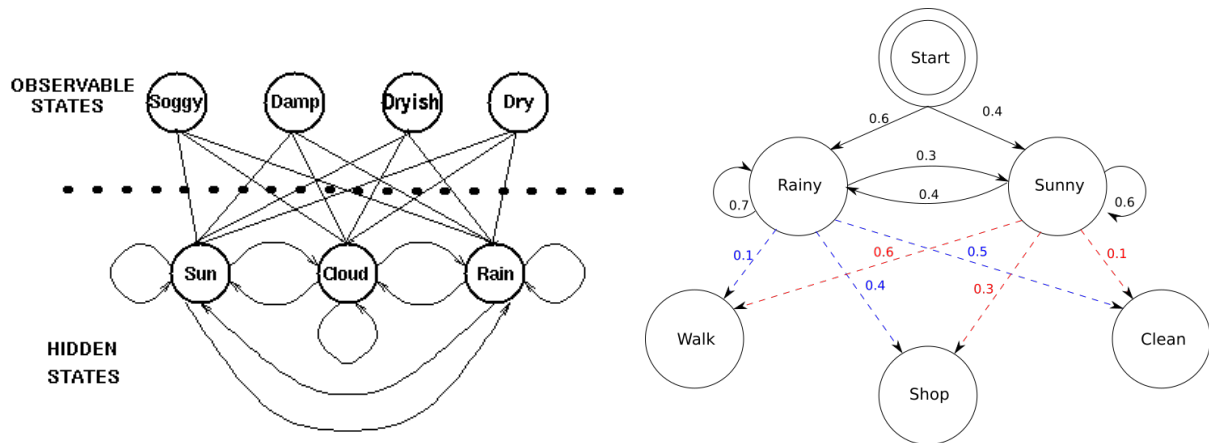
Τα σύνορα της τεχνητής νοημοσύνης εκτείνονται πέρα από το παραδοσιακό πρόβλημα της εκμάθησης ενός στατικού συνόλου δεδομένων με επιβλεπόμενες μεθόδους, όπως γίνεται σε πολλές σύγχρονες εφαρμογές [33]. Η τεχνητή νοημοσύνη καλείται σήμερα να αξιοποιήσει τις καταιγιστικές ροές δεδομένων που παρέχει το (ανθρωπογενές και μη) περιβάλλον, σε πραγματικό χρόνο, και δίχως την πολυτέλεια της προσήμανσης που απαιτεί η επιβλεπόμενη μάθηση — εφαρμογές Internet of Things που απαιτούν δυναμική αλληλεπίδραση με το περιβάλλον τους έρχονται στο μυαλό [1].

Επομένως, καλούμαστε να μοντελοποιήσουμε έναν κόσμο που αλλάζει [36]. Το μοντέλο οφείλει ή να είναι γενικότερο από όλες τις δυνατές μεταβολές του κόσμου ή να αλλάζει μαζί του. Η έννοια της ροής δεδομένων που αναφέρθηκε υπονοεί την έννοια του χρόνου, της αλληλουχίας, που επιτρέπει στο μοντέλο να αντλήσει πληροφορία από την αιτιώδη σχέση. Την ερμηνεία του κόσμου με τη βοήθεια της συνεπαγωγής και της αναγνώρισης απαιτήσεων και συνεπειών.

Ορίζεται έτσι το πρόβλημα της εκμάθησης και πρόβλεψης ακολουθιών. Δηλαδή, ο πράκτορας που παρακολουθεί μια αλληλουχία δεδομένων (γεγονότων) καλείται να προβλέψει τη συνέχεια και να δράσει έτσι, ώστε βέλτιστα να ανταμειφθεί. Η ανταμοιβή, το κίνητρο και γενικότερα ο στόχος έχουν τεθεί από εξωτερικό παράγοντα και βρίσκονται εκτός του πλαισίου του προβλήματος. Άμεση εφαρμογή της πρόβλεψης είναι και η αναγνώριση ανωμαλιών.

Η εκμάθηση ακολουθιών είναι κλασικό πρόβλημα, για το οποίο έχουν αναπτυχθεί κλασικές λύσεις. Κυριότερο και ευρύτερα διαδεδομένο είδος μοντέλων, ειδικά πριν τη σύγχρονη επάνοδο των νευρωνικών δικτύων, είναι τα Hidden Markov Models (2.1). Από το πεδίο των κλασικών νευρωνικών δικτύων προσφέρεται η λύση των νευρωνικών δικτύων χρονικής καθυστέρησης (TDNN). Η ουσιαστική συνεισφορά των κλασικών νευρωνικών δικτύων επιτυγχάνεται όμως με τα ανάδρομα δίκτυα (RNN), που γενίκευσαν τις παλαιότερες προσθιοδρομικές (feedforward) αρχιτεκτονικές ακριβώς για να μπορούν να αντιμετωπίσουν εγγενώς προβλήματα ακολουθιών. Ιδιαίτερης μνείας χρήζει η δομή «μακράς βραχυπρόθεσμης μνήμης» (LSTM). Από το 2015 έχει χρησιμοποιηθεί με επιτυχία σε ποικίλες εφαρμογές πολύ πιο σύνθετες από την εισαγωγή που παρουσιάζεται εδώ, όπως ως τεχνητή νοημοσύνη που παίζει το παιχνίδι StarCraft 2 [AlphaStar 51].

Σε αυτόν το χώρο λύσεων υπάρχουν παρόλα αυτά σημεία για βελτίωση. Οι περισσότερες εφαρμογές, συμπεριλαμβανομένου του AlphaStar, βασίζονται σε επιβλεπόμενη και ενισχυ-



Σχήμα 2.1: Hidden Markov Model

τική μάθηση, αφήνοντας ευρύ πεδίο εξερεύνησης για μη επιβλεπόμενα μοντέλα. Καθώς ο όγκος των ροών δεδομένων αυξάνεται εκθετικά [43], παρατηρείται αυξανόμενη ζήτηση για αλγορίθμους που προσαρμόζονται γρήγορα στις εξελισσόμενες στατιστικές των δεδομένων τους (συνεχής μάθηση), έχοντας πρόσβαση μόνο σε μικρό χρονικό παράθυρο πληροφορίας. Στην προσπάθεια αυτή αναπτύσσονται ενεργά τεχνικές για βελτίωση της αποδοτικότητας δειγμάτων της μάθησης [όπως 44], ή για παράκαμψη του προβλήματος, όπως η μεταφορική μάθηση (transfer learning) [46].

Στην ανάλυση των διαφόρων τρόπων ορισμού της τεχνητής νοημοσύνης, ο Wang [16] αναγνωρίζει τη μέθοδο «από τη δομή» για την έρευνα σε συστήματα που εμπνέονται ή μιμούνται το βασικό παράδειγμα ευφυούς συστήματος που επιλύει διαρκώς το παραπάνω πρόβλημα: τον εγκέφαλο, και ειδικά το φλοιό. Παρατηρείται μια τάση στο χώρο των τεχνητών νευρωνικών δικτύων ανασκόπησης της επαφής τους με τη βιολογική πραγματικότητα τα τελευταία χρόνια, όπως στο [23]. Το πιο ηχηρό παράδειγμα είναι ο μηχανισμός κάψουλας που πρότειναν ο Hinton και συνεργάτες [42], [45].

Σε αυτό λοιπόν το πλαίσιο, η μελέτη της HTM κρίνεται ιδιαίτερα καίρια.

## 2.2 Στοιχεία της Hierarchical Temporal Memory

Παρακάτω θα αναφερθούμε πάλι σε στοιχεία νευροεπιστήμης. Καθώς ο σκοπός της περιγραφής είναι η κατανόηση των αλγορίθμων HTM, πρέπει να γίνει αποδεκτή μια παρέκκλιση από την αυστηρότητα, χάριν απλότητας. Σε ό,τι βιολογικό στοιχείο αναφερθεί, ο αναγνώστης ας έχει υπόψιν ότι η πραγματικότητα είναι πάντα πιο πολύπλοκη και ότι εδώ παρουσιάζονται *χρήσιμες προσεγγίσεις*.

Η κεντρική θέση στην οποία βασίζεται η Hierarchical Temporal Memory τμηματοποιεί τον εγκεφαλικό φλοιό σε ένα ψηφιδωτό βασικών μονάδων επεξεργασίας, των «**φλοιικών στηλών**» (**cortical columns**), που έχουν την ίδια δομή καθεμία και εκτελούν τους **ίδιους αλγορίθμους, αλλά σε διαφορετικά δεδομένα**. Η ιδέα αυτή έχει μακρά ιστορία στη νευροεπιστήμη, με μια συγκεντρωτική επισκόπηση από Defelipe, Markram κ.ά [17] να την οριοθετεί και να παρουσιάζει την ευρεία χρήση και κακομεταχείριση του όρου. Για παράδειγμα, η εισαγωγική πρόταση περί «ψηφιδωτού» παραπάνω πρέπει να αντιμετωπιστεί μόνο ως πρώτη προσέγγιση, γιατί οι στήλες δε φέρονται να έχουν γεωμετρικά σαφή σύνορα μεταξύ τους, αλλά διάχυτες ζώνες μετάβασης. Πρεσβευτής και βασικός

αποκρυσταλλωτής της ιδέας είναι ο Mountcastle [9], με την ιδέα να χαίρει τόσο αποδοχής [30], όσο και κριτικής ως προς τη χρησιμότητά της [13]. Παρόλα αυτά, εδώ θα την υιοθετήσουμε. Έτσι, ο εγκεφαλικός φλοιός αποδομείται σε πλειάδα μονάδων επεξεργασίας κοινής αρχής, και οι αλγόριθμοι που θα παρουσιαστούν περιγράφουν τη λειτουργία της μονάδας.

Η φλοιική στήλη είναι λοιπόν ένας **πληθυσμός νευρώνων με κοινή συνδεσμολογία**: λαμβάνουν το σήμα εισόδου από κοινές πηγές και στέλνουν το σήμα εξόδου σε κοινούς παραλήπτες. Συχνά, τέτοιοι παραλήπτες είναι άλλες φλοιικές στήλες. Συντάσσονται έτσι επεξεργαστικές **ιεραρχίες**, με τα πρώτα στάδια της ιεραρχίας να δημιουργούν απλούστερα μοντέλα για τον κόσμο από τα μετέπειτα (κυρίως γιατί τα μετέπειτα συγκεντρώνουν περισσότερη πληροφορία).

Οι νευρώνες στους οποίους αναφερόμαστε παραπάνω, οι πυραμιδικοί νευρώνες, βρίσκονται κάθε στιγμή σε 1 από 2 καταστάσεις: ενεργοί ή ανενεργοί. Η ενεργοποίησή τους («δυναμικό δράσης») ερεθίζει άλλους νευρώνες με τους οποίους συνδέονται και μπορεί να τους οδηγήσει σε ενεργοποίηση. Μπορούμε λοιπόν να περιγράψουμε την κατάσταση του φλοιού κάθε στιγμή ως το σύνολο των νευρώνων που είναι ενεργοί. Προκύπτει ότι το σύνολο αυτό είναι πολύ μικρό ποσοστό του συνολικού νευρικού πληθυσμού, δηλαδή η ενεργοποίηση είναι **αραιή**, περίπου 2%. Σημειώνεται ότι οι πυραμιδικοί νευρώνες είναι η μειοψηφία των νευρώνων στο φλοιό. Το βασικό κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι στέλνουν τους άξονές τους μέσω της λευκής ύλης σε μακρινούς προορισμούς, για το οποίο και ονομάζονται κύριοι νευρώνες. Περισσότεροι είναι οι διάμεσοι νευρώνες (interneurons), των οποίων οι άξονες παραμένουν σε μικρή εμβέλεια, και θεωρείται ότι συμμετέχουν σε τοπικά κυκλώματα που εν τέλει ρυθμίζουν την ενεργοποίηση των κυρίων νευρώνων [15].

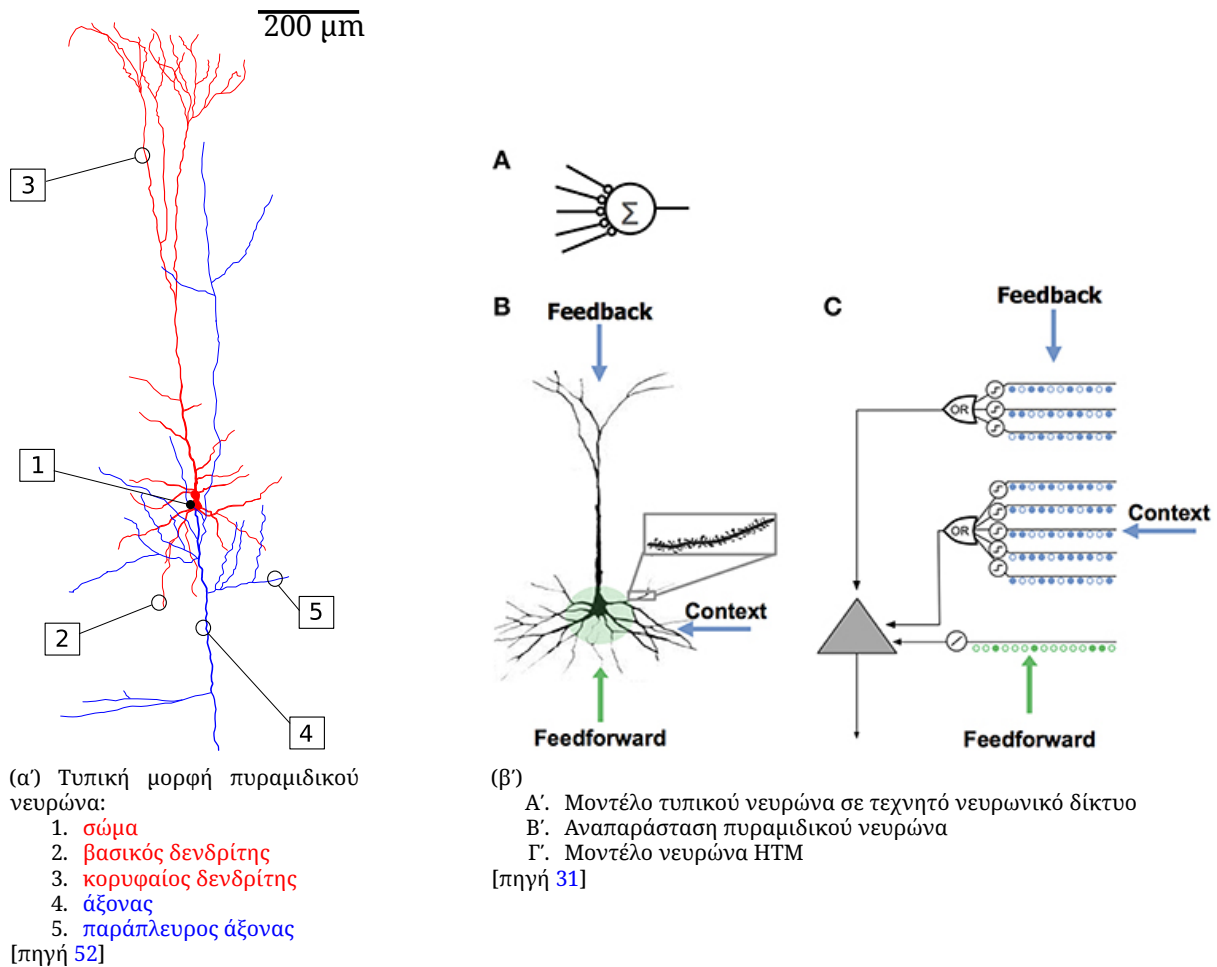
Το μοτίβο ενεργοποίησης ενός πληθυσμού νευρώνων της ίδιας στήλης αποτελεί στο πλαίσιο της θεωρίας HTM τη δομή δεδομένων του εγκεφάλου και ονομάζεται **αραιή διανεμημένη αναπαράσταση (SDR)**. Τα SDR αναλύονται στην ενότητα 2.2.2. Κάθε αίσθηση στέλνει SDR στις στήλες που την επεξεργάζονται· κάθε στήλη στέλνει SDR στους μύες ή σε άλλες στήλες ως έξοδο. Η είσοδος σε ένα μοντέλο HTM πρέπει επομένως να μεταφράζει τη φυσική ποσότητα που θέλουμε να επεξεργαστούμε σε SDR, με τη διαδικασία να ονομάζεται **κωδικοποίηση**. Αντίστοιχα, η ερμηνεία ενός SDR εξόδου ονομάζεται **αποκωδικοποίηση**.

Από τους κοινούς αλγορίθμους που υλοποιεί κάθε φλοιική στήλη, η HTM αυτή τη στιγμή περιγράφει 2: τη **χωρική συγκέντρωση** και τη **χρονική μνήμη**. Η χρονική συγκέντρωση είναι επίσης διαδικασία που υποτίθεται, αλλά δεν έχει περιγραφεί επαρκώς και αποτελεί βασικό σημείο για περαιτέρω μελέτη.

### 2.2.1 Μοντέλο νευρώνα

#### Νευρώνες

Στον ανθρώπινο εγκέφαλο υπάρχουν πολλά είδη νευρώνων, που διαφέρουν στη μορφολογία, στις ηλεκτρικές και χημικές τους ιδιότητες [26]. Η μόνη κατηγορία νευρώνα στην οποία βασίζεται το νευρικό μοντέλο της HTM είναι οι πυραμιδικοί νευρώνες 2.2 (το αποτέλεσμα της συμπεριφοράς άλλων νευρώνων συμπεριλαμβάνεται έμμεσα στη λογική των αλγορίθμων). Ο πυραμιδικός νευρώνας είναι ένα σύνθετο στοιχείο, με πολλούς χώρους και διανεμημένες λειτουργίες, που υλοποιούν τις λογικές πράξεις της άθροισης, του πολλαπλασιασμού, της χωρικής και χρονικής ολοκλήρωσης ταυτόχρονα και παράλληλα σε διαφορετικές ομάδες εισόδων. Η κεντρική δομή του νευρώνα, το σώμα, δέχεται ερεθίσματα από άλλους νευρώνες. Αρκετά τέτοια ερεθίσματα σε σύντομο χρονικό διάστημα



Σχήμα 2.2: πυραμιδικός νευρώνας και μοντέλο νευρώνα στην HTM

είναι ικανά να ενεργοποιήσουν το νευρώνα. Οι πηγές των σημάτων που ο νευρώνας λαμβάνει στο σώμα του ονομάζονται υποδεκτικό πεδίο (receptive field) του νευρώνα. Από το σώμα φυτρώνουν οι εγγύς δενδρίτες. Ο ερεθισμός τους δεν είναι ικανός συνήθως να ενεργοποιήσει το νευρώνα, αρκεί όμως για να τον θέσει σε κατάσταση «επιφυλακής» (αποπολωμένος/προβλεπτικός), διευκολύνοντας τη μετέπειτα ενεργοποίησή του από σωματικά ερεθίσματα. Ομοίως και για τον ερεθισμό απομακρυσμένων ή κορυφαίων δενδριτών κατά μήκος του άξονα.

Στο πλαίσιο της HTM, νευρώνα ονομάζουμε μια δομή που δέχεται ερεθίσματα στους δενδρίτες της και τροποποιεί την τρισταθή της κατάσταση με βάση αυτά. Η κατάσταση μπορεί να είναι *ανενεργή*, *αποπολωμένη* (αλλιώς *προβλεπτική*) ή *ενεργή*. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2β', ο νευρώνας HTM έχει 3 πύλες εισόδου. Ερεθίσματα στην προσθιοδρομική (feedforward) είσοδο προσμετρώνται και, αν ξεπεράσουν ένα κατώφλι, ο νευρώνας μεταβαίνει στην ενεργή κατάσταση. Ερεθίσματα στην είσοδο συμφραζομένων (context) είναι ικανά να προκαλέσουν αποπόλωση σε ανενεργό νευρώνα, αλλά όχι να τον ενεργοποιήσουν. Ομοίως και στην αναδρομική (feedback) είσοδο. Προσμοιώνονται έτσι μερικές συμπεριφορές του βιολογικού πυραμιδικού νευρώνα. Σε αντιπαράβολή, ο νευρώνας ενός κλασικού τεχνητού νευρωνικού δικτύου δεν έχει διακριτά λειτουργικά τμήματα. Αθροίζει μαζί όλα τα ερεθίσματα που λαμβάνει στη μία είσοδό του.

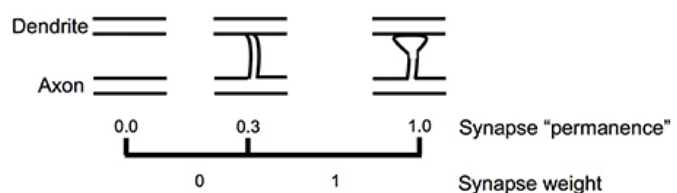
## Συνάψεις

Η δομή που μεταφέρει σήματα μεταξύ νευρώνων ονομάζεται *σύναψη* και είναι κατά κανόνα **μονόδρομη**. Συνάψεις σχηματίζονται στο σημείο επαφής δύο νευρώνων, του προσυναπτικού και του μετασυναπτικού, συνήθως από τον άξονα του προσυναπτικού σε δενδρίτη ή στο σώμα του μετασυναπτικού. Στο φλοιό οι συνάψεις είναι χημικής φύσεως, όχι ηλεκτρικής. Όταν το δυναμικό δράσης του προσυναπτικού νευρώνα φθάσει σε σύναψη, προκαλεί την απελευθέρωση νευροδιαβιβαστών στον εξωκυττάριο χώρο, προς την κατεύθυνση του μετασυναπτικού νευρώνα. Ο μετασυναπτικός νευρώνας φέρει υποδοχείς που ανιχνεύουν την παρουσία νευροδιαβιβαστών και συμμετέχουν στην αποπόλωση ή υπερπόλωση του νευρώνα τους. Αυτός ο μηχανισμός εγγυάται τη μονόδρομη μεταγωγή σήματος δια μέσου της σύναψης. Εν τω βάθει ανάλυση του αντικειμένου παρουσιάζεται στο [18].

Οι συνάψεις χωρίζονται σε 2 κατηγορίες: διεγερτικές και ανασταλτικές. Η ενεργοποίηση μιας διεγερτικής σύναψης καθιστά πιο πιθανή την πρόκληση δυναμικού δράσης στο μετασυναπτικό νευρώνα, ενώ η ενεργοποίηση ανασταλτικής σύναψης την καθιστά λιγότερο πιθανή. Ένας τύπος προσυναπτικού νευρώνα δημιουργεί έναν τύπο συνάψεων: οι πυραμιδικοί δημιουργούν διεγερτικές και οι περισσότεροι διάμεσοι νευρώνες ανασταλτικές. Ο ίδιος νευρώνας όμως δέχεται σήματα και από διεγερτικές και ανασταλτικές συνάψεις, που ανταγωνίζονται μεταξύ τους. Οι διεγερτικές συνάψεις φέρουν συγκεκριμένους νευροδιαβιβαστές, με πιο συχνό το γλουταμικό. Οι ανασταλτικές χρησιμοποιούν διαφορετικούς, όπως το GABA.

Συνάψεις υπάρχουν σε όλες τις ζώνες ερεθισμού που αναφέρθηκαν: στο σώμα, στους εγγύς και κορυφαίους δενδρίτες. Οι συνάψεις είναι επίσης ο στόχος των μηχανισμών μάθησης/προσαρμογής. Χαρακτηρίζονται από μία μεταβλητή, ένα μέγεθος, που προσαρμόζεται με κανόνες που εμπίπτουν στον όρο «Hebbian learning», συγκεκριμένα, «πλαστικότητα εξαρτώμενη από το χρονισμό των ερεθισμάτων» (spike timing-dependent plasticity, STDP) [11]. Στο πλαίσιο της HTM όμως το μέγεθος **δε συνεπάγεται συναπτικό βάρος**: οι συνάψεις είναι συνδεδεμένες ή αποσυνδεδεμένες. Μια σύναψη με πολύ μικρό μέγεθος θεωρείται αποσυνδεδεμένη και δε μετράει καθόλου ερεθίσματα. Καθώς μεγαλώνει, εφόσον περάσει ένα κατώφλι γίνεται συνδεδεμένη και μετράει ερεθίσματα. Το μέγεθος δηλαδή της σύναψης κρίνει πόσο εύκολα η σύναψη θα συνδεθεί ή αποσυνδεθεί, και γι' αυτό ονομάζεται **μονιμότητα**.

Ένας πυραμιδικός νευρώνας μπορεί να έχει χιλιάδες συνάψεις. Ελάχιστες από αυτές βρίσκονται κοντά στο σώμα και, όπως προαναφέρθηκε, μπορούν να τον ενεργοποιήσουν. Οι υπόλοιπες βρίσκονται στους δενδρίτες και, μεμονωμένα, έχουν πολύ μικρή επίδραση στο σώμα. Οι δενδρίτες όμως προκύπτει ότι παίζουν ρόλο



Σχήμα 2.3: Μονιμότητα σύναψης

σύνθετων επεξεργαστικών στοιχείων. Αν ενεργοποιηθούν *περισσότερες από 8-20 συνάψεις* σε μικρό χρόνο στον ίδιο δενδρίτη, τότε ο δενδρίτης ενεργοποιείται και δημιουργεί ένα δυναμικό που προκαλεί την αποπόλωση όλου του νευρώνα [31]. Καθώς ο δενδρίτης ενεργοποιείται μόνο αν συμπέσει χρονικά και χωρικά η ενεργοποίηση πολλών συνάψεων, λειτουργεί ουσιαστικά ως «**ανιχνευτής συμπτώσεων**» (coincidence detector).

Ας εξετάσουμε γιατί αρμόζει αυτός ο όρος, μελετώντας τα μοτίβα που ενεργοποιούν τους δενδρίτες στην επόμενη ενότητα.



### 2.2.2 Αραιές Διανεμημένες Αναπαραστάσεις (SDR)

Με βάση την παρατήρηση της αραιής ενεργοποίησης των νευρώνων στον εγκέφαλο σχεδιάζουμε ένα μεγάλο, αραιό, δυαδικό διάνυσμα που αναπαριστά την κατάσταση ενεργοποίησης κάθε νευρώνα της περιοχής που μελετούμε. Ουσιαστικά, αυτά τα αραιά διανύσματα αποτελούν τη «δομή δεδομένων» [7], [32] του εγκεφάλου.

Αναφέρθηκε στην 2.2.1 ότι οι δενδρίτες λειτουργούν ως ανιχνευτές συγκεκριμένων μοτίβων ενεργοποίησης. Πώς όμως αρκούν 8-20 συνάψεις για να διακρίνουν συγκεκριμένα μοτίβα μέσα σε μεγάλους νευρικούς πληθυσμούς; Το κλειδί είναι η αραιή ενεργοποίηση.

Έστω ένας πληθυσμός 200K νευρώνων, όπου ενεργοί είναι το 1%, και ένας δενδρίτης που απαιτεί 10 ερεθίσματα για να ενεργοποιηθεί. Αν τυγχάνει να έχει συνδεδεμένες συνάψεις σε 10 από τους 2000 ενεργούς νευρώνες, ενεργοποιείται. Το «μοτίβο» εν προκειμένω είναι το σύνολο των συγκεκριμένων 2000 νευρώνων που ενεργοποιήθηκαν. Προφανώς, αφού έχει συνάψεις μόνο με 10/2000 ενεργούς νευρώνες, ο δενδρίτης θα μπορούσε να ενεργοποιηθεί κατά λάθος και σε πολλά διαφορετικά μοτίβα, που τυχαίνει να μοιράζονται τους ίδιους 10 νευρώνες με το αρχικό. Πόση είναι η πιθανότητα ενός τέτοιου σφάλματος;  $9.8 \times 10^{-21}$ .

Παρακάτω θα μελετήσουμε τις ιδιότητες των SDR για να διαπιστωθεί πώς προκύπτει αυτό το αποτέλεσμα.

#### Ορισμοί SDR

Έστω N-bit SDR  $s = 0, 1^N$ . Ο αριθμός των μονάδων στο  $s$   $w = \text{count}(s)$  ονομάζεται πληθάριας. Η χωρητικότητα SDR με μέγεθος N και πληθάριας w είναι το πλήθος των διαφορετικών SDR με αυτή τη μορφή, δηλαδή οι συνδυασμοί των N ανά w:

$$\text{χωρητικότητα}(N, w) = \binom{N}{w} = \frac{N!}{w!(N-w)!}$$

Έστω 2 SDR A, B μήκους N. Ορίζουμε:

Union	$A B$
Overlap	$A \& B$
Overlap score	$\ A \& B\ $
Overlap set( $\theta$ )	$\{K \text{ όπου } \ A \& K\  > \theta\}$
Ταιριάζουν( $\theta$ )	$A \text{ ταιριάζει}_{\theta} B \iff A, B \in \text{ίδιο overlap set}(\theta)$

#### Ταύτιση SDR και θόρυβος

Ας μελετήσουμε τον ορισμό ότι δύο SDR A με πληθάριας w και B *ταιριάζουν*. Έστω  $B := A + 30\%$  θόρυβος τυχαίας αναστροφής bit. Τότε το προσδοκώμενο overlap score A, B θα είναι  $70\%w$ . Αν  $\theta := 70\%w$ , τα A, B προσδοκείται να ταιριάζουν.

Το παράδειγμα αυτό μπορεί να εστιαστεί για την περίπτωση της ενότητας 2.2.2. Έστω A το SDR της ενεργοποίησης των 200K νευρώνων με  $w=2000$  ενεργούς, και ο δενδρίτης που έχει συνάψεις με 30 από τους ενεργούς. Υπό την οπτική του δενδρίτη έχουμε το SDR  $\hat{A}$  με μέγεθος 200K και  $\hat{w} = 30$ , γιατί οι υπόλοιποι ενεργοί νευρώνες δεν τον ερεθίζουν. Αν

το όριο ενεργοποίησης του δενδρίτη είναι  $\theta=20$ , τότε ακόμα και με 30% θόρυβο τυχαίας αναστροφής bit στον πληθυσμό των 200K νευρώνων αναμένουμε ο δενδρίτης να δεχθεί  $\hat{w}_n = 70\% \hat{w} = 21 > \theta$  ερεθίσματα και επομένως να ενεργοποιηθεί, παρόλο το θόρυβο.

Θεωρήσαμε ότι το δεύτερο SDR είναι αποτέλεσμα θορύβου στο πρώτο κι επομένως ήταν θεμιτό ο δενδρίτης να τα ταυτίσει. Πόση όμως είναι η πιθανότητα να ενεργοποιηθεί ο ίδιος δενδρίτης από ένα διαφορετικό, τυχαίο SDR με πληθάρημο  $\hat{w}$  που δεν προκύπτει από το αρχικό; Σε αυτήν την περίπτωση η ενεργοποίηση θα ταύτιζε ψευδώς το τυχαίο SDR με το πρώτο. Η πιθανότητα ψευδούς ταύτισης είναι <sup>1</sup>:

$$p_{fp} = \frac{\|overlap\_set(\theta)\|}{χωρητικότητα(N, w)} = \frac{\sum_{b=\theta}^{\hat{w}} \binom{\hat{w}}{b} \binom{N-\hat{w}}{\hat{w}-b}}{\binom{N}{w}} = \frac{8e53}{1e4862} = 5e-4809 \quad (2.1)$$

Εν προκειμένω, η μικροσκοπική πιθανότητα σφάλματος οφείλεται κυρίως στο γιγαντιαίο μέτρο του χώρου (N,w). Η πιθανότητα τυχαίας σύγκρουσης θα ήταν όμως αμελητέα και σε πολύ μικρότερο χώρο.

Καταδεικνύεται έτσι ότι η αναγνώριση SDR είναι μια διαδικασία *ανθεκτική στο θόρυβο*. Επίσης, αναφαίνεται μια *σχεδιαστική ελευθερία* που προσδίδει η χρήση SDR στο σύστημα: ανταλλαγή μεγέθους με ευρωστία στο θόρυβο.

### Ταχεία ανάκληση SDR και παράλληλα ενδεχόμενα

Έστω ότι παρατηρούμε μια ακολουθία από SDR  $\{s_t\}$ . Κάποια χρονική στιγμή  $t_0$  ρωτούμε αν έχουμε δει στη μέχρι τώρα ακολουθία  $\{s_{0..t_0}\}$  το SDR Q. Πώς μπορούμε να απαντήσουμε γρήγορα σε αυτό το ερώτημα;

Εφόσον γίνεται δεκτή μια πιθανότητα σφάλματος, που μπορεί να προσδιοριστεί ως προς τα μεγέθη και τον πληθάρημο των SDR όπως παραπάνω, δε χρειάζεται να έχουμε αποθηκεύσει όλη την ακολουθία  $\{s_{0..t_0}\}$  και να συγκρίνουμε κάθε στοιχείο με το Q. Αντίθετα, διατηρούμε μόνο την ένωση U των SDR που έχουν προηγηθεί και συγκρίνουμε το Q με το U.

Κάθε χρονική στιγμή,

$$U_t = U_{t-1} | s_t$$

όπου |: δυαδικό OR

Προφανώς,

$$\begin{aligned} B \text{ ταιριάζει}_{\theta} s_i &\implies B \text{ ταιριάζει}_{\theta} U \\ B \text{ ταιριάζει}_{\theta} U &\not\Rightarrow \exists i : B \text{ ταιριάζει}_{\theta} s_i \end{aligned}$$

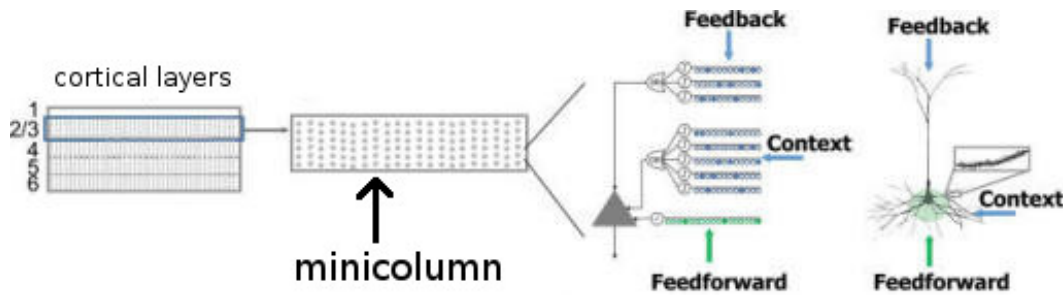
γιατί ενδέχεται τμήματα του B να ταιριάζουν με τμήματα από διαφορετικά  $s_i$ . Ακολουθώντας όμως τη λογική της προηγούμενης παραγράφου, για επαρκώς αραιά  $s_i$ , U η πιθανότητα σύγκρουσης είναι αρκετά μικρή. Οπότε μπορούμε να δεχθούμε το συμπέρασμα

$$B \text{ ταιριάζει}_{\theta} U \implies_p \exists i : B \text{ ταιριάζει}_{\theta} s_i$$

με μια πιθανότητα σφάλματος p.

Αν τα  $s_t$  είναι μεταξύ τους ανεξάρτητα και η αραιότητά τους προκύπτει από δειγματοληψία Bernoulli με πιθανότητα ανά θέση p, τότε το  $U_t$  επίσης προκύπτει από δειγματοληψία

<sup>1</sup>υπολογίστηκε με τον κώδικα του παραρτήματος ??



Σχήμα 2.4: Αποδόμηση φλοιικού επιπέδου και μικροστήλης. Μία φλοιική στήλη του νεοφλοιού αποτελείται από 6 επίπεδα νευρώνων και φαίνεται αριστερά. Αν πάρουμε ένα από τα επίπεδα, θα έχει πάχος μερικών νευρώνων. Οι νευρώνες του ίδιου επιπέδου που είναι τοποθετημένοι κατακόρυφα ορίζουν (σε πρώτη προσέγγιση) μια μικροστήλη. [πηγή 29, (τροποποιημένο)]

Bernoulli, με πιθανότητα ανά θέση  $1 - (1 - p)^t$ . Ακόμα και για αρκετά αραιά  $s_t$ , καθώς το  $t$  αυξάνει το  $U$  γρήγορα γίνεται πυκνό. Καθώς γίνεται πυκνό, η πιθανότητα σφάλματος  $p$  αυξάνεται και το συμπέρασμα χάνει την αξία του. Επομένως, αυτή η μέθοδος είναι χρήσιμη μόνο όταν ο αριθμός των ανεξάρτητων  $s_t$  που συγχέουμε στο  $U$  είναι ελεγχόμενος.

Αν όμως ερμηνεύσουμε τα  $s_t$  ως πεπερασμένου αριθμού διακριτά ενδεχόμενα και το  $U$  είναι η δραστηριότητα ενός πληθυσμού νευρώνων, ο μηχανισμός αυτός επιτρέπει στον πληθυσμό να κωδικοποιεί τα διακριτά ενδεχόμενα παράλληλα και να μπορέσει, όταν έχει περισσότερη πληροφορία υπό τη μορφή συνθήκης  $S$ , να επιλύσει την αμφιβολία περιορίζοντας τη δραστηριότητά του στο  $U \& S$

### 2.2.3 Μοντέλο δικτύου

Ο νεοφλοιός, όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 1.3.2, δομείται συνήθως από 6 επίπεδα νευρώνων. Μία φλοιική στήλη χωρισμένη στα 6 επίπεδα φαίνεται στο σχήμα 2.4. Ορίσαμε τη φλοιική στήλη με βάση την κοινή συνδεσμολογία των νευρώνων της, καθώς τα ερεθίσματα έρχονται από και φεύγουν προς κοινές περιοχές. Έτσι παρουσιάσαμε τους νευρώνες της στήλης ως πληθυσμούς που κωδικοποιούν μία κοινή οντότητα — το βασικό τμήμα των εγκεφαλικών κυκλωμάτων. Είναι ακριβέστερο να μεταφέρουμε τον ορισμό αυτό από τη στήλη σε κάθε επίπεδο της στήλης. Μέσα σε μία στήλη δηλαδή τα 6 επίπεδα σχηματίζουν ξεχωριστά κυκλώματα, που όμως σχετίζονται μεταξύ τους και παίζουν διαφορετικούς λειτουργικούς ρόλους. Μία υπόθεση για τη συνδεσμολογία των επιπέδων στο τωρινό πλαίσιο της θεωρίας HTM φαίνεται στο σχήμα 2.5. Οι αλγόριθμοι που μελετούμε σε αυτήν την εργασία περιγράφουν κυρίως το επίπεδο 4 του σχήματος 2.5, που λαμβάνει είσοδο από τις αισθήσεις. Επίσης, εφεξής όταν γίνεται αναφορά σε «επίπεδο» θα εννοείται η τομή ενός επιπέδου και μιας στήλης, δηλαδή ένα στοιχειώδες κύκλωμα.

#### Μικροστήλες

Το ελάχιστο νευρικό κύκλωμα, τόσο στο νεοφλοιό, όσο και στην HTM, είναι η μικροστήλη (minicolumn). Σε μία μικροστήλη ανήκουν νευρώνες που λαμβάνουν ερεθίσματα στις εγγύς συνάψεις τους από τις ίδιες συνδέσεις μακρινής απόστασης (από τους ίδιους νευρώνες των περιοχών που στέλνουν είσοδο). Δηλαδή, οι νευρώνες μιας μικροστήλης μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έχουν *ίδια είσοδο στις εγγύς συνάψεις τους και διαφέρουν μόνο ως προς την είσοδο στις απομακρυσμένες και κορυφαίες συνάψεις*. Για περισσότερες πληροφορίες στην οργάνωση των νευρώνων σε στήλες και μικροστήλες προτείνεται η



θεμελιώδης εργασία των Markram et al «Reconstruction and simulation of neocortical microcircuitry» [26].

Καθώς οι εγγύς συνάψεις μεταφέρουν τη βασική πληροφορία που αναπαριστά ο πληθυσμός των νευρώνων ενός επιπέδου κι οι απομακρυσμένες τον ρυθμίζουν με βάση συμφραζόμενα, οι μικροστήλες επιτρέπουν σε μια μικρή ομάδα 10-20 νευρώνων να κωδικοποιεί τα ίδια σύμβολα σε διαφορετικά συμφραζόμενα. Όλοι οι νευρώνες της μικροστήλης μοιράζονται το ίδιο υποδεκτικό πεδίο, ενώ μεταξύ τους υπάρχει ανταγωνισμός.

Όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.2.1, υπάρχουν τόσο διεγερτικές, όσο και ανασταλτικές συνάψεις, και κατ'επέκταση διεγερτικοί και ανασταλτικοί νευρώνες. Οι νευρώνες μίας μικροστήλης έχουν βρόχο ανάδρασης μέσω ενός ανασταλτικού διάμεσου νευρώνα. Αν κάποιος νευρώνας της μικροστήλης ενεργοποιηθεί λίγο νωρίτερα από τους υπόλοιπους, είναι ικανός να προκαλέσει την ενεργοποίηση του διαμέσου που τους εμπλέκει, ο οποίος με τη σειρά του να αποτρέψει την ενεργοποίηση όσων νευρώνων δεν έχουν προλάβει να ενεργοποιηθούν (σχήμα 2.6). Η ενεργοποίηση του νευρώνα είναι μια εύρωστη διαδικασία που υπόκειται σε θετική ανάδραση. Οπότε, αναστολή μετά την ενεργοποίηση δε θα επιφέρει ουσιαστικό αποτέλεσμα.

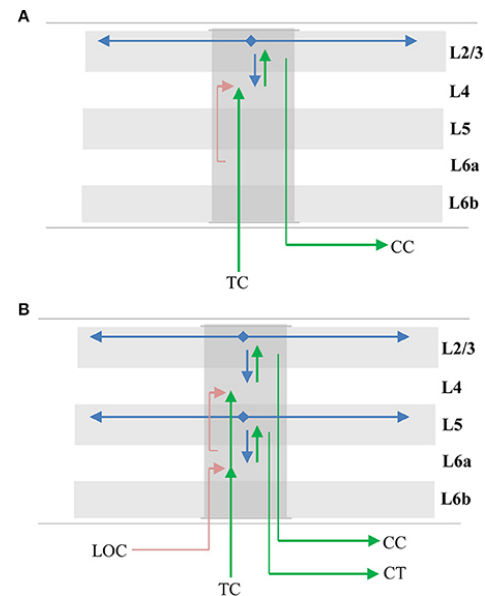
Έτσι υλοποιείται μια ανταγωνιστική αρχιτεκτονική («winner-takes-all»), όπου, αν κάποιοι νευρώνες είναι ήδη σε αποπολωμένη/προβλεπτική κατάσταση όταν έρθει προσθιοδρομική είσοδος που ερεθίζει το minicolumn, θα ενεργοποιηθούν πρώτοι και θα αποτρέψουν την ενεργοποίηση των υπολοίπων.

### Μεταξύ μικροστηλών

Φαινόμενα ανταγωνισμού μέσω αμοιβαίας αναστολής προκύπτουν και μεταξύ γειτονικών μικροστηλών, με τη βοήθεια άλλων διαμέσων νευρώνων (σχήμα 2.6). Το αποτέλεσμα είναι να εξασφαλίζεται ότι σε κάθε γειτονιά μόνο ένα αραιό υποσύνολο των πιο έντονα ερεθισμένων μικροστηλών θα επικρατήσει και θα ενεργοποιηθεί, σιγώντας τις υπόλοιπες. Ονομάζουμε το μηχανισμό αυτό «τοπική αναστολή». Στους αλγορίθμους που ακολουθούν, αντίθετα με τον εγκέφαλο, δεν είναι απαραίτητο να θεωρήσουμε ότι σχηματίζονται τοπικά γειτονιές· αντίθετα, μπορούμε να θεωρήσουμε ολόκληρο το επίπεδο μία γειτονιά, μηχανισμό που αποκαλείται «ολική αναστολή».

### 2.2.4 Κωδικοποιητές & αποκωδικοποιητές

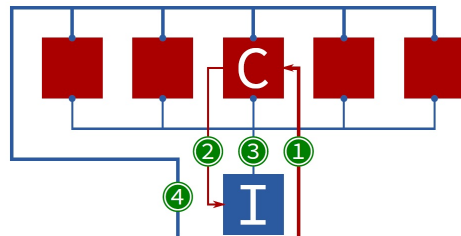
Ο εγκέφαλος έχει ως βασικές διεπαφές με τον έξω κόσμο τον αμφιβληστροειδή χιτώνα του ματιού και τον κοχλία του αυτιού. Και τα 2 αυτά συστήματα μπορούμε να θεωρήσουμε



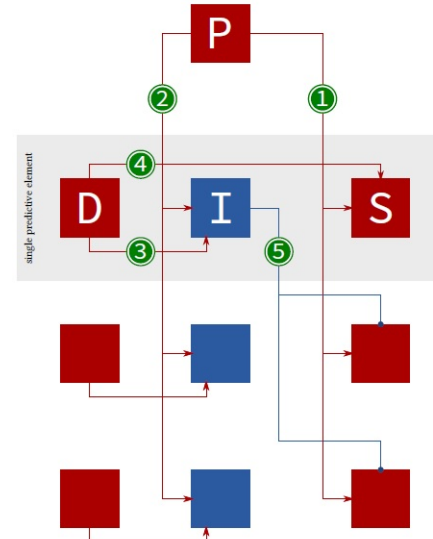
Σχήμα 2.5: Επίπεδα μέσα σε μία στήλη νεοφλοιού. Το μοντέλο συνδεσμολογίας που επισημαίνεται είναι τρέχουσα υπόθεση της θεωρίας HTM.

- **Προσθιοδρομική ροή ερεθισμάτων** (εγγύς συνάψεις)
- **συμφραζόμενα** (απομακρυσμένες/κορυφαίες συνάψεις)
- **σήμα θέσης** (απομακρυσμένες συνάψεις, εκτός πεδίου μελέτης αυτής της εργασίας)

[πηγή 40]



(α') Υλοποίηση χρονικού συγκεντρωτή με βάση το χρονισμό. Κάθε κύτταρο C αντιπροσωπεύει μία μικροστήλη. Δέχεται προσθιοδρομικά ερεθίσματα από τη ροή (1). Ο χρόνος που απαιτείται για την ενεργοποίηση της μικροστήλης εξαρτάται από το πόσα ερεθίσματα λαμβάνει· μια μικροστήλη με πολλά ερεθίσματα ενεργοποιείται ταχύτερα. Ερεθιζόμενος με τη ροή (2), ο ανασταλτικός νευρώνας I ενεργοποιείται μετά την ενεργοποίηση προκαθορισμένου αριθμού μικροστηλών. Με τη ροή (3) ο I αποτρέπει την ενεργοποίηση περισσότερων μικροστηλών.



(β') Υλοποίηση μιας μικροστήλης. Τα 3 στοιχεία D, I, S (δενδρίτης, αναστολέας, σώμα) μαζί περιγράφουν 1 νευρώνα. Το στοιχείο P είναι μοναδικό ανά μικροστήλη και είναι το ίδιο με το στοιχείο C του σχήματος (α'). Με τη ροή (1) προκαλεί την ενεργοποίηση όλων των σωμάτων της μικροστήλης. Όμως ο δενδρίτης (εδώ μόνο 1/κύτταρο) συγκεντρώνει ερεθίσματα από την προηγούμενη χρονική στιγμή και, αν ενεργοποιηθεί, προκαλεί αποπόλωση του δικού του S και I με τις ροές (3), (4). Σε αυτήν την περίπτωση, αν στην επόμενη χρονική στιγμή το P ενεργοποιηθεί, θα ενεργοποιήσει το I, το οποίο με τη ροή (5) θα αναστείλει τα υπόλοιπα σώματα της μικροστήλης.

Σχήμα 2.6: Κυκλωματικές υλοποιήσεις μικροστηλών στο HICANN [27]. Προσφέρουν εποπτεία της οργάνωσης των μικροκυκλωμάτων μέσω του μηχανισμού της αναστολής. Σε σχέση με τη θεωρία HTM εφαρμόζουν κάποιες απλοποιήσεις, όπως μόνο 1 δενδρίτη ανά κύτταρο. [πηγή 24]

ότι μετατρέπουν τα φυσικά ερεθίσματα του κόσμου σε μια πρώτη μορφή SDR, για να ερεθίσουν με τη σειρά τους το επόμενο επίπεδο νευρώνων. Το ρόλο αυτό στα συστήματα HTM παίζουν οι κωδικοποιητές.

Οι κωδικοποιητές μπορεί να είναι από πολύ απλά έως εξαιρετικά πολύπλοκα συστήματα (βλέπε αμφιβληστροειδή). Ενας απλός κωδικοποιητής μπορεί να μετατρέπει ακέραιους αριθμούς συγκεκριμένου εύρους σε SDR. Ένας πιο σύνθετος μπορεί να παράγει SDRs από τη γεωγραφική θέση ενός αισθητήρα GPS [34]. Μπορεί ακόμα να σχεδιαστεί κωδικοποιητής για λέξεις ή κείμενα, όπως κάνει η εταιρία cortical.io [25].

Ένας επιτυχημένος κωδικοποιητής πρέπει να ακολουθεί ορισμένες βασικές αρχές [34]:

1. Είσοδοι με σημασιολογική ομοιότητα πρέπει να παράγουν SDRs με μεγάλη επικάλυψη
2. Η ίδια είσοδος πρέπει να παράγει πάντα το ίδιο SDR
3. Για κάθε είσοδο τα SDRs πρέπει να έχουν ίδιο μέγεθος
4. Για κάθε είσοδο τα SDRs πρέπει να έχουν κοντινό πληθάριθμο, αρκετά υψηλό για να

προσδίδει ανθεκτικότητα στο θόρυβο

Αντίστοιχα με τους κωδικοποιητές, πρακτικές εφαρμογές απαιτούν και αποκωδικοποιητές. Ένας πρακτικός αποκωδικοποιητής θα παρουσιαστεί στην περιγραφή του πακέτου `HierarchicalTemporalMemory.jl`. Βασίζεται στην παρατήρηση ότι η δραστηριότητα της χρονικής μνήμης είναι η απεικόνιση ενός συμβόλου-εισόδου στο πλαίσιο των χρονικών του συμφοραζομένων. Ο αποκωδικοποιητής που χρησιμοποιείται εδώ είναι ένα απλό ενός επιπέδου τεχνητό νευρωνικό δίκτυο που μαθαίνει να συσχετίζει τη δραστηριότητα της χρονικής μνήμης με τις εισόδους του κωδικοποιητή.

## 2.3 Αλγόριθμοι της Hierarchical Temporal Memory

Αυτή τη στιγμή στη θεωρία HTM περιγράφονται 2 βασικοί αλγόριθμοι. Ο πρώτος κανονικοποιεί τα SDR εισόδου και ονομάζεται *Χωρικός Συγκεντρωτής* (Spatial Pooler). Ο δεύτερος μαθαίνει ακολουθίες εισόδων, εμπλουτίζοντας την αναπαράσταση της εισόδου με τα χρονικά της συμφοραζόμενα, και ονομάζεται *χρονική μνήμη* (Temporal Memory).

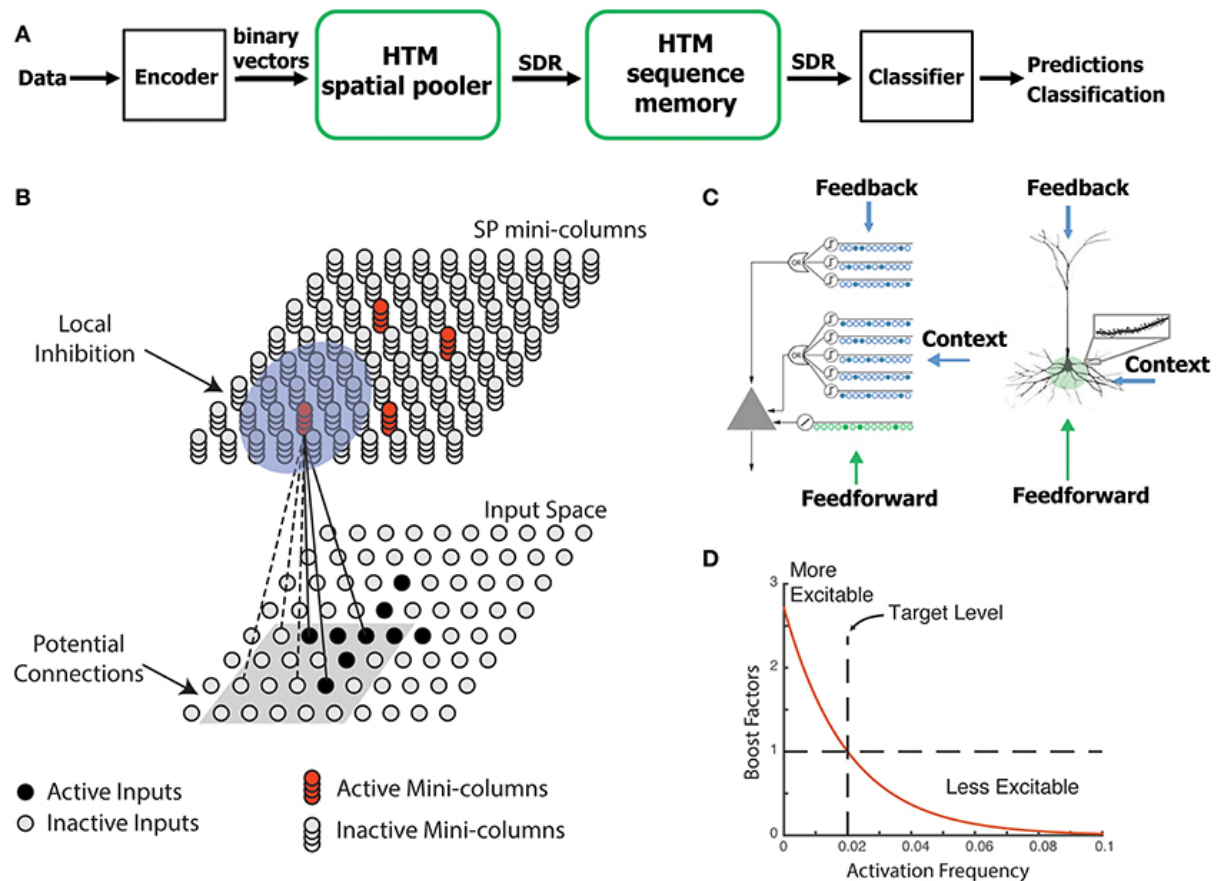
### 2.3.1 Χωρικός Συγκεντρωτής

Ο χωρικός συγκεντρωτής δουλεύει στο επίπεδο των μικροστηλών ενός επιπέδου, αξιοποιώντας τις εγγύς τους συνάψεις (προσθιοδρομική ροή) με το προηγούμενο ιεραρχικά επίπεδο (ή κωδικοποιητή) και το μηχανισμό αναστολής μεταξύ μικροστηλών που περιγράφηκε στην ενότητα 2.2.3. Ο αλγόριθμος αυτός περιγράφει πώς το SDR της εισόδου ενεργοποιεί τις μικροστήλες ενός επιπέδου μέσω του ερεθισμού των εγγύς συνάψεων και πώς αυτές προσαρμόζονται (μαθαίνουν) με εφαρμογή ενός κανόνα «πλαστικότητας εξαρτώμενης από το χρονισμό των ερεθισμάτων» (spike timing-dependent plasticity, STDP) [11]. Ο χωρικός συγκεντρωτής περιγράφεται αναλυτικά από τη Numenta στο [39].

Ο στόχος του αλγορίθμου είναι να *προετοιμάσει τα SDRs εισόδου για περαιτέρω επεξεργασία, εξασφαλίζοντας ορισμένες ιδιότητες*. Βασική αρχή λειτουργίας του είναι ότι είσοδοι που μοιάζουν μεταξύ τους (έχουν μεγάλη επικάλυψη) δημιουργούν εξόδους που μοιάζουν ανάλογα μεταξύ τους. Αυτή η αρχή ονοματίζεται και τον αλγόριθμο.

Οι ιδιότητες που εξασφαλίζει ο χωρικός συγκεντρωτής στα SDR εξόδου είναι:

1. **Κανονικοποίηση της αραιότητας.**
2. **Ευρωστία στο θόρυβο.** Η έξοδος δε θα πρέπει να είναι ευαίσθητη στην παρουσία θορύβου στην είσοδο
3. **Ανεκτικότητα στα σφάλματα.** Αν καταστραφεί ή δε λειτουργεί σωστά μέρος των νευρώνων είτε της εισόδου είτε της εξόδου, η επίδραση στο συνολικό μηχανισμό πρέπει να είναι μικρή.
4. **Διαρκής προσαρμογή** στα εξελισσόμενα στατιστικά χαρακτηριστικά της εισόδου.
5. **Διασπορά της ενεργοποίησης** σε όλες τις μικροστήλες του συστήματος, εξασφάλιση υψηλής εντροπίας στην ενεργοποίηση.
6. Διατήρηση της τοπολογίας του χώρου εισόδου, εφόσον υπάρχει.



Σχήμα 2.7: Χωρικός Συγκεντρωτής HTM.

Α'. Πλήρες σύστημα HTM για πρόβλεψη χρονοσειρών

Β'. Εποπτική αναπαράσταση λειτουργίας του χωρικού συγκεντρωτή, υποθέτοντας τοπολογία (γενικά προαιρετική). Λόγω τοπολογίας, κάθε μικροστήλη έχει υποδεκτικό πεδίο ένα υποσύνολο (ολισθαίνον παράθυρο) του χώρου εισόδου, όπως φαίνεται από τη γκρίζα περιοχή. Η μπλε έλλειψη δείχνει τη γειτονία των μικροστηλών στην οποία εφαρμόζεται τοπικός ανταγωνισμός μέσω αναστολής. Οι πλήρεις γραμμές δείχνουν συνάψεις που ισχυροποιούνται, ενώ οι διακεκομμένες, που εξασθενούν.

Γ'. Οι συνάψεις που συμμετέχουν στο χωρικό συγκεντρωτή είναι οι εγγύς (προσθιοδρομικές)

Δ'. Παρώθηση: ενίσχυση της ευαισθησίας μικροστηλών με ιστορικά σπάνια ενεργοποίηση [πηγή 39]

Βέβαια, η ιδιότητα 5 είναι μάλλον προϋπόθεση για τις 2,3.

Αν και αναφέρθηκε ο «αλγόριθμος» του χωρικού συγκεντρωτή, θα ήταν ακριβέστερο να δούμε το χωρικό συγκεντρωτή ως ένα δυναμικό σύστημα διακριτού χρόνου, με εσωτερική κατάσταση, συνάρτηση αρχικοποίησης και βήματος/μετάβασης. Η βασική μεταβλητή κατάστασης του χωρικού συγκεντρωτή είναι οι εγγύς συνάψεις μεταξύ της προσυναπτικής εισόδου και των μετασυναπτικών μικροστηλών του. Ο «αλγόριθμος» αναφέρεται ακριβέστερα σε αυτόν που υλοποιεί η συνάρτηση βήματος.

Με την άφιξη των ερεθισμάτων από την είσοδο υπολογίζεται αρχικά η «επικάλυψη» (overlap) της εισόδου από κάθε μικροστήλη, δηλαδή το πλήθος ερεθισμάτων που μετέχθησαν μέσω συνδεδεμένων συνάψεων και ερέθισαν τη μικροστήλη. Με βάση την επικάλυψη οι μικροστήλες συμμετέχουν στον τοπικό ή ολικό ανταγωνισμό μέσω της αναστολής μεταξύ μικροστηλών, ώστε να προκύψουν οι αραιές μικροστήλες που θα ενεργοποιηθούν αυτή τη χρονική στιγμή. Μετά, προσαρμόζονται οι συνάψεις κατά STDP:

- αν η μετασυναπτική μικροστήλη ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις που *μετέγαγαν* ερεθίσματα ισχυροποιούνται
- αν η μετασυναπτική μικροστήλη ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις που *δε μετέγαγαν* ερεθίσματα εξασθενούν
- αν η μετασυναπτική μικροστήλη δεν ενεργοποιήθηκε, οι συνάψεις της δεν προσαρμόζονται

Η καλή λειτουργία του χωρικού συγκεντρωτή (ειδικά η ιδιότητα 5) υποστηρίζεται από ένα σημαντικό επικουρικό μηχανισμό ομοιόστασης που ονομάζεται «**παρώθηση**» (boosting). Η παρώθηση πολλαπλασιάζει την επικάλυψη κάθε μικροστήλης με έναν παράγοντα ενίσχυσης ή εξασθένησης, ανάλογα με το πόσο συχνά ενεργοποιούνταν στο πρόσφατο παρελθόν: ενισχύει τις μικροστήλες που ενεργοποιούνται σπάνια και εξασθενεί τις μικροστήλες που ενεργοποιούνται συχνά. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνει πιο ισορροπημένη συμμετοχή όλων των μικροστηλών στη χωρική κωδικοποίηση.

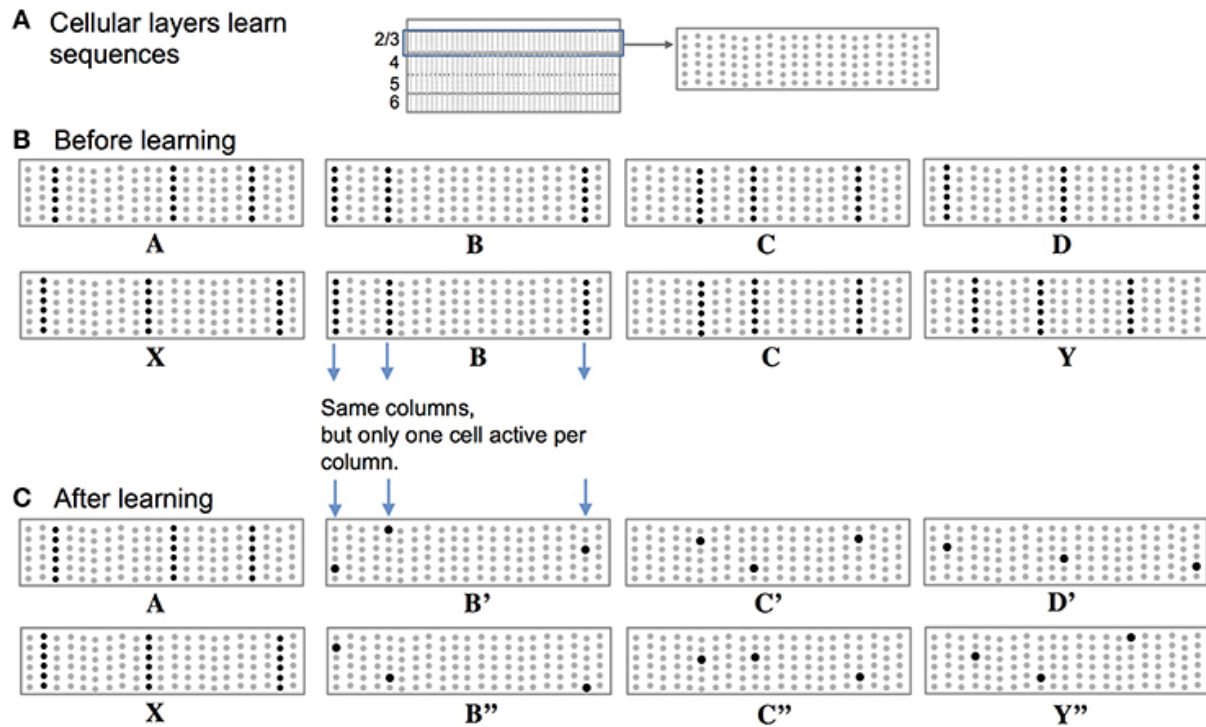
### 2.3.2 Χρονική Μνήμη

Για τη χρονική μνήμη [29], [31] το επίπεδο με τις μικροστήλες αναλύεται σε έναν όγκο νευρώνων, με κάθε μικροστήλη να απαρτίζεται από  $M$  νευρώνες. Όπως φάνηκε στο σχήμα 2.2, οι νευρώνες έχουν 3 διαφορετικούς τύπους περιοχών με συνάψεις:

- τις *εγγύς συνάψεις*, που εκφράζουν την αναπαράσταση της εισόδου (προσθιοδρομική ροή πληροφορίας)
- τους *εγγύς δενδρίτες* με τις *απομακρυσμένες συνάψεις*, που εκφράζουν συμφραζόμενα από το ίδιο επίπεδο, πολώνοντας την προσδοκία της επόμενης εισόδου με βάση την προηγούμενη χρονικά είσοδο
- τους *κορυφαίους δενδρίτες* με τις *κορυφαίες συνάψεις*, που εκφράζουν συμφραζόμενα από την έξοδο, πολώνοντας την προσδοκία της επόμενης εισόδου με βάση την αναπαράσταση που σχηματίζει το επόμενο επίπεδο (ανάδραση)

Η λειτουργία και προσαρμογή των εγγύς συνάψεων είναι αντικείμενο του χωρικού συγκεντρωτή. Η χρονική μνήμη περιγράφει τη λειτουργία και προσαρμογή των απομακρυσμένων συνάψεων, με το ενδεχόμενο να εμπλέξει με περισσότερη μελέτη και τις *κορυφαίες*.





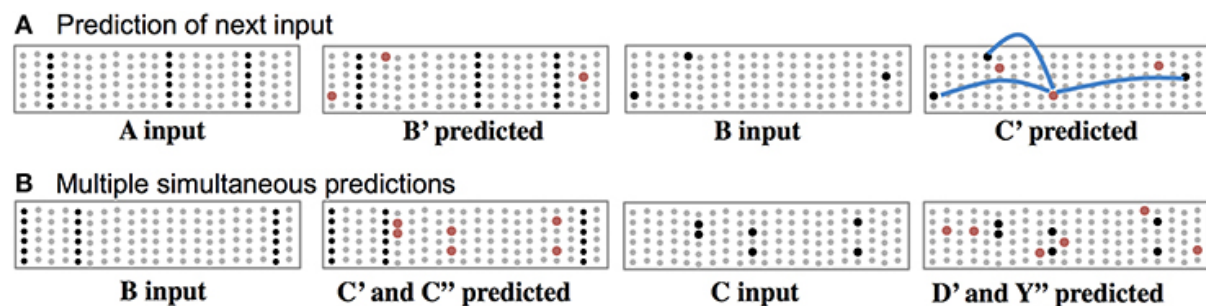
Σχήμα 2.8: Αναπαράσταση ακολουθιών σε φλοιική στήλη επίπεδο.

Α'. Φλοιικά επίπεδα

Β'. Ενεργοποίηση μικροστηλών σε πρωτοεμφανιζόμενη ακολουθία. Επειδή κανένα στοιχείο της ακολουθίας δεν προσδοκάται, οι μικροστήλες οδηγούνται σε έξαρση ενεργοποίησης. Κάθε φορά που μια μικροστήλη ενεργοποιείται απρόσμενα, δηλαδή κανένας νευρώνας της δεν προσδοκούσε την ενεργοποίησή του, ενεργοποιούνται όλοι.

Γ'. Έχοντας δει την ίδια ακολουθία πολλές φορές, το επίπεδο τη μαθαίνει. Συγκεκριμένα, μαθαίνει να προβλέπει την επόμενη ενεργοποίησή του, ώστε να αποφύγει την έξαρση μικροστηλών. Οι ίδιες μικροστήλες ενεργοποιούνται για το ίδιο σύμβολο. Όμως ο νευρώνας εντός της στήλης που συμμετέχει στην αναπαράσταση είναι διαφορετικός, ανάλογα με τα σύμβολα που προηγήθηκαν. Έτσι, κάθε σύμβολο αναπαρίσταται μαζί με τα χρονικά συμφραζόμενά του.

[πηγή 31]



Σχήμα 2.9: Πρόβλεψη επόμενου στοιχείου ακολουθίας. Συνεχίζοντας με το δίκτυο που έχει μάθει τις ακολουθίες του σχήματος 2.8:

Α'. Μαύρο: ενεργοί νευρώνες ως συνέπεια του συμβόλου της εισόδου, υπό συνθήκη των συμβόλων που προηγήθηκαν. **Κόκκινο: νευρώνες των οποίων η ενεργοποίηση προσδοκάται την επόμενη στιγμή.** Στην αρχή δίνεται απρόσμενα το σύμβολο Α. Λόγω της προηγούμενης εκμάθησης (σχήμα 2.8C), προσδοκάται το σύμβολο Β' (και όχι το Β''). Στο τρίτο πλαίσιο, το προσδοκώμενο Β δεν προκαλεί έξαρση. Με τις **μπλε συνδέσεις** προκαλεί την προσδοκία του C'. Η προσδοκία του C' | Α είναι δείγμα **μνήμης 2ης τάξης**.

Β'. Αν όμως η αλληλουχία δεν ξεκινήσει με είσοδο Α, αλλά Β, ανακαλούνται 2 ενδεχόμενα: B'→C' ή B''→C''. Καθώς δεν είναι δυνατή η αποσαφήνιση ακόμα, στο πλαίσιο 2 φαίνεται ως προσδοκία η **ένωση των δύο ενδεχομένων C'C''**. Με την εμφάνιση του C, η αμφιβολία μεταφέρεται στην προσδοκία της ένωσης D'Y''. Καταδεικνύεται έτσι συνδυασμός της δυνατότητας για αμφιβολία και για πρόβλεψη ανώτερης τάξης.

[πηγή 31]

Είσοδος της χρονικής μνήμης είναι το σύνολο των ενεργών μικροστηλών  $c$  που παρήγαγε ο χωρικός συγκεντρωτής. Έξοδος είναι το σύνολο των ενεργών νευρώνων  $a$  και το σύνολο των νευρώνων σε προβλεπτική κατάσταση  $\Pi$ .

Σε υψηλό επίπεδο, η χρονική μνήμη επιτελεί τις εξής διαδικασίες κατά την επεξεργασία μίας εισόδου:

1. ενεργοποίηση νευρώνων από το τωρινό ερέθισμα και την πρόβλεψη της προηγούμενης στιγμής
2. δημιουργία προσδοκίας για την επόμενη στιγμή
3. προσαρμογή συνάψεων, δημιουργία νέων συνάψεων και δενδριτών

Η χρονική μνήμη «προσπαθεί» διαρκώς να προβλέψει την ενεργοποίησή της. Αν προβλέψει σωστά, οι προβλεπτικοί νευρώνες ενεργοποιούνται. Αν προβλέψει λανθασμένα, στις μικροστήλες που δεν προσδοκούνταν προκαλείται έξαρση ενεργοποίησης. Η προσπάθεια λοιπόν για έγκυρη πρόβλεψη συσχετίζεται με την *ελαχιστοποίηση της δραστηριότητας της εγκεφαλικής περιοχής*.

Σε κάθε στήλη δεν προβλέπεται απαραίτητα μονάχα ένας νευρώνας. Όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9 κάτω, μπορούν να ενεργοποιηθούν πολλοί νευρώνες ταυτόχρονα, συμβολίζοντας την ένωση πολλών ενδεχομένων — ασάφεια. Επίσης, οι ακολουθίες της πρόβλεψης είναι συνεχόμενες, δίνοντας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.9 πάνω τη δυνατότητα πρόβλεψης υψηλής τάξης στο χρόνο.

## Κεφάλαιο 3

# Υλοποίηση HTM σε Julia

### 3.1 Υλοποίηση Χωρικού Συγκεντρωτή

Στην ενότητα 2.3.1 περιγράφηκε ο αλγόριθμος του χωρικού συγκεντρωτή. Εδώ θα ακολουθήσουμε τη σχεδίαση της υλοποίησής του σε Julia.

#### 3.1.1 Χώροι εισόδου και εξόδου

Ο χωρικός συγκεντρωτής εμπλέκει ένα  $N_{in}$ -διάστατο πεπερασμένο διακριτό πλέγμα στην είσοδο με ένα  $N_{sp}$ -διάστατο πεπερασμένο διακριτό πλέγμα στην έξοδο, που αντιπροσωπεύουν τα φλοιικά επίπεδα με κάθε πλεγματική κορυφή να αντιστοιχίζεται σε μία μικροστήλη. Το μέγεθος του πλέγματος εισόδου είναι  $sz_{in} \in \mathbb{R}^{N_{in}}$  και του πλέγματος εξόδου  $sz_{sp} \in \mathbb{R}^{N_{sp}}$ . Με βάση αυτό ορίζουμε το μήκος των δύο πλεγμάτων ως  $\ell_i = \prod sz_i$

Ας ορίσουμε κάποιες διαστάσεις για να χτίσουμε ένα παράδειγμα:

```
Nin = 2  
Nsp = 2  
szin = (5, 5)  
szsp = (6, 9)
```

#### Ορισμός συνάρτησης που δέχεται σύμβολα ως όρισμα

Ορίσαμε τις διαστάσεις των πλεγμάτων ως σταθερές. Το μήκος των πλεγμάτων όμως δε χρειάζεται να είναι νέες, ανεξάρτητες σταθερές. Μπορεί να είναι συνάρτηση του ονόματος της διάστασης, ώστε, αν αλλάξουμε τη διάσταση, να αλλάξει και το μήκος. Ιδανικά, θα θέλαμε να γράφουμε:

```
julia> ℓ(:in)  
64
```

```
julia> szin = (2, 40)  
(2, 40)
```

```
julia> ℓ(:in)  
80
```



Ο πιο απλός τρόπος να το καταφέρουμε αυτό είναι ο εξής:

```
julia> ℒ(s::Symbol)= if s === :in
    prod(i_nsz)
elseif s === :sp
    prod(s_psz)
else
    error("Undefined symbol")
endℒ
(generic function with 1 method)
```

```
julia> ℒ(:in)
25
```

```
julia> ℒ(:sp)
54
```

```
ℒ(:random_symbol)
```

```
Error: Undefined symbol
```

Παραπάνω χρησιμοποιήθηκε ο τελεστής της ταύτισης `===`, αντί για τον τελεστή της ισότητας `==`. Εν προκειμένω θα συμπεριφέρονταν εξίσου, γιατί τα σύμβολα είναι «μοναδικές» (singleton) τιμές.

Ένας εναλλακτικός τρόπος:

```
julia> ℒ(::Val{:in})= prod(sz_i_n)
ℒ (generic function with 2 methods)
```

```
julia> ℒ(::Val{:sp})= prod(sz_s_p)
ℒ (generic function with 3 methods)
```

```
julia> ℒ(s::Symbol)= ℒ(Val(s))
ℒ (generic function with 3 methods)
```

```
julia> ℒ(:in)
25
```

```
julia> ℒ(:sp)
54
```

Ο δεύτερος ορισμός χρησιμοποιεί πιο σύνθετα στοιχεία της γλώσσας: παραμετρικούς τύπους και πολλαπλή αποστολή για να επιλέξει τη σωστή μέθοδο (βλέπε 1.4.1). Ωστόσο, προσφέρει ένα σημαντικό πλεονέκτημα.

Αν θέλουμε να ορίσουμε επιπλέον συμπεριφορά της συνάρτησης για ένα νέο σύμβολο, έστω `:random_symbol`, δε χρειάζεται να ανατρέξουμε στον κώδικα στο σημείο ορισμού της μεθόδου `ℒ(::Symbol)` και να την τροποποιήσουμε· αρκεί να ορίσουμε μία νέα μέθοδο:

```
julia> ℒ(::Val{:random_symbol})= rand()
ℒ (generic function with 4 methods)
```

```
julia> ℒ(:random_symbol)
0.6219697157608752
```

```
julia> ℓ(:random_symbol)
0.14946740259205193
```

Καταδεικνύεται έτσι μια βασική σχεδιαστική αρχή στη Julia που βοηθά στην απόπλεξη του κώδικα: προτιμούμε να ορίζουμε πολλές μικρές μεθόδους και τύπους-περικαλύμματα (wrapping types), όπως εδώ ο `Val`.

Έστω  $\mathbb{B} = \{0, 1\}$  το σύνολο των λογικών τιμών, οπότε  $x \in \mathbb{B}^N$  είναι ένα δυαδικό διάνυσμα μήκους  $N$ .

Έστω τα ερεθίσματα εισόδου  $z \in \mathbb{B}^{\ell_{in}}$  και εξόδου  $a \in \mathbb{B}^{\ell_{sp}}$ . Τα  $z, a$  αντιστοιχίζουν τα ερεθίσματα με τις κορυφές του πλέγματος, αν ξεδιπλώσουμε τις διαστάσεις των πλεγμάτων με τη σειρά (column-major).

```
using Random
z = bitrand(ℓ(:in))
```

### Αντιστοίχιση χώρων εισόδου-εξόδου

Οι μικροστήλες της εισόδου και της εξόδου αντιστοιχίζονται μεταξύ τους μέσω των εγγύς συνάψεων των νευρώνων τους. Η  $j$ -οστή μικροστήλη εισόδου συμβολίζεται  $x_j$  κι η  $i$ -οστή μικροστήλη εξόδου  $y_i$ . Ο χώρος της εισόδου θεωρείται στη γενική περίπτωση ότι έχει τοπολογία, η οποία πρέπει να διατηρηθεί στο χώρο εξόδου. Για αυτό, κάθε  $y_i$  αντιστοιχίζεται σε μία περιοχή της εισόδου, έναν υπερκύβο με κέντρο  $x_i^c$  και πλευρά  $\gamma$ .

Η αντιστοίχιση  $y_i \leftrightarrow x_i^c$  γίνεται ώστε να κλιμακωθούν οι διαστάσεις των δύο πλεγμάτων και να ταιριάζουν. Ενώ γενικά επιτρέπεται  $N_{in} \neq N_{sp}$ , δεν υλοποιείται η αντιστοίχιση για τέτοια περίπτωση επειδή δε φαίνεται υψηλής πρακτικής σημασίας.

```
xc(yi) = floor.(Int, (yi.-1) .* (szin./szsp)) .+1
```

Οι τελείες `.` στα ονόματα των συναρτήσεων και των τελεστών επιμερίζουν τη συνάρτηση σε κάθε στοιχείο του διανύσματος ή πίνακα. Αυτή είναι μια γενική δυνατότητα της Julia και ονομάζεται «broadcasting».

### Ορισμός υπερκύβου

Κάθε μικροστήλη  $y_i$  έχει συνάψεις με μερικά από τα  $x_j \in \text{hypercube}(x_i^c, \gamma)$ , επιλεγμένα τυχαία. Καθώς τα πλέγματα στα οποία εργαζόμαστε έχουν σύνορα, οι υπερκύβοι που βρίσκονται κοντά στα σύνορα θα πρέπει να περιέχουν μόνο τα υπαρκτά στοιχεία του πλέγματος, δηλαδή αυτά που βρίσκονται εντός των συνόρων. Πλέγμα μεγέθους  $sz$  έχει σύνορα στο  $\{1, sz\}$ .

Ορίζουμε μία δομή που περιγράφει τον υπερκύβο  $N$  διαστάσεων, κέντρου  $x^c$  κι ακτίνας  $\gamma$ , εντός πλέγματος μεγέθους  $sz$ . Από τη δομή απαιτούμε συγκεκριμένη συμπεριφορά: πρέπει να επιτρέπει τον υπολογισμό όλων των κορυφών που ανήκουν στον υπερκύβο. Θα μπορούσαμε βεβαίως να υλοποιήσουμε τη δομή ως έναν πίνακα με όλα τα στοιχεία. Όμως για τόσο απλούς υπολογισμούς είναι πιο συμφέρον να υπολογίζουμε τα στοιχεία επιτόπου. Έτσι, από τη δομή θα απαιτήσουμε να λειτουργεί ως «επαναλήπτης» (iterator): να ορίζει το πρώτο και το τελευταίο στοιχείο και για κάθε στοιχείο να υπολογίζει το επόμενο. Υπάρχει

μία δομή στη Julia που επιτελεί έναν κοντινό σκοπό, η `CartesianIndices`. Θα ορίσουμε λοιπόν ένα σύνθετο τύπο που να την περικαλύπτει και να προσφέρει εύκολη κατασκευή και προσπέλαση.

Ο τύπος:

```
struct Hypercube{N}
    xc::NTuple{N,Int}
    γ::Int
    sz::NTuple{N,Int}
    indices::CartesianIndices{N}
end
```

Εύκολη κατασκευή:

```
Hypercube(xc,γ,sz)= Hypercube(xc,γ,sz, start(xc,γ,sz))
start(xc,γ,sz)= CartesianIndices(map( (a,b)-> a:b,
                                     max.(xc .- γ, 1),
                                     min.(xc .+ γ, sz) ))
```

Προσπέλαση (διεπαφή επαναλήπτη):

```
Base.iterate(hc::Hypercube)= begin
    i= iterate(hc.indices)
    !isnothing(i) ? (i[1].I,i[2]) : nothing
end
Base.iterate(hc::Hypercube,state)= begin
    i= iterate(hc.indices,state)
    !isnothing(i) ? (i[1].I,i[2]) : nothing
end
Base.length(hc::Hypercube)= length(hc.indices)
Base.size(hc::Hypercube)= size(hc.indices)
```

Ας δούμε τι σημεία περιέχει ένας υπερκύβος γύρω από το (2,2) με ακτίνα 2 και φραγμένος στο [1,5]×[1,5]:

```
julia> using Lazy: @>, @>>

julia> hc= Hypercube((1,2),1,sz_in);

julia> @> hc collect
6-element Array{\{Any,1{\}\}}:
 (1, 1)
 (2, 1)
 (1, 2)
 (2, 2)
 (1, 3)
 (2, 3)
```

Για ευκολία στη διατύπωση χρησιμοποιούνται οι μακροεντολές `@>`, `@>>` του πακέτου `Lazy.jl` που επιτρέπουν την «ύφανση» ορισμάτων στις συναρτήσεις [54]:

```
f(g(x))      === @> x g f
f(x,g(x,y))  === @>> y g(x) f(x)
```

Η αναστροφή της σειράς γραφής ενδεχομένως να καθιστά την εφαρμογή των συναρτήσεων πιο ευανάγνωστη.

### 3.1.2 Κατασκευή εγγύς συνάψεων

Οι εγγύς συνάψεις αναπαρίστανται με έναν πίνακα  $W_p \in \mathbb{B}^{\ell_{in} \times \ell_{sp}}$ . Η πρώτη διάσταση, της εισόδου, αντιστοιχεί στους προσυναπτικούς νευρώνες κι η δεύτερη, της εξόδου, στους μετασυναπτικούς.

Αυτός ο πίνακας προκύπτει από τον πίνακα  $D_p \in \mathbb{S}^{\ell_{in} \times \ell_{sp}}$  που περιγράφει τη μονιμότητα κάθε σύναψης:

$$W_{p\cdot} = \begin{cases} 1, & D_{p\cdot} \geq \theta_{conn} \\ 0, & D_{p\cdot} < \theta_{conn} \end{cases} \quad (3.1)$$

όπου  $\mathbb{S}$  είναι το πεδίο κβάντισης των μονιμοτήτων, που δεν απαιτείται να έχουν συνεχείς τιμές. Στην πράξη, επιλέγουμε  $\mathbb{S} = \{0x00..0x7f\} = \text{UInt8}$ , θεωρώντας ότι 256 επίπεδα κβάντισης είναι αρκετά για την ομαλή λειτουργία του αλγορίθμου. Αυτό όμως είναι ενδιαφέρον σημείο για περισσότερη μελέτη.

Με δεδομένη την τοπολογία μπορούμε να αρχικοποιήσουμε αυτόν τον πίνακα. Ας ετοιμάσουμε μερικές βοηθητικές συναρτήσεις:

```
const Sq = UInt8
Sqrange = Sq(0):typemax(Sq)
xi(xc) = Hypercube(xc, γ, szin)
# Iterate over the output lattice coordinates
out_lattice() = (c.I for c in CartesianIndices(szsp))
θ_effective() = floor(Sq, (1 - θ_potential_prob)*typemax(Sq))
# Translate cartesian coordinates to linear indices
c2lin = LinearIndices(szin)
c2lsp = LinearIndices(szsp)

Wp() = Dp .> θ_permanence
```

Παράμετροι:

```
# θ_potential_prob ∈ [0,1]: κατώφλι που εκφράζει το ποσοστό των εγγύς
# συνάψεων που μπορούν να δημιουργηθούν
# θ_permanence ∈ Sq: κατώφλι σύνδεσης σύναψης
# γ ∈ ℤ: ακτίνα υπερκύβου στο χώρο εισόδου
θ_potential_prob = 0.3
θ_permanence = 0x7f
γ = 2
```

$\forall y_i \forall x_i(y_i)$  θα λάβουμε ένα τυχαίο αριθμό. Αν είναι κάτω από το κατώφλι  $\theta_{\text{effective}}$ , δημιουργείται εγγύς σύναψη  $y_i \leftrightarrow x_i$  με τυχαία μονιμότητα.

```
permanences(xi) = begin
    # Decide randomly if yi ↔ xi will connect
    p = rand(Sqrange, length(xi))
    p0 = p .> θ_effective(); pScale = p .< θ_effective()
    p[p0]. = Sq(0)
    # Draw permanences from uniform distribution in Sq
```

```

p[pScale].= rand($qrange, count(pScale))
return p
end
fillin_permanences()= begin
D_p= zeros($q, ℓ(:in),ℓ(:sp))
foreach(out_lattice()) do y_i
    # Linear indices from hypercube
    x= @>> y_i x^c x_i collect map(x->c2l_in[x...])
    D_p[x, c2l_sp[y_i...]]= permanences(@> y_i x^c x_i)
end
return D_p
end

D_p= fillin_permanences()

```

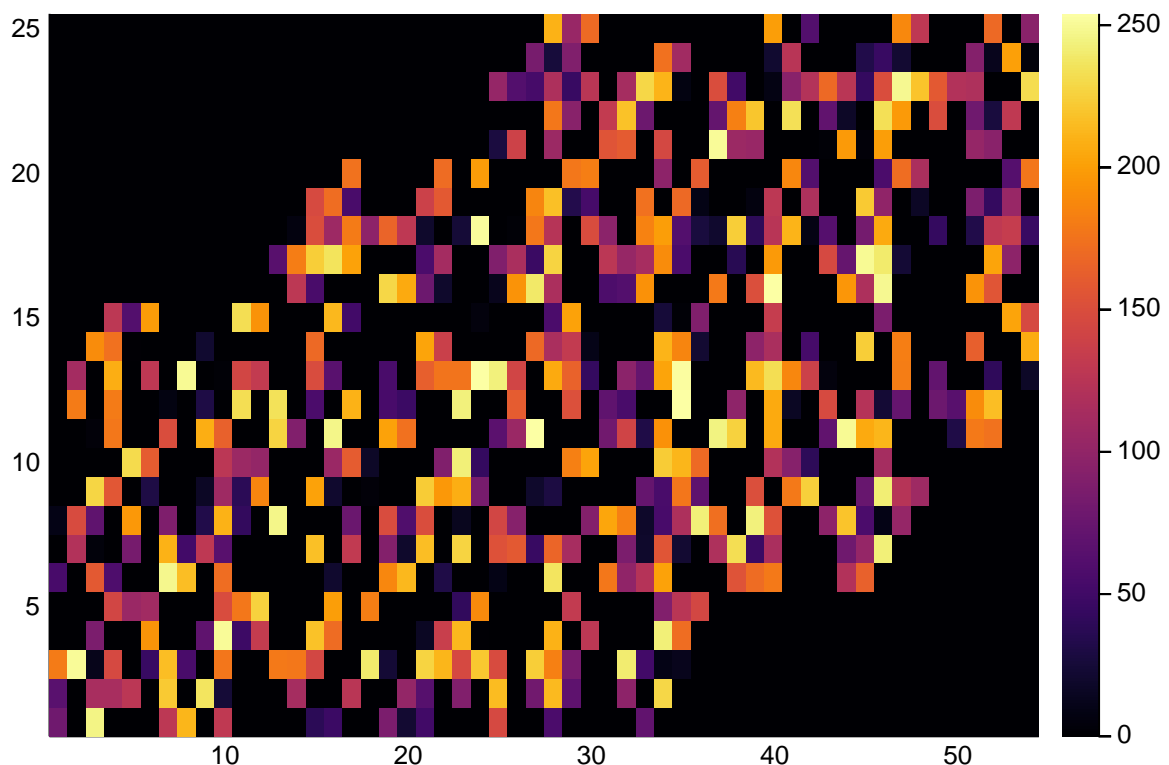
Ο πίνακας  $D_p$  που μόλις ορίσαμε είναι **η μόνη μεταβλητή κατάσταση** του χωρικού συγκεντρωτή ως τώρα. Όλοι οι άλλοι κεντρικοί ορισμοί είναι συναρτήσεις, δηλαδή δεν ορίζουν κατάσταση.

Ας οπτικοποιήσουμε τις συνάψεις:

```

using Plots; gr()
heatmap(D_p)

```



### 3.1.3 Ενεργοποίηση Χωρικού Συγκεντρωτή

Στον υπολογισμό της ενεργοποίησης υπάρχουν 3 φάσεις:

- Επικάλυψη  $o(y_i)$ , δηλαδή άθροιση ερεθισμάτων για κάθε  $y_i$  μέσω συνδεδεμένων συνάψεων
- Εφαρμογή παρώθησης  $b$  ανά  $y_i$
- Αναστολή μεταξύ  $y_i$  ανά γειτονιά
- Ενεργοποίηση μικροστηλών που κέρδισαν την αναστολή και έχουν ερεθιστεί  $>$  από ένα κατώφλι  $\theta\_stimulus\_activate$

```
θ_stimulus_activate= 1
```

### Επικάλυψη

Η παρώθηση είναι συμπληρωματική διαδικασία, οπότε αρχικά την παραλείπουμε. Η επικάλυψη  $o$  για κάθε  $y_i$  ως προς την είσοδο  $z$  είναι απλώς ένας **πολλαπλασιασμός πίνακα  $\times$  διάνυσμα**.

```
o(z)= @> Wp()'z reshape(s z_s p)
```

### Τοπική αναστολή

Η αναστολή εφαρμόζεται σε κυλιόμενο παράθυρο του πλέγματος  $y$  ακτίνας  $\varphi$ , που ονομάζεται ακτίνα αναστολής. Για κάθε παράθυρο, επιλέγουμε τα  $ky_i$  με τη μεγαλύτερη επικάλυψη. Έστω  $Z(X, p)$  το  $p$ -εκατοστημόριο του διανύσματος  $X$ . Η αναστολή παραμετροποιείται από το «ποσοστό τοπικής αραιότητας»  $s$  (συνήθως 2%). Οπότε  $k \approx \text{ceil}(s \cdot \text{area})$ , όπου  $\text{area} = (2\varphi + 1)^{N_{sp}}$  ο αριθμός κορυφών του πλέγματος  $y$  ανά γειτονιά.

Ένας καλός τρόπος για να υπολογίσουμε το  $Z(X, (1 - s))$  είναι η μερική ταξινόμηση των επικαλύψεων της γειτονιάς με τον αλγόριθμο «quickselect»:

```
z!(X)= @> X vec partialsort!(k(), rev=true)
```

Τώρα η επικάλυψη ανά περιοχή γίνεται:

```
import ImageFiltering: mapwindow, Fill
α(φ)= 2round(Int, φ)+1
k()= ceil(Int, s*α(φ)^N_s p)
Z(o)= mapwindow(z!, o, window(), border= Fill(0))
window()= ntuple(i->α(φ), N_s p)
```

Η σχέση της τοπικής αραιότητας  $s$  και της αραιότητας ολόκληρου του επιπέδου δεν είναι προφανής. Η αραιότητα του επιπέδου είναι  $\text{sparsity}(a) = \text{count}(a) / \text{length}(a)$ . Για μεγάλο  $s$  και  $\gamma$  τείνει  $s \approx \text{sparsity}(a)$ . Όμως για μικρά  $s$  και  $\gamma$ , επειδή πρέπει  $k \in \mathbb{Z}$ , μπορεί το  $k$  να μην αντιπροσωπεύει ακριβώς το  $s$ . Επίσης για μικρό μέγεθος επιπέδων είναι πιθανό πολλά  $y_i$  να έχουν το ίδιο  $o \in \mathbb{Z}$ . Αν ενεργοποιηθούν όλα τα  $y_i | o(y_i) \geq Z(o, (1 - s))$ , ή ακόμα και μόνο αυτά που  $o(y_i) > Z(o, (1 - s))$ , ενδέχεται να ενεργοποιηθούν αντίστοιχα περισσότερα ή λιγότερα  $y_i$  από  $k$ . Θα μπορούσαμε βέβαια να ενεργοποιήσουμε ακριβώς  $k$  κρατώντας την πρώτη ενεργοποίηση και επιλύοντας τυχαία τις ισοπαλίες. Πρακτικά αυτή η παρατήρηση δε φαίνεται να επηρεάζει τη λειτουργία του χωρικού συγκεντρωτή, οπότε επιλέγεται η απλούστερη λύση χωρίς τυχαία επίλυση των ισοπαλιών.

Η ακτίνα αναστολής  $\varphi$  θεωρητικά είναι δυναμική και αυξάνει καθώς αυξάνεται το μέσο υποδεκτικό πεδίο των μικροστηλών εξόδου. Όμως στην πράξη η ρύθμιση αυτή φαίνεται να είναι αμελητέα και σε πρώτη ανάλυση αγνοείται. Ας προσδιορίσουμε λοιπόν την αρχική (και με την προηγούμενη λογική, μόνιμη) τιμή της  $\varphi$  ως προς την τιμή της αντίστοιχης παραμέτρου  $\gamma$  του χώρου εισόδου.

Η  $\varphi$  ανάγει το μέγεθος του μέσου υποδεκτικού πεδίου των μικροστηλών από το χώρο εισόδου στο χώρο εξόδου. Σύμφωνα με την παραπάνω απλοποίηση, θα προσεγγίσουμε ένα στατικό υποδεκτικό πεδίο από τις παραμέτρους.

```
using StatsBase: mean, median
receptiveFieldSpan()= (γ*2+0.5)*(1-θ_potential_prob)
receptiveFieldSpan_yspace()= receptiveFieldSpan()*mean(szsp./szin)
φ= max((receptiveFieldSpan_yspace()-1)/2, 1)
s= 0.1
```

Με βάση τα παραπάνω, η ενεργοποίηση των μικροστηλών εξόδου είναι:

```
activate(o)= ((o .>= Z(o)) .& (o .> θ_stimulus_activate))|> vec
```

Άρα η ενεργοποίηση ως προς την είσοδο  $z$ :

```
julia> reshape(z,szin)
5×5 BitArray{Bool,2}:
 true  true  true  true  true
 false false true  true  true
 false true  true false false
 false false false false false
 true  true false false true

julia> a= z|> o|> activate;

julia> reshape(a,szsp)
6×9 BitArray{Bool,2}:
 false true  true  true false true  true false false
 false false false false false false false false false
 false false false false false false true  false false
 true  true false false true  true  true  true  true
 false true  false false false false false false false
 false false false false false false false false false
```

## Παρώθηση

Ο χωρικός συγκεντρωτής χρησιμοποιεί όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.3.1 ένα μηχανισμό που αυξάνει την εντροπία της εξόδου, ευαισθητοποιώντας τα  $y_i$  που ενεργοποιούνται σπάνια. Ο μηχανισμός υλοποιείται με ένα διάνυσμα  $b$  που πολλαπλασιάζει την επικάλυψη των  $y_i$  πριν την εφαρμογή της αναστολής:

```
o(z)= @> (b() .* Wp()'z) reshape(szsp)
```

Το διάνυσμα αυτό προκύπτει από τη μέση δραστηριότητα κάθε  $y_i$  στο χρόνο  $\hat{a}_t$  και τη μέση δραστηριότητα στη γειτονιά κάθε  $y_i$ ,  $\hat{a}_n$ . Εισάγεται έτσι μια νέα μεταβλητή κατάσταση,  $\hat{a}_t$  κι η συνάρτηση μετάβασης/βήματός της. Για τη συνάρτηση βήματος θα χρησιμοποιηθεί

η ίδια λογική με παραμέτρους τύπου που εφαρμόστηκε για το  $\ell$  (3.1.1). Το  $\hat{a}_t$  ανανεώνεται ως εκθετικό φίλτρο κυλιόμενου μέσου όρου με περίοδο  $T_{\text{boost}}$ . Το  $\hat{a}_n$  είναι συνάρτηση του  $\hat{a}_t$ : κυλιόμενο φίλτρο εικόνας με πυρήνα μέσου όρου.

```
using ImageFiltering: imfilter
# Exponential Moving Average
step! (::Val{ $\hat{a}_t$ },  $\hat{a}_t$ , a) = (  $\hat{a}_t$  .= ( $\hat{a}_t$ .*(Tboost-1) .+
    reshape(a, szsp))./Tboost )
# Mean filtering of an image
mean_kernel() = ones(window()) ./  $\alpha(\phi)$  .Nsp
 $\hat{a}_n$ () = imfilter( $\hat{a}_t$ , mean_kernel(), "symmetric")
# a convenient wrapper
step!(s::Symbol, args...) = step!(Val(s), args...)
```

Το  $b$  είναι ως προς αυτά:

```
b() = @> exp.(- $\beta$  .* ( $\hat{a}_t$ .- $\hat{a}_n$ ())) vec
```

Απαιτούνται δύο νέες παράμετροι, η περίοδος του φίλτρου κυλιόμενου μέσου και η ισχύς της παρώθησης:

```
Tboost= 200
 $\beta$ = 1
```

Αρχικοποιώντας το  $\hat{a}_t$  με τυχαίες τιμές για να δούμε το αποτέλεσμα, μπορούμε να λάβουμε τη νέα ενεργοποίηση της εξόδου

```
julia>  $\hat{a}_t$  = rand(szsp...);

julia> reshape(z, szin)
5×5 BitArray{Bool,2}:
 true  true  true  true  true
 false false true  true  true
 false true  true false false
 false false false false false
 true  true false false true

julia> reshape(a, szsp)
6×9 BitArray{Bool,2}:
 false true  true  true false true  true false false
 false false false false false false false false false
 false false false false false false true  false false
 true  true false false true  true  true  true  true
 false true false false false false false false false
 false false false false false false false false false

julia> a_boosted = z|> o|> activate;

julia> reshape(a_boosted, szsp)
6×9 BitArray{Bool,2}:
 false false true  true false false true  false false
 false false false false false false false false false
 false false false false false false false false false
 true  true false false false true  true  true  true
 false false false false false true  true  true  true
```



```
false false false false false false false false false
false false false false false false false false false
```

και να διαπιστώσουμε πώς γίνεται ως τώρα η ενημέρωση της κατάστασης.

```
julia> reshape(a_t, sz_sp)
6×9 Array{Float64,2{\\}}:
 0.0176601  0.553738  0.342732  0.398703  ...  0.147188  0.394106
 0.948074
 0.459116  0.473163  0.706243  0.713377  ...  0.0369194  0.597341
 0.765782
 0.634762  0.581233  0.555439  0.798369  ...  0.687214  0.383472
 0.693839
 0.169878  0.0807743  0.797973  0.162578  ...  0.660472  0.266356
 0.364871
 0.63477  0.641241  0.654818  0.99131  ...  0.710975  0.227727
 0.645339
 0.30665  0.985431  0.729309  0.547654  ...  0.456929  0.609244
 0.285743
```

```
julia> step!(:, a_t, a_t, a_boosted);
```

```
julia> reshape(a_t, sz_sp)
6×9 Array{Float64,2{\\}}:
 0.0175718  0.550969  0.346018  0.401709  ...  0.151452  0.392136
 0.943334
 0.45682  0.470798  0.702711  0.70981  ...  0.0367348  0.594355
 0.761953
 0.631588  0.578326  0.552661  0.794377  ...  0.683778  0.381555
 0.69037
 0.174029  0.0853704  0.793983  0.161765  ...  0.662169  0.270024
 0.368047
 0.631596  0.638035  0.651544  0.986353  ...  0.70742  0.226588
 0.642113
 0.305117  0.980503  0.725662  0.544916  ...  0.454644  0.606198
 0.284314
```

```
julia> @> z o activate reshape(sz_sp)
6×9 BitArray{2{\\}}:
 false false true true false false true false false
 false false false false true false false false false
 false false false false false false false false false
 true true false false false true true true true
 false false false false false false false false false
 false false false false false false false false false
```

Είναι σημαντικό να λογαριάζουμε τις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος, που ως τώρα είναι  $2$ ,  $D_p$  και  $a_t$ , γιατί καθεμία χρειάζεται εφαρμογή συνάρτησης μετάβασης σε κάθε χρονικά βήμα του χωρικού συγκεντρωτή. Στην επόμενη ενότητα θα ορίσουμε τη συνάρτηση μετάβασης των συνάψεων (εκμάθηση) και θα συγκεντρώσουμε όλες τις συναρτήσεις μετάβασης σε μία, `step!(:, Val{:sp})`.

### 3.1.4 Εκμάθηση (προσαρμογή συνάψεων)

Οι συνάψεις των ενεργοποιημένων  $y_i$  προσαρμόζονται, ενισχύοντας τις συνάψεις προς τα ενεργά  $x_i$  και εξασθενώντας τις συνάψεις με τα ανενεργά. Σε αυτόν τον κανόνα όμως εμπίπτουν μόνο οι συνάψεις που απέκτησαν αρχική τιμή 0. Πολλές θέσεις του πίνακα  $D_p[i, j] == 0$  συμβολίζουν έλλειψη σύνταξης<sup>1</sup> και δεν πρέπει να αλλάζουν.

Ο απλούστερος τρόπος για να το επιτύχουμε είναι ο εξής:

```
learn!(D_p, z, a) = begin
    D_p[z, a] = (D_p[z, a] > 0) .* (D_p[z, a] .+ p+)
    D_p[.!z, a] = (D_p[z, a] > 0) .* (D_p[.!z, a] .- p-)
end
```

Οι επιπλέον παράμετροι  $p^+$ ,  $p^-$  εκφράζουν το πόσο αυξομειώνονται οι συνάψεις σε κάθε βήμα εκμάθησης.

```
p+ = 0.1; p- = 0.02
p+ = round(ℚ, p+ * typemax(ℚ)); p- = round(ℚ, p- * typemax(ℚ))
```

Οι τελεστές  $\oplus$ ,  $\ominus$  που εφαρμόζουν τη συναπτική τροποποίηση είναι κορεσμένη πρόσθεση και αφαίρεση αντιστοίχως.

```
⊕(a::T, b::T) where {T<:Unsigned} = a+b > a ? a+b : typemax(T)
⊖(a::T, b::T) where {T<:Unsigned} = a-b < a ? a-b : one(T)
⊕(a::T, b::T) where {T<:Signed} = a+b > a ? a+b : typemax(T)
⊖(a::T, b::T) where {T<:Signed} = a-b > 0 ? a-b : one(T)
```

### Βελτίωση

Βέβαια η παραπάνω μέθοδος δεν είναι πολύ αποδοτική για δύο λόγους:

- προσπελαίνει πολλές φορές έναν εν δυνάμει πολύ μεγάλο πίνακα
- δημιουργεί αντίγραφα του

Το τελευταίο οφείλεται στον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η λήψη στοιχείων από πίνακα στη Julia.  $A[i, j]$  σημαίνει δημιουργία ενός νέου πίνακα, μεγέθους  $\ell(i) \times \ell(j)$ , με τα στοιχεία που περιέχει ο A στην αντίστοιχη περιοχή.

Για να αποφύγουμε αυτή τη συμπεριφορά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε «όψεις» (array views). Μια βελτιωμένη εκδοχή λοιπόν είναι:

```
learn!(D_p, z, a) = begin
    D_p_active = @view D_p[:, a] # the only elements we touch
    activeConn = (D_p_active > 0) .& z
    inactiveConn = (D_p_active > 0) .& .!z
    D_p_active = activeConn .* (D_p_active .+ p+) .+
        inactiveConn .* (D_p_active .- p-)
end
step! (::Val{ :D_p }, D_p, z, a) = learn!(D_p, z, a)
```

<sup>1</sup>Τα κενά δεν είναι επαρκή εν προκειμένω για να θεωρήσουμε τον  $D_p$  αραιό

Ας δούμε πώς τροποποιούνται οι συνάψεις σε έναν κύκλο ενεργοποίησης του χωρικού συγκεντρωτή.

```
julia> a= z|> o|> activate;

julia> reshape(a,szsp)
6×9 BitArray{\\{}2{\\}}:
 false  false  true   true  false  false  true  false  false
 false  false  false  false  true  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false
  true   true  false  false  false  true   true   true   true
 false  false  false  false  false  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false

julia> D_before= copy(Dp);

julia> step!(:,Dp, z,a);

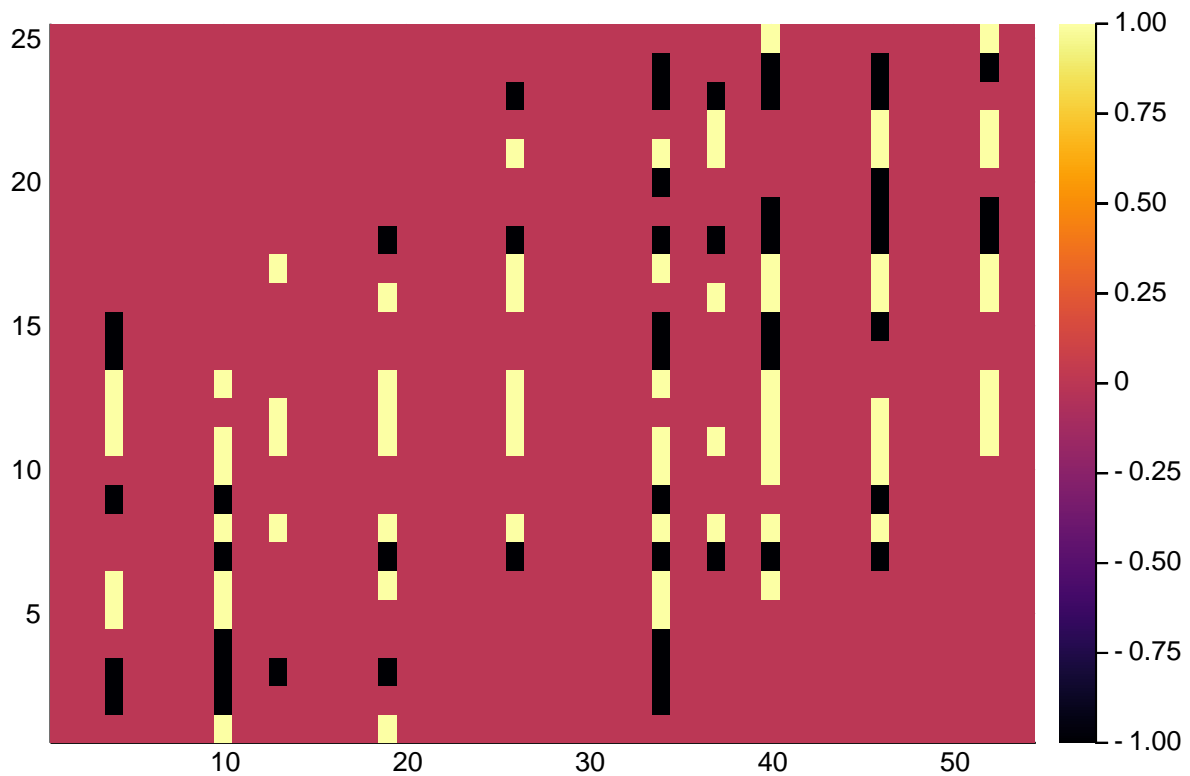
julia> step!(:,ât, ât,a);

julia> a= z|> o|> activate;

julia> reshape(a,szsp)
6×9 BitArray{\\{}2{\\}}:
 false  false  true   true  false  false  true  false  false
 false  false  false  false  true  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false
  true   true  false  false  false  false  true   true   true
 false  false  false  false  false  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false
```

Στις ενεργές μικροστήλες εξόδου, κάποιες συνάψεις ενισχύονται και κάποιες εξασθενούν:

```
D_diff= Int.(Dp .> D_before) - Int.(Dp .< D_before);
D_diff|> heatmap
```



### 3.2 Σύνθεση στοιχείων Χωρικού Συγκεντρωτή

Το μόνο εμπόδιο που μένει για τη χρήση του χωρικού συγκεντρωτή είναι ότι οι προηγούμενοι ορισμοί χρησιμοποιούσαν «global» μεταβλητές για την κατάσταση και για τις παραμέτρους. Αυτό βοήθησε να απλοποιήσουμε την περιγραφή του αλγορίθμου, αλλά όχι τη χρήση του ως βιβλιοθήκη. Καθώς ο έλεγχος της κατάστασης είναι κρίσιμος για τη συμπερασματολογία σε οποιοδήποτε πρόγραμμα, θα πρέπει όλες οι «global» μεταβλητές να εξαλειφθούν. Οι τρόποι αντιμετώπισης είναι:

- να περικλείσουμε τον ορισμό των περισσότερων εξειδικευμένων συναρτήσεων εντός του πεδίου γενικότερων συναρτήσεων, όπου θα έχουν έμμεση πρόσβαση στα σύμβολα που ορίζουν οι περικλείουσες
- να δώσουμε στις γενικότερες συναρτήσεις που μενουν επιπλέον ορίσματα

**Οι ορισμοί που δίνονται παρακάτω συγκεντρώνουν όλη την υλοποίηση του χωρικού συγκεντρωτή και στέκουν αυτόνομα από τους προηγούμενους.** Δε γίνεται καμία αλλαγή στους αλγορίθμους.

Ολόκληρος ο χωρικός συγκεντρωτής υλοποιείται παρακάτω σε **120 γραμμές κώδικα**. Η υλοποίηση αναφοράς [NUPIC 55] είναι σε 700 γραμμές κώδικα Python, μστρημένες με το πρόγραμμα «pygount» [47]. Σε αυτό το μέγεθος υλοποιεί και μερικά δευτερεύοντα στοιχεία λειτουργικότητας που εδώ παραλείφθηκαν χάριν απλότητας, όπως ολική αναστολή αντί για τοπική.

Ορισμοί σταθερών και τύπων υποδομής:

```

using Random
using Parameters
import Lazy: @>, @>>
import StatsBase: mean, median
import ImageFiltering: mapwindow, Fill, imfilter
# Constants
const $q= UInt8
const $qrange= $q(0):typemax($q)
# Topology
struct Hypercube{N}
    xc::NTuple{N,Int}
    γ::Int
    sz::NTuple{N,Int}
    indices::CartesianIndices{N}
end
Hypercube(xc,γ,sz)= Hypercube(xc,γ,sz, start(xc,γ,sz))
start(xc,γ,sz)= CartesianIndices(map( (a,b)-> a:b,
                                     max.(xc .- γ, 1),
                                     min.(xc .+ γ, sz) ))
Base.iterate(hc::Hypercube)= begin
    i= iterate(hc.indices)
    !isnothing(i) ? (i[1].I,i[2]) : nothing
end
Base.iterate(hc::Hypercube,state)= begin
    i= iterate(hc.indices,state)
    !isnothing(i) ? (i[1].I,i[2]) : nothing
end
Base.length(hc::Hypercube)= length(hc.indices)
Base.size(hc::Hypercube)= size(hc.indices)
# Infrastructure
ℓ(sz)= prod(sz)
step!(s::Symbol,args...)= step!(Val(s),args...)
receptiveFieldSpan(γ,θ_potential_prob)= (γ*2+0.5)*(1-θ_potential_prob)
receptiveFieldSpan_yspace(γ,θ_potential_prob,szin,szsp)=
    (receptiveFieldSpan(γ,θ_potential_prob)*mean(szsp./szin)-1)/2

```

Ας συνθέσουμε την αρχικοποίηση της κατάστασης και τις παραμέτρους. Το πακέτο `Parameters` μας διευκολύνει στον ορισμό των παραμέτρων, επιτρέποντας να δώσουμε αρχικές τιμές και βασικό έλεγχο ορθότητας με απλή σύνταξη.

```

@with_kw struct SPParams{Nin,Nsp}
    szin::NTuple{Nin,Int}    = (32,32); @assert all(szin.>0)
    szsp::NTuple{Nsp,Int}    = (64,64); @assert all(szsp.>0)
    γ::Int                    = 6;      @assert γ>0
    s::Float32                = .02;    @assert s>0
    θ_potential_prob::Float32 = .5;     @assert 0<=θ_potential_prob<=1
    θ_permanence01            = .5;     @assert 0<=θ_permanence01<=1
    p+_01                    = .1;     @assert 0<=p+_01<=1
    p-_01                    = .02;    @assert 0<=p-_01<=1
    θ_permanence::$q          = @>> θ_permanence01*typemax($q) round($q)
    p+::$q                   = round($q, p+_01*typemax($q))
    p-::$q                   = round($q, p-_01*typemax($q))
end

```

```

θ_stimulus_activate::Int = 1;          @assert θ_stimulus_activate>=0
Tboost::Float32          = 200;       @assert Tboost>0
β::Float32               = 1;         @assert β>0
φ::Float32               =
    max(receptiveFieldSpan_yspace(γ,θ_potential_prob,szin,szsp), 1)
@assert φ>=1
@assert zero($q)<=θ_permanence<=typemax($q)
@assert zero($q)<=p+<=typemax($q)
@assert zero($q)<=p-<=typemax($q)
end
struct SpatialPooler{Nin,Nsp}
    params::SPParams{Nin,Nsp}
    Dp::Matrix{$q}
    āt::Array{Float32,Nsp}

    SpatialPooler(params::SPParams{Nin,Nsp}) where {Nin,Nsp}= begin
        @unpack szin,szsp,θ_potential_prob,γ = params

        xc(yi)= floor.(Int, (yi.-1) .* (szin./szsp)) .+1
        xi(xc)= Hypercube(xc,γ,szin)
        θ_effective()= floor($q, (1 - θ_potential_prob)*typemax($q))
        out_lattice()= (c.I for c in CartesianIndices(szsp))
        permanences(xi)= begin
            # Decide randomly if yi ↔ xi will connect
            p= rand($qrange,length(xi))
            p0= p .> θ_effective(); pScale= p .< θ_effective()
            p[p0].= $q(0)
            # Draw permanences from uniform distribution in $q
            p[pScale].= rand($qrange, count(pScale))
            return p
        end
        fillin_permanences()= begin
            Dp= zeros($q, ℓ(szin),ℓ(szsp))
            foreach(out_lattice()) do yi
                # Linear indices from hypercube
                x= @>> yi xc xi collect map(x->c2lin[x...])
                Dp[x, c2lsp[yi...]]= permanences(@> yi xc xi)
            end
            return Dp
        end
        c2lin= LinearIndices(szin)
        c2lsp= LinearIndices(szsp)

        new{Nin,Nsp}(params,
                     fillin_permanences(),
                     zeros(szsp...))
    end
end

```

Η συνάρτηση ενεργοποίησης γίνεται:

```
sp_activate(z,sp::SpatialPooler{Nin,Nsp}) where {Nin,Nsp}= begin
```

```

@unpack szsp, s, φ, β, θpermanence, θstimulus_activate = sp.params
@unpack Dp,  $\hat{a}_t$  = sp
# overlap
Wp()= Dp .> θpermanence
o(z)= @> (b() .* Wp()'z) reshape(szsp)
# inhibition
α(φ)= 2round(Int,φ)+1
k()= ceil(Int, s*α(φ)^Nsp)
z!(X)= @> X vec partialsort!(k(),rev=true)
Z(o)= mapwindow(z!, o, window(), border= Fill(0))
# boosting
window()= ntuple(i->α(φ),Nsp)
mean_kernel()= ones(window()) ./ α(φ).^Nsp
 $\hat{a}_n$ ()= imfilter( $\hat{a}_t$ , mean_kernel(), "symmetric")
b()= @> exp.(-β .* ( $\hat{a}_t$  .-  $\hat{a}_n$ ())) vec

activate(o)= ((o .>= Z(o)) .& (o .> θstimulus_activate))|> vec
z|> o|> activate
end

```

Ας συνθέσουμε τη συνάρτηση βήματος του χωρικού συγκεντρωτή. Η συνάρτηση λαμβάνει την είσοδο, υπολογίζει την ενεργοποίηση και πραγματοποιεί τις απαιτούμενες μεταβολές κατάστασης.

```

step!(sp::SpatialPooler,z)= begin
  a= sp_activate(z,sp)
  step!(: $\hat{a}_t$ , sp,a)
  step!(:Dp, sp,z,a)
  return a
end
step! (::Val{: $\hat{a}_t$ }, sp,a)= begin
  @unpack Tboost, szsp = sp.params
  sp. $\hat{a}_t$ .= (sp. $\hat{a}_t$ .*(Tboost-1) .+ reshape(a,szsp))./Tboost
end
step! (::Val{ :Dp }, sp,z,a)= learn!(sp.Dp,z,a,sp.params)
learn!(Dp,z,a,params)= begin
  @unpack p+,p- = params
  Dpactive= @view Dp[:,a] # the only elements we touch
  activeConn= (Dpactive .> 0) .& z
  inactiveConn= (Dpactive .> 0) .& .!z
  Dpactive.= activeConn .* (Dpactive .⊕ p+) .+
    inactiveConn .* (Dpactive .⊖ p-)
end
# saturated arithmetic
⊕(a::T,b::T) where {T<:Unsigned}= a+b>a ? a+b : typemax(T)
⊖(a::T,b::T) where {T<:Unsigned}= a-b<a ? a-b : one(T)
⊕(a::T,b::T) where {T<:Signed}= a+b>a ? a+b : typemax(T)
⊖(a::T,b::T) where {T<:Signed}= a-b>0 ? a-b : one(T)

```



### 3.2.1 Σύγκριση απόδοσης με HierarchicalTemporalMemory.jl

Στην παραπάνω υλοποίηση των 120 γραμμών κώδικα επιδιώχθηκε η μέγιστη εκφραστική απλότητα. Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας έχει υλοποιηθεί και το πακέτο HierarchicalTemporalMemory.jl για χρήση ως βιβλιοθήκη. Εκείνη η υλοποίηση συγκλίνει σε πιο μετρημένη ισορροπία εκφραστικής απλότητας και αποδοτικότητας.

Σε αυτήν την υλοποίηση ελαχιστοποιήθηκαν οι μεταβλητές κατάστασης, με την έκφραση όλων των συναρτησιακών σχέσεων του αλγορίθμου ως προγραμματιστικές συναρτήσεις. Σε αυτό το σημείο εμπίπτουν οι περισσότερες βελτιστοποιήσεις του HierarchicalTemporalMemory.jl: χρησιμοποιεί περισσότερες μεταβλητές κατάστασης και σε κάθε βήμα υπολογίζει μόνο την ανανέωσή τους. Σε κάποιες περιπτώσεις επίσης επαναχρησιμοποιεί τον ίδιο υπολογισμό περισσότερες φορές, αν και αυτό το τελευταίο εμπίπτει στο χώρο των βελτιστοποιήσεων που "ένας επαρκώς ευφυής μεταγλωττιστής" θα μπορούσε να εφαρμόζει αυτόματα.

Πόση όμως είναι η διαφορά στο χρόνο εκτέλεσης που θα μπορούσαν να επιφέρουν τέτοιες αλλαγές; Ο χρόνος εκτέλεσης του βήματος του χωρικού συγκεντρωτή εξαρτάται μόνο από τα μεγέθη  $sz_{in}$ ,  $sz_{sp}$  και τις ακτίνες γειτνίασης  $\gamma$ ,  $\phi$ . Ας φτιάξουμε χωρικό συγκεντρωτή με πρακτικά χρήσιμες διαστάσεις κι ας μετρήσουμε το χρόνο εκτέλεσης:

```
julia> using BenchmarkTools;

julia> sp= SpatialPooler(SPParams(sz_in=(600,),sz_sp=(2048,), γ=100))
Main.WeaveSandBox1.SpatialPooler{\{1,1\}}(Main.WeaveSandBox1.SPParams
  {\{1,1\}}
  in_ssz: Tuple{\{Int64\}}
  sp_ssz: Tuple{\{Int64\}}
  γ: Int64 100
  s: Float32 0.02f0
  θ{\_}potential{\_}prob: Float32 0.5f0
  θ{\_}permanence01: Float64 0.5
  *p{\_}01: Float64 0.1
  ^p{\_}01: Float64 0.02
  θ{\_}permanence: UInt8 0x80
  *p: UInt8 0x1a
  ^p: UInt8 0x05
  θ{\_}stimulus{\_}activate: Int64 1
  Tboost: Float32 200.0f0
  β: Float32 1.0f0
  φ: Float32 170.59334f0
  , UInt8[0x00 0x00 ... 0x00 0x00; 0x00 0xe3 ... 0x00 0x00; ... ; 0x00 0x00 ... 0
    x41 0x79; 0x00 0x00 ... 0x46 0xa0], Float32[0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
    0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0 ... 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0,
    0.0, 0.0])

julia> sp.params.φ
170.59334f0

julia> z= bitrand(600);

julia> @benchmark step!(sp,z)
BenchmarkTools.Trial:
```

```

memory estimate: 707.42 KiB
allocs estimate: 471
-----
minimum time:      11.774 ms (0.00{\%} GC)
median time:       12.588 ms (0.00{\%} GC)
mean time:         12.956 ms (0.43{\%} GC)
maximum time:      18.107 ms (0.00{\%} GC)
-----
samples:           385
evals/sample:      1

```

Ο χρόνος εκτέλεσης από το `HierarchicalTemporalMemory.jl` είναι 9.3ms με 500KiB μνήμης. Το 95% του χρόνου δαπανάται στη  $Z(\circ)$  για τον υπολογισμό της τοπικής αναστολής, με το 74% αυτού να ξοδεύεται σε επαναλαμβανόμενες μερικές ταξινομήσεις στη  $z!(X)$ . Η συνάρτηση `ImageFiltering.mapwindow` που εφαρμόζει το μη γραμμικό φίλτρο  $z!$  επανειλημμένα σε ολισθαίνοντα παράθυρα του χώρου ξόδου επιδέχεται σημαντικής βελτιστοποίησης. Οι εφαρμογές της  $z!$  σε γειτονικά παράθυρα δεν είναι ανεξάρτητες, αλλά αυτό το στοιχείο δεν αξιοποιείται από την υπάρχουσα υλοποίηση.

Οι βελτιστοποιήσεις του `HierarchicalTemporalMemory.jl` παίζουν πολύ περισσότερο ρόλο στην απλούστερη περίπτωση της ολικής αναστολής, που εξαλείφει το μεγαλύτερο μέρος από αυτό το 95% του χρόνου εκτέλεσης.

### 3.3 Υλοποίηση Χρονικής Μνήμης

Για τη χρονική μνήμη το επίπεδο με τις  $N$  μικροστήλες  $y_i$  αναλύεται σε έναν όγκο νευρώνων  $y_{ij}$ , με κάθε μικροστήλη να απαρτίζεται από  $k$  νευρώνες.

Όπως αναφέρθηκε και στην ενότητα 2.3.2, η λειτουργία και προσαρμογή των εγγύς συνάψεων είναι αντικείμενο του χωρικού συγκεντρωτή. Η χρονική μνήμη περιγράφει τη λειτουργία και προσαρμογή των απομακρυσμένων συνάψεων, με το ενδεχόμενο να εμπλέξει με περισσότερη μελέτη και τις κορυφαίες.

Είσοδος της χρονικής μνήμης είναι το σύνολο των ενεργών μικροστηλών  $c$  που παρήγαγε ο χωρικός συγκεντρωτής. Έξοδος είναι το σύνολο των ενεργών νευρώνων  $a$  και το σύνολο των νευρώνων σε προβλεπτική κατάσταση  $\Pi$ .

Βασική διαφορά στην υλοποίηση των απομακρυσμένων συνάψεων σε σχέση με τις εγγύς είναι η αραιότητά τους. Κάθε νευρώνας έχει, όπως αναφέρθηκε, πολλούς εγγύς δενδρίτες, με τον καθένα επαρκή να θέσει το νευρώνα σε προβλεπτική κατάσταση. Οι απομακρυσμένες συνάψεις επομένως συνδέουν προσυναπτικούς **νευρώνες** με μετασυναπτικούς **δενδρίτες**. Κάθε δενδρίτης, με τη σειρά του, ανήκει σε ένα νευρώνα. Τα σχετικά μεγέθη είναι:

- $N_c$  μικροστήλες
- $k$  νευρώνες ανά μικροστήλη
- $N_n = kN_c$  νευρώνες στο επίπεδο
- $N_s$  δενδρίτες (s: dendritic **segment**)

Η πολυδιάστατη τοπολογία που ορίστηκε στο χωρικό συγκεντρωτή εδώ δεν παίζει ρόλο.

Για τη μεταγωγή επομένως του μηνύματος από προσυναπτικό νευρώνα σε μετασυναπτικό νευρώνα εμπλέκονται δύο πίνακες:  $W_d \in \mathbb{B}^{N_n \times N_s}$  των συνδέσεων (συνδεδεμένων συνάψεων) και  $NS \in \mathbb{B}^{N_n \times N_s}$ , πίνακα γειτνίασης νευρώνων-δενδριτών. Ο  $W_d$  προκύπτει από το  $D_d$  των συναπτικών μονιμοτήτων (d: distal).

Σε υψηλό επίπεδο, η χρονική μνήμη επιτελεί τις εξής διαδικασίες κατά την επεξεργασία μίας εισόδου:

1. ενεργοποίηση νευρώνων
2. προσδοκία / υπολογισμός προβλεπτικών νευρώνων
3. προσαρμογή συνάψεων, δημιουργία νέων συνάψεων και δενδριτών

### 3.3.1 Ενεργοποίηση χρονικής μνήμης

Όπως σχολιάστηκε στο σχήμα 2.8, ενώ προτεραιότητα στην ενεργοποίηση έχουν οι νευρώνες που ήταν σε προβλεπτική κατάσταση την προηγούμενη χρονική στιγμή, αν δεν υπάρχει κανένας τέτοιος σε ενεργή μικροστήλη θα προκληθεί έξαρση ενεργοποίησης όλων των νευρώνων της μικροστήλης.

Η μακροεντολή `@percolumn` αναδιπλώνει το διάνυσμα σε πίνακα με στήλες μήκους `k` και εφαρμόζει ανά στήλη την αναγωγή του πρώτου ορίσματος.

```
macro percolumn(reduce,a,k)
    esc(:( $reduce(reshape($a,$k,:),dims=1)|> vec ))
end
```

Η μακροεντολή είναι ουσιαστικά μία συνάρτηση που εκτελείται κατά τη μεταγλώττιση, έχοντας ως ορίσματα **σύμβολα** και όχι τις τελικές τιμές. Στο σώμα της μακροεντολής θα μπορούσαν, αν απαιτούνταν, να εκτελεστούν μετασχηματισμοί αυτών των συμβόλων. Εν προκειμένω μπορούμε κατευθείαν να ορίσουμε την έξοδο της μακροεντολής. Οι τελεστές `$` θα **παρεμβάλουν** τις "τιμές" των ορισμάτων της μακροεντολής — δηλαδή τα σύμβολα με τα οποία την καλέσαμε. Εποπτικά:

```
julia> m1= @macroexpand @percolumn(sum,a,3)
:(sum(reshape(a, 3, :), dims=1) |> vec)

julia> a= rand{Int8,12};

julia> reshape(a,3,:)
3×4 Array{Int8,2{}}:
 77 107 35 -4
-41 -66 42 -88
 -8 47 -57 15

julia> eval(m1)'
1×4 LinearAlgebra.Adjoint{Int64,Array{Int64,1{}}{}}:
 28 88 20 -77
```

Σε δεύτερη μορφή, η `@percolumn` αναδιπλώνει το διάνυσμα `a` σε πίνακα με στήλες μήκους `k` και εφαρμόζει την πράξη `f` ανά στοιχείο με το `b` μήκους `Ncol`:

```
macro percolumn(f,a,b,k)
    esc(:( $f.(reshape($a,$k,:), $b') ))
end
```

Στην εφαρμογή της  $f$  παραπάνω χρησιμοποιείται ο μηχανισμός «**broadcasting**» που αναφέρθηκε και νωρίτερα. Το πρώτο όρισμα στην  $f$  έχει διαστάσεις  $k \times N_c$ , το δεύτερο  $1 \times N_c$ . Ο μηχανισμός αυτός εν προκειμένω θα αναπτύξει τη μοναδιαία διάσταση του δεύτερου ορίσματος για να εφαρμόσει την  $f$  ανά στοιχείο, χωρίς όμως να δεσμεύσει νέα μνήμη, **Τέτοια τεχνάσματα επιτρέπουν στη Julia να δημιουργεί αποδοτικούς βρόχους έμμεσα, δίχως να χρειαστεί ο προγραμματιστής να ορίσει πράξεις δεικτών.**

Ας εντοπίσουμε αρχικά ποιες μικροστήλες είναι σε έξαρση, με είσοδο την ενεργοποίηση  $c$  των μικροστηλών και τους προβλεπτικούς νευρώνες  $\Pi$  (από το προηγούμενο χρονικό βήμα):

```
burst(c,Π)= c .& .!@percolumn(any,Π, k)
```

Οι στήλες που έχουν προσδοκώμενο νευρώνα και η συνολική ενεργοποίηση:

```
predicted(c,Π)= @percolumn(&,Π,c, k)
activate(c,Π)= (predicted(c,Π) .| burst(c,Π)')|> vec
```

Με τον ίδιο τρόπο λειτουργεί το «broadcasting» και στην `activate`.

Με αυτά τα εφόδια, ας πειραματιστούμε με την ενεργοποίηση της χρονικής μνήμης:

```
julia> k= 2;

julia> c= [1,0,0,1].==1;

julia> Π_= [0,0, 1,0, 1,1, 1,0].==1;

julia> burst(c,Π_)'
1×4 LinearAlgebra.Adjoint{Bool, BitArray{Bool,1}}:
 true false false false

julia> predicted(c,Π_)
2×4 BitArray{Bool,2}:
 false false false true
 false false false false

julia> reshape(activate(c,Π_),k,:)
2×4 reshape{::BitArray{Bool,1}, 2, 4} with eltype Bool:
 true false false true
 true false false false
```

Έστω για τα επόμενα πειράματα και τα μεγέθη:

```
Nc= 4
k= 2
Nn()= Nc*k
```

### 3.3.2 Προσδοκία χρονικής μνήμης

Ο υπολογισμός των νευρώνων που τίθενται σε προβλεπτική κατάσταση είναι απλούστερος, γιατί δεν εξαρτάται από τη συμπεριφορά ολόκληρης της στήλης. Ως είσοδο δέχεται τον πίνακα των συναπτικών μονιμοτήτων  $D_d$  και της γειτνίασης νευρώνων - δενδριτών  $NS$ , καθώς και την ενεργοποίηση των νευρώνων  $\alpha$ .

```
W_d()= D_d .> θ_permanence_dist
Πs(α)= W_d()'α .> θ_stimulus_activate
Π(α)= NS*Πs(α) .> 0
```

Μας ενδιαφέρουν επίσης και οι δενδρίτες που δεν ενεργοποιήθηκαν, αλλά έχουν σημαντικό αριθμό εν δυνάμει συνάψεων με ενεργούς νευρώνες. Τους ονομάζουμε «δενδρίτες που ταιριάζουν» (matching) και θα ωφελήσουν στην εκμάθηση.

```
M_ovp(α)= D_d'α
Ms(M_ovp)= M_ovp .> θ_stimulus_learn
```

```
Ms (generic function with 1 method)
```

### 3.3.3 Εκμάθηση απομακρυσμένων συνάψεων

#### Αρχικοποίηση

Αντίθετα με το χωρικό συγκεντρωτή, ο  $D_d \in \mathbb{S}^{N_n \times N_s}$  είναι πολύ αραιός (πχ 0.5%), γι'αυτό και θα υλοποιηθεί ως αραιός πίνακας. Επίσης αντίθετα με το χωρικό συγκεντρωτή, αντί να αρχικοποιηθεί με τυχαίες συνδέσεις, δίνεται μηχανισμός για τη δημιουργία νέων συνδέσεων όταν οι υπάρχουσες δεν επαρκούν για να προβλέψουν τα ερεθίσματα. Έτσι ο  $D_d$  αρχικοποιείται κενός.

Για την ακρίβεια, ο μηχανισμός δημιουργίας συνδέσεων δημιουργεί νέους δενδρίτες. Έτσι, το  $N_s$  δεν είναι παράμετρος, αλλά συνάρτηση του μεγέθους του πίνακα  $D_d$  που διαρκώς αυξάνει<sup>2</sup>, και αρχικά είναι 0:

```
using SparseArrays
const Sq= UInt8
D_d= spzeros(Sq, Nn(),0)
NS= spzeros(Bool,Nn(),0)
Ns()= size(D_d,2)
```

Για παρακάτω υπολογισμό χρειαζόμαστε να ανατρέχουμε σε όλους τους δενδρίτες που ανήκουν σε μια μικροστήλη. Αν και θα ήταν εφικτό να χρησιμοποιούσαμε τον πίνακα  $NS$  και για αυτή τη δουλειά (οι νευρώνες που ανήκουν στη μικροστήλη βρίσκονται εύκολα) είναι αρκετά πιο αποδοτικό να εισάγουμε μια ακόμα μεταβλητή κατάστασης, τον πίνακα γειτνίασης δενδριτών - μικροστηλών  $SC$ :

```
col2cell(col)= (col-1)*k+1 : col*k
SC= spzeros(Bool, 0,Nc)
```

<sup>2</sup>Ανοιχτή ερώτηση είναι αν θα πρέπει να εισαχθεί μηχανισμός αφαίρεσης αδρανών δενδριτών

## Εκμάθηση

Η εκμάθηση των απομακρυσμένων συνάψεων είναι αρκετά πιο σύνθετη από των εγγύς. Προϋποθέτει αναγνώριση των «νικητών» **προσυναπτικών νευρώνων**  $WN$  και **μετασυναπτικών δενδριτών**  $WS$ . Οι  $WS$  θα προσαρμόσουν τις συνάψεις τους με τους ενεργούς νευρώνες της προηγούμενης στιγμής, ενώ οι  $WN$  είναι υποψήφιοι για να αναπτύξουν νέες συνάψεις. Οι νευρώνες και δενδρίτες αυτοί λεγονται έτσι επειδή έχουν νικήσει έναν ανταγωνισμό. Επίσης, θα περιγραφούν προϋποθέσεις υπό τις οποίες αναπτύσσονται νέες συνάψεις και δενδρίτες.

Προς αποφυγήν σύγχυσης, ειδική μνεία αξίζει η επισήμανση: πάντοτε **προσυναπτικοί** νευρώνες, **μετασυναπτικοί** δενδρίτες. Στα παρακάτω ο προσδιορισμός θα εννοείται.

Πριν την ακριβή ανάλυση του υπολογισμού των νικητών δενδριτών και νευρώνων, που είναι πιο πολύπλοκη, ας μελετήσουμε την προσαρμογή των συνάψεων με δεδομένα τα  $WS$ ,  $WN$ .

Στις απομακρυσμένες συνάψεις εμφανίζονται 2 μηχανισμοί προσαρμογής: ένας κύριος, ανάλογος του χωρικού συγκεντρωτή, κι ένας δευτερεύων μόνο με μικρή, αρνητική προσαρμογή, που ονομάζεται «καταστολή μακρού χρόνου» (LTD, long-term depression) και αποσκοπεί στη βραδεία μείωση των συνάψεων που δεν οδηγούν σε ενεργοποίηση του νευρώνα τους. Πέρα από την προσαρμογή, αναπτύσσονται και νέες συνάψεις μεταξύ των τωρινών νικητών δενδριτών και των νικητών νευρώνων της προηγούμενης στιγμής. Οι συναρτήσεις `sparse_foreach`, `learn_sparsesynapses!` και `growsynapses!` θα περιγραφούν μετά.

Το  $p$  στην αρχή γνωστών ονομάτων, όπως  $pWN$ , σημαίνει *previous*, προηγούμενη στιγμή.

```
using Parameters
using Lazy: @>, @>>
function step! (::Val{:D_d}, pWN, WS, decayS, pa, povp_Ms, params)
    @unpack p+, p-, LTD_p-, synapseSampleSize, init_permanence = params
    # Learn synapse permanences according to Hebbian learning rule
    sparse_foreach((scol, cell_i) ->
        learn_sparsesynapses!(scol, cell_i, pa, p+, p-),
        D_d, WS)
    # Decay "matching" synapses that didn't result in an active neuron
    sparse_foreach((scol, cell_i) ->
        learn_sparsesynapses!(scol, cell_i,
            .!pa, zero($q), LTD_p-),
        D_d, decayS)
    # Grow new synapses between this step's winning dendrites
    # and previous winning neurons
    growsynapses!(pWN, WS, povp_Ms, synapseSampleSize, init_permanence)
end
```

**Δενδρίτες που υφίστανται LTD** Οι δενδρίτες που υφίστανται την καταστολή μακρού χρόνου είναι αυτοί που την προηγούμενη χρονική στιγμή είχαν αρκετές εν δυνάμει συνάψεις με ενεργούς νευρώνες ( $M_s$ , matching dendritic segment), παρόλα αυτά δεν οδήγησαν στην ενεργοποίηση του νευρώνα τους αυτήν τη στιγμή. Το μέγεθος του διανύσματος  $pM_s$  ενδέχεται να χρειαστεί επιμήκυνση, εάν αυτή τη στιγμή αναπτύχθηκαν νέοι δενδρίτες.

```
decayS(pMs, a) = (@> pMs padfalse(Ns())) .& (Ns'*(.!a))
```

```
padfalse(b::BitArray,dim)= [b;falses(dim-length(b))]  
padfalse(b::Vector{T},dim) where T= [b;zeros(T,dim-length(b))]
```

### 3.3.4 Σχόλια για αραιούς πίνακες στη Julia

Οι αραιοί πίνακες στη Julia αναπαρίστανται με τη μορφή **συμπιεσμένης αραιής στήλης (SparseMatrixCSC)**. Αυτή τη στιγμή δεν υπάρχει στη γλώσσα εναλλακτική μορφή αναπαράστασης. Συνοπτικά, η CSC αναπαριστά τον πίνακα ως 3 διανύσματα: `rowval`, `nzval`, `colptr`. Τα `rowval` και `nzval` περιέχουν μία τιμή για κάθε τιμή που περιέχεται στον πίνακα, το `rowval` σε ποια γραμμή περιέχεται και το `nzval` ποια είναι η τιμή. Το `colptr` περιέχει μια τιμή για κάθε στήλη συν μία, σηματοδοτώντας τη θέση των άλλων διανυσμάτων όπου ξεκινούν στοιχεία της επόμενης στήλης. Άρα, η προσπέλαση πινάκων CSC κατά στήλες είναι γρήγορη, ενώ η προσπέλασή τους κατά γραμμές πιο αργή.

Η πιο χρονοβόρα διαδικασία που θα μας απασχολήσει αργότερα είναι η **εισαγωγή νέων στοιχείων σε τυχαίες θέσεις του πίνακα**, γιατί απαιτεί μετακίνηση των ήδη υπάρχοντων στοιχείων.<sup>3</sup> Ειδικά η προσάρτηση επιπλέον στηλών στο τέλος του πίνακα είναι ταχύτερη, γιατί ενδέχεται να γλιτώσει τη μετακίνηση των υπάρχοντων στοιχείων.

#### Διατρέχοντας τις αραιές συνάψεις κατά στήλες

Καθώς ο `D_d` είναι αραιός πίνακας, η στρατηγική προσαρμογής που χρησιμοποιήθηκε στο χωρικό συγκεντρωτή θα ήταν **εξαιρετικά αναποδοτική**. Αντ'αυτού κατασκευάζεται ειδική διαδικασία προσαρμογής, που διατρέχει τον αραιό πίνακα κατά στήλες (`sparse_foreach`) και εφαρμόζει σε κάθε επιλεγμένη στήλη τη συνάρτηση `learn_sparsesynapses!`. Στη συνάρτηση που καλεί η `sparse_foreach` μεταφέρει όψη των στοιχείων σε αυτή τη στήλη του αραιού πίνακα συνάψεων `s` και σε ποιες γραμμές αυτά αντιστοιχούν. Έχοντας πρόσβαση ουσιαστικά σε μεμονωμένες στήλες του αραιού πίνακα κάθε φορά, η `learn_sparsesynapses!` εφαρμόζει σε αυτές την ίδια προσαρμογή που η `learn!(D_p,z,a)` εφήρμοζε στο χωρικό συγκεντρωτή (STDP).

```
function learn_sparsesynapses!(synapses_activeCol,input_i,z,p+,p-)  
    @inbounds z_i= z[input_i]  
    @inbounds synapses_activeCol.= z_i .* (synapses_activeCol .⊕ p+) .+  
                                   .!z_i .* (synapses_activeCol .⊖ p-)  
end  
sparse_foreach(f, s::SparseMatrixCSC,selectedColumnIdx)=  
    foreach(Truesof(selectedColumnIdx)) do c  
        ci= nzrange(s,c)  
        f((@view nonzeros(s)[ci]),rowvals(s)[ci])  
    end  
⊕(a::T,b::T) where {T<:Unsigned}= a+b>=a ? a+b : typemax(T)  
⊖(a::T,b::T) where {T<:Unsigned}= a-b<=a ? a-b : one(T)
```

Μια βοηθητική δομή που διατρέχει αποδοτικά μόνο τα `Trues` ενός διανύσματος λογικών τιμών:

```
struct Truesof
```

<sup>3</sup>Μια υλοποίηση CSC με `hashmaps` ίσως να βελτιώνει την απόδοση σε αυτήν την περίπτωση, που αποτελεί το πιο χρονοβόρο τμήμα ολόκληρης της χρονικής μνήμης.



```

    b::BitArray
end
@inline Base.length(B::Truesof)= count(B.b)
@inline Base.eltype(::Type{Truesof})= Int
Base.iterate(B::Truesof, i::Int=1)= begin
    i= findnext(B.b, i)
    i === nothing ? nothing : (i, i+1)
end
Base.collect(B::Truesof)= collect(B.b)

```

### Πολλαπλασιασμός αραιών πινάκων με BitVector

Μια ειδική μορφή διανυσμάτων με λογικές τιμές είναι το `BitArray{N}` (`BitVector:=BitArray{1}`). Αντί να αποθηκεύει την τιμή αληθείας κάθε στοιχείου σε ολόκληρο `byte`, συμπίεζει την αναπαράσταση σε `1bit`. Πολλές πράξεις ορίζονται με ειδικό τρόπο για να είναι αποδοτικές σε αυτήν τη δομή, που είναι ο προεπιλεγμένος τρόπος αναπαράστασης δυαδικών πινάκων στη Julia.

Ο πολλαπλασιασμός `BitVector` με πίνακα δεν τυχαίνει όμως να είναι μια από αυτές. Συμφέρει να αποσυμπίεστεί το `BitVector` σε `Vector{Bool}` και μετά να πραγματοποιηθεί ο πολλαπλασιασμός. Παρακάτω ορίζεται αυτή η συμπεριφορά ως προεπιλογή για τον πολλαπλασιασμό `SparseMatrixCSC × BitVector` (και αντιστρόφως, και συζυγώς). Το κέρδος σε απόδοση είναι **περίπου ×1000!**

```

import LinearAlgebra: Adjoint
import Base: *
*(z::BitVector, W::SparseMatrixCSC)= Vector(z)*W
*(z::Adjoint{Bool, BitVector}, W::SparseMatrixCSC)= Vector(z.parent)'W
*(W::Adjoint{<:Any, <:SparseMatrixCSC}, z::BitVector)= W*Vector(z)
*(W::SparseMatrixCSC, z::BitVector)= W*Vector(z)

```

### Αποδοτική τροποποίηση αραιών πινάκων

Για λόγους που θα συζητηθούν στην επόμενη ενότητα, χρειάζεται να τροποποιηθεί το μέγεθος αραιών πινάκων και να προστεθούν νέες στήλες. Ο προφανής τρόπος για να επιτευχθεί αυτό είναι αναποδοτικός. Καταλήγουμε έτσι σε χαμηλού επιπέδου χειρισμούς, που επιτυγχάνουν τη διαδικασία με την ελάχιστη μετακίνηση δεδομένων στη μνήμη, τις συναρτήσεις `vcat!!`, `hcat!!`.

Ως παρενέργεια, οι συναρτήσεις `vcat!!`, `hcat!!` που το επιτυγχάνουν αυτό καταστρέφουν τη δομή του αντικειμένου που τροποποιούν, οπότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν με πολλή προσοχή. Η Julia δεν καθιστά άδικο τη διαδικασία αυτή δύσκολη.

```

function vcat!!(s::SparseMatrixCSC, J, V)
    length(V)==length(J) || error("[vcats!!] J,V must have the same length")
    k= length(V); k_s= nnz(s)
    m= s.m+k
    resize!(s.nzval, k_s+k)
    resize!(s.rowval, k_s+k)

```

```

# Rearrange values-to-add by ascending column
col_order= sortperm(J)
J= J[col_order]; V= V[col_order]
# Calculate how many steps forward each column start moves
colptr_cat= copy(s.colptr)
for c in J
    @inbounds colptr_cat[c+1:end].+= 1
end

## Fill in the new values at the correct places
# NOTE start from the end, because that's where the empty places are
for c= s.n:-1:1
    colrange= s.colptr[c] : s.colptr[c+1]-1
    colrange_cat= colptr_cat[c] : colptr_cat[c+1]-1
    # 1: Transport previous values to new places`
    @inbounds s.rowval[colrange_cat[1:length(colrange)]].=
s.rowval[colrange]
    @inbounds s.nzval[colrange_cat[1:length(colrange)]].=
s.nzval[colrange]

    # 2: add new values
    if length(colrange_cat) > length(colrange)
        # OPTIMIZE J.==c is a lot of comparisons!
        @inbounds s.rowval[colrange_cat[length(colrange)+1:end]].=
            col_order[J .== c] .+ s.m
        @inbounds s.nzval[colrange_cat[length(colrange)+1:end]].= V[J
            .== c]
    end
end

# Construct the new SparseMatrixCSC
SparseMatrixCSC(m,s.n,colptr_cat,s.rowval,s.nzval)
end
function hcat!!(s::SparseMatrixCSC, I,V)
    length(V)==length(I) || error("[hcat!!] I,V must have the same
        length")
    k= length(V); k_s= nnz(s)
    n= s.n+k
    resize!(s.nzval, k_s+k)
    resize!(s.rowval, k_s+k)
    resize!(s.colptr, n+1)
    s.nzval[k_s+1:end].= V
    s.rowval[k_s+1:end].= I
    s.colptr[s.n+2:end].= s.colptr[s.n+1] .+ (1:k)
    # Construct the new SparseMatrixCSC
    SparseMatrixCSC(s.m,n,s.colptr,s.rowval,s.nzval)
end
# Change just the number of columns, without adding any new values
function hcat!!(s::SparseMatrixCSC,k)
    n= s.n+k
    resize!(s.colptr,n+1)

```

```

s.colptr[s.n+2:end]. = s.colptr[s.n+1]
SparseMatrixCSC(s.m,n,s.colptr,s.rowval,s.nzval)
end

```

### 3.3.5 Υπολογισμός νικητών δενδριτών και νευρώνων

Στην περίπτωση των **δενδριτών** που την προηγούμενη χρονική στιγμή ετέθησαν σε προβλεπτική κατάσταση,  $p\Pi_s := \Pi_{st-1}$ , και τώρα ενεργοποιήθηκαν, αυτοί είναι ταυτόχρονα και νικητές WS.

```
WS_activecol(p\Pi_s,a)= p\Pi_s .& (NS'a .>0)
```

Στους νικητές όμως ανήκει και 1 δενδρίτης από κάθε μικροστήλη σε έξαρση. Μια μικροστήλη βρίσκεται σε έξαρση επειδή δεν μπόρεσε να προβλέψει την ενεργοποίησή της, επειδή κανένας της νευρώνας δεν ήταν σε προβλεπτική κατάσταση. Επομένως, θα επιλεγεί ένας από τους δενδρίτες τους για να αναγνωρίσει τα συγκεκριμένα συμφραζόμενα, σε περίπτωση που η ίδια ακολουθία εισόδου επανεμφανιστεί στο μέλλον, ώστε να αποτρέψει τότε την επανέξαρση της μικροστήλης. Ο δενδρίτης που επιλέγεται είναι αυτός που έχει τις περισσότερες συνάψεις προς τα  $\alpha_{t-1}$ , ακόμα κι αν αυτές δεν είναι συνδεδεμένες, αρκεί να ξεπερνούν ένα δεύτερο κατώφλι  $\theta_{\text{stimulus\_learn}}$ .

Ξεκινούμε τον υπολογισμό αυτό βρίσκοντας όλους τους δενδρίτες που αντιστοιχούν στη στήλη col.

```

# SparseVector rows
col2seg(col::Int)= SC[:,col].nzind
# SparseMatrixCSC rows
col2seg(col)= rowvals(SC[:,col])

```

Η υποψηφιότητα των δενδριτών εξαρτάται από το πόσες εν δυνάμει συνάψεις (δηλαδή όχι απαραίτητα συνδεδεμένες) έχουν με τους προηγούμενως ενεργούς νευρώνες  $p_a$ ,  $M_{\text{ovp}}(p_a)$ .

Με αυτά τα δεδομένα, μπορούμε να υπολογίσουμε το νικητή δενδρίτη για κάθε μικροστήλη ή, αν δεν υπάρχει νικητής, να επιστρέψουμε `nothing` σημαίνοντας την ανάγκη ανάπτυξης νέου δενδρίτη.

```

function bestmatch(col, povp_Ms, θ_stimulus_learn)
    segs= col2seg(col)
    isempty(segs) && return nothing # If there's no existing segments
    in the column
    m,i= findmax(povp_Ms[segs])
    m > θ_stimulus_learn ? segs[i] : nothing
end

```

Συνδυάζοντας τους νικητές δενδρίτες εφόσον υπάρχουν με τους νέους δενδρίτες όπου απαιτούνται, αποκτάται ένας νικητής δενδρίτης για κάθε μικροστήλη σε έξαρση:

```

function maxsegeburstcol!(B, povp_Ms, θ_stimulus_learn)
    burstingCols= findall(B)
    # Make the result vector before to specify the type -- otherwise it
    won't hold `nothing`
    maxsegs= Vector{Option{Int}}(undef,length(burstingCols))

```

```

map!(col->bestmatch(col, povp_Ms, θ_stimulus_learn), maxsegs,
      burstingCols)
growseg!(maxsegs, burstingCols)
@> maxsegs bitarray(Ns())
end

# Create a bitarray with `true` only at `idx`.
bitarray(idx,dims)= begin
    r= falses(dims); r[idx].= true
    return r
end
bitarray(idx::Int,dims)= begin
    r= falses(dims); r[idx]= true
    return r
end
end

```

### Ανάπτυξη νέων δενδριτών

Σε περίπτωση που κανένας δενδρίτης μικροστήλης σε εξαρση δεν έχει ερεθιστεί >  $\theta_{\text{stimulus\_learn}}$ , τότε δημιουργείται νέος δενδρίτης στο νευρώνα της μικροστήλης που έχει τους λιγότερους. Αυτή η διαδικασία περιγράφεται στη `growseg!`. Τα `maxsegs` έχουν συμβολικά τιμή `nothing` για τις στήλες που χρειάζονται νέο δενδρίτη.

Η αποδοτική ανάπτυξη των νέων δενδριτών εμφανίζει μια προγραμματιστική δυσκολία, γιατί απαιτεί την αλλαγή τριών μεγάλων αραιών πινάκων `SC`, `NS`, `D_d`, που στη Julia εκφράζονται ως αμετάβλητα αντικείμενα. Η απλούστερη λογική θα ήταν να αντικατασταθεί ο κάθε πίνακας με ένα νέο, αντίγραφο του παλαιού συν τα νέα στοιχεία:

```

julia> using Random;

julia> SC2= [SC; bitrand(Nc)']
1×4 SparseArrays.SparseMatrixCSC{Bool,Int64{}} with 3 stored
entries:
 [1, 2] = true
 [1, 3] = true
 [1, 4] = true

```

Με έξυπνους χαμηλού επιπέδου χειρισμούς όμως, που παρατίθενται μόνο ως αναφορά, μπορούμε να διατηρήσουμε τα αρχικά δεδομένα στη μνήμη και να έχουμε τις ελάχιστες δυνατές αντιγραφές. Αυτές είναι οι συναρτήσεις `vcat!!`, `heat!!`. που παρουσιάστηκαν νωρίτερα, στη συζήτηση για τους αραιούς πίνακες.

Η επόμενη βοηθητική συνάρτηση είναι η εύρεση του νευρώνα μιας στήλης με τον ελάχιστο αριθμό δενδριτών, για να επιλεγθεί ως νικητής και να αναπτύξει νέο δενδρίτη.

```

import StatsBase: countmap
function leastusedcell(col)
    neuronsWithSegs= NS[:,col2seg(col)].rowval|> countmap_empty
    neuronsWithoutSegs= setdiff(col2cell(col), neuronsWithSegs|> keys)
    # If there's no neurons without dendrites, return the one with the
    fewest
    isempty(neuronsWithoutSegs) ?

```

```

        findmin(neuronsWithSegs)[2] : rand(neuronsWithoutSegs)
    end
    # [Dict] Count the frequency of occurrence for each element in x
    countmap_empty(x)= isempty(x) ? x : countmap(x)

```

Για την ανάπτυξη των δενδριτών πρέπει αρχικά να υπολογιστούν οι νευρώνες τους οποίους θα επεκτείνουν, δηλαδή το νευρώνα με τους ελάχιστους υπάρχοντες δενδρίτες σε κάθε στήλη.

```

const Option{T}= Union{T,Nothing}
function growseg!(maxsegs::Vector{Option{Int}}, burstingcolidx)
    neuronsToGrow= map(col-> leastusedcell(col),
        burstingcolidx[isnothing.(maxsegs)])
    columnsToGrow= cell2col(neuronsToGrow)
    Ns_before= Ns()
    Nseggrow= length(neuronsToGrow)
    _grow_synapse_matrices!(columnsToGrow,neuronsToGrow,Nseggrow)
    # Replace in maxsegs, `nothing` with something :-)
    maxsegs[isnothing.(maxsegs)].= Ns_before .+ (1:Nseggrow)
end
function _grow_synapse_matrices!(columnsToGrow,neuronsToGrow,Nseggrow)
    global SC= vcat!!(SC, columnsToGrow, trues(Nseggrow))
    global NS= hcat!!(NS, neuronsToGrow, trues(Nseggrow))
    global D_d= hcat!!(D_d, Nseggrow)
end
cell2col(cells)= @. (cells-1) ÷ k + 1

```

Συνδυάζοντας όλα τα παραπάνω στοιχεία, προκύπτει η διαδικασία υπολογισμού των WS:

```

function calculate_WS(pΠs,povp_Ms, α,B)
    WS_active= WS_activecol(pΠs,α)
    WS_burst= maxsegeburstcol!(B, povp_Ms, θ_stimulus_learn)
    WS= (@> WS_active padfalse(Ns())) .| WS_burst
    return (WS, WS_burst)
end

```

### Υπολογισμός νικητών νευρώνων

Οι προβλεπτικοί νευρώνες που μετά ενεργοποιούνται είναι και νικητές, δηλαδή  $\text{predicted}(c, \Pi) \in \text{WN}$ . Από τις μικροστήλες σε έξαρση, έχοντας υπολογίσει τους δενδρίτες WS τους, οι νευρώνες που τους φέρουν είναι οι νικητές.

```

calculate_WN(c,pΠ,WS_burstcol)= begin
    WN= predicted(c,pΠ)|> vec
    WN[NS*WS_burstcol.>0].= true
    return WN
end

```

### 3.3.6 Ανάπτυξη νέων συνάψεων

Νέες συνάψεις αναπτύσσονται ανάμεσα στους νικητές δενδρίτες αυτής της στιγμής και στους νικητές νευρώνες της προηγούμενης. Οι νικητές νευρώνες είναι οι υποψήφιοι στόχοι κάθε δενδρίτη. Για κάθε δενδρίτη, επιλέγεται τυχαία ένα δείγμα των  $WN$  με δειγματοληψία Bernoulli. Η διαδικασία της τυχαίας επιλογής δεν είναι αυστηρά προσδιορισμένη στη θεωρία και η διαδικασία Bernoulli είναι μια απλή και αποδοτική λύση, με το μειονέκτημα να λαμβάνει τυχαίο αριθμό δειγμάτων γύρω από μια μέση τιμή. Στο συνολικό πλαίσιο τυχαιότητας του αλγορίθμου, αυτή η λεπτομέρεια δεν προβλέπεται να επηρεάζει τη συμπεριφορά.

Η πιθανότητα λήψης δείγματος είναι διαφορετική για κάθε δενδρίτη και εξαρτάται από το πόσο «ταίριαζε» στην προηγούμενη ενεργοποίηση. Δενδρίτες που ταίριαξαν, που είχαν δηλαδή μεγάλο αριθμό εν δυνάμει συνάψεων με τους  $pa$ , θα αναπτύξουν λιγότερες νέες συνάψεις.

```
growsynapses!(pWN,WS, povp_Ms, synapseSampleSize,init_permanence)=
    begin
        pWN= findall(pWN)
        !isempty(pWN) && _growsynapses!(pWN,WS,
            povp_Ms,synapseSampleSize,init_permanence)
    end
function _growsynapses!(pWN,WS, povp_Ms,
    synapseSampleSize,init_permanence)
    Nnewsyn(ovp)= max(0, synapseSampleSize - ovp)
    psampling_newsyn= min.(1.0, Nnewsyn.((@> povp_Ms
        padfalse(Ns()))[WS] ) ./ length(pWN))
    selectedWN= similar(pWN)
    foreach(Truesof(WS), psampling_newsyn) do seg_i, p
        # Bernoulli sampling from WN with mean sample size == Nnewsyn
        randsubseq!(selectedWN,pWN,p)
        D_d[selectedWN, seg_i].= init_permanence
    end
end
```

Αξίζει να σημειωθεί ότι αυτή είναι με διαφορά **η πιο ακριβή διαδικασία σε ολόκληρο τον υπολογισμό της χρονικής μνήμης**, γιατί συμπεριλαμβάνει **προσθήκη πολλών στοιχείων σε τυχαίες θέσεις αραιού πίνακα CSC**. Υπάρχουν δύο στρατηγικές βελτίωσης:

- συγκέντρωση όλων των προσθηκών και εφαρμογή τους μονομιάς με αποδοτικό χειρισμό χαμηλού επιπέδου
- χρήση διαφορετικής δομής δεδομένων και όχι CSC

### 3.3.7 Σύνθεση του βήματος της χρονικής μνήμης

Η χρονική μνήμη έχει περισσότερες μεταβλητές κατάστασης από το χωρικό συγκεντρωτή. Πίνακες:

- $D\_d \in \mathbb{Q}^{\{N_n \times N_s\}}$ : πίνακας συναπτικών μονιμοτήτων
- $NS \in \mathbb{B}^{\{N_n \times N_s\}}$ : πίνακας γειτνίασης νευρώνων - δενδριτών

- $SC \in \mathbb{B}^{\{N_s \times N_c\}}$ : πίνακας γειτνίασης δενδριτών - μικροστηλών

Διανύσματα:

- $pa \in \mathbb{B}^{N_n}$ : προηγούμενη ενεργοποίηση νευρώνων
- $pWN \in \mathbb{B}^{N_n}$ : προηγούμενοι νικητές νευρώνες
- $p\Pi \in \mathbb{B}^{N_n}$ : προηγούμενη πρόβλεψη νευρώνων
- $p\Pi_s \in \mathbb{B}^{N_s}$ : προηγούμενη πρόβλεψη δενδριτών
- $povp\_M_s \in \mathbb{N}^{N_s}$ : προηγούμενη επικάλυψη (σκορ) δενδριτών που «ταιριάζουν»

Αρχικοποίηση πινάκων:

```
init_TMmatrices()= begin
    global D_d= spzeros($q, N_n(),0)
    global NS= spzeros(Bool,N_n(),0)
    global SC= spzeros(Bool, 0,Nc)
end
```

init\_TMmatrices (generic function with 1 method)

Για την ανανέωση αυτής της κατάστασης δίνεται μια συγκεντρωτική συνάρτηση βήματος της χρονικής μνήμης.

```
function step! (::Val{:tm}, c, p\Pi, p\Pi_s, pWN, pa, povp_M_s, params)
    a= activate(c,p\Pi)
    # Get elements of prediction
    _\pi= \Pi(a); _\pi_s= \Pi_s(a); ovp_M_s= M_ovp(a);
    # Learn
    WS, WS_burst= calculate_WS(p\Pi_s, povp_M_s, a, burst(c,p\Pi))
    WN= calculate_WN(c, p\Pi, WS_burst)
    step! (:D_d, pWN, WS, decayS(M_s(povp_M_s),a), pa,povp_M_s, params)
    return a, _\pi, padfalse(_\pi_s, N_s()), WN, padfalse(ovp_M_s, N_s())
end
step! (::Val{:tm}, c, params)= step! (:tm, c, falses(N_n()), falses(N_s()),
    falses(N_n()), falses(N_n()),
    falses(N_s()), params)
step! (s::Symbol, args...)= step! (Val(s), args...)
```

Συγκεντρώνοντας τις παραμέτρους:

```
@with_kw struct TParams
    \theta_stimulus_activate::Int = 14
    \theta_stimulus_learn::Int = 12
    \theta_permanence_dist::$q = round($q, .5typemax($q))
    p^+::$q = round($q, .12typemax($q))
    p^-::$q = round($q, .04typemax($q))
    LTD_p^-::$q = round($q, .002typemax($q))
    synapseSampleSize::Int = 25
    init_permanence::$q = round($q, .4typemax($q))
end
```



Όπως στην αρχική περιγραφή του χωρικού συγκεντρωτή, έτσι κι εδώ χάριν απλότητας χρησιμοποιήθηκαν global μεταβλητές.

Η χρονική μνήμη στο πακέτο `HierarchicalTemporalMemory.jl` δεν τις χρησιμοποιεί, ώστε να είναι χρήσιμη ως βιβλιοθήκη. Ο μετασχηματισμός του κώδικα για αποφυγή των global μεταβλητών εδώ παραλείπεται, θεωρώντας ότι αρκεί η ίδια διαδικασία που έγινε στο χωρικό συγκεντρωτή για σκοπούς επίδειξης.

### 3.3.8 Παράδειγμα χρήσης της χρονικής μνήμης

Σε ένα στοιχειώδες παράδειγμα της λειτουργικότητας που δημιουργήθηκε παραπάνω, θα κατασκευαστεί μια μικρού μεγέθους χρονική μνήμη και θα της δοθεί μια ακολουθία τυχαίων συμβόλων, με μικρές διαφορές μεταξύ τους. Αρχικά, ορίζεται μια συνάρτηση που αλλάζει τυχαία μερικά μόνο bits από το προηγούμενο σύμβολο, συνήθως μόνο 1. Μετά καλεί το βήμα της χρονικής μνήμης, προσαρμόζοντάς την στην ακολουθία και επιστρέφοντας τα διανύσματα κατάστασης. Εμφανίζονται οι ενεργοί κι οι προβλεπτικοί νευρώνες για μία χρονική στιγμή κοντά στην αρχή της εξέλιξης και για μία στο τέλος. Καταγράφεται ο αριθμός των συνάψεων και δενδριτών σε κάθε βήμα, που αναμένεται διαρκώς να αυξάνει, ιδίως στα πρώτα βήματα. Στο τέλος δημιουργείται γράφημα με την εξέλιξή τους.

```
tm_example(i; displayOn)= begin
    bitsToFlip= randsubseq(1:Nc, 0.1)
    global c
    c[bitsToFlip].+= !c[bitsToFlip]
    global α, _π, _π_s, WN, ovp_M_s= step! (:tm, c, _π, _π_s, WN, α, ovp_M_s, params)
    global history_nnz[i]= nnz(D_d)
    global history_seg[i]= N_s()
    displayOn && (i==3 || i==50) && begin
        display(reshape(α,k,:))
        display(reshape(_π,k,:))
    end
end
```

Μικρό παράδειγμα:

```
julia> using Random, Plots; gr()

julia> params= TMPParams(θ_stimulus_activate= 2, θ_stimulus_learn= 1)
Main.WeaveSandBox2.TMPParams
 θ{\_}stimulus{\_}activate: Int64 2
 θ{\_}stimulus{\_}learn: Int64 1
 θ{\_}permanence{\_}dist: UInt8 0x80
 ^p: UInt8 0x1f
 ^p: UInt8 0x0a
 LTD{\_}^p: UInt8 0x01
 synapseSampleSize: Int64 25
 init{\_}permanence: UInt8 0x66

julia> @unpack_TMPParams params
0x66
```

```

julia> Nc= 10; k= 3;

julia> history_nnz= zeros(Int,50); history_seg= zeros(Int,50);

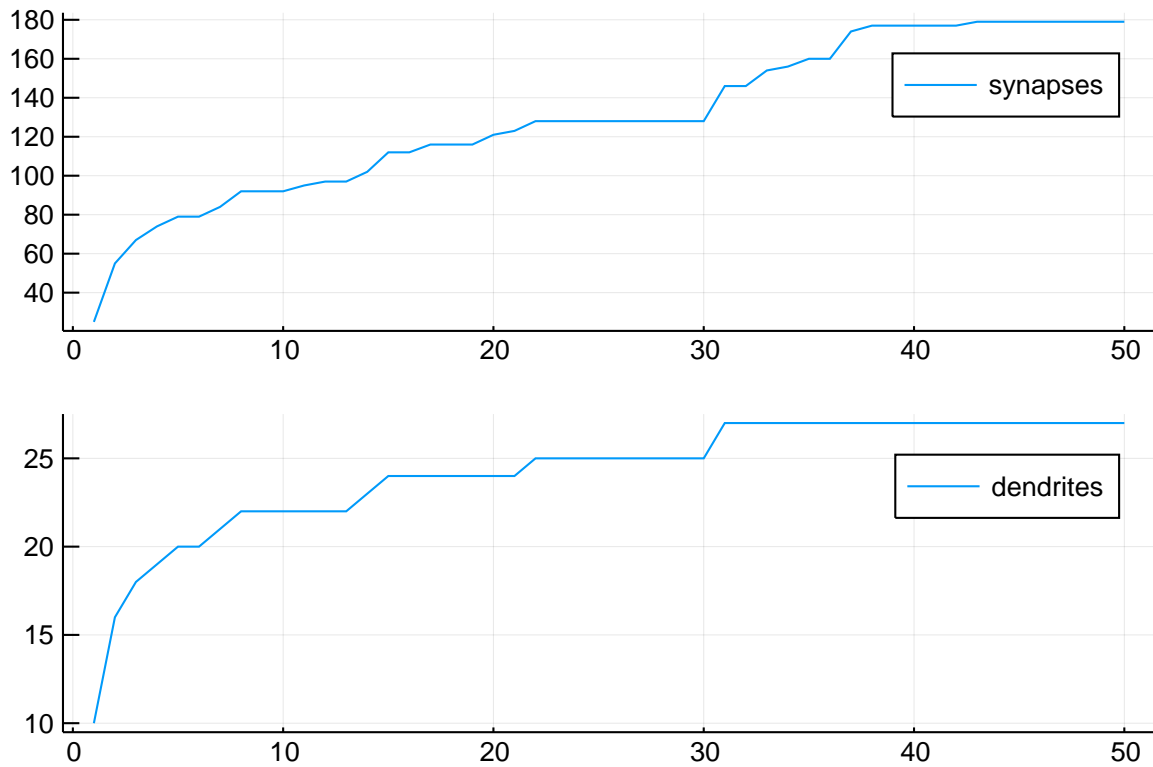
julia> init_TMmatrices();

julia> c= bitrand(Nc);

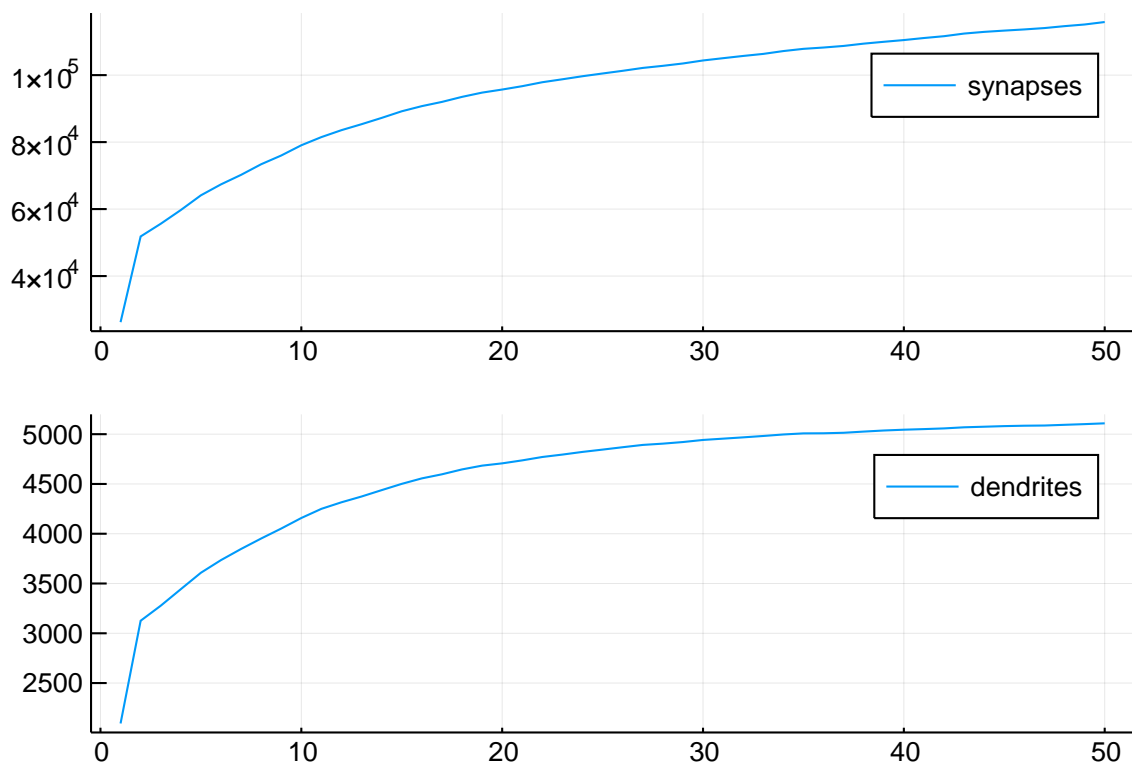
julia> α,_π,_πs,WN,ovp_Ms= step!(:tm, c, params);

julia> for i in 1:50
    tm{\_}example(i, displayOn=true)
end
3×10 reshape(::BitArray{\{1\}}, 3, 10) with eltype Bool:
 true  true  false  true  false  true  true  true  true  false
 true  true  false  true  false  true  true  true  true  false
 true  true  false  true  false  true  true  true  true  false
3×10 reshape(::BitArray{\{1\}}, 3, 10) with eltype Bool:
 false  false  false  false  false  false  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false  false
 false  false  false  false  false  false  false  false  false  false
3×10 reshape(::BitArray{\{1\}}, 3, 10) with eltype Bool:
 false  false  false  false  true  true  true  false  false  true
 false  false  true  false  false  false  true  false  false  true
 true  false  false  false  true  false  true  false  false  false
3×10 reshape(::BitArray{\{1\}}, 3, 10) with eltype Bool:
 false  true  false  false  true  true  false  true  false  true
 false  false  true  false  false  false  true  false  true  true
 true  false  false  false  true  false  false  false  false  false

```



Ένα παράδειγμα ρεαλιστικών διαστάσεων (2048 μικροστήλες, 12 νευρώνες ανά στήλη):



### Μέγεθος υλοποίησης

Εξαιρώντας τα παραδείγματα, η παραπάνω υλοποίηση έγινε σε **222 γραμμές κώδικα**, συμπεριλαμβάνοντας περισσότερες από 50 γραμμές κώδικα χαμηλού επιπέδου για την αποδοτική επέκταση των αραιών πινάκων. Η υλοποίηση αναφοράς [NUPIC 55] είναι σε 753 γραμμές κώδικα Python, Με δεδομένη την πολυπλοκότητα στην περιγραφή αυτού του αλγορίθμου, η μείωση στο μέγεθος φαίνεται πολύ σημαντική.

Χωρίς ουσιαστική συγκριτική μελέτη, αναφέρεται ότι τυπικός χρόνος εκτέλεσης του βήματος της χρονικής μνήμης με μέγεθος (2048,12) για την παραπάνω υλοποίηση είναι 7.7ms.

Στο `HierarchicalTemporalMemory.jl` είναι 2ms.

Η φαινομενικά μεγάλη διαφορά εξηγείται εν μέρει από την επαναχρησιμοποίηση αποτελεσμάτων με χρήση περισσότερων μεταβλητών κατάστασης στο πακέτο. Όμως η σύγκριση είναι δύσκολη, γιατί η συμπεριφορά της χρονικής μνήμης εξαρτάται πολύ από την προβλεψιμότητα της ακολουθίας εισόδου. Η δοκιμαστική ακολουθία εδώ είναι πολύ λιγότερο προβλέψιμη από το πείραμα με το οποίο προέκυψε η επίδοση του πακέτου.

## Κεφάλαιο 4

# Συμπεράσματα

### 4.1 Δημοσίευση πακέτου `HierarchicalTemporalMemory.jl`

Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, ακολουθώντας την υλοποίηση του κεφαλαίου 3 και επαυξάνοντας πάνω σε αυτήν, δημιουργήθηκε πακέτο Julia που υλοποιεί τους 2 αλγόριθμους HTM που περιγράφηκαν. Δημοσιεύεται ως ελεύθερο λογισμικό [12] στο Github<sup>1</sup>: <https://github.com/Oblynx/HierarchicalTemporalMemory.jl>

Η ανάπτυξη θα συνεχιστεί πέρα από το πλαίσιο αυτής της εργασίας.

#### 4.1.1 Συνεισφορές στο οικοσύστημα της Julia («upstream»)

##### Διόρθωση στον πολλαπλασιασμό αραιού πίνακα με διάνυσμα

Η υλοποίηση της χρονικής μνήμης βασίστηκε στους αραιούς πίνακες. Η υποστήριξη των αραιών πινάκων στη Julia, αν και επαρκής για βασική χρήση, αφήνει μερικά κενά. Ένα τέτοιο διαπιστώθηκε κατά την εκπόνηση αυτής της εργασίας.

Έστω αραιός πίνακας με τιμές Bool,  $S :: \text{SparseMatrixCSC}\{\text{Bool}\}$ , και πυκνό διάνυσμα Bool,  $a :: \text{Vector}\{\text{Bool}\}$ . Ενώ εν γένει ο πολλαπλασιασμός αραιού πίνακα με πυκνό διάνυσμα υποστηρίζεται, αυτός ο συγκεκριμένος συνδυασμός τύπων δημιουργούσε πρόβλημα. Ο πολλαπλασιασμός κατά προεπιλογή πραγματοποιείται στον ημιδακτύλιο (+,\*). Οι τελεστές αυτοί δεν έχουν ειδικό νόημα για τιμές Bool:  $\text{Bool} + \text{Bool}$  προκαλεί μετατροπή των ορισμάτων σε Int και εκτελεί εν τέλει  $\text{Int}(\text{Bool}) + \text{Int}(\text{Bool})$ <sup>2</sup>. Επειδή και ο πίνακας και το διάνυσμα που συμμετέχουν στον πολλαπλασιασμό έχουν τύπο στοιχείου Bool, η συνάρτηση του πολλαπλασιασμού εσφαλμένα απέδιδε στο αποτέλεσμα τύπο στοιχείου Bool. Το επακόλουθο ήταν ο πολλαπλασιασμός  $S * a$  να προκαλεί σφάλμα. Η προφανής επίλυση είναι η αλλαγή του τύπου του αποτελέσματος σε αυτό που προκύπτει από τις πράξεις μεταξύ των στοιχείων των ορισμάτων, εδώ Int.

Καθώς η Julia αναπτύσσεται ως ελεύθερο λογισμικό, κατέστη εφικτό στο πλαίσιο αυτής της εργασίας να διορθωθεί αυτό το σφάλμα στην πηγή του. Η διόρθωση υποβλήθηκε ως

<sup>1</sup>Ημερομηνία δημοσίευσης: 2019/06/09

<sup>2</sup> Δεν είναι δύσκολο να οριστεί ο πολλαπλασιασμός του αραιού πίνακα με το διάνυσμα σε διαφορετικό ημιδακτύλιο, πχ (max,min) – για την ακρίβεια αυτό ακριβώς παρουσιάζεται στο [20], όπου δείχνεται ότι, για αραιούς πίνακες, η υλοποίηση από το χρήστη είναι πέρα από εύκολη και εξίσου αποδοτική με τον τυπικό πολλαπλασιασμό που ορίζουν οι βασικές βιβλιοθήκες της γλώσσας

«pull request»<sup>3</sup> και έγινε δεκτή.

### Διόρθωση στο χειρισμό Unicode στο Weave.jl

Το κεφάλαιο 3 αυτής της αναφοράς συγγράφηκε με τη μεθοδολογία «**literate programming**» [4], που εμπλέκει λειτουργικό κώδικα και αφηγηματικό κείμενο, χρησιμοποιώντας το πακέτο της Julia Weave.jl [41]. Έγινε εκτενής χρήση χαρακτήρων Unicode που υποστηρίζονται από τη Julia, τόσο στο κείμενο όσο και στον κώδικα. Οι χαρακτήρες Unicode κωδικοποιούνται υπό το πρότυπο UTF-8, μια κωδικοποίηση μεταβλητού μήκους.

Κατά τη δημιουργία της αναφοράς παρατηρήθηκε πρόβλημα στον τρόπο με τον οποίο το Weave.jl ερμήνευε τους χαρακτήρες Unicode. Από εκφράσεις με πολύ ειδικούς χαρακτήρες έλειπε το τελευταίο τμήμα. Διαπιστώθηκε λοιπόν ότι κατά την ανάγνωση του κειμένου το Weave.jl δε λάμβανε υπόψιν το μεταβλητό μήκος των χαρακτήρων UTF-8, θεωρώντας εσφαλμένα ότι κάθε χαρακτήρας έχει το ίδιο μήκος. Καθώς και αυτό είναι ανοιχτό λογισμικό, το σφάλμα επίσης διορθώθηκε στην πηγή του<sup>4</sup>. Κατά τη συγγραφή αυτής της αναφοράς η αποδοχή της διόρθωσης εκκρεμεί.

#### 4.1.2 Παράδειγμα πρόβλεψης ακολουθίας

Το πακέτο συμπεριλαμβάνει μία απλή εφαρμογή πρόβλεψης ακολουθίας, που χρησιμοποιήθηκε ως βασικός έλεγχος ορθότητας της υλοποίησης. Επομένως περιέχει τα υπόλοιπα στοιχεία που χρειάζεται ένα σύστημα πρόβλεψης με HTM και φαίνονται στο σχήμα (2.7, πάνω): έναν κωδικοποιητή κι έναν αποκωδικοποιητή/κατηγοριοποιητή.

#### Κωδικοποιητής «απλός αριθμητικός»

Ο κωδικοποιητής αναπαριστά πραγματικούς αριθμούς φραγμένους σε ένα εύρος, δημιουργώντας SDR με μήκος  $N$  και πληθάρημο  $w$ . Ο ελάχιστος αριθμός του εύρους αναπαρίσταται με το SDR που έχει τα  $w$  πρώτα bits ενεργά, αντίστοιχα ο μέγιστος έχει τα  $w$  τελευταία ενεργά. Κάθε ενδιάμεσος αριθμός αντιστοιχίζεται σε ένα ισοκαταναμημένο φάσμα μεταξύ των δύο ακραίων αναπαραστάσεων, ορίζοντας ουσιαστικά ένα σύνολο κλάσεων που διακρίτοποιούν την είσοδο. Ο κωδικοποιητής αυτός ονομάζεται «απλός αριθμητικός».

Η συγκόλληση  $k$  SDR στη σειρά για μικρό  $k$  (πχ 2-7) είναι επαρκής τρόπος για τη συνδυασμένη αναπαράσταση  $k$  εισόδων. Οι διακριτές εισοδοί που συνδυάζονται με αυτήν την απλή λογική δεν μπορούν να είναι οσοδήποτε πολλές, γιατί η διάσταση του χώρου της εισόδου θα αυξηθεί πολύ πιο γρήγορα από την αύξηση της πληροφορίας που φέρει, δυσχεραίνοντας την αναγνώριση παρόμοιων εισόδων. Στο συνδυασμό πολλών εισόδων το κλειδί ενδέχεται να είναι η ιεραρχική οργάνωση πολλών μονάδων HTM, που θα αναλυθεί στις προτάσεις για μελέτη 4.3.

#### Αποκωδικοποιητής «SDR classifier»

Ο αποκωδικοποιητής, που ονομάζεται «SDR classifier» [29], βασίζεται στην παρατήρηση ότι η δραστηριότητα της χρονικής μνήμης είναι η απεικόνιση ενός συμβόλου-εισόδου στο

<sup>3</sup><https://github.com/JuliaLang/julia/pull/32082>

<sup>4</sup><https://github.com/mpastell/Weave.jl/pull/215>

πλαίσιο των χρονικών του συμφραζομένων. Ο αποκωδικοποιητής που χρησιμοποιείται εδώ είναι ένα απλό ενός επιπέδου perceptron πολλών κλάσεων που μαθαίνει να συσχετίζει τη δραστηριότητα της χρονικής μνήμης με τις εισόδους του κωδικοποιητή. Η είσοδος είναι το διάνυσμα  $\Pi$  των προβλέψεων της χρονικής μνήμης κι η έξοδος, κατανομή πιθανότητας πάνω στις κλάσεις του κωδικοποιητή.

Έστω ο αποκωδικοποιητής  $D$  καλείται να αποκωδικοποιήσει την πρόβλεψη  $\Pi_t$ , επιστρέφοντας  $D(\Pi_t)$ . Έστω επίσης ότι η πρόβλεψη αφορά την τιμή της εισόδου  $k$  χρονικές στιγμές στο μέλλον,  $u_{t+k}$ . Τη στιγμή  $t + k$ , ο αποκωδικοποιητής θα χρησιμοποιήσει το σφάλμα  $e_{t+k} = D(\Pi_t) - u_{t+k}$  για να τροποποιήσει τον πίνακα βαρών  $W$  του δικτύου του κατά

$$\Delta W = -\alpha \cdot e_{t+k} \cdot \Pi[\Pi]'$$

Για την ερμηνεία της κατανομής πιθανότητας στις κλάσεις του κωδικοποιητή απαιτείται και ένας μηχανισμός αποσαφήνισης. Παρέχονται 3 τέτοιοι: πιθανότερο ενδεχόμενο, μέσος όρος, μέσος όρος των πιθανότερων ενδεχομένων.

## 4.2 Επαλήθευση βασικών ιδιοτήτων των αλγορίθμων

### 4.2.1 Περιγραφή συνόλου δεδομένων

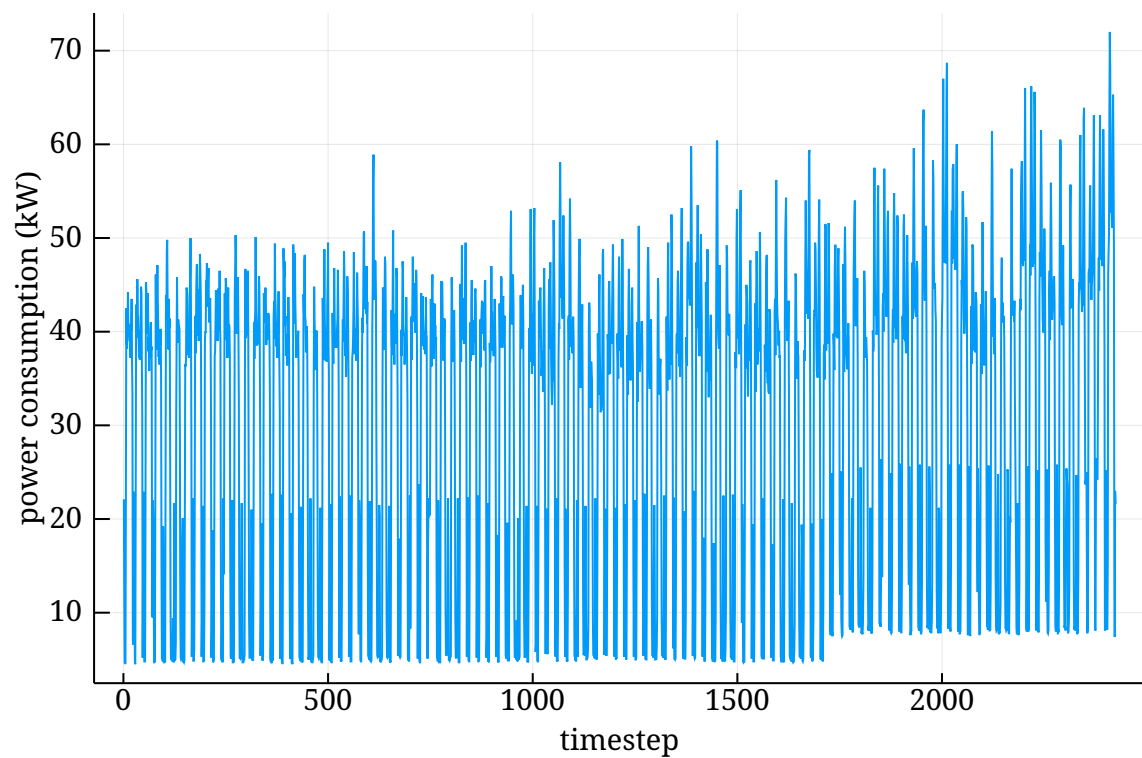
Το σύνολο δεδομένων που χρησιμοποιήθηκε για τους ελέγχους που ακολουθούν βρίσκεται στο [https://github.com/numenta/nupic/blob/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one\\_gym/rec-center-hourly.csv](https://github.com/numenta/nupic/blob/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one_gym/rec-center-hourly.csv). Το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων προτιμήθηκε καθώς αποτελεί παράδειγμα αναφοράς για την ικανότητα πρόβλεψης στους αλγορίθμους HTM και χρησιμοποιείται για την επίδειξη της πρότυπης υλοποίησης, του NuPIC, στο [50]. Κάθε στοιχείο αποτελείται από το χρόνο καταγραφής (ημερομηνία, ώρα) και την κατανάλωση ισχύος του γυμναστηρίου σε kW. Επιλέγεται ένα υποσύνολο των μισών περίπου δεδομένων για αυτά τα πειράματα, μεταξύ των ημερομηνιών 07/06/0010 00:00 και 10/14/0010 23:00, που περιέχει δύο σχετικά στάσιμες περιόδους κατανάλωσης με μια μικρή διαφορά στη μέση τιμή της κατανάλωσης μεταξύ τους.

Το σύνολο δεδομένων (σχήμα 4.1) εμφανίζει ενδιαφέροντα χαρακτηριστικά για πρόβλημα πρόβλεψης. Αφενός, έχει μία *κανονικότητα* που εκφράζεται σε δύο διαφορετικές χρονικές κλίμακες: *ημερήσια και εβδομαδιαία περιοδικότητα* (γιατί η κατανάλωση ισχύος τείνει να είναι διαφορετική τα Σαββατοκύριακα). Επομένως, ένα επιτυχημένο μοντέλο πρόβλεψης καλείται να εντοπίσει τα μοτίβα **και στις δύο χρονικές κλίμακες ταυτόχρονα**. Επίσης, εμφανίζει *σποραδικά ακραία φαινόμενα*, που θα χρησίμευαν και για έλεγχο της ικανότητας πρόβλεψης ανωμαλιών. Τέλος, *δεν είναι στάσιμο*, αφού λίγο μετά το μισό χρόνο η μέση τιμή της χρονοσειράς μεταβάλλεται. Ένα επιτυχημένο μοντέλο πρόβλεψης καλείται επομένως να **προσαρμοστεί σε αυτήν την αλλαγή**.

### 4.2.2 Διατήρηση σημασιολογικής ομοιότητας στο χωρικό συγκεντρωτή

Όπως περιγράφηκε στην ενότητα 2.3.1, αρχή λειτουργίας του χωρικού συγκεντρωτή είναι η διατήρηση της ομοιότητας των εισόδων στις εξόδους του. Δηλαδή, είσοδοι που μοιάζουν πολύ πρέπει να οδηγούν σε εξόδους που μοιάζουν πολύ και αντιστρόφως.





Σχήμα 4.1: Χρονοσειρά εισόδου στον έλεγχο του χωρικού συγκεντρωτή και της χρονικής μνήμης, στην οποία επιχειρείται πρόβλεψη 1 βήματος. Εκφράζει την ωριαία κατανάλωση ισχύος ενός Αυστραλιανού γυμναστηρίου. Εμφανίζει ταυτόχρονα ημερήσια και εβδομαδιαία περιοδικότητα, αλλά επίσης εμφανίζει απρόβλεπτες ακραίες τιμές και αλλαγή της μέσης τιμής. Πηγή: [https://github.com/numenta/nupic/blob/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one\\_gym/rec-center-hourly.csv](https://github.com/numenta/nupic/blob/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one_gym/rec-center-hourly.csv)

Έστω 3 είσοδοι  $x_1, x_2, x_3$  κι οι αντίστοιχες εξόδοι  $y_1, y_2, y_3$  και «overlap score» (βλέπε 2.2.2)  $sx_{i,j} = ||x_i \cap x_j||$ ,  $sy_{i,j} = ||y_i \cap y_j||$ ,

Έστω  $sx_{1,2} >> sx_{1,3}$ . Τότε θα πρέπει και  $sy_{1,2} >> sy_{1,3}$ .

Αυτή η ιδιότητα εξετάζεται στο `HierarchicalTemporalMemory.jl` ως τεκμήριο υπεράσπισης της ορθότητας της υλοποίησης. Δημιουργείται χωρικός συγκεντρωτής που παρακολουθεί και μαθαίνει να αναπαριστά τη χρονοσειρά που περιγράφηκε στο 4.2.1. Τα δεδομένα αποτελούνται από 3 πεδία για κάθε χρονική στιγμή:

- κατανάλωση ισχύος
- ώρα της ημέρας [0..24]
- αν είναι Σαββατοκύριακο 0,1

Κάθε πεδίο κωδικοποιείται από έναν «απλό αριθμητικό» κωδικοποιητή (όπως περιγράφηκε στο 4.1.2) και τα 3 SDR συγκολλούνται μαζί, για να δημιουργήσουν την είσοδο του χωρικού συγκεντρωτή. Το μέγεθος της εισόδου του συγκεντρωτή είναι 600, ενώ το μέγεθος της εξόδου 2048. Και οι δύο χώροι είναι μονοδιάστατοι χωρίς τοπολογία.

Ο χωρικός συγκεντρωτής ρυθμίζεται με ολική αναστολή (χωρίς τοπολογία, η τοπική αναστολή δεν έχει νόημα) και κάθε μικροστήλη του προβάλλει εν δυνάμει πάνω σε ολόκληρο το χώρο εισόδου ( $\gamma > 600$ ). Η αραιότητα εξόδου είναι  $s = 2\%$ , η προσαρμογή των συνάψεων γίνεται με  $p^+ = 0.07, p^- = 0.12$ . Η παρώθηση εφαρμόζεται με βάρος  $\beta = 3$  και χρονική σταθερά  $T_{boost} = 400$ , δηλαδή λίγο μεγαλύτερη από 2 εβδομάδες. Υλοποιείται έτσι ένα μέρος από το πλήρες σύστημα πρόβλεψης HTM που φαίνεται στο σχήμα (2.7 πάνω): ο κωδικοποιητής και ο χωρικός συγκεντρωτής.

Με αυτές τις ρυθμίσεις, το σύστημα του κωδικοποιητή και του χωρικού συγκεντρωτή επεξεργάζονται βήμα βήμα τη χρονοσειρά εισόδου. Κάθε στιγμή αποθηκεύεται το SDR εισόδου και το SDR εξόδου του συγκεντρωτή. Αναζητούνται σε όλη την έως τώρα ιστορία να βρεθούν τα SDR που «ταιριάζουν» περισσότερο με τα τρέχοντα, δηλαδή οι πιο όμοιες κωδικοποιήσεις και εξόδοι ως τώρα. Κρατείται το 10% των πιο ταιριαστών SDR. Αν η αρχή λειτουργίας του χωρικού συγκεντρωτή ικανοποιείται πλήρως, αναμένουμε τα δύο σύνολα να έχουν πλήρη επικάλυψη: τα 10 SDR που ταιριάζουν περισσότερο με την τρέχουσα κωδικοποίηση πρέπει να είναι των ιδίων χρονικών στιγμών με τα 10 SDR που ταιριάζουν περισσότερο με την τρέχουσα έξοδο του συγκεντρωτή.

Τα αποτελέσματα του πειράματος φαίνονται στο σχήμα 4.3. Ο χωρικός συγκεντρωτής επιτυγχάνει να ικανοποιήσει την αρχή λειτουργίας του κατά 85%, σύμφωνα με τον ορισμό του μέτρου που περιγράφεται στο σχήμα.

### 4.2.3 Πρόβλεψη χρονοσειράς με τη χρονική μνήμη

Για την εξέταση της χρονικής μνήμης εκτελέστηκε ένα πείραμα πρόβλεψης χρονοσειράς. Χρησιμοποιήθηκαν τα ίδια δεδομένα, που περιγράφηκαν στο 4.2.1.

Κατασκευάστηκε ένα πλήρες σύστημα πρόβλεψης HTM με κωδικοποιητή, χωρικό συγκεντρωτή, χρονική μνήμη και αποκωδικοποιητή, όπως περιγράφεται στο σχήμα (2.7 πάνω). Ο χώρος εισόδου (μέγεθος κωδικοποιητή) είναι ίδιος με το 4.2.2. Ο χωρικός συγκεντρωτής έχει λιγότερες μικροστήλες από πριν, 1600, με 8 νευρώνες ανά μικροστήλη. Οι παράμετροι του χωρικού συγκεντρωτή είναι ίδιες, εκτός από την αραιότητα εξόδου που είναι διπλάσια, στο  $s = 4\%$ . Η χρονική μνήμη έχει κατώφλια ενεργοποίησης δένδριτών  $\theta_s, \text{timulus}_{act} =$

13,  $\theta_s, \text{timulus}, \text{earn} = 10$ , μέσο αριθμό συνάψεων ανά δενδρίτη  $\text{synapseSampleSize} = 35$ , ενώ οι συνάψεις προσαρμόζονται με ρυθμούς  $p^+ = 0.25, p^- = 0.08, LTD_p^- = 0.012$ . Οι τιμές αυτές είναι τυπικές και θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σε άλλα δεδομένα, με εξαίρεση τον υψηλό ρυθμό προσαρμογής συνάψεων. Αυτός επιλέχθηκε αρκετά υψηλότερος από το τυπικό, επειδή η χρονοσειρά που δίνεται είναι μικρής διάρκειας. Τέλος, ο αποκωδικοποιητής έχει ρυθμό εκμάθησης  $\alpha = 0.09$ , μαθαίνει πρόβλεψη 1 βήματος μπροστά και αποσαφηνίζεται κρατώντας το μέσο όρο των πιθανότερων προβλέψεων 4.1.2.

Το σύστημα αυτό επεξεργάζεται βήμα βήμα τη χρονοσειρά εισόδου και για κάθε στιγμή αποθηκεύεται η πιθανότερη πρόβλεψη 1 βήματος μπροστά, η έξοδος του αποσαφηνιστή. Η προβλεπόμενη συγκρίνεται με την πραγματική κατανάλωση ενέργειας και προκύπτει το απόλυτο σφάλμα πρόβλεψης  $e_t$ .

Το απόλυτο σφάλμα από μόνο του ερμηνεύεται δύσκολα και δεν αποτελεί ικανοποιητική μετρική για την αξιολόγηση της επίδοσης του συστήματος πρόβλεψης. Προτιμήθηκε μια συγκριτική μετρική  $q$ , που συγκρίνει τη επίδοση του υπό μελέτη συστήματος με έναν απλοϊκό προβλέπτη που προβλέπει πάντα την παρούσα τιμή. Αν το  $e_t$  είναι μικρότερο από το σφάλμα του απλοϊκού προβλέπτη,  $q < 1$ , και αντιστρόφως.

Χρησιμοποιείται λοιπόν μια σχετική μετρική, το μέσο απόλυτο κλιμακωμένο σφάλμα (mean absolute scaled error – MASE) [21]:

$$q = E_{t=1}^n \left[ \frac{|e_t|}{\frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n |y_t - y_{t-1}|} \right]$$

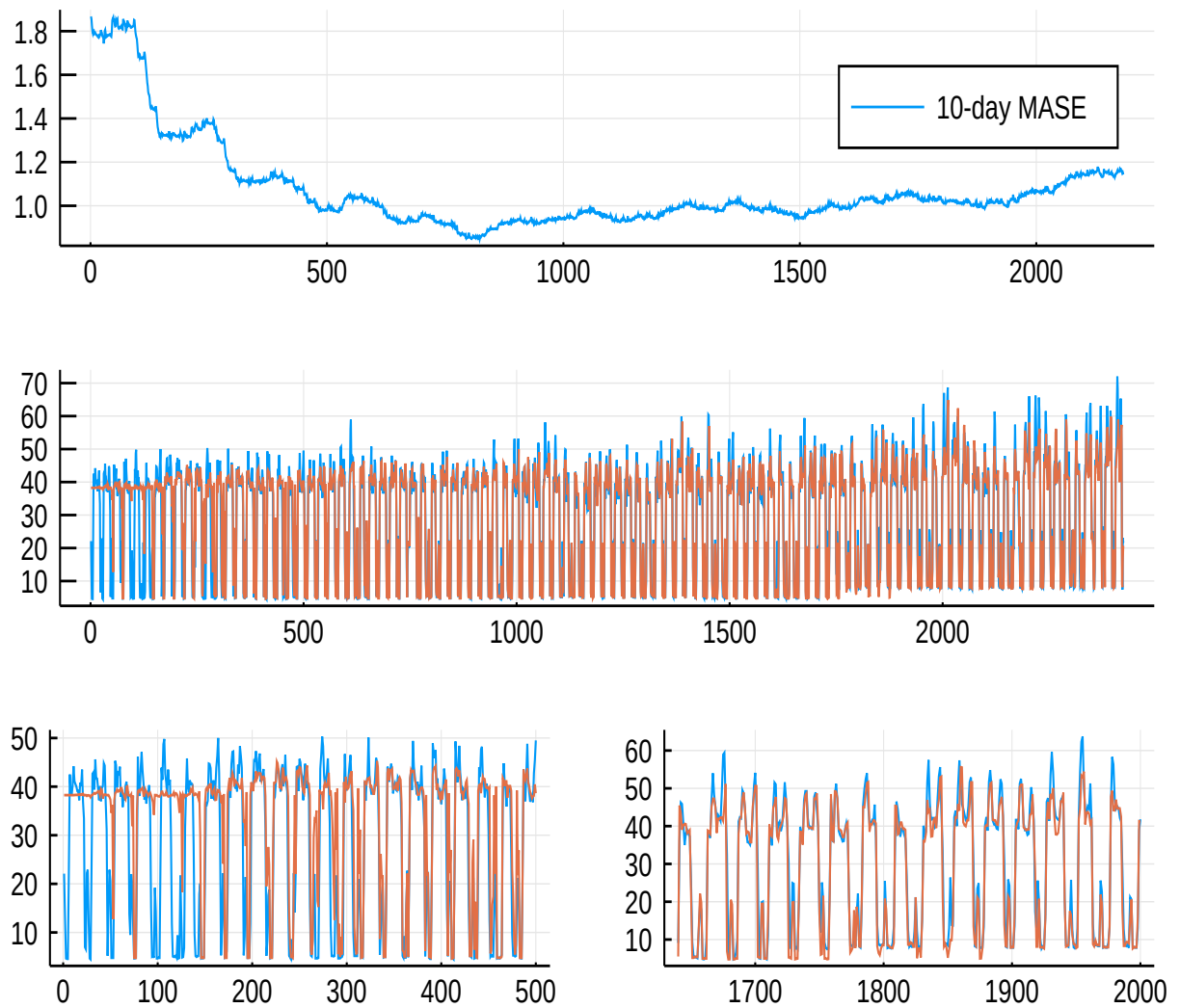
όπου  $y$  η χρονοσειρά. Το μέτρο αυτό υπολογίζεται σε ένα ολισθαίνον παράθυρο 10 ημερών, για να αποδώσει τη χρονική εξέλιξη του σφάλματος.

### Αποτελέσματα πρόβλεψης

Τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχήμα 4.2. Προτού να προσαρμοστεί το σύστημα, αποδίδει μία τυχαία τιμή εντός του εύρους της χρονοσειράς. Σταδιακά, αρχίζει να εντοπίζει τα πιο εμφανή χαρακτηριστικά της χρονοσειράς: τις ημερήσιες αλλαγές από υψηλή σε χαμηλή ισχύ και αντιστρόφως. Μέχρι τις 3 εβδομάδες έχει αρχίσει να ακολουθεί και κάποιες λεπτομέρειες, αποδίδοντας γενικώς πιο συγκρατημένες προβλέψεις από την πραγματικότητα (πιο κοντά στο μέσο όρο). Από το βήμα 600 αρχίζει να προβλέπει καλύτερα από τον απλοϊκό προβλέπτη και να ακολουθεί λίγο καλύτερα τις κορυφές της χρονοσειράς. Το σφάλμα έχει περιοδικές ανόδους, που μάλλον αντιστοιχούν στα Σαββατοκύριακα. Η εκμάθηση των πιο αργών μοτίβων απαιτεί περισσότερο χρόνο, αφού σημασία έχει ο αριθμός των επαναλήψεων κάθε μοτίβου.

Από τη χρονική στιγμή 1200 και μετά το σφάλμα αρχίζει αργά να ανεβαίνει και να γίνεται χειρότερο από τον απλοϊκό προβλέπτη. Αυτό δεν οφείλεται στην αλλαγή της μέσης τιμής, αλλά στη μεγαλύτερη συχνότητα απρόβλεπτων γεγονότων σε εκείνο το τμήμα της χρονοσειράς. Αντιθέτως, η αλλαγή της μέσης τιμής φαίνεται να επηρεάζει το σφάλμα ελάχιστα και μόνο για 100 χρονικές στιγμές. Μετά το σύστημα έχει ήδη προσαρμοστεί στη νέα πραγματικότητα.

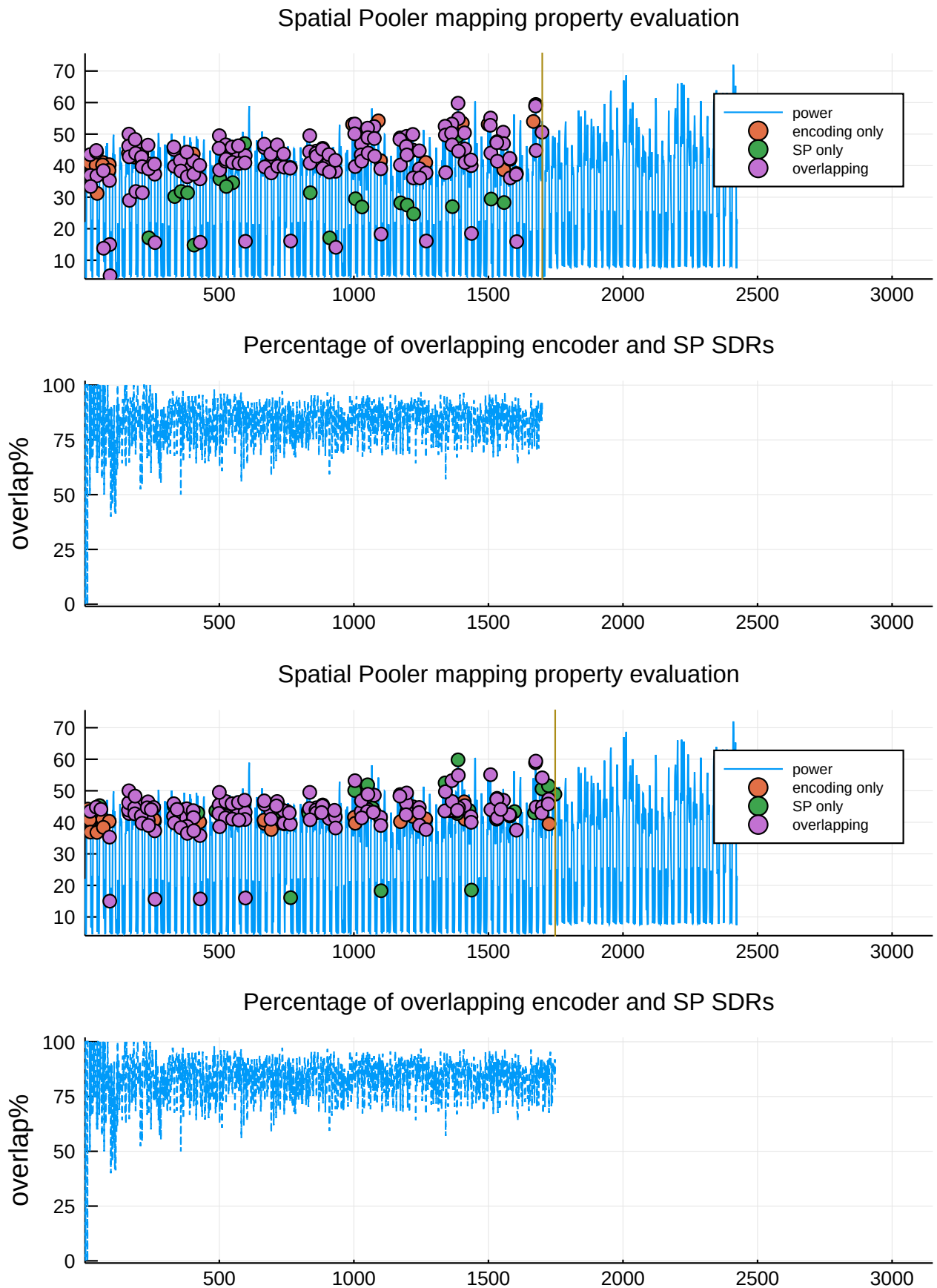
Η επίδοση στην πρόβλεψη είναι μέτρια. Αφενός, το σύστημα καταφέρνει να προβλέψει καλύτερα από τον απλοϊκό προβλέπτη μετά την περίοδο έντονης εκμάθησης και για όσο η χρονοσειρά δεν έχει πολλά απρόβλεπτα γεγονότα. Όμως ποτέ δε γίνεται πολύ καλό. Η ελάχιστη τιμή του MASE 10 ημερών είναι 0.85. Ένα θετικό στοιχείο είναι η ταχεία προσαρμογή στην αλλαγή της μέσης τιμής της εισόδου.



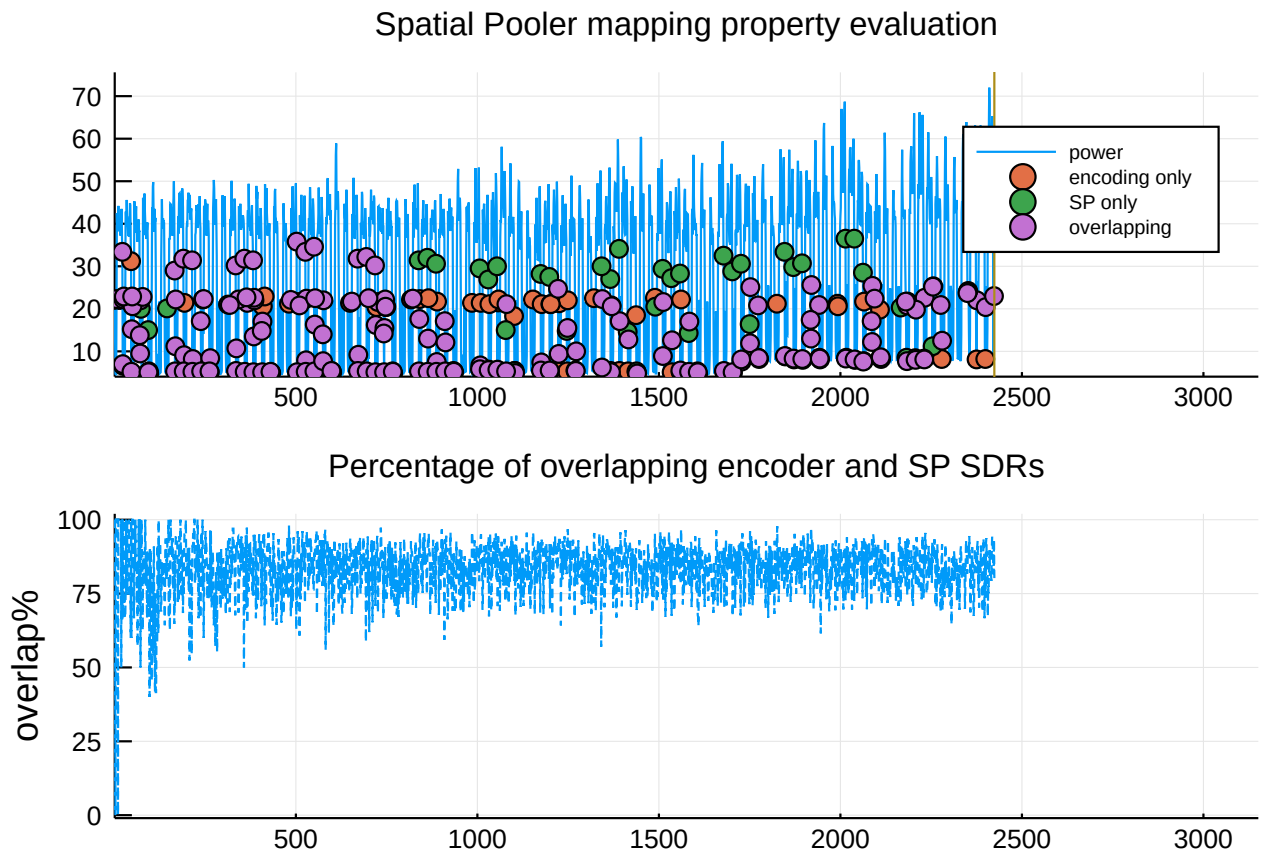
Σχήμα 4.2: Μελέτη πρόβλεψης χρονοσειράς με τη χρονική μνήμη. Πάνω: εξέλιξη σφάλματος MASE σταθμισμένο σε διάστημα 10 ημερών. Μέση: Χρονοσειρά και πρόβλεψη. Κάτω: εστίαση του παραπάνω στην αρχική εκμάθηση και στο σημείο αλλαγής της μέσης τιμής.

Με το παραπάνω αποτέλεσμα υποστηρίζεται ότι η υλοποίηση είναι έγκυρη, γιατί πέτυχε καλύτερο αποτέλεσμα από τον απλοϊκό προβλέπτη. Από την άλλη, η ημιτελής κατάσταση του αλγορίθμου του στερεί τη δυνατότητα να πετύχει καλύτερα αποτελέσματα, δίνοντας έναυσμα για περαιτέρω μελέτη και ανάπτυξη.

Σημειώνεται ότι στις υπαρκτές πρακτικές και εμπορικές εφαρμογές αυτών των αλγορίθμων δε χρησιμοποιείται η καθαρή έκδοση της χρονικής μνήμης όπως υλοποιήθηκε εδώ. Χρησιμοποιείται μια τροποποιημένη εκδοχή, η «backtracking temporal memory», που, για κάθε απρόβλεπτη είσοδο (μικροστήλη σε έξαρση), ρωτά: θα προκαλούνταν έξαρση, αν η ακολουθία που την προκάλεσε είχε ξεκινήσει πιο πρόσφατα; Με τον αλγόριθμο αυτό όμως δεν ασχολείται η παρούσα εργασία, καθώς ξεφεύγει από την κεντρική θεωρία HTM.



Σχήμα 4.3: Μελέτη διατήρησης ομοιότητας του χώρου εισόδου από το χωρικό συγκεντρωτή – αμέσως πριν και μετά την αλλαγή μέσης τιμής της χρονοσειράς



Σχήμα 4.3: Μελέτη διατήρησης ομοιότητας από το χώρο εισόδου στο χώρο εξόδου διαμέσου του χωρικού συγκεντρωτή. Αυτή είναι βασική αρχή λειτουργίας του χωρικού συγκεντρωτή και η απόδειξη της σχετικής της ισχύος χρησιμεύει τόσο ως τεκμήριο ορθότητας της υλοποίησης, όσο και του αλγορίθμου γενικότερα. Χρησιμοποιείται η χρονοσειρά που περιγράφεται στο 4.2.1.

Παρουσιάζονται 3 στιγμιότυπα: αμέσως πριν και αμέσως μετά την αλλαγή της μέσης τιμής της χρονοσειράς και στο τέλος. Για κάθε στιγμιότυπο υπάρχουν 2 γραφήματα.

Στο πάνω φαίνεται η χρονοσειρά και επισημαίνονται τα πιο ταιριαστά ως τώρα SDR με την τρέχουσα στιγμή: **είσοδοι που δεν ταιριάζουν πολύ με την τωρινή έξοδο**, **έξοδοι που δεν ταιριάζουν πολύ με την τωρινή είσοδο**, **είσοδοι και έξοδοι που ταιριάζουν με τις τωρινές**.

Στο κάτω φαίνεται το ποσοστό των εισόδων/εξόδων που ταιριάζουν. Χρησιμεύει ως μέτρο επίδοσης του χωρικού συγκεντρωτή.

Φαίνεται πως η αλλαγή της μέσης τιμής έχει αμελητέα επίδραση στην επίδοση του χωρικού συγκεντρωτή. Καθώς το πείραμα εξελίσσεται το μέτρο επίδοσης γίνεται πιο εύρωστο, καθώς προκύπτει από περισσότερα SDR. Αυτός είναι ο κύριος λόγος που μειώνεται η διακύμανση.



### 4.3 Τι αξίζει να μελετηθεί περαιτέρω;

#### Αισθητικοκινητική συμπερασματολογία και χρονική συγκέντρωση

Οι αλγόριθμοι που παρουσιάστηκαν εδώ αναπτύχθηκαν κυρίως μέχρι τις αρχές του 2017. Έκτοτε, η εταιρία Numenta που ηγείται της μελέτης έχει προτείνει πολλές νέες διαστάσεις στη θεωρία HTM. Βασική τέτοια είναι η αισθητικοκινητική συμπερασματολογία (sensorimotor inference). Βασιζόμενοι στην παρατήρηση ότι η είσοδος σε ένα ενσώματο σύστημα HTM μπορεί να αλλάζει για δύο διαφορετικούς λόγους, εξωγενή αλλαγή ή αλλαγή οπτικής γωνίας λόγω κίνησης του ιδίου του σώματος, προτείνουν ότι η διαδικασία της πρόβλεψης πρέπει να έχει πρόσβαση σε αντίγραφα των κινητικών εντολών και να τις λαμβάνει υπόψιν [40]. Επίσης εισάγεται η έννοια της θέσης, τόσο του σώματος μέσα στον έξω κόσμο (πχ στο δωμάτιο), όσο και του αισθητήρα ως προς το αντικείμενο. Με αυτά τα στοιχεία συντίθεται η δυνατότητα μερικών φλοιικών στηλών που εργάζονται συντονισμένα να δημιουργήσουν μοντέλα φυσικών αντικειμένων και να τα διαχωρίσουν μεταξύ τους.

Το μοντέλο του φυσικού αντικειμένου συσχετίζεται άμεσα με το μοντέλο μιας ακολουθίας στη χρονική μνήμη. Μία προέκταση της θεωρίας HTM που έχει κάποιο θεωρητικό υπόβαθρο αυτή τη στιγμή και χρήζει άμεσης μελέτης είναι ο συνδυασμός της χρονικής μνήμης με μία δεύτερη περιοχή που θα μοντελοποιεί ολόκληρες ακολουθίες εισόδων και θα προδιαθέτει τη χρονική μνήμη με ανάδραση από τους κορυφαίους δενδρίτες. Ο μηχανισμός αυτός μπορεί να ονομαστεί και «χρονική συγκέντρωση» (temporal pooling). Στο παράδειγμα της παρακολούθησης μιας μελωδίας, αν η χρονική μνήμη μαθαίνει να αναπαριστά την τρέχουσα νότα ως προς τις προηγούμενες, ο χρονικός συγκεντρωτής μαθαίνει να αναπαριστά μουσικά θέματα. Η επιτυχής ενσωμάτωση ενός τέτοιου μηχανισμού αναμένεται να βελτιώσει σημαντικά την ικανότητα πρόβλεψης χρονοσειρών.

Η χρονική μνήμη όπως παρουσιάστηκε, αν και δεν είναι ευαίσθητη στο θόρυβο του χώρου εισόδου χάρη στο χρονικό συγκεντρωτή, είναι πολύ ευαίσθητη στο **χρονικό θόρυβο**, όπως η ανταλλαγή της σειράς δύο συμβόλων εισόδου. Η προδιάθεση από το χρονικό συγκεντρωτή αναμένεται να προσδώσει ευρωστία σε τέτοιας μορφής θορύβου.

Στο άρθρο [40] παρουσιάζεται μεν ένας μηχανισμός με τον οποίο η HTM μαθαίνει και αναγνωρίζει πολλά ξεχωριστά αντικείμενα, αλλά μονάχα με τη βοήθεια εξωγενούς σήμανσης για το πότε τα αντικείμενα αλλάζουν. Δεν περιγράφεται δηλαδή μηχανισμός **συνεχούς μάθησης**, με τον οποίο να μαθαίνονται και τα σύνορα μεταξύ των αντικειμένων. Σημαντικό ρόλο σε αυτήν την κατεύθυνση ενδέχεται να διαδραματίσει κάποιος μηχανισμός «έκπληξης», όπως είναι η έξαρση των μικροστηλών της χρονικής μνήμης για απροσδόκητες εισόδους.

#### Ιεραρχική σύνθεση πολλών περιοχών

Αν και το όνομα της θεωρίας ξεκινά με τη λέξη «ιεραρχική», η ιεραρχία δε συμμετείχε σε όσα περιγράφηκαν ως τώρα. Η ιεραρχία αρχίζει να συντίθεται στην τρέχουσα θεωρία με ένα πρόσφατο άρθρο [48] που προτείνει μηχανισμούς συνεργασίας πολλών φλοιικών στηλών.

Σε πιο πρακτικό επίπεδο, η ιεραρχία φαίνεται να είναι το κλειδί για την πρόβλεψη και αναγνώριση ανωμαλιών σε πολύπλοκα συστήματα που εκφράζουν τη συνολική τους κατάσταση με πολλές ταυτόχρονες χρονοσειρές (**multivariate timeseries prediction**). Με μία μόνο περιοχή δεν υπάρχει αποτελεσματικός τρόπος για τη σύνθεση πολλών χρονοσειρών

σε ένα χώρο εισόδου.

### Διάφορες ιδέες

Οι παραπάνω είναι ίσως οι πιο σημαντικές κατευθύνσεις για περαιτέρω έρευνα, όμως αναγνωρίζονται και πολλά πιο εντοπισμένα ερωτήματα ως προς τη συμπεριφορά των αλγορίθμων που περιγράφηκαν.

- Είναι ευσταθείς οι μηχανισμοί εκμάθησης; Πώς επηρεάζονται από τον κβραντισμό των συναπτικών μονιμοτήτων;
- Αν δούμε το δίκτυο της χρονικής μνήμης ως γράφο με τοπικούς κανόνες προσαρμογής, είναι ενδιαφέρον να μελετηθεί υπό το πρίσμα του άρθρου [49]
- Οι συνάψεις αυτή τη στιγμή είναι δισταθείς (συνδεδεμένες/αποσυνδεδεμένες), αλλά ο μόνος βιολογικός περιορισμός είναι ότι δεν μπορούν να έχουν μεγάλη ακρίβεια. Ας μελετηθούν λοιπόν συνάψεις με περισσότερες καταστάσεις, με συναπτικά βάρη 2-3 bit.

Τέλος, όσον αφορά την παρούσα υλοποίηση, οι ιδιότητες των αλγορίθμων επικυρώθηκαν μόνο αδρομερώς με δύο συνολικούς ελέγχους. Η επίσημη υλοποίηση της Numenta έχει μελετηθεί με πολύ περισσότερους ελέγχους, που παρουσιάζονται στα άρθρα τους [29], [39]. Είναι σημαντικό να αναπαραχθούν αυτοί οι έλεγχοι, ώστε να τεκμηριωθούν και οι υπόλοιπες ιδιότητες του χωρικού συγκεντρωτή και της χρονικής μνήμης.

## 4.4 Συμπέρασμα

Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκε η θεωρία HTM, μαζί με το βιολογικό υπόβαθρο που προσπαθεί να ερμηνεύσει, και μια υλοποίηση των κεντρικών της αλγορίθμων σε νέα γλώσσα μαθηματικού προγραμματισμού, τη Julia.

Οι αλγόριθμοι είναι περίπλοκοι και σχετικά πολύπλοκοι, όχι ως προς την υπολογιστική τους πολυπλοκότητα, αλλά ως προς τη δυσκολία στην περιγραφή των πολλών εννοιών που περιλαμβάνουν. Η υλοποίηση του χωρικού συγκεντρωτή σε 120 γραμμές κώδικα και της χρονικής μνήμης σε 222, σε αντιδιαστολή με την πρότυπη υλοποίηση των αλγορίθμων σε 700 και 750 γραμμές αντίστοιχα, θεωρείται ότι μπορεί να αποτελέσει μια αποτελεσματική περίληψη των αλγορίθμων και ταυτόχρονα σαφή τους διατύπωση. Η επιτυχία του κεντρικού αυτού στόχου της εργασίας, όμως, θα μπορέσει να αξιολογηθεί μόνο στο μέλλον, με το κατά πόσον πράγματι θα αποτελέσει βάση για περαιτέρω μελέτη.

Η υλοποίηση απαιτούσε τη βαθιά κατανόηση της Julia. Χρησιμοποιήθηκαν και παρουσιάστηκαν προχωρημένες δυνατότητες της γλώσσας όπως μοτίβα σχεδιασμού με παραμετρικές μεθόδους και πολλαπλή αποστολή, χαμηλού επιπέδου χειρισμοί με αραιούς πίνακες, μακροεντολές, μετρήσεις απόδοσης (benchmarking) και άλλα. Οδήγησε επίσης στη συνεισφορά στην πηγή της επίλυσης μερικών προβλημάτων, στο πλαίσιο της ανάπτυξης ενός παγκόσμιου εύρους ανοιχτού λογισμικού.

Οι αλγόριθμοι δοκιμάστηκαν με βασικούς ελέγχους και η λειτουργικότητά τους επιδείχτηκε. Παρατηρήθηκε βέβαια ότι, στην παρούσα μορφή, δεν είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικοί στο πρόβλημα της πρόβλεψης, και ότι χρειάζονται περισσότερη μελέτη και πειραματισμό με ήδη προταθείσες θεωρητικές βελτιώσεις.



Εν τέλει, αναφέρθηκαν πιθανές προεκτάσεις για περαιτέρω μελέτη, καταδεικνύοντας και πώς ενδέχεται να βελτιωθεί η απόδοση των αλγορίθμων και πώς αυτή η εργασία μπορεί να φανεί χρήσιμη.

# Βιβλιογραφία

- [1] M. Mohammadi, A. Al-Fuqaha, S. Sorour και M. Guizani, «Deep Learning for IoT Big Data and Streaming Analytics: A Survey,» **IEEE Communications Surveys Tutorials**, τόμ. 20, αρθμ. 4, σσ. 2923–2960, Fourthquarter 2018, ISSN: 1553-877X. DOI: [10.1109/COMST.2018.2844341](https://doi.org/10.1109/COMST.2018.2844341).
- [2] J. Piaget, **The Origins of Intelligence in Children**, σύνταξη υπό M. Cook, σειρά The Origins of Intelligence in Children. New York, NY, US: W W Norton & Co, 1952, 419 **pagetotals**. DOI: [10.1037/11494-000](https://doi.org/10.1037/11494-000).
- [3] P. W. Anderson, «More Is Different,» **Science**, τόμ. 177, αρθμ. 4047, σσ. 393–396, 4 Αύγ. 1972, ISSN: 0036-8075, 1095-9203. DOI: [10.1126/science.177.4047.393](https://doi.org/10.1126/science.177.4047.393). pmid: [17796623](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/17796623/).
- [4] D. E. Knuth, «Literate Programming,» **The Computer Journal**, τόμ. 27, αρθμ. 2, σσ. 97–111, 1 Ιαν. 1984, ISSN: 0010-4620. DOI: [10.1093/comjnl/27.2.97](https://doi.org/10.1093/comjnl/27.2.97).
- [5] M. Minsky, **Society Of Mind**. Simon and Schuster, 15 Μαρ. 1988, 342 **pagetotals**, ISBN: 978-0-671-65713-0.
- [6] D. B. Lenat και E. A. Feigenbaum, «On the Thresholds of Knowledge,» **Artificial Intelligence**, τόμ. 47, αρθμ. 1, σσ. 185–250, 1 Ιαν. 1991, ISSN: 0004-3702. DOI: [10.1016/0004-3702\(91\)90055-0](https://doi.org/10.1016/0004-3702(91)90055-0).
- [7] P. Kanerva, «Associative Neural Memories,» στο, M. H. Hassoun, επιμελητής, New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 1993, κεφ. Sparse Distributed Memory and Related Models, σσ. 50–76, ISBN: 0-19-507682-6.
- [8] P. Wang, «On the Working Definition of Intelligence,» 1995.
- [9] V. B. Mountcastle, «The columnar organization of the neocortex,» **Brain: A Journal of Neurology**, τόμ. 120 ( Pt 4), σσ. 701–722, Απρ. 1997, ISSN: 0006-8950. DOI: [10.1093/brain/120.4.701](https://doi.org/10.1093/brain/120.4.701). pmid: [9153131](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/9153131/).
- [10] K. Doya, «What are the computations of the cerebellum, the basal ganglia and the cerebral cortex?» **Neural Networks: The Official Journal of the International Neural Network Society**, τόμ. 12, αρθμ. 7-8, σσ. 961–974, Οκτ. 1999, ISSN: 1879-2782. pmid: [12662639](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/12662639/).
- [11] S. Song, K. D. Miller και L. F. Abbott, «Competitive Hebbian learning through spike-timing-dependent synaptic plasticity,» **Nature Neuroscience**, τόμ. 3, αρθμ. 9, σ. 919, Σεπτ. 2000, ISSN: 1546-1726. DOI: [10.1038/78829](https://doi.org/10.1038/78829).
- [12] R. Stallman, **Free Software, Free Society: Selected Essays of Richard M. Stallman**. Lulu.com, 2002, 188 **pagetotals**, ISBN: 978-1-882114-98-6.
- [13] J. C. Horton και D. L. Adams, «The Cortical Column: A Structure without a Function,» **Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences**, τόμ. 360, αρθμ. 1456, σσ. 837–862, 29 Απρ. 2005, ISSN: 0962-8436. DOI: [10.1098/rstb.2005.1623](https://doi.org/10.1098/rstb.2005.1623). pmid: [15937015](https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/15937015/).

- [14] S. Legg και M. Hutter, «A Collection of Definitions of Intelligence,» στο **Advances in Artificial General Intelligence: Concepts, Architectures and Algorithms**, IOS Press, 2007, σσ. 17–24.
- [15] T. Freund και S. Kali, «Interneurons,» **Scholarpedia**, τόμ. 3, αρθμ. 9, σ. 4720, 1 Σεπτ. 2008, ISSN: 1941-6016. DOI: [10.4249/scholarpedia.4720](https://doi.org/10.4249/scholarpedia.4720).
- [16] P. Wang, «What Do You Mean by “AI”?», **presented at** Proceedings of the 2008 Conference on Artificial General Intelligence 2008: Proceedings of the First AGI Conference, IOS Press, 20 Ιούν. 2008, σσ. 362–373, ISBN: 978-1-58603-833-5. διεύθν.: <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1566174.1566207> (επίσκεψη 28/05/2019).
- [17] J. Defelipe, H. Markram και K. S. Rockland, «The Neocortical Column,» **Frontiers in Neuroanatomy**, τόμ. 6, 2012, ISSN: 1662-5129. DOI: [10.3389/fnana.2012.00022](https://doi.org/10.3389/fnana.2012.00022).
- [18] E. R. Kandel, T. M. Jessell, J. H. Schwartz, S. A. Siegelbaum και A. J. Hudspeth, **Principles of Neural Science, Fifth Edition**. McGraw Hill Professional, 2013, 1761 **pagetotals**, ISBN: 978-0-07-139011-8.
- [19] R. Paton, H. Bolouri, W. M. L. Holcombe, J. H. Parish και R. Tateson, **Computation in Cells and Tissues: Perspectives and Tools of Thought**. Springer Science & Business Media, 14 Μαρ. 2013, 349 **pagetotals**, ISBN: 978-3-662-06369-9.
- [20] V. B. Shah, A. Edelman, S. Karpinski, J. Bezanson και J. Kepner, «Novel Algebras for Advanced Analytics in Julia,» στο **2013 IEEE High Performance Extreme Computing Conference (HPEC)**, Σεπτ. 2013, σσ. 1–4. DOI: [10.1109/HPEC.2013.6670347](https://doi.org/10.1109/HPEC.2013.6670347).
- [21] M. Shcherbakov, A. Brebels, A. Tyukov, T. Janovsky και V. Anatol, «A Survey of Forecast Error Measures,» 2013.
- [22] M. Benedek, E. Jauk, M. Sommer, M. Arendasy και A. C. Neubauer, «Intelligence, Creativity, and Cognitive Control: The Common and Differential Involvement of Executive Functions in Intelligence and Creativity,» **Intelligence**, τόμ. 46, σσ. 73–83, 1 Σεπτ. 2014, ISSN: 0160-2896. DOI: [10.1016/j.intell.2014.05.007](https://doi.org/10.1016/j.intell.2014.05.007).
- [23] Y. Bengio, D.-H. Lee, J. Bornschein, T. Mesnard και Z. Lin, «Towards Biologically Plausible Deep Learning,» 13 Φεβ. 2015. arXiv: [1502.04156 \[cs\]](https://arxiv.org/abs/1502.04156). διεύθν.: <http://arxiv.org/abs/1502.04156> (επίσκεψη 28/05/2019).
- [24] S. Billaudelle και S. Ahmad, «Porting HTM Models to the Heidelberg Neuromorphic Computing Platform,» 8 Μάρ. 2015. arXiv: [1505.02142 \[cs, q-bio\]](https://arxiv.org/abs/1505.02142). διεύθν.: <http://arxiv.org/abs/1505.02142> (επίσκεψη 02/06/2019).
- [25] F. De Sousa Webber, «Semantic Folding Theory And its Application in Semantic Fingerprinting,» **ArXiv e-prints**, Νοέ. 2015. arXiv: [1511.08855 \[cs.AI\]](https://arxiv.org/abs/1511.08855).
- [26] H. Markram, E. Muller, S. Ramaswamy, M. W. Reimann, M. Abdellah, C. A. Sanchez, A. Ailamaki, L. Alonso-Nanclares, N. Antille, S. Arsever, G. A. A. Kahou, T. K. Berger, A. Bilgili, N. Buncic, A. Chalimourda, G. Chindemi, J.-D. Courcol, F. Delalondre, V. Delattre, S. Druckmann, R. Dumusc, J. Dynes, S. Eilemann, E. Gal, M. E. Gevaert, J.-P. Ghobril, A. Gidon, J. W. Graham, A. Gupta, V. Haenel, E. Hay, T. Heinis, J. B. Hernando, M. Hines, L. Kanari, D. Keller, J. Kenyon, G. Khazen, Y. Kim, J. G. King, Z. Kisvarday, P. Kumbhar, S. Lasserre, J.-V. Le Bé, B. R. C. Magalhães, A. Merchán-Pérez, J. Meystre, B. R. Morrice, J. Muller, A. Muñoz-Céspedes, S. Muralidhar, K. Muthurasa, D. Nachbaur, T. H. Newton, M. Nolte, A. Ovcharenko, J. Palacios, L. Pastor, R. Perin, R. Ranjan, I. Riachi, J.-R. Rodríguez, J. L. Riquelme, C. Rössert, K. Sfyrakis, Y. Shi, J. C. Shillcock, G. Silberberg, R. Silva, F. Tauheed, M. Telefont, M. Toledo-Rodriguez, T. Tränkler, W. Van Geit, J. V. Díaz, R. Walker, Y. Wang, S. M. Zaninetta, J. DeFelipe, S. L. Hill, I. Segev και F. Schürmann, «Reconstruction and Simulation of Neocortical

- Microcircuitry,» **Cell**, τόμ. 163, αρθμ. 2, σσ. 456–492, 8 Οκτ. 2015, ISSN: 1097-4172. DOI: [10.1016/j.cell.2015.09.029](https://doi.org/10.1016/j.cell.2015.09.029). pmid: 26451489.
- [27] K. Meier, «A Mixed-Signal Universal Neuromorphic Computing System,» στο **2015 IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM)**, Δεκ. 2015, σσ. 4.6.1–4.6.4. DOI: [10.1109/IEDM.2015.7409627](https://doi.org/10.1109/IEDM.2015.7409627).
- [28] A. Adamatzky, επιμελητής, **Advances in Physarum Machines: Sensing and Computing with Slime Mould**, Emergence, Complexity and Computation, Springer International Publishing, 2016, ISBN: 978-3-319-26661-9. διεύθν.: <https://www.springer.com/gp/book/9783319266619> (επίσκεψη 29/05/2019).
- [29] Y. Cui, S. Ahmad και J. Hawkins, «Continuous Online Sequence Learning with an Unsupervised Neural Network Model,» **Neural Computation**, τόμ. 28, αρθμ. 11, σσ. 2474–2504, 14 Σεπτ. 2016, ISSN: 0899-7667. DOI: [10.1162/NECO\\_a\\_00893](https://doi.org/10.1162/NECO_a_00893).
- [30] P. Haueis, «The Life of the Cortical Column: Opening the Domain of Functional Architecture of the Cortex (1955–1981),» **History and Philosophy of the Life Sciences**, τόμ. 38, αρθμ. 3, 2016, ISSN: 0391-9714. DOI: [10.1007/s40656-016-0103-4](https://doi.org/10.1007/s40656-016-0103-4). pmid: 27325058.
- [31] J. Hawkins και S. Ahmad, «Why Neurons Have Thousands of Synapses, a Theory of Sequence Memory in Neocortex,» **Frontiers in Neural Circuits**, τόμ. 10, 2016, ISSN: 1662-5110. DOI: [10.3389/fncir.2016.00023](https://doi.org/10.3389/fncir.2016.00023).
- [32] —, «Why Neurons Have Thousands of Synapses, a Theory of Sequence Memory in Neocortex,» **Frontiers in Neural Circuits**, τόμ. 10, σ. 23, 2016, ISSN: 1662-5110. DOI: [10.3389/fncir.2016.00023](https://doi.org/10.3389/fncir.2016.00023). διεύθν.: <http://journal.frontiersin.org/article/10.3389/fncir.2016.00023>.
- [33] Y. LeCun, «Deep learning,» CERN talk, 2016, διεύθν.: <https://indico.cern.ch/event/510372/attachments/1245509/1840815/lecun-20160324-cern.pdf>.
- [34] S. Purdy, «Encoding Data for HTM Systems,» 18 Φεβ. 2016. arXiv: [1602.05925](https://arxiv.org/abs/1602.05925) [cs, q-bio]. διεύθν.: <http://arxiv.org/abs/1602.05925> (επίσκεψη 02/06/2019).
- [35] J. Regier, K. Pamnany, R. Giordano, R. Thomas, D. Schlegel, J. McAuliffe και Prabhat, «Learning an Astronomical Catalog of the Visible Universe through Scalable Bayesian Inference,» 10 Νοέ. 2016. arXiv: [1611.03404](https://arxiv.org/abs/1611.03404) [astro-ph, stat]. διεύθν.: <http://arxiv.org/abs/1611.03404> (επίσκεψη 29/05/2019).
- [36] C. M. Vineyard και S. J. Verzi, «Overcoming the Static Learning Bottleneck - the need for adaptive neural learning,» στο **2016 IEEE International Conference on Rebooting Computing (ICRC)**, Οκτ. 2016, σσ. 1–3. DOI: [10.1109/ICRC.2016.7738692](https://doi.org/10.1109/ICRC.2016.7738692).
- [37] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski και V. Shah, «Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing,» **SIAM Review**, τόμ. 59, αρθμ. 1, σσ. 65–98, 1 Ιαν. 2017, ISSN: 0036-1445. DOI: [10.1137/141000671](https://doi.org/10.1137/141000671).
- [38] K. Brading, E. Castellani και N. Teh, «Symmetry and Symmetry Breaking,» στο **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**, E. N. Zalta, επιμελητής, Winter 2017, Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2017. διεύθν.: <https://plato.stanford.edu/archives/win2017/entries/symmetry-breaking/> (επίσκεψη 29/05/2019).
- [39] Y. Cui, S. Ahmad και J. Hawkins, «The HTM Spatial Pooler—A Neocortical Algorithm for Online Sparse Distributed Coding,» **Frontiers in Computational Neuroscience**, τόμ. 11, 2017, ISSN: 1662-5188. DOI: [10.3389/fncom.2017.00111](https://doi.org/10.3389/fncom.2017.00111).

- [40] J. Hawkins, S. Ahmad και Y. Cui, «A Theory of How Columns in the Neocortex Enable Learning the Structure of the World,» **Frontiers in Neural Circuits**, τόμ. 11, 2017, ISSN: 1662-5110. DOI: [10.3389/fncir.2017.00081](https://doi.org/10.3389/fncir.2017.00081).
- [41] M. Pastell. (22 Μαρ. 2017). Weave.jl: Scientific Reports Using Julia, διεύθν.: <http://joss.theoj.org> (επίσκεψη 09/06/2019).
- [42] S. Sabour, N. Frosst και G. E. Hinton, «Dynamic Routing Between Capsules,» στο **Advances in Neural Information Processing Systems 30**, I. Guyon, U. V. Luxburg, S. Bengio, H. Wallach, R. Fergus, S. Vishwanathan και R. Garnett, επιμελητές, Curran Associates, Inc., 2017, σσ. 3856–3866. διεύθν.: <http://papers.nips.cc/paper/6975-dynamic-routing-between-capsules.pdf> (επίσκεψη 30/05/2019).
- [43] V. Losing, B. Hammer και H. Wersing, «Incremental On-Line Learning: A Review and Comparison of State of the Art Algorithms,» **Neurocomputing**, τόμ. 275, σσ. 1261–1274, 31 Ιαν. 2018, ISSN: 0925-2312. DOI: [10.1016/j.neucom.2017.06.084](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.06.084).
- [44] O. Nachum, S. (Gu, H. Lee και S. Levine, «Data-Efficient Hierarchical Reinforcement Learning,» στο **Advances in Neural Information Processing Systems 31**, S. Bengio, H. Wallach, H. Larochelle, K. Grauman, N. Cesa-Bianchi και R. Garnett, επιμελητές, Curran Associates, Inc., 2018, σσ. 3303–3313. διεύθν.: <http://papers.nips.cc/paper/7591-data-efficient-hierarchical-reinforcement-learning.pdf> (επίσκεψη 30/05/2019).
- [45] S. Sabour, N. Frosst και G. Hinton, «Matrix Capsules with EM Routing,» **presented at 6th International Conference on Learning Representations, ICLR**, 2018.
- [46] P. Xiong, Y. Zhu, Z. Sun, Z. Cao, M. Wang, Y. Zheng, J. Hou, T. Huang και Z. Que, «Application of Transfer Learning in Continuous Time Series for Anomaly Detection in Commercial Aircraft Flight Data,» στο **2018 IEEE International Conference on Smart Cloud (SmartCloud)**, Σεπτ. 2018, σσ. 13–18. DOI: [10.1109/SmartCloud.2018.00011](https://doi.org/10.1109/SmartCloud.2018.00011).
- [47] T. Aglassinger, **Pygount**, 10 Μάρ. 2019. διεύθν.: <https://github.com/roskakori/pygount> (επίσκεψη 10/06/2019).
- [48] J. Hawkins, M. Lewis, M. Klukas, S. Purdy και S. Ahmad, «A Framework for Intelligence and Cortical Function Based on Grid Cells in the Neocortex,» **Frontiers in Neural Circuits**, τόμ. 12, 2019, ISSN: 1662-5110. DOI: [10.3389/fncir.2018.00121](https://doi.org/10.3389/fncir.2018.00121).
- [49] E. Kipouridis και K. Tsihlias, «On the Convergence of Network Systems,» 11 Φεβ. 2019. arXiv: [1902.04121 \[cs, math\]](https://arxiv.org/abs/1902.04121). διεύθν.: <http://arxiv.org/abs/1902.04121> (επίσκεψη 10/06/2019).
- [50] Numenta, **NuPIC - HotGym Prediction**, Numenta, 4 Ιούν. 2019. διεύθν.: [https://github.com/numenta/nupic/tree/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one\\_gym](https://github.com/numenta/nupic/tree/master/examples/opf/clients/hotgym/prediction/one_gym) (επίσκεψη 10/06/2019).
- [51] O. Vinyals, I. Babuschkin, J. Chung, M. Mathieu και D. Silver. (2019). AlphaStar: Mastering the Real-Time Strategy Game StarCraft II, διεύθν.: <https://deepmind.com/blog/alphastar-mastering-real-time-strategy-game-starcraft-ii/>.
- [52] Fabuio. (2017-07-06). Pyramidal neuron, διεύθν.: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Piramidal\\_cell.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c1/Piramidal_cell.svg) (επίσκεψη 31/05/2019).
- [53] B. Chazelle. (). Natural Algorithms and Influence Systems, διεύθν.: <https://cacm.acm.org/magazines/2012/12/157889-natural-algorithms-and-influence-systems/abstract> (επίσκεψη 28/05/2019).
- [54] M. Innes, **Lazy.Jl**. διεύθν.: <https://github.com/MikeInnes/Lazy.jl> (επίσκεψη 04/06/2019).

- [55] Numenta, **NUPIC**. διεύθν.: <https://github.com/numenta/nupic> (επίσκεψη 04/06/2019).
- [56] P. Wang, «Cognitive Logic versus Mathematical Logic,»