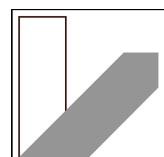


WS2010

PPA2

Beugung

Achim Guckenberger - Markus Sesselmann





Produktgruppe aus vorbildlich
bewirtschafteten Wäldern und
anderen kontrollierten Herkünften

Zert.-Nr. SW-COC-004183

www.fsc.org

©1996 Forest Stewardship Council



Papier ohne
optische Aufheller

bezdrobený piaci papier, 80 g/qm, 16 listov, bielené bezchlorovo • bezdrobený piaci papier, 80 g/qm, 16 listov, bielelo bez chloru • Papir za
pisanie, bez upotrebe drva, 80 g/qm, 16 listova, izbijajeno bez kloru • papier bezdrożowy, 80 g/qm, 16 kartkowy, wybielany bez
stosowania chloru • hârtie de scris fără conținut de lemn, 80 g/mp, 16 file, înalbită fără clor • хартия без деревянна, 80 г/кв.м., 16
листов, избеливания без хлора • Писчий папир не містить деревини маси, 80 г/м², 16 листів, Відбелений повнотою хлору • Carta per
scrivere senza fibra legnosa, 80 g/qm, 16 fogli, bianchita priva di cloro • lamantes inoperin, 80 g/m², 16 lap, klormenesen fehérített

26

holzfreies Schreibpapier,
80 g/qm, 16 Blatt,
chlorfrei gebleicht

VERSUCH: BEUGUNG AN SPALTEN UND GITTERN

1. Allgemeines

- Teilnehmer: Achim Guckenberger, Markus Gerselmann
- Datum: 11.11.2010
- Titel des Versuchs: Versuch Beugung
- Versuchsplatz: vor der Tür, Apparatur 1
- Gruppennummer: 17
- Betreuer: Anna-Katharina Vetter

2. Einleitung und Ziel

Licht läuft sich in vielen Bereichen mit Hilfe von linearen Strahlen beschreiben oder alternativ durch einen Strom von Korpuskeln, Photonen genannt. Diese Modellvorstellung ist jedoch ungenügend, wenn man die Wechselwirkung zwischen Licht und Objekten, deren Ausdehnung in der Größenordnung der Wellenlänge liegt, genau untersucht, da sich hierbei Welleneigenschaften (wie Interferenz und Beugung) offenbaren, die ein normales Teilchenstrom nicht besitzt.

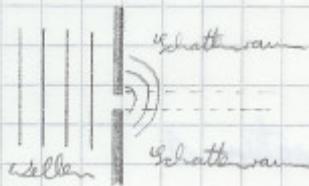
Beugung und Interferenz

Das Ziel dieses Versuches ist es, die besonderen Eigenschaften anhand von monochromatischem Licht eines Lasers am Einfach-, Doppel-, Mehrfachspalte und Gittern qualitativ und quantitativ genauer zu „beobachten“, da aus den entstehenden Rastern entweder Rückschlüsse auf das eingestrahlte Licht oder auf die räumliche Ausdehnung des betrachteten Objekts möglich sind.

3. Fragen zur Vorbereitung

Aufgabe 1

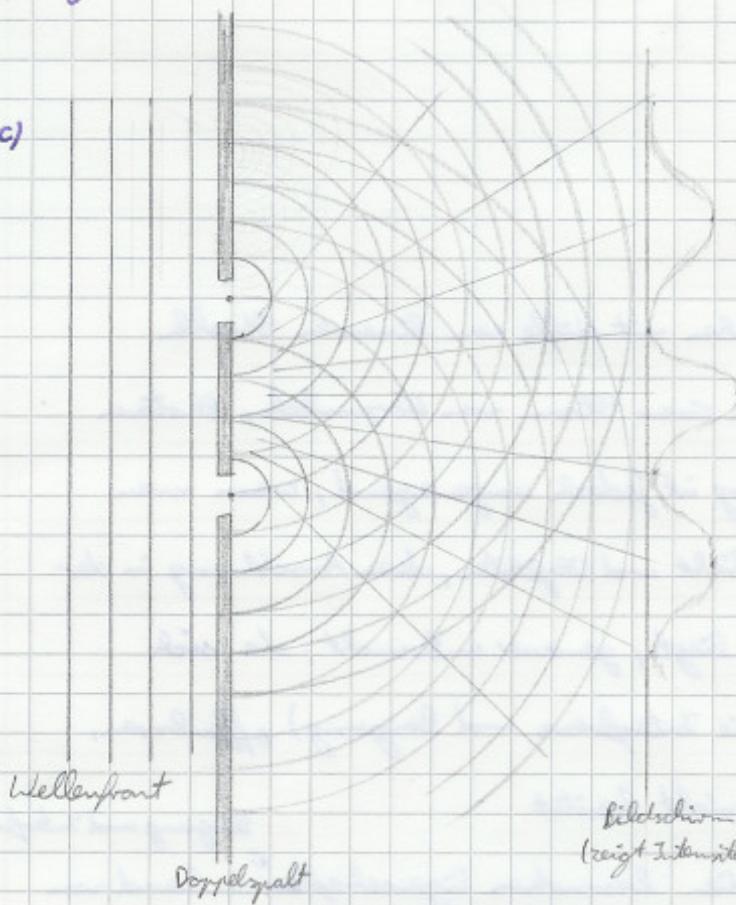
- a) Beugung beschreibt das Phänomen, das Wellen, die auf ein Objekt treffen, in den geometrischen Schattenraum gelangen können.



Bedingung für
Beugung?

- b) Interferenz hingegen bedeutet, dass sich Wellen gegenseitig überlagern und damit Interferenzmuster bestehend aus Minima und Maxima erzeugen.

c)



Das Huygen'sche Prinzip besagt, dass man sich eine Wellenfront aus vielen einzelnen Elementarwellen (Elementarwellen haben gleiche Geschwindigkeit & feste Frequenz nach außen) vorstellen kann. Wsprünglichen Welle in jede der beiden

Gräte kann man idealisiert jeweils eine Elementarwelle annehmen, sich

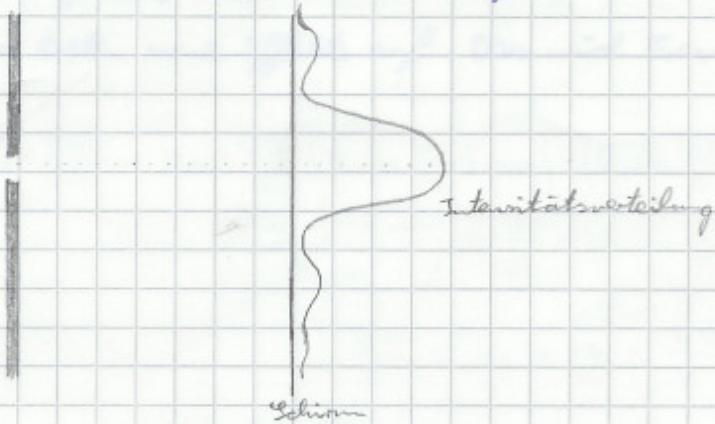
die hinter der Gräte kreisförmige Wellenringe erzeugen und dabei abwechselnd konstruktiv und destruktiv überlagern. Es entsteht das gestreifte Interferenzmuster, wobei alle Maxima bei Annahme von jeweils 1 Elementarwelle pro Gräte identische Intensität aufweisen.

Bei realen Gräten wird das Interferenzmuster mit dem Beugungsmuster der Einfachgräte überlagert, wodurch die Maxima-Intensität nicht mehr konstant ist.

d) Wird ein einzelner Spalt betrachtet, müssen 2 Fälle unterschieden werden: Ist die Spaltbreite kleiner als die Wellenlänge, so ist das Modell einer einzelnen Elementarwelle im Spalt genügend, da das Licht in alle Richtungen gleich stark abgestrahlt wird (Tipler, Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, 6. Auflage, S.1299).

Ist die Spaltbreite jedoch größer als die Wellenlänge, dann tritt ein Beugungsmuster der folgenden Form auf:

Nieviel größer?
100km → 100nm?



Destruktive Interferenz tritt auf, wenn der sog. Gangunterschied zwischen den sich überlappenden Wellen ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist, konstruktive Interferenz, wenn dieser ein Vielfaches der Wellenlänge ist. ✓

Nun kann man sich im Einfachspalt mehrere Elementarwellen, z.B. 100 Stück vorstellen. In der Mitte des Bildschirms haben alle (ca.) Wellen den gleichen Gangunterschied, d.h. es entsteht ein Beugungsmaximum, da sich alle Wellen konstruktiv überlagern.

Um die Entstehung des ersten Minimums zu verstehen, wird folgender Bild betrachtet: Nun teilt die Elementarwelle in 2 Gruppen ein.



Bei dem 1. Minimum hat nun z.B. die 2. Welle und die 52. Welle jeweils einen Gangunterschied von $\frac{1}{2}\lambda$ (λ : Wellenlänge). Gleiches trifft auch für die anderen Elementarwellenpaare zu, es fallen alle Wellen sich destruktiv überlagern. ✓

5. 2010-11
Simplifying

Aufgabe 2

beachtet

Die übliche Weise¹, da mathematisch einfache, Beugungsart ist die Fraunhofer-Beugung. Ihr liegt die Näherung in Grunde, das, das Objekt, an dem die Beugung passiert und der Schirm weit voneinander entfernt sind, weshalb man näherungsweise die Parallelität der Lichtstrahlen annehmen kann. ✓

Wird diese Näherung ungültig, d.h. wenn Objekt und Schirm nahe beieinander, so treten neue Effekte auf. Dies wird Focale-Beugung genannt. ✓

Aufgabe 3 (Einfachgrat)

Gleichung (3) für Einfachgrat:

$$J(\theta) = J_0 \cdot D^2 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)} \right]^2 =$$

$$= J_0 \cdot \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2} \right) \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)}{\sin\theta} \right)^2$$

a) $\frac{dJ}{d\theta} = J_0 \cdot \left(\frac{\lambda^2}{\pi^2} \right)^2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)}{\sin\theta} \right) \cdot \left[\frac{\sin\theta \cdot \cos\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \cdot \frac{\pi D}{\lambda} \cos\theta}{\sin^2\theta} - \frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \cdot \cos\theta}{\sin^2\theta} \right] \stackrel{!}{=} 0$

Sei $\sin\theta \neq 0$:

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \cdot \frac{\pi D}{\lambda} \cos\theta - \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \right] = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) \cdot \frac{\pi D}{\lambda} = \frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right)}{\sin\theta}$$

$$\tan\left(\frac{\pi D}{\lambda} \cdot \sin\theta\right) = \sin\theta \cdot \frac{\pi D}{\lambda}$$

a) Untersuchung für $\theta = 0$:

Für $\theta \rightarrow 0$ gilt $\sin\theta \rightarrow 0$. D.h. es liegt der Fall

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin(a \cdot \sin\theta)}{\sin\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos(a \cdot \sin\theta) \cdot a \cos\theta}{\cos\theta} = a \quad \text{vor (Regel von l'Hospital)}$$

Somit gilt:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} J(\theta) = J_0 \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \cdot \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 = J_0 \cdot D^2$$

Da wie in Aufgabe 1 a) erläutert bei $\theta = 0$ ein Maximum liegen muss,

ergibt sich für die Koordinaten des Hauptmaximums:

HAUPT MAX ($\theta = 0 \mid J(0) = J_0 \cdot D^2$)

Winkel, für die $|\theta| > \frac{\pi}{2}$ gilt müssen nicht betrachtet werden, da nur die Rauten auf dem Schemm interessieren, welche sich hinter dem Grat, d.h. zwischen $-\frac{\pi}{2}$ und $+\frac{\pi}{2}$ befindet.

b) Die Minima müssen sich nach Aufgabe 1 d) an den Kanten befinden, wo sich alle Wellen gegenseitig auslöschen, d.h. wo die Intensität darfall ausgelöscht 0 ist. Dabei ist $\sin \theta = 0$, da für $\theta = 0$ das Maximum vorliegt.

$$\rightarrow J(\theta) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi \cdot D}{\lambda} \cdot \sin \theta\right) = 0$$

Diese Gleichung wird unter der Bedingung $\theta \neq 0$ nur erfüllt, wenn gilt: $\frac{\pi \cdot D}{\lambda} \cdot \sin \theta \stackrel{!}{=} m \cdot \pi, m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ ✓
oder: $D \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda$ (Bedingung für Minima)

D.h. explizit liegen die Minima bei: $\theta = \arcsin \frac{m \lambda}{D}$

c) Die Maxima müssen natürlich zwischen den Minima liegen, d.h.

in etwa bei der Bedingung

$$\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \stackrel{!}{=} p \cdot \pi + \frac{\pi}{2}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



Für deren Intensität bezogen auf das Hauptmaximum gilt folglich

als Näherung:

$$\frac{J(\theta_{\text{max}})}{J(0)} = \left(\frac{\sin(p\pi + \frac{\pi}{2})}{p\pi + \frac{\pi}{2}} \right)^2 = \left(\frac{1}{p\pi + \frac{\pi}{2}} \right)^2$$

Für das 1. Nebemax. ($p=1$):

$$\frac{J(\theta_{1,\text{max}})}{J(0)} = \frac{4}{9\pi^2} \approx 0,045 \approx \frac{1}{22}$$

→ Hauptmax. ist ca. 22 mal so hell.



Für das 2. Nebemax. ($p=2$):

$$\frac{J(\theta_{2,\text{max}})}{J(0)} = \frac{4}{25\pi^2} \approx 0,016 \approx \frac{1}{62}$$

→ Hauptmax. ist ca. 62 mal so hell

$$(\rho\pi + \frac{\pi}{2}) / (\rho\pi + \frac{\pi}{2})$$



2

Aufgabe 4 (Doppelspalte)

$$J(\theta) = J_0 \cdot D^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{2\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)} \right)^2 = |\sin(2\alpha)|^2 \sin\alpha \cos\alpha$$
$$= J_0 \cdot D^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta} \right)^2}_{\text{id. zum Einfachspalt}} \cdot \underbrace{\left[2 \cdot \cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) \right]^2}_{\text{Neuer Term}} \quad \checkmark$$

auch Gitterfkt
genannt

- a) In der Gleichung kommt nun ein zusätzlicher Schwingungsterm vor. Die Schwingungsfrequenz dieses Terms ist dabei größer als die des Einfachspaltes, da $b > D$ (d.h. Spaltabstand > Grathöhe) und damit auch $\frac{\pi D}{\lambda} < \frac{2\pi b}{\lambda}$ gilt. Dies bedeutet, dass die "Einfachspalt-Schwingung" die neue Schwingung einhüllt, d.h. moduliert, weshalb es automatisch zu jedem Einfachspaltminimum ein entsprechendes Doppelspaltminimum geben muss. \checkmark

- b) Wird nur der neue Term betrachtet, so finden sich die Minima mittels:

$$\cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta \stackrel{!}{=} n \cdot \pi + \frac{\pi}{2} = \pi \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$b \sin\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \cancel{\pi} \cdot \lambda$$

bei einem Doppelspalteperiment zusammenfassend bedeutet dies, dass sich die Minima für solche Winkel θ ergeben, für die gilt

$$b \sin\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda, \quad n \in \mathbb{Z}$$

oder

$$D \sin\theta = m \cdot \lambda, \quad m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

(„normale“ Minima)

(Einfachspaltminima)

- c) Die Maxima des inkohärenten Doppelspaltes (d.h. des neuen Terms) ergeben sich mittels: $\left[\cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)\right]^2 \stackrel{!}{=} 1$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta = n \cdot \pi, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$b \sin\theta = n \cdot \lambda$$

Somit liegen Maxima bei einem reellen Doppelgittersperiment ^{etwa} bei solchen Winkeln θ vor, für die gilt (trotzdem wird Einfachgitter weggemäht):
 Vergrößerung durch

$$b \sin \theta = n \lambda, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \theta \in \mathbb{R} \setminus \{\theta \in \mathbb{R} \mid D \sin \theta = n \cdot \lambda\}$$

(Die Definitionsmengenangabe für θ schließt die Linsen aus, bei denen das Beugungsmuster des Einfachgitters ein Minimum erzeugt. In der Umgebung können jedoch dann noch 2 Maxima wie in der Zeichnung vorliegen.)

1) Für das Hauptmaximum beim Doppelgitter ergibt sich folgende

Intensität:

$$J(0) = \lim_{\theta \rightarrow 0} J(\theta) = \lim_{\theta \rightarrow 0} J_0 \cdot D^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin \left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2}_{= J_0 D^2} \cdot \underbrace{\left[2 \cdot \cos \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \right) \right]^2}_{= 4}$$

(nicht Einfachgitter)

$$\Rightarrow J(0) = 4 \cdot J_0 D^2$$

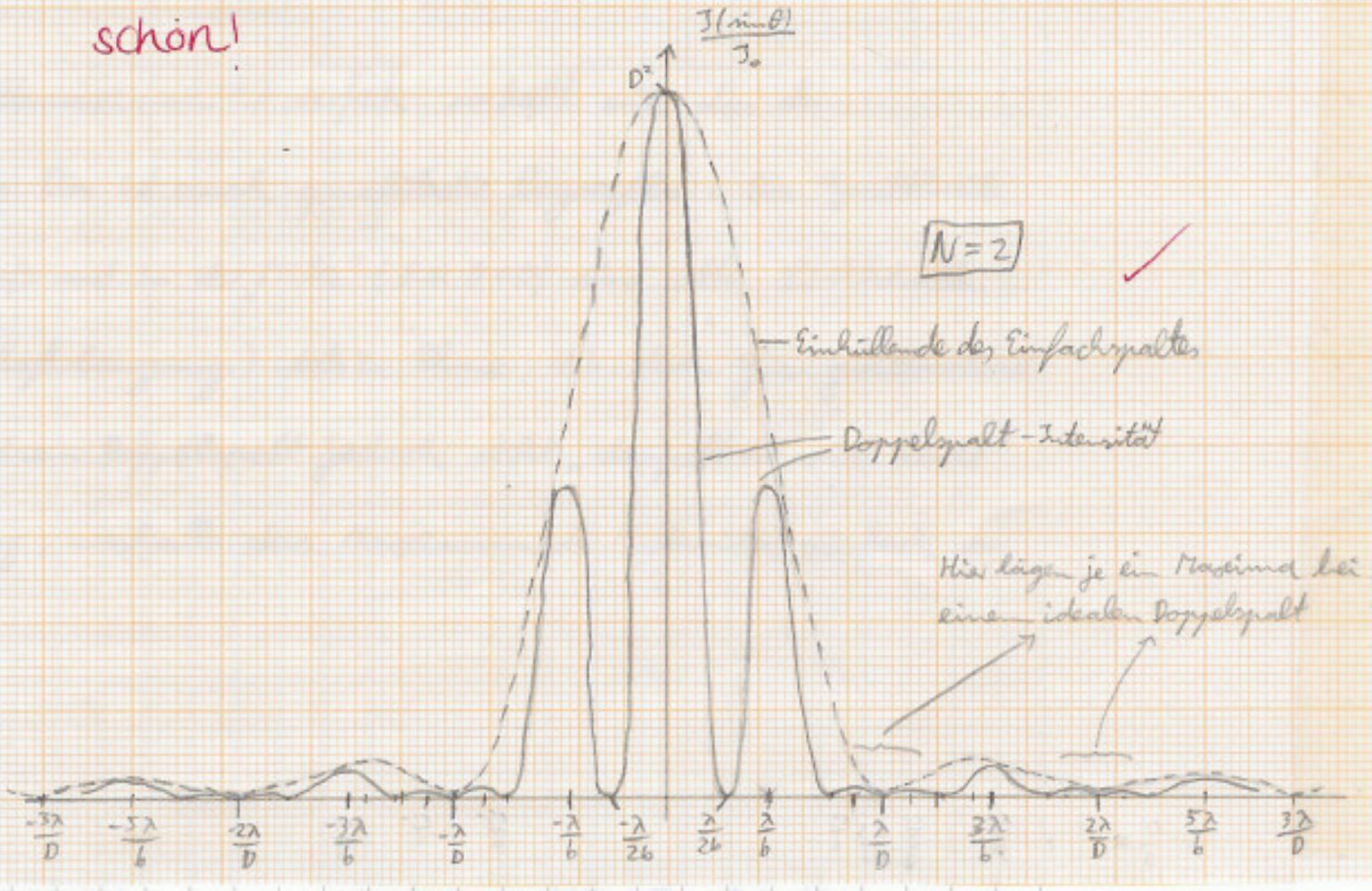
D.h. für das Verhältnis der Intensitäten des Hauptmaximums des Einfach- und Doppelgitters ergibt sich:

$$\frac{J_{\text{doppel}}(0)}{J_{\text{einfach}}(0)} = \frac{4 \cdot J_0 D^2}{J_0 D^2} = 4$$

Das Doppelgittermaximum ist vierfach so hell wie das des Einfachgitters. Dies ist auch qualitativ begreifbar: Die Spaltbreite sind gleich groß und in der „Mitte“ (bei $\theta=0$) sind alle Lichtstrahlen (in der Fraunhoferbeugung) stets in Phase, d.h. deren Gangunterschied ist Null. Bei einem Doppelgitter jedoch steht „doppelt so viel Licht“ zur Verfügung, weshalb das Maximum der Intensität vierfach so hoch ist.

102

schön!



Aufgabe 5 (Mehrfachgitter)

$$J(\theta) = J_0 \cdot D^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta} \right)^2}_{\text{identisch zu Einfachgitter}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{N\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)} \right)^2}_{\text{neuer Term}}$$

a) Grundsätzlich ist, wie bei $N=2$, d.h. beim Doppelpunkt, die Schwingung des hinteren Terms durch die Einfachgitterfunktion moduliert, was bedeutet, dass an den Minimumstellen des Einfachgitters auch Minima des Mehrfachgitters vorliegen müssen. ✓

b) Betrachtung für $\theta \rightarrow 0$:

Für den vorderen Term ergibt sich wieder beim Grenzübergang $J_0 D^2$ (siehe Aufgabe 3, S. 6).

Für den hinteren Term erhält man mit der Regel von l'Hospital:

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{N\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{N\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) \cdot \frac{N\pi b}{\lambda} \cos\theta}{\cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) \cdot \frac{\pi b}{\lambda} \cos\theta} = N$$

$$\Rightarrow J(0) := \lim_{\theta \rightarrow 0} J(\theta) = J_0 D^2 \cdot N^2$$

Das Hauptmaximum eines Gitters ist also N^2 -fach so hell wie das einer Einfachgitter. ✓

c) Der Nenner des neuen Terms besitzt Nullstellen für die Fälle

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta = n \cdot \pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$b \sin\theta = n \lambda$$

Der Zähler für:

$$\frac{N\pi b}{\lambda} \sin\theta = l \pi, l \in \mathbb{Z}$$

$$Nb \sin\theta = l \lambda$$

d.h. für den Fall von Nullstellen ist auch der Zähler 0, da

$$\sin(N \cdot n \pi) = 0$$

und damit liegt wieder der Grenzfall $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin(Ny)}{\sin y} = N$ vor.

Dies bedeutet, dass an den selben „Positionen“ wie beim Doppelpalst Maxima auftreten, deren Intensität $\frac{N^2}{2^2}$ -fach so groß sind, wobei für die Winkel θ mit der Bedingung $D \sin \theta = m\lambda$, $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$, wieder Minima vorliegen, die durch die Einfachpalst verursacht werden.

d) Zähler-exklusive Nullstellen ergeben sich also für $(l \bmod N) \neq 0$, d.h. für $l = 1, 2, 3, \dots, N-1$, womit zwischen den oben berechneten „Doppelpalstmaxima“ $N-1$ Minima auftreten.

Zusammenfassend ergeben sich somit alle Minima für Winkel θ , für

die gilt:

$N b \sin \theta = l \lambda$, $l \in \mathbb{Z} \setminus \{q \in \mathbb{Z} \mid q \bmod N = 0\}$ oder $D \sin \theta = m \lambda$, $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$	(„normale“ Minima) (Einfachpalstminima)
--	--

e) Die Trac. des Zählers in neuer Form liefern in Näherung mögliche Maxima:

$$\left[\sin \left(\frac{N \pi b}{\lambda} \sin \theta \right) \right]^2 \stackrel{!}{=} 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{N \pi b}{\lambda} \sin \theta \stackrel{!}{=} k \pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$Nb \sin \theta = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad \checkmark$$

Jedoch liegen nicht bei all diesen Werten für θ auch Maxima von $J(\theta)$ vor. Da offensichtliche Fall, bei dem dies nicht trifft, ist, wenn bei einem dieser Werte ein Einfachpalstminimum auftritt.

Weniger intuitiv ist die andere Möglichkeit: In der Umgebung der

„Doppelpalstmaxima“. Wie bereits angeführt, liegen diese

bei Winkeln θ mit der Bedingung $b \sin \theta = n\lambda$, $n \in \mathbb{Z}$ vor, wenn in der Umgebung kein Einfachpalstminimum vorliegt.

Beispielhaft bzw. ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird das

zentrale Maximum, d.h. $n=0$ ohne die Einfachpalstmodulation

betrachtet. Man erhält also folgende Funktion:

$$f(y) = \left(\frac{\sin(Ny)}{\sin y} \right)^2 \quad \text{mit } y := \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$$

$$\frac{df}{dy}(y) = 2 \cdot \frac{\sin(Ny)}{\sin y} \cdot \frac{\sin y \cdot N \cos(Ny) - \sin(Ny) \cos y}{\sin^2 y}$$

Die beiden zu überprüfenden Zählermaxima sind:

$$N \cdot \underbrace{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta}_{=y} = 2\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{für } \theta = -1 \text{ und } \theta = 0, \text{ also:}$$

$$y_1 = \frac{\pi}{2N} \quad \text{und} \quad y_2 = -\frac{\pi}{2N}$$

Bei Maxima müsste $f'(y_1) = f'(y_2) = 0$ sein, das ist jedoch nicht so.

$$f'(y_1) = 2 \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2N}} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{2N} \cdot N \cos \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \cos \frac{\pi}{2N}}{\sin^2 \frac{\pi}{2N}} = \\ = 2 \cdot \frac{0 - \cos \frac{\pi}{2N}}{\sin^3 \frac{\pi}{2N}} < 0$$

$$f'(y_2) = -2 \cdot \frac{0 - \cos \frac{\pi}{2N}}{\sin^3 \frac{\pi}{2N}} > 0$$

Weiterhin ist aus den bisherigen Analysen bekannt, dass zwischen y_2 und dem Maximum und diesem und y_1 keine Extremalstelle f vorliegen kann.

D.h. $J(\theta)$ steigt vom Minimum, welches links vom Ma Maximum liegt, bis zu diesem stetig monoton und „übergibt“ dabei das Zählermaximum. Entsprechend fällt $J(\theta)$ nach dem Maximum stetig monoton.

Man kann sich dieses Verhalten anhand des neuen Terms $\frac{\sin(Ny)}{\sin y}$ noch bewusst machen: Der Nenner geht gegen Null und „überwiegt“ dabei den Zähler, welcher für $0 < y < y_1$ ebenfalls, aber aufgrund des Faktors N „nicht ganz so schnell“ gegen Null strebt.

Für die Zusammenfassung muss man sich vor Augen führen, dass die „Doppelzählermaxima“ für $Nb \sin \theta = l\lambda$ mit $(l \bmod N) = 0$ vorliegen (Zähler- und Nb -annullstelle). Die oben eliminierten möglichen Maxima liegen bei $Nb \sin \theta = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$ mit $(k \bmod N) = 0$ und bei $Nb \sin \theta = \left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda$ mit $(k \bmod N) = 0$ (jeweils $k \in \mathbb{Z}$).

Folglich ergeben sich die Abzählermaxima in etwa für:

$$Nb \sin \theta = \left(k_0 + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda \quad \text{mit } [k_0 \bmod N] \neq 0 \quad \text{und } [(k_0 - 1) \bmod N] \neq 0.$$

$$\frac{J(\sin \theta)}{J_0}$$

$$N = 4$$

Eindimensionale Sinusfrequenz

1. Hauptresonanz

Verstärkungsfaktor Intensität

Max. Länge im Maximum bei
einem idealen Tiefpassfilter.

2. Hauptresonanz

$\sin \theta$

λ

λ

λ

λ

λ

λ

$$Nb \sin \theta = \left(g_2 + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda \quad \text{mit } [g_2 \bmod N] \neq 0 \quad \text{und } [(g_2 - 1) \bmod N] \neq 0$$

ca.
Maxima liegen also bei Winkeln θ , die die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$\text{bzw. } \sin\theta = n\lambda, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad \theta \in \mathbb{R} \setminus \{\theta \in \mathbb{R} / \sin\theta = n \cdot \lambda\}$$

oder

$$N \sin\theta = (q + \frac{1}{2}) \cdot \lambda, \quad q \in \mathbb{Z} \setminus \{q \in \mathbb{Z} / q \bmod N = 0 \quad \vee \quad (q-1) \bmod N = 0\}$$

Ober Bedingung: Hauptmaxima („Doppelspaltenmax.“)

Unter Bedingung: Nebenmaxima

✓

Zwischen 2 Hauptmaxima liegen $N-2$ Nebenmaxima, da durch die beiden Modulo-Bedingungen jeweils 2 Werte auffallen. Bei einem Einfachspaltmin. an der Stelle eines Hauptmax. liege jedoch in der Umgebung wieder nur 2 Maxima vor (siehe Zeichnung).

f) Berechnung von $\frac{\text{Intensität (1. Nebenmax.)}}{\text{Intensität (Hauptmax.)}} =: \frac{J_{N1}}{J_H}$

• Für $N=3$:

$$J_H = J(0) = J_0 D^2 N^2 = J_0 D^2 \cdot 9$$

J_{N1} : Bei $q=2$: $3 \sin\theta = (2 + \frac{1}{2})\lambda = \frac{5}{2}\lambda$
ist das 2. Nebenmax.

$$\theta_{N1} = \arcsin\left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\lambda}{D}\right)$$

$$J(\theta_{N1}) = J_0 D^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(\pi D \cdot \frac{5}{6}\right)}{\pi D \cdot \frac{5}{6}}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right)}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{J_{N1}}{J_H} = \frac{1}{9} \cdot \frac{36}{25} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{6^2}{D^2} \cdot \frac{1}{9} \cdot \sin^2\left(\frac{5}{6}\pi \cdot \frac{D}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{6^2}{D^2} \cdot \sin^2\left(\frac{5}{6}\pi \cdot \frac{D}{6}\right)$$

$$\text{Für } \frac{b}{D} = 2: \quad \frac{J_{N1}}{J_H} \approx 0,015$$

$$\text{Für } \frac{b}{D} > 4: \quad \frac{J_{N1}}{J_H} \approx \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{6^2}{D^2} \left(\frac{5}{6}\pi \cdot \frac{D}{b}\right)^2 = \frac{1}{36} \approx 0,028$$

⇒ Das Hauptmaximum ist ca. mehr als 40 mal so groß wie das 1. Nebenmaximum.

• Für $N=10$:

$$J_H = 100 J_0 D^2$$

J_{N1} : Bei $\theta_2=2$ ist das erste Nebenmax.:

$$10 \cdot b \sin \theta = \frac{5}{2} \lambda$$

$$\rightarrow \theta_{N1} = \arcsin \frac{\lambda}{4b}$$

$$\rightarrow J_{N1} = J(\theta_{N1}) = J_0 D^2 \cdot \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi D}{4b} \right)}{\frac{\pi D}{4b}} \right)^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{\sin \left(\frac{\pi}{4} \right)} \right)^2}_{=2} =$$

$$= J_0 D^2 \cdot \frac{32 b^2}{\pi^2 D^2} \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi D}{4b} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{J_{N1}}{J_H} = \frac{32}{100} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{b^2}{D^2} \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{D}{b} \right)$$

$$\text{Für } \frac{b}{D} = 2: \frac{J_{N1}}{J_H} \approx 0,019$$

$$\text{Für } \frac{b}{D} > 4: \frac{J_{N1}}{J_H} \approx \frac{32}{100} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{b^2}{D^2} \cdot \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{D}{b} \right)^2 = \frac{32}{100} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{50} = 0,02$$

\Rightarrow Das Hauptmax. ist ungefähr 50 mal so groß wie das erste Nebenmaximum. ✓

• Für $N \gg 1$:

$$J_H = N^2 J_0 D^2$$

J_{N1} : Bei $\theta_2=2$ ist das 1. Nebenmax.:

$$N \cdot b \sin \theta = \frac{5}{2} \lambda$$

$$\rightarrow \theta_{N1} = \arcsin \left(\frac{5\lambda}{2Nb} \right)$$

$$\rightarrow J_{N1} = J(\theta_{N1}) = J_0 D^2 \cdot \left(\frac{\sin \left(\frac{5\pi D}{2Nb} \right)}{\frac{5\pi D}{2Nb}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sin \left(\frac{\pi}{2N} \right)} \right)^2 =$$

$$= J_0 D^2 \cdot \left(\frac{2Nb}{5\pi D} \right)^2 \cdot \sin^2 \left(\frac{5\pi D}{2Nb} \right) \cdot \frac{1}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{2N} \right)} \approx / \text{Kleinwinkel-} \\ \text{näherung}$$

$$\approx J_0 D^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{5\pi}{2N} \right)^2} = J_0 D^2 \cdot \frac{4}{25} \cdot N^2$$

$$\Rightarrow \frac{J_{N1}}{J_H} = \frac{4}{25} \quad \checkmark$$

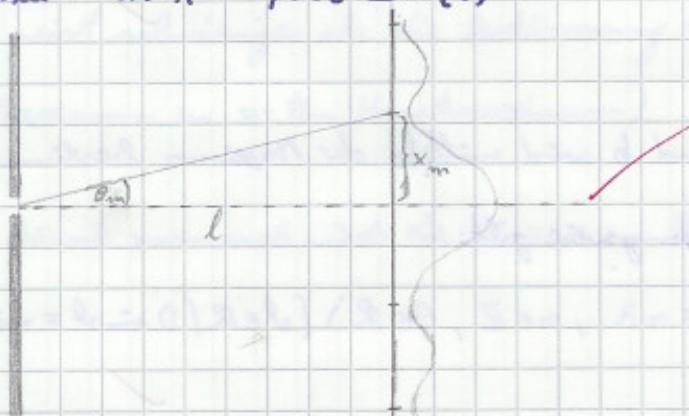
\Rightarrow Die Höhe des Hauptmax. relativ zum 1. Nebenmax. nimmt nicht mit der Gitteranzahl zu (für große N). Die Gleichung verliert ihre Gültigkeit, wenn nicht mehr das komplette Gitter beleuchtet wird (Gittergröße nimmt mit N zu).

Aufgabe 6

a) Einfachspalt: Der Spaltabstand b ist hier unimig; v.a. entfällt er auch in der Gleichung für die Intensität.

Für die Berechnung der Spaltbreite D wird die Bedingung für Minima von 5.7 herangezogen:

$$D \sin \theta = m \cdot \lambda, m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$



Ist der Abstand l zwischen Spalt und Schirm bekannt und kann die Entfernung x_m des m -ten Minimums vom zentralen Maximum gemessen werden, so wählt man für den Winkel:

$$\theta_m = \arctan \frac{x_m}{l}$$

Und damit für die Spaltbreite D :

$$\boxed{D = \frac{m \cdot \lambda}{\sin(\arctan \frac{x_m}{l})}} = \quad | \arctan \alpha = \arcsin \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$
$$= \frac{m \cdot \lambda}{x_m} \cdot l \cdot \sqrt{1 + (\frac{x_m}{l})^2}$$

Wenn θ_m klein ist, so ist auch die Näherung $\theta_m \approx \tan \theta_m = \sin \theta_m$ möglich: $\theta_m \approx \frac{x_m}{l}$

$$\rightarrow \boxed{D \approx \frac{m \cdot \lambda}{\theta_m} = \frac{m \cdot \lambda}{x_m} \cdot l}$$

Dies sollte in den meisten Fällen treffen, da die grundlegende Intensitätsformel bereits nur für die Fraunhoferkonfiguration gültig ist.

b) Doppelspalte:

- Die Spaltweite D wird wie beim Einfachspalt bestimmt, wobei darauf zu achten ist, dass die Beugungsminima des Einfachspaltes und nicht die Minima des Doppelspaltenbeugungsmusters zu verwenden sind (siehe S. 8, Bed. für Minima):

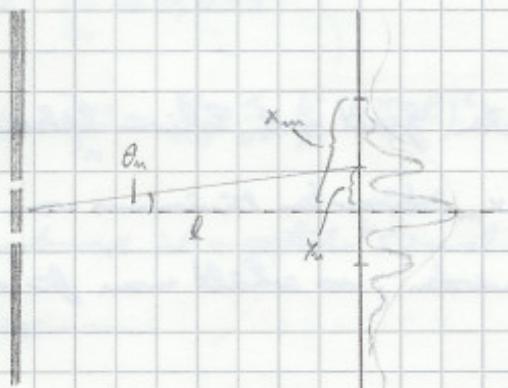
$$D = \frac{m \cdot \lambda}{x_m} \cdot l \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{x_m}{l}\right)^2} \approx \frac{m \cdot \lambda}{x_m} \cdot l, m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

✓

- Der Spaltabstand b wird mittels der Maxima bestimmt, für die nach S. 9 Näherungsweise gilt:

$$b \sin \theta = n \lambda, n \in \mathbb{Z}, \theta \in \mathbb{R} \setminus \{\theta \in \mathbb{R} / D \sin \theta = n \lambda\}$$

✓



Der Abstand l zw. Slitern und Spalt muss bekannt sein, die Entfernung zwischen Hauptmaxima und n -ten Maximum muss gemessen werden. Es folgt:

$$\theta_n = \arctan \frac{y_n}{l}$$

✓

Und somit:

$$b = \frac{n \lambda}{n \theta_n} = \frac{n \lambda}{y_n} \cdot l \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{y_n}{l}\right)^2} \approx \frac{n \lambda}{y_n} \cdot l$$

(Näherung für kleine θ_n ; siehe auch Berechnung von D vorherig)

- Alternativ könnten auch die Minima benutzt werden. Der Vorteil wäre, dass deren Position nur der Errechnung folgen müsste.

Der Nachteil ist jedoch, dass sie schwieriger zu benutzen sind.

c) Gitter / Mehrfachgauß:

Die Bestimmung von D bzw. b ist identisch zum Doppelspalten, da die Formel gleich sind (vgl. S. 9 und S. 13). Es kommt schließlich lediglich die Erscheinung der Nebenmaxima hinzu, welche nach S. 13 ebenfalls zur Berechnung von b herangezogen werden können. Jedoch ist deren Bewertung aufgrund der geringen Helligkeit weist schwieriger als die Bestimmung von y_n (Abstand zentrales Maximum zu n -tem Hauptmaximum).

Alternativ könnte man auch wieder die Minima zur Berechnung heranziehen.

Aufgabe 7

- Wird ein Gitter mit N Spalten nicht komplett beleuchtet, sondern z.B. nur N' Spalte, so hat man praktisch auch nur ein Gitter mit N' Spalten. Andere Spalten tragen nicht bei. D.h. man erhält zwischen 2 Hauptmaxima nur noch $N'-1$ Minima und $N'-2$ Nebenmaxima.

- Sämtliche beschriebenen Bedingungen für Minima und Maxima (außer für das zentrale Max.) hängen von der Wellenlänge λ und damit von der Farbe des Lichtes ab, und zwar steht wie folgt:

$$\sin \theta \approx \lambda$$

Bei farbigem Licht (unter Annahme von Kohärenz) findet also die "Zerlegung" / Aufspaltung dieses Lichtes statt. Die Maxima für längeres welliges Licht befinden sich dabei weiter vom zentralen Maximum

aufgeteilt als höher-welliges Licht.

Das zentrale Maximum jedoch erscheint mit der selben Farbe des eingeschalteten Lichtes ($\theta=0$, unabh. von λ). ✓

4. Aufbau und Durchführung

4.1 Allgemeines Vorgehen und Anmerkungen

- ein von einem Laser gesendeter Parallel-Lichtstrahl (Durchmesser ca. 0,5mm ; Wellenlänge $\lambda = 632,8\text{ nm}$) soll an verschiedenen Objekten (Einreihspalte, Doppelspalte, Mehrfachspalte und Gitter), welche von einem magnetischen Objekthalter getragen werden, gebrochen werden. Eine auf einem Schlitten montierte Photodiode kann in einer gewissen Entfernung l hinter dem Objekt horizontal und senkrecht zur Richtung des Lichtstrahls verschoben werden, um die Intensität des gebrochenen Lichtes zu messen. ✓
- Laser und Objekthalter sind auf einer optischen Bank montiert und können in Längsrichtung verschoben werden, d.h. Entfernung l ist veränderlich. Bei Installation der Objekte ist darauf zu achten, dass die weiße Strichmarkierung des Magnethalters vom Laser weg zeigt und die Beschriftung der Objekte zum Laser hin zeigt. Bevor aber ein Objekt eingebaut wird, muss die Richtung des Laserstrahls mit Hilfe von 3 Justierschrauben genau eingestellt werden, damit der Strahl parallel zur optischen Bank verläuft und die Photodiode in der Mitte trifft. Danach werden die Objekte so eingebaut, dass sie senkrecht zum Strahl liegen und das Beugungsbild genau in der Ebene liegt, in der die Diode fährt. Hierbei soll die Intensität des Lasers größtmöglich sein, d.h. den Objekthalter in eine optimale Entfernung l zur Diode bringen, um Intensität zu erhöhen. ✓

Hierbei kann das Muster mit einem Blatt Papier beobachtet werden. Zur Kontrolle sollte Diode per Handsteuerung das Muster abfahren.

- Bei Einschalten der Schrittmotorsteuerung fährt der Schlitten mit Diode in eine feste Startposition, was abzuwarten ist. Der Motor läuft sich in 3 Stufen bei Betrieb einstellen, so dass der Schlitten in 3 möglichen Geschwindigkeiten (1: langsam, 2: mittel, 3: schnell) benutzt werden kann. Der Schlitten fährt von rechts nach links (aus Sicht vom Laser zum Schlitten). Die Messung wird durch die Tasten „Start“ und „Stop“ initialisiert und beendet. Der Schlitten kann auch manuell mit dem Joystick bedient werden, um die Lage zu verändern. Alle 5 mm (\approx 400 Motorschritte; 1 Motorschritt \approx 1,5 μm) wird ein Signal an den x-t-Schreiber übertragen. Damit kann die Zeitachse + Ortsachse werden in die seitliche Verschiebung s(Ortsachse). Bei der Messung ist darauf zu achten, dass am Anfang und am Ende ein Signal aufgerechnet wird und dass irgendwo zwei aufeinander folgende Signale zu erkennen sind.
- Vor der Diode befindet sich ein Eintrittspalt, welcher die Ortsauflösung bestimmt. Hierbei kann entweder ein Spalt mit Breite von 50 μm oder ein Spalt mit Breite von 500 μm verwendet werden. Die Photodiode liefert einen Strom zur Intensität proportional, Strom, welcher von einem Verstärker als Spannungssignal an den x-t-Schreiber weitergeleitet wird.

Für die Verstärkung gibt es 4 Einstellstufen: 1, 10, 100 und 1000. Vor jeder Messung sollte der benötigte Verschiebebereich probeweise via Joystik durchfahren werden, um Übersteuerungen des Verstärkers zu vermeiden, da die Intensität von Maximum zu Minimum sehr schwanken kann. Falls eine solche Schwankung vorkommen sollte, ist es nötig, die Schreibempfindlichkeit oder die Verstärkung zu ändern. Dies sollte an einer Stelle passieren, die für die Auswertung wenig relevant ist (\rightarrow Probelauf, siehe oben). (Verstärker: Gelbe Lampe: Übersteuerung! Rote Lampe: Batterie leer!) ✓

- Damit der Laser stabil läuft, muss er 20 Minuten warm laufen! ✓
- Der Schlitten darf nicht über die Randmarkierungen gefahren werden, da sonst das Getriebe beschädigt werden kann! ✓

4.2 Beugung am Einzelpunkt

- Bestimmung der Breiten der Einzelpunkte B und C durch Aufnahme der Intensitätsverteilungen der Beugungsmuster über den x-t-Scheiben
- So viele Maxima aufnehmen, wie sinnvoll dargestellt Δ werden können. Hierbei sind die seitlichen Maxima um den Faktor 10 zu übersehen.
- Entfernung der Photozelle mit der Breite $500 \mu\text{m}$
- Abstand C etwa 400 mm ✓

4.3 Beugung am Doppelspalt

- Bestimmung der Spaltbreiten und Spaltabstände der Doppelspalte A, B und C durch Aufnahme der Intensitätsverteilungen der Beugungsmuster über den x-t-Schreiber
- Die seitlichen Maxima der Spaltfunktion sind wieder geeignet zu überhöhen.
- Eintrittsspalt der Photodiode mit der Breite $50\mu\text{m}$
- Abstand L etwa 400 mm
- Bei Justierung der Beugungsobjekte darauf achten, dass Minima der Gitterfunktion bis zur Intensität Null abfallen
- Schreibergeschwindigkeit so einstellen, dass alle Minima gut aufgelöst und dadurch die Fehler für die Spaltabstände minimiert werden können
- Versuch für Doppelspalt B im Bereich des Centralmaximums der Spaltfunktion wiederholen, wobei die Breite des Eintrittsspalt $500\mu\text{m}$ beträgt. ✓

4.4 Beugung am Gitter

- Bestimmung der Gitterkonstanten des Gitters durch Aufnahme der Intensitätsverteilung des Beugungsmusters über den x-t-Schreiber
- Messung mindestens bis zum jeweils zweiten Hauptmaximum rechts und links vom Zentralmaximum
- Eintrittsspalt der Photodiode mit der Breite 50 μm
- Abstand l etwa 400 mm /

4.5 Beugung an Mehrfachspalten

- Vergleich der Beugungsmuster für einen 2-, 3-, 4- und 5-fach Spalt durch Aufnahme der Intensitätsverteilungen der Beugungsmuster über den x-t-Schreiber
- Messung bis einschließlich der Hauptmaxima ± 2. Ordnung
- Eintrittsspalt der Photodiode mit der Breite 50 μm
- Abstand l möglichst groß
- Schrittmotor- und Schreibergeschwindigkeiten sowie l sind für alle 5 Messungen gleich zu wählen
- Verwendung der Aufweitungsoptik, da sonst der Laserstrahl nicht alle Spalte vollständig beleuchtet
- Mehrfachspalte sorgfältig justieren, um vorhandene Nebenmaxima gut auflösen \Rightarrow Prüfung in einem Probelauf, dass diese messbar sind

✓

5 Fellerangaben

- x-t-Schäler: Tastfoller $\pm 0,35\%$ ✓
- "Längenmessung": Tastfoller: Büromessstab
- $\Delta l = 0,2 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-3} \cdot l$
- Abschäler: 9,5 mm ✓

- Der Zeller hat laut Skizze (S. Blatt -3) und Betriebsanleitung eine Lederlänge von $z = 632,8 \text{ mm}$.
Die drei Fellerangaben befinden werden somit wird diese verallgemeinert.

- Die Verallgemeinerung auf die x-t-Schälerangaben werden (automatisch) alle 5 mm, wenn 400 Notwendigkeit besteht, genutzt (Skizze S. Blatt -9).
Der Zeller kann hier verallgemeinert.

6 Protokoll

6.1 Beugung am Einwälzspalt

Der Magnethalter wurde auf etwa 397 mm Abstand zur Photodiode gebracht.

► Einstellungen für Einwälzspalt B:

- Schlitten: Speed 3
- x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit:
 - bei Nebenmaximum: 50 mV cal
 - Bei Hauptmaximum: 100 mV cal
- Photoverstärker:
 - bei Nebenmaximum: 100
 - bei Hauptmaximum: 10

► Einstellungen für Einwälzspalt C:

- Schlitten: Speed 3
- x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit: 50 mV cal
- Photoverstärker:
 - außerhalb dem Bereich zwischen den 2. Nebenmaximum: 100
 - zwischen jeweils 2. Nebenmaximum und Hauptmaximum: 10
 - im Bereich des Hauptmaximums: 10

1

✓

6.2 Beugung am Doppelspalten

Der Magnethalter wurde auf etwa 397 mm Abstand vor Photodiode gebracht.

► Einstellungen für Doppelspalt A:

- Schlitten: Speed 3
- x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit:
 - Bei Nebenmaxima der Einhüllenden: 100 mV
 - Bei Hauptmaximum der Einhüllenden: 200 mV
 - Photoverstärker:
 - Bei Nebenmaxima der Einhüllenden: 1000
 - Bei Hauptmaximum der Einhüllenden: 100

ab hier wurde auf Dimmlicht des Raums umgestellt Warum? ✓

► Einstellungen für Doppelspalt C:

- Schlitten: Speed 3
- x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit: 100 mV
- Photoverstärker:
 - außerhalb dem Bereich zwischen den 2. Nebenmaxima der Einhüllenden: 1000
 - zwischen 2. Nebenmaxima und vor Hauptmaximum der Einhüllenden: 100
 - Im Bereich des Hauptmaximums der Einhüllenden: 10

- Einstellungen für Doppelgrapt B (50 µm Auflösung):
 - Schlitten: Speed 3
 - x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit:
 - außerhalb dem Bereich zwischen den 2. Kelsonmaxima: 50 mV
 - innerhalb: 100 mV
 - Photoverstärker:
 - außerhalb dem Bereich zwischen den 1. Kelsonmaxima der Einzellenden: 1000
 - innerhalb: 100

- Einstellungen für Doppelgrapt B (500 µm Auflösung):
 - Schlitten: Speed 2
 - x-t-Schreiber:
 - Papiervorschub: 10 cm/min
 - Empfindlichkeit: 100 mV
 - Photoverstärker: 10

6.3 Beugung am Gitter

Der Magnethalter wurde auf etwa 397mm Abstand von Photodiode gebracht.

Einstellungen für Gitter:

- Schlitzen: Speed 3

- x-t-Schreiber:
• Papiervorschub: 10 cm/min
• Empfindlichkeit:

- außerhalb von dem Bereich
des Hauptmaximums: 50mV

- innerhalb: 200mV

- Photoverstärker:
- außerhalb dem Bereich [der

2 Nebenmaxima: 1000

- zwischen ^{jeweil} 2. und 1. Neben-

- maxima: 100

- zwischen ^{jeweil} 1. Nebenmaximum und
Hauptmaximum: 10

- im Bereich des Hauptmaximums:

10

✓

6.4 Beugung an Mehrfachrillen

Der Magnethalter wurde auf etwa 738mm Abstand zur Photodiode gebracht.

Es wird die Aufweitungsoptik beim Laser installiert.

► Einstellungen für den 2-, 3-, 4- und 5-fach Spalt:

- Schlittein: Speed 2

- x-t-Schreiber:
• Papiervorschub: 10 cm/min
• Empfindlichkeit: 50 mV

- Photoventilator: 10 ✓

11. Nov. 2010

AK



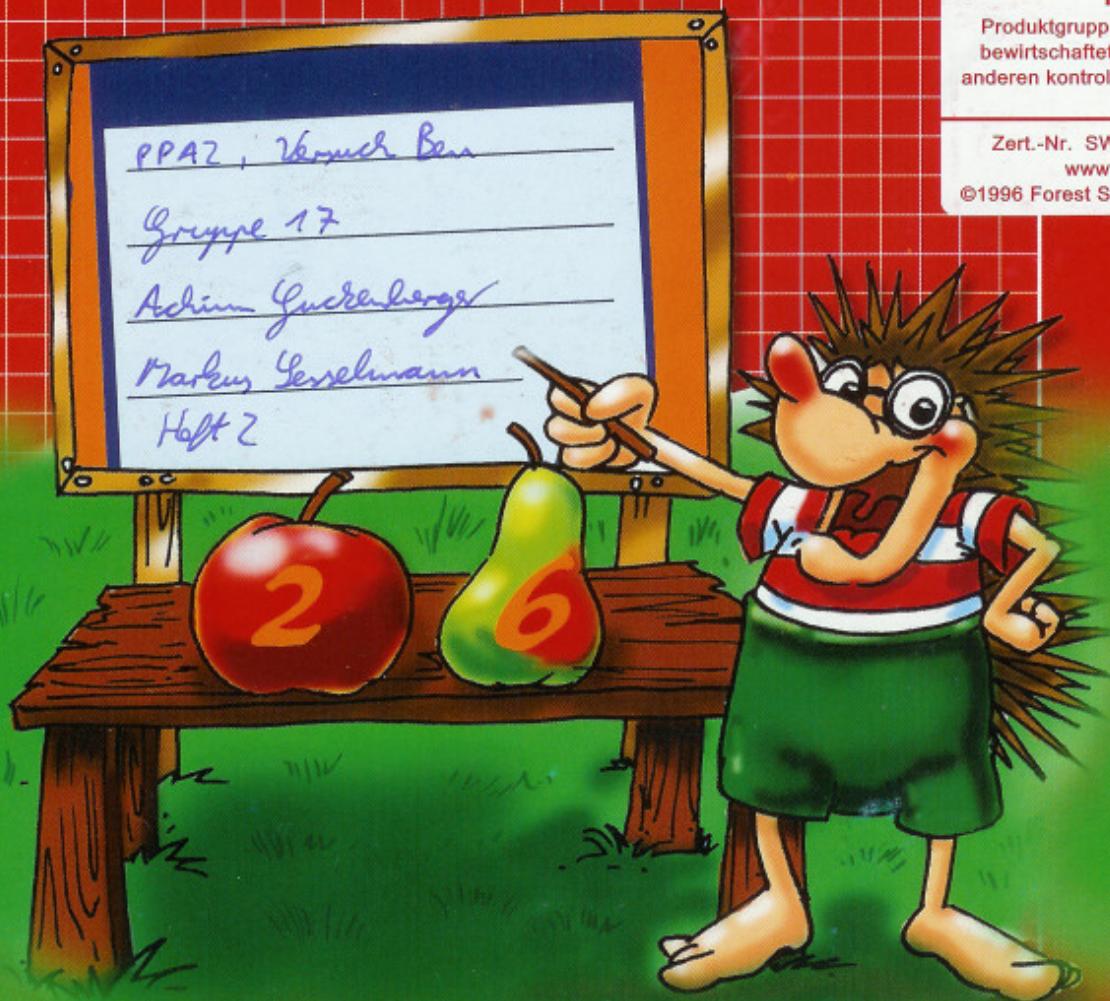
Mix

Produktgruppe aus vorbildlich
bewirtschafteten Wäldern und
anderen kontrollierten Herkünften

Zert.-Nr. SW-COC-004183

www.fsc.org

©1996 Forest Stewardship Council



Papier ohne
optische Aufheller

bezdrobný psací papír, 80 g/qm, 16 listů, bílé bezchlárova • bezdřevý psací papír, 80 g/qm, 16 letů, bílé bez chloru • Papír za
psaní, bez upotřebu dřeva, 80 g/qm, 16 listů, Izbjíjeno bez kloru • papier bezdrożowy, 80 g/qm, 16 kartkowy, wybielony bez
stosowania chloru • hârtie de scris fără conținut de lemn, 80 g/mp, 16 file, înalțată fără clor • хартия без дървесина, 80 г./кв.м., 16
листов, избелена без хлор • Писчий папир не имеющий деревянной массы, 80 г./кв.м., 16 листов. Відбіленій повнотою хлору • Carta per
scriversi senza fibra legnosa, 80 g/qm, 16 fogli, bianchita priva di cloro • filamentes întreprin, 80 g/ml, 16 lap, clămentat fără clor

26

holzfreies Schreibpapier,
80 g/qm, 16 Blatt,
chlorfrei gebleicht

7. Auswertung

7.1 Beugung am Einfachspalt

- Formel für Minima (S.7):

$$D \sin \theta = m \cdot \lambda$$

m gibt die Ordnung des Minimums an, D die Spaltweite an.

λ ist die Wellenlänge des Lichtes: $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ (S.26)



$$- \sin \theta = \frac{s}{\sqrt{s^2 + l^2}} \quad \checkmark, \quad \tan \theta = \frac{s}{l} \quad \text{mit: } l = 397 \text{ mm (S.27).}$$

$$\text{Für kleine } \theta \text{ gilt: } \sin \theta \approx \tan \theta = \frac{s}{l}$$

- Auf dem Diagramm (des x-t-Schreivers) wird mittels Lineal der Abstand x zwischen den Minima gleicher Ordnung gemessen (um eine möglichst große Strecke messen zu können, um den Fehler zu minimieren).

- Die Markierungen des Motors haben einen Abstand $a = 3,25 \text{ cm}$ (gemessen mit Lineal), was einer realen Distanz des Motors von $5 \text{ mm} := f$ entspricht (siehe S.26).

$$\rightarrow \frac{s}{f} = \frac{x_2}{a} \rightarrow s = \frac{x}{a} \cdot f \quad (\frac{x}{a} : \text{da } \frac{1}{2} \text{ steht da, dass der Abstand zw. 2 Minima gemessen wurde})$$

- Fehlerhaft sind x, a, l (werden s_x, s_a, s_l genannt):

• Fehler für $\frac{s}{f} = \frac{x}{a} \cdot f = \tan \theta$:

$$s_{\tan}^2 = \left(\frac{\partial \tan \theta}{\partial x} \cdot s_x \right)^2 + \left(\frac{\partial \tan \theta}{\partial a} \cdot s_a \right)^2 + \left(\frac{\partial \tan \theta}{\partial f} \cdot s_f \right)^2 =$$

$$= \left(\frac{f}{a^2} \cdot s_x \right)^2 + \left(\frac{x}{a^2 f} \cdot s_a \right)^2 + \left(\frac{x}{a^2 f} \cdot s_f \right)^2$$

$$\rightarrow s_{\tan} = \frac{f}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{a} \cdot s_x \right)^2 + \left(\frac{x}{a^2 f} \cdot s_a \right)^2 + \left(\frac{x}{a^2 f} \cdot s_f \right)^2}$$

- Hierbei wird als Fehler für x, a, l der Fehler einer Büromafsstäbe (S.26) veranschlagt:

$$\sigma_b(z) = \sqrt{(0,2\text{mm} + 10^{-3} \cdot z)^2 + (0,5\text{mm})^2}$$

$$\rightarrow s_x := \sigma_b(x)$$

$$s_a := \sigma_b(a) \approx 0,55\text{mm}$$

$$s_l := \sigma_b(l) \approx 0,78\text{mm}$$

~~Max. Fehler~~

Einfachgauß B (Diagramm S.50/51)

- Überprüfung, ob die Näherung $\sin \theta \approx \tan \theta$ möglich ist:

- Das größte verwendete Intervall (5. Min.) ist: $x = 367,9\text{mm}$
- Dann ergibt sich:

$$\tan \theta \approx 0,07128 \approx 0,0713$$

$$\approx \sigma_{\tan} \approx 0,00123 \approx 0,0012$$

$$\sin \theta \approx 0,07110 \approx 0,0711$$

\rightarrow Die Näherungswert $\sin \theta$ liegt im Intervall $\tan \theta \pm \sigma_{\tan}$, d.h.

die Abweichung ist nicht signifikant

\Rightarrow Näherung möglich. ✓

- Für die Bestimmung von D werden mehrere Minima verwendet.

Die zum Minimum in-ter Ordnung gehörige Spaltbreite D_m :

$$D_m = \frac{m \cdot \lambda}{\sin \theta} \approx \frac{m \lambda}{\tan \theta} \quad \text{mit } \tan \theta = \frac{x \cdot l}{z \cdot a} .$$

Fehler von D_m :

$$\sigma_{D_m} = \left| \frac{\partial D_m}{\partial \tan \theta} \cdot \sigma_{\tan} \right| = \frac{m \lambda}{\tan^2 \theta} \cdot \sigma_{\tan}$$

- Die Berechnung von D aus D_m erfolgt mittels Mittelwertbildung
 (statistische Auswertung ist unwirksam, da die D_m nicht stochastisch unabhängig sind, und je als D_m aus verschiedenen Minima stammt, d.h. aus völlig verschiedenen Messungen):

$$\bar{D} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m D_i$$

$$\bar{D} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{m=1}^N D_m \quad \text{mit } N = \text{Anzahl der } D_m, \text{ d.h. hier: } N=5$$

Fehler von D :

$$\sigma_D^2 = \frac{1}{N^2} \cdot \sum_{m=1}^N \sigma_{D_m}^2$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{m=1}^N \sigma_{D_m}^2}$$

\Rightarrow Es ergibt sich für den Einfachspalt B:

$$D = \bar{D} \pm \sigma_D = (44,49 \pm 0,35) \mu\text{m}$$

Sinnvoll?



- Die Berechnung von D aus D_m erfolgt mittels Mittelwertbildung
 (statistische Ausmering ist unnötig, da die D_m nicht stochastisch unabhängig sind, und je ob D_m aus verschiedenen Stufen stammt, d.h. aus völlig verschiedenen Messungen):

$$\bar{D} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m D_i$$

$$\bar{D} = \frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M D_m \quad \text{mit } M := \text{Anzahl der } D_m, \text{ d.h. hier: } M=5$$

Fehler von D :

$$s_D^2 = \frac{1}{M^2} \cdot \sum_{m=1}^M s_{D_m}^2$$

$$s_D = \frac{1}{M} \cdot \sqrt{\sum_{m=1}^M s_{D_m}^2}$$

\Rightarrow Es ergibt sich für den Einzelpunkt B:

$$D = \bar{D} \pm s_D = (0,04449 \pm 0,00035) \mu\text{m} = (44,49 \pm 0,35) \mu\text{m}$$

Sinnvoll?

Einzelpunkt B

Min. m	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	sin Θ	D _m [mm]	s _{Dm} [mm]
1	74,0	0,6	0,01434	0,00027	0,01434	0,0441	0,0008
2	146,4	0,6	0,0284	0,0005	0,0284	0,0446	0,0008
3	219,8	0,7	0,0426	0,0007	0,0426	0,0446	0,0008
4	291,9	0,7	0,0566	0,0010	0,0565	0,0448	0,0008
5	367,9	0,8	0,0713	0,0012	0,0711	0,0444	0,0008

Mittelwert:	D [mm]	s _D [mm]
	0,04449	0,00035

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

Einfachspalt C (Diagramm S.52/53)

- Überprüfung, ob die Näherung $\sin \theta \approx \tan \theta$ möglich ist:

• Das größte verwendete Intervall (11. Trenn.) ist: $x \approx 432,4 \text{ mm}$

• Dann ergeben sich hierfür:

$$\tan \theta \approx 0,0838$$

$$s_{\tan} \approx 0,0014$$

$$\sin \theta \approx 0,0835$$

→ Der Näherungswert $\sin \theta$ liegt im Intervall $\tan \theta \pm s_{\tan}$

→ Näherung möglich ✓

- Rechnungen analog wie für den Einfachspalt B, nur ist die verwendete Anzahl an Minima $M = 11$.

⇒ Es ergibt sich für den Einfachspalt C:

$$D = (83,4 \pm 0,5) \mu\text{m}$$
 ✓

Einzelspalt C

Min. m	x [mm]	s _x [mm]	$\tan \Theta$	s _{\tan}	$\sin \Theta$	D _m [mm]	s _{Dm} [mm]
1	40,3	0,6	0,00781	0,00017	0,00781	0,08104	0,0018
2	76,6	0,6	0,0148	0,0003	0,0148	0,0853	0,0016
3	117,9	0,6	0,0228	0,0004	0,0228	0,0831	0,0015
4	156,1	0,6	0,0302	0,0005	0,0302	0,0837	0,0015
5	195,4	0,6	0,0379	0,0007	0,0378	0,0836	0,0015
6	234,9	0,7	0,0455	0,0008	0,0455	0,0834	0,0014
7	273,3	0,7	0,0530	0,0009	0,0529	0,0836	0,0014
8	312,8	0,7	0,0606	0,0010	0,0605	0,0835	0,0014
9	352,0	0,7	0,0682	0,0012	0,0680	0,0835	0,0014
10	391,4	0,8	0,0758	0,0013	0,0756	0,0834	0,0014
11	432,4	0,8	0,0838	0,0014	0,0835	0,0831	0,0014

Mittelwert:	D [mm]	s _D [mm]
	0,0834	0,0005

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

7.2 Beugung am Doppelpalz

- Die Näherung $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{x}$ ist stets gültig, da die verwendeten Intervalle x kleiner oder in etwa gleich den bei den Einfachpalzen benutzten Intervallen sind.

- Die Berechnung der Spaltweite D erfolgt exakt analog zu denen des Einfachpalzes (siehe S. 34), d.h.:

$$D_m = \frac{m\lambda}{\tan \theta} \quad \text{mit } \tan \theta = \frac{y_f}{x_{\text{ak}}} , \quad m: \text{Minima-Ordnung der Gitterfkt.}$$

$$s_{D_m} = \frac{m\lambda}{\tan^2 \theta} \cdot s_{\tan} , \quad s_{\tan}: \text{siehe S. 33}$$

D wird dann durch Mittelwertbildung erhalten (S. 35)

- Die Größen a, l, f sind die selben wie bei den Einfachpalzen:

$$a = 3,25 \text{ mm}, \quad l = 397 \text{ mm}, \quad f = 5 \text{ mm}$$

- Die Minima der Gitterfunktion angeben sich nach S. 8 mittels:

$$b_n \min \theta = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda , \quad n \in \mathbb{Z} \quad (\text{Ordnung des Minimums})$$

$$b_n = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{\tan \theta} \approx \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{\tan \theta} \quad \text{mit } \tan \theta = \frac{y_f}{x_{\text{ak}}}$$

Hierbei ist b_n der zum n -ten Minimum der Gitterfkt. gehörige Spaltabstand.

$$\text{Fehler von } b_n \text{ (vgl. S. 34): } s_{b_n} = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{\tan^2 \theta} \cdot s_{\tan}$$

Sei \tilde{N} die Anzahl der b_n (d.h. die Anzahl der verwendeten Intervalle).

Es ergibt sich dann b mittels Mittelwertbildung (vgl. S. 35):

$$\bar{b} = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sum_{n=1}^{\tilde{N}} b_n$$

$$\text{Fehler von } \bar{b}: s_{\bar{b}} = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^{\tilde{N}} s_{b_n}^2}$$

(*) Auf S. 8 wurde die Bedingung für Minima als $b \min \theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$ angegeben. Dann trägt das erste Minimum (neben dem Hauptmax.) den Index $n=0$. Hier wurde die Form $b \min \theta = \left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda$

gewählt, damit das erste Minimum den Index $n=1$ erhält.

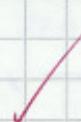
Doppelgitter A (Diagramm S.54/55)

- Bestimmung der Spaltweite D :

Es werden $M=3$ Minimumintervalle verwendet.

Es ergibt sich:

$$D = (29,49 \pm 0,30) \text{ nm}$$



- Bestimmung des Spaltabstands b :

Das Minimum mit $n=1$ wird für die Mittelwertbildung nicht verwendet, da dessen Fehler relativ groß ist.

D.h. werden $N=9$ Minima verwendet.

→ Es ergibt sich:

$$b = (0,2537 \pm 0,0016) \text{ nm} = (253,7 \pm 1,6) \text{ nm}$$



- Zur Überprüfung, ob richtig gerechnet wurde, wird wie folgt vorgegangen:

$$\text{Gitterfst.-min.: } b \sin \theta_m = (n - \frac{1}{2}) \cdot \lambda$$

$$\text{Spaltfst.-min.: } D \sin \theta_m = m \cdot \lambda$$

Es wird geprüft, dass am ersten Br. Min. der Gitterfst. ($n=1$) ein Min. der Spaltfst. vorliegt. Für den Fall gilt:

$$\sin \theta_m \approx \sin \theta_n \quad \text{mit } n=1.$$

$$\rightarrow \text{bmin} \theta_n \approx b \cdot \frac{n\lambda}{D} \stackrel{!}{=} \left(n - \frac{1}{2}\right) \lambda \quad |_{n=1}$$

$$b \cdot \frac{1}{D} = n - \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow n = \frac{b}{D} + \frac{1}{2} =: \tilde{N}_2 \cdot \frac{1}{2} \quad \left(\frac{1}{2}: \text{Nur 1 Seite des Trag.}\right)$$

D.h., man erwartet innerhalb des zentralen Hauptträg. $\tilde{N}_2 = \frac{b}{D} + \frac{1}{2}$

$$\tilde{N}_2 = 2 \cdot \frac{b}{D} + 1 \quad \text{Minima}$$

Für oben Doppelträge ergibt sich:

$$\tilde{N}_2 \approx 18,2 \approx 18$$

Fehler?

\rightarrow Innerhalb des zentralen Trag. sollten sich 18 Minima, d.h.

links und rechts des Trag. jeweils 9 Minima befinden.

Das ist auch der Fall (siehe x-t-Schreiber-Diagramm), d.h.

es wurde wahrscheinlich richtig gerechnet.

- Auch wenn die Werte so plausibel aus: D liegt in der
Größenordnung der Einfachträger B und C (vgl. 35f.), und
b ist deutlich größer als D. /

Doppelspalt A

Spaltfunktion

Min. m	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	D _m [mm]	s _{Dm} [mm]
1	111,2	0,6	0,02155	0,00039	0,0294	0,0005
2	221,4	0,7	0,0429	0,0007	0,0295	0,0005
3	330,9	0,7	0,0641	0,0011	0,0296	0,0005

Mittelwert:	D [mm]	s _D [mm]
	0,02949	0,00030

Gitterfunktion

Min. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	6,5	0,5	0,00126	0,00011	0,251	0,021
3	32,2	0,6	0,00624	0,00015	0,254	0,006
5	58,0	0,6	0,01124	0,00022	0,253	0,005
7	83,8	0,6	0,01624	0,00030	0,253	0,005
11	134,8	0,6	0,0261	0,0005	0,254	0,004
13	160,6	0,6	0,0311	0,0005	0,254	0,004
15	186,6	0,6	0,0362	0,0006	0,254	0,004
20	251,0	0,7	0,0486	0,0008	0,254	0,004
22	277,0	0,7	0,0537	0,0009	0,253	0,004
24	302,7	0,7	0,0587	0,0010	0,254	0,004

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,2537	0,0016

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

Doppelspalt B (50 µm) (Diagramm S.56/57)

- Spaltbreite D:

Mit $n=3$ folgt:

$$D = (30,59 \pm 0,31) \mu\text{m}$$

- Spaltabstand b:

Das Minimum $n=1$ wurde aus dem selben Grund (vgl. S. 38) verworfen. $\rightarrow \tilde{N}=12$

Ergibt sich:

$$b = (504,3 \pm 2,7) \mu\text{m}$$

- Erwartete Anzahl der Minima im zentralen Hauptmaximum:

$$\tilde{N}_e \approx 34 \quad \text{s. Vora}$$

Das trifft in etwa auch zu.

- Die Spaltbreite D dieses Doppelspaltes ist in etwa so groß wie die des Doppelspaltes A (S. 38), aber der Spaltabstand ist ca. doppelt so groß.

- Das Recht B hat dieselbe Spaltbreite, aber doppelten Spaltabstand im Vergleich zu A. Diese Erkenntnis lässt sich auch in den beiden Diagrammen wiederfinden. Zum Beispiel beträgt das Intervall I der Gitterfunktion ^{der Gitterfunktion} des 11. Minimums bei A 134,8 mm und bei B 65,8 mm. Das Intervall von A ist circa doppelt so groß als bei B, d.h. bei gleichem Intervall der Gitterfunktion befinden sich bei B doppelt so viele Maxima bzw. Minima als bei A. Dies konnte man aufgrund $b_B = 2 \cdot b_A$ und folgender Rechnung erwarten

$$b_A \sin \theta = n_A \lambda \quad (\Rightarrow \sin \theta = \frac{n_A \lambda}{b_A}) \quad (1)$$

$$b_B \sin \theta = n_B \lambda \quad (\Rightarrow \lambda b_A \sin \theta = n_B \lambda) \quad \stackrel{(1)}{\Rightarrow} n_B = \frac{2 b_A \cdot n_A \lambda}{\lambda} = 2 \cdot n_A$$

- Gewisse Justierung wichtig: S. 42

sehr gut !

Doppelspalt B

Spaltfunktion

Min. m	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	D _m [mm]	s _{Dm} [mm]
1	107,6	0,6	0,02085	0,00037	0,0304	0,0005
2	212,5	0,6	0,0412	0,0007	0,0307	0,0005
3	319,4	0,7	0,0619	0,0011	0,0307	0,0005

Mittelwert:	D [mm]	s _D [mm]
	0,03059	0,00031

Gitterfunktion

Min. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	3,5	0,5	0,00068	0,00011	0,47	0,07
7	40,7	0,6	0,00789	0,00017	0,522	0,011
9	53,6	0,6	0,01039	0,00021	0,518	0,010
11	65,8	0,6	0,01275	0,00024	0,521	0,010
15	91,3	0,6	0,01769	0,00032	0,519	0,009
20	128,2	0,6	0,0248	0,0004	0,497	0,009
22	142,0	0,6	0,0275	0,0005	0,494	0,009
24	155,0	0,6	0,0300	0,0005	0,495	0,009
30	192,1	0,6	0,0372	0,0006	0,502	0,009
40	260,9	0,7	0,0506	0,0009	0,494	0,009
42	273,7	0,7	0,0530	0,0009	0,495	0,009
44	285,9	0,7	0,0554	0,0010	0,497	0,009
46	298,8	0,7	0,0579	0,0010	0,497	0,009

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,5043	0,0027

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

$$D_B \sin \Theta = n_B \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda D_A \sin \Theta = n_B \lambda$$

- genauer Justierung wichtig: S. 42

Doppelgauß C (Diagramm S. 58/59)

- Spaltbreite D:

mit $M=4$ folgt:

$$D = (72,98 \pm 0,64) \mu\text{m}$$



- Spaltabstand b:

Das Min. $n=1$ wurde aus dem selben Grund (vgl. S.38)

geworfen $\rightarrow N=8$

berechnet sich:

$$b = (247,4 \pm 16) \mu\text{m}$$



- Erwartete Anzahl der Minima im zentralen Hauptmax.:

$$N_2 \approx 8$$

Diese Erwartung wird erfüllt (vgl. Diagramm).

- Bei diesem Spalt ist b in etwa so groß wie beim Doppelgauß A,

aber D ist ca. 2,5 mal so groß (vgl. S.38).

- Das heißt C hat denselben Spaltabstand, aber zweieinhalbfache Spaltbreite im Vergleich zu A. Dies erkennst du auch wieder in den Diagrammen finden. Zum Beispiel beträgt das Intervall der Spaltfunktion des 2. Minimums bei A 221,4 mm und bei C 89,0 mm, was einen Unterschiedsfaktor von 2,49 ausmacht. D.h. bei gleichem Intervall der Spaltfunktion befinden sich bei C zweieinhalb mal so viele Maxima bzw. Minima als bei A. Dies konnte man aufgrund $2,5 D_A = D_C$ und folgender Rechnung erwarten: $D_A \sin \theta = n_A \lambda \quad (\Rightarrow \sin \theta = \frac{n_A \lambda}{D_A}) \quad (2)$

$$D_C \sin \theta = n_C \lambda \quad \Leftrightarrow 2,5 \cdot D_A \sin \theta = n_C \lambda \quad (2) \quad \Rightarrow n_C = \frac{2,5 D_A}{\lambda} \cdot \frac{n_A \lambda}{D_A} = 2,5 n_A$$



Doppelspalt C

Spaltfunktion

Min. m	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	D _m [mm]	s _{Dm} [mm]
2	89,0	0,6	0,01724	0,00032	0,0734	0,0013
4	176,3	0,6	0,0342	0,0006	0,0741	0,0013
5	229,1	0,7	0,0444	0,0008	0,0713	0,0012
6	267,8	0,7	0,0519	0,0009	0,0732	0,0013

Mittelwert:	D [mm]	s _D [mm]
	0,07298	0,00064

Gitterfunktion

Min. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	6,3	0,5	0,00122	0,00011	0,259	0,023
3	31,8	0,6	0,00616	0,00015	0,257	0,006
5	57,7	0,6	0,01118	0,00022	0,255	0,005
9	115,8	0,6	0,02244	0,00040	0,240	0,004
11	141,8	0,6	0,02748	0,00048	0,242	0,004
13	165,7	0,6	0,0321	0,0006	0,246	0,004
15	192,1	0,6	0,0372	0,0006	0,247	0,004
17	219,5	0,7	0,0425	0,0007	0,245	0,004
20	256,7	0,7	0,0497	0,0009	0,248	0,004

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,2474	0,0016

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

$$D_A \sin \Theta = n_A \lambda \quad (\Rightarrow \sin \Theta = \frac{n_A \lambda}{D_A} \quad (2))$$

$$2,5 \cdot D_A \sin \Theta = n_c \lambda \quad (2) \Rightarrow n_c = \frac{2,5 D_A}{\lambda} \cdot \frac{n_A \lambda}{D_A} = 2,5 n_A$$

Doppelpalt B (50 µm) Nachtrag

- Beim Doppelpalt B mit 50µm Eintrittspalt war es besonders wichtig genau zu justieren, da die Abstand relativ groß ist und es somit relativ schwierig ist, eine gleichmäßige Beleuchtung durch den rechten kleinen schmalen Laserstrahl zu erhalten:

- Durchmesser Laserstrahl (Kapitel 5, Bau-3): ca. 0,5mm in etwa gleich
- Berechneter Spaltabstand (5.40): $b = 0,5093 \text{ mm}$

✓ Juhuf

Doppelpalt B (500 µm) (Diagramm S. 43)

Wird der Eintrittspalt mit 500µm verwendet, so fällt auf, dass die Intensität der Minima der Gitterfeld. nicht mehr auf 0 absinkt.

Der Grund hierfür ist, dass die Abstände zwischen den Maxima im Bereich der 500µm, d.h. im Bereich des Eintrittspaltes liegen, wodurch die Maxima und Minima nicht mehr gut aufgelöst werden können. D.h. auf die Photodiode treffen fast immer 2 Maxima (gleichzeitig).

Verschmelzen von Minima & Maxima

4

3

50

10

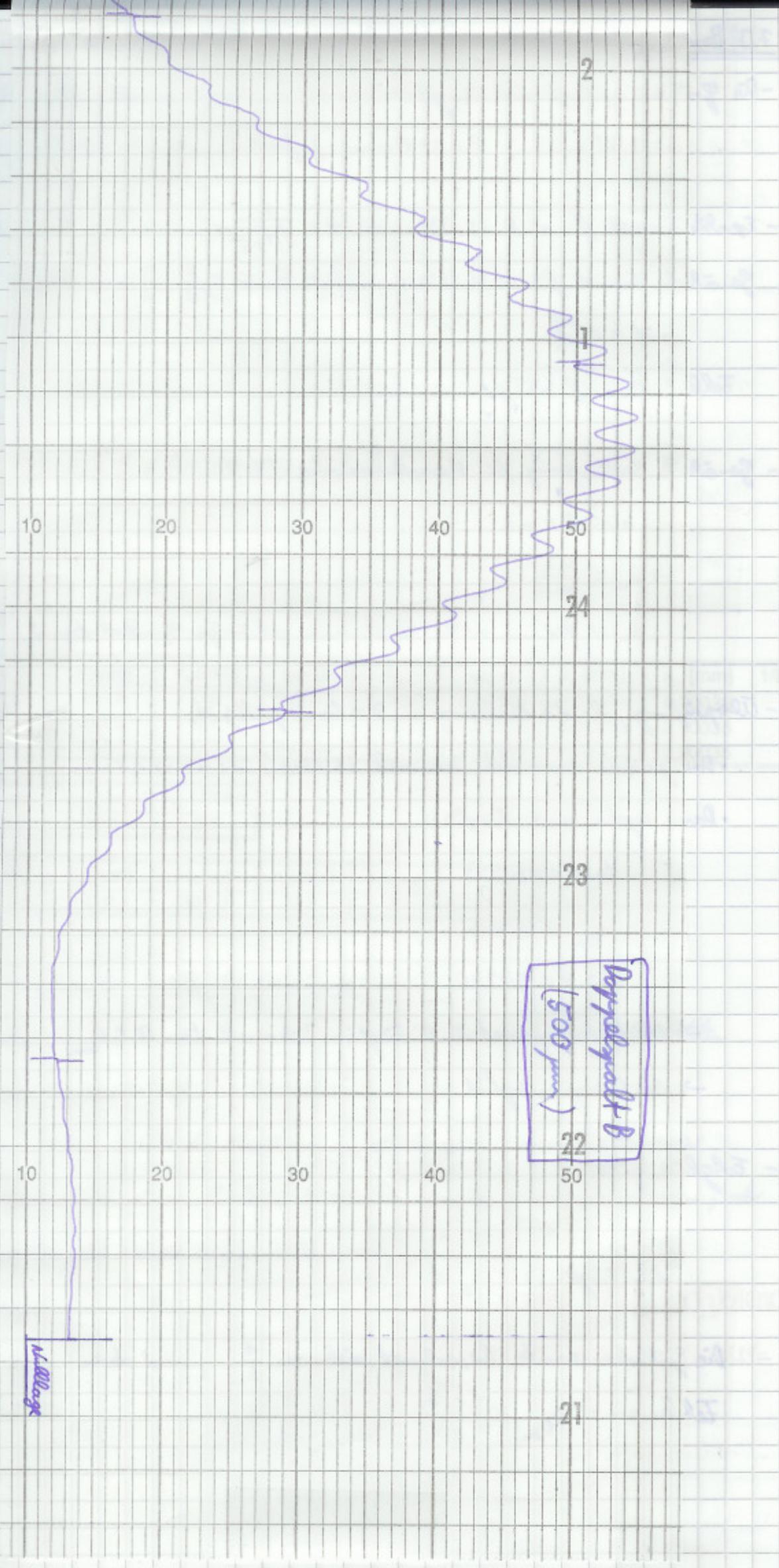
20

30

40

2





7.3 Beugung am Gitter (Diagramm S.60/61)

- Die Größen a , b , f sind die gleichen:

$$a = 3,25 \text{ cm} ; b = 397 \text{ mm} ; f = 5 \text{ mm}$$

- Exakte Formel für $\sin \theta$ (S.33): $\sin \theta = \frac{s}{\sqrt{s^2 + b^2}}$

Genäherete Formel für $\sin \theta$ (S.33): $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{s}{b}$

$$\text{mit } s = \frac{xf}{2a}$$

dann

Fehler wie auf S.33 f.

- Genäherete Bedingung für Hauptmaxima (S.13)

$$b \sin \theta = n\lambda$$

$$\rightarrow b_n = \frac{n\lambda}{\sin \theta}$$

b_n ist der zum n -ten Maximum gehörige Spaltabstand.

- Überprüfung, ob die Näherung $\sin \theta \approx \tan \theta$ gültig ist:

• Das größte verwendete Intervall (3. Max.) ist: $x = 487,1 \text{ mm}$

• Dann ergibt sich hierfür:

$$\tan \theta \approx 0,0944$$

$$\approx 0,0016$$

$$\sin \theta \approx 0,0940$$

\rightarrow Der Näherungswert $\sin \theta$ liegt im Intervall $\tan \theta \pm \sigma_{\tan}$

\rightarrow Näherung möglich



- Folglich gilt:

$$b_n = \frac{n\lambda}{\sin \theta} \approx \frac{n\lambda}{\tan \theta}$$

$$\text{Fehler (vgl. 34): } \Delta b_n = \frac{\lambda}{\tan^2 \theta} \cdot \sigma_{\tan}$$

- Die Gitterkonstante berechnet sich zu $\frac{1}{b_n}$, und deren

$$\text{Fehler zu: } \sigma_{1/b_n} = \left| \frac{\partial \frac{1}{b_n}}{\partial b_n} \cdot \sigma_{b_n} \right| = \frac{1}{b_n^2} \cdot \sigma_{b_n}$$

- Sei \tilde{N} die Anzahl der b_n (bzw. $\frac{1}{b_n}$), d.h. die Anzahl der verwendeten Intervalle. Dann ergibt Mittelwertsbildung der finalen Wert der Gitterkonstanten $\frac{1}{b}$ (vgl. S.35):

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \frac{1}{b_n}$$

Fehler von $\frac{1}{b}$: $s_{1/b} = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^{\tilde{N}} s_{1/b_n}^2}$

\Rightarrow mit $\tilde{N}=3$ ergibt sich:

$$\boxed{\frac{1}{b} = (49,6 \pm 0,5) \frac{1}{\text{mm}}}$$



Gitter

Max. n	x [mm]	s_x [mm]	$\tan \Theta$	s_{\tan}	$\sin \Theta$	b_n [mm]	s_{b_n} [mm]	$1/b_n$ [1/mm]	s_{1/b_n} [1/mm]
1	161,4	0,6	0,0313	0,0005	0,03126	0,02023	0,00035	49,4	0,9
2	324,2	0,7	0,0628	0,0011	0,06269	0,02015	0,00035	49,6	0,9
3	487,1	0,8	0,0944	0,0016	0,09396	0,02011	0,00035	49,7	0,9

Mittelwert:	1/b [1/mm]	$s_{1/b}$ [1/mm]
	49,6	0,5

a [mm]	s_a [mm]	l [mm]	s_l [mm]	f [mm]	λ [mm]
32,5	0,6	397,0	0,8	5	6,33E-004

Verringung der Breite der Maxima

Die Breite der Maxima nimmt ab, wenn die Anzahl der betrachteten Gitterzelle zunimmt.

D.h., um die Breite der Maxima zu verringern, muss entweder ein Gitter mit einer höheren Gitterkonstanten verwendet werden, oder der Laserstrahl muss aufgerichtet werden.

→ geringere Größe der Lochblende

Problem: Intensitätsverlust

Abschätzung der bekannten Spalte

Nach Skript S. Ben-3 beträgt der Durchmesser des Laserstrahls etwa 0,5 mm. D.h. es werden etwa $0,5\text{ mm} \cdot \frac{1}{f} = 24,8 \approx 25$ Spalte beleuchtet.

Unsere Erwartung für die Anzahl der Spalte liegt zwischen 15 - 20, da man die Spalte des Gitters nicht mehr mit dem bloßen Auge erkennen kann, da man den 5-fach Spalt noch auflösen konnte.
Also: $N \gg 5$.

7.4 Beugung an Mehrfachgittern (Diagramme S. 62 ff)

Berechnung der Spaltabstände:

- Es werden die Maxima verwendet. Nach S. 13 und S. 11 (oben) sind die Berechnungen bis zum Wert von b_m identisch zu S. 48 (Gitter).

Der Wert b ergibt sich dann durch Mittelwertbildung (vgl. 35):

$$b = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sum_{m=1}^{\tilde{N}} b_m$$

$$\sigma_b = \frac{1}{\tilde{N}} \cdot \sqrt{\sum_{m=1}^{\tilde{N}} \sigma_{b_m}^2}$$

(mit \tilde{N} : Anzahl der b_m , d.h. der verwendeten Intervalle)

Hier ist \tilde{N} tatsächlich: $\tilde{N} = 2$

- Die Werte für a und l haben sich geändert:

$$a = 65 \text{ mm} \quad (\text{vgl. Diagramme})$$

$$l = 738 \text{ mm} \quad (\text{S. 31})$$

$$f \text{ ist immer noch: } f = 5 \text{ mm}$$

qualitative
Begründung
nicht gereicht

- Es ergeben sich folgende Werte:

- Doppelspalt: $b = (136,7 \pm 1,0) \mu\text{m}$
- Dreifachspalt: $b = (129,3 \pm 0,9) \mu\text{m}$
- Vierfachspalt: $b = (133,0 \pm 1,0) \mu\text{m}$
- Fünfachspalt: $b = (127,6 \pm 0,9) \mu\text{m}$

wur

Die vier Spaltabstände liegen ^{wur} nicht in den Fehlerintervallen untereinander, aber die Werte stimmen im groben überein.

Vergleicht man die Beugungsmerter der verschiedenen Mehrfachgittern miteinander, fällt auf, dass die Intensitäten des Zentralmaximums unterschiedlich sind. Das der Theorie von S. 10 würde man erwarten, dass der Intensitätsunterschied von einem k -Spalt auf einen l -Spalt ($k, l = 2, 3, 4, 5$) beträgt.

$$\frac{I_k(0)}{I_l(0)} = \frac{I_0 D_k^2 k^2}{I_0 D_l^2 l^2} = \frac{D_k^2 k^2}{D_l^2 l^2}$$

Doppelspalt

Max. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	89,1	0,6	0,00464	0,00005	0,1363	0,0015
2	177,1	0,6	0,00923	0,00009	0,1371	0,0013

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,1367	0,0010

Dreifachspalt

Max. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	93,9	0,6	0,0049	0,0001	0,12931	0,00139
2	187,8	0,6	0,0098	0,0001	0,12931	0,00122

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,1293	0,0009

Vierfachspalt

Max. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	91,5	0,6	0,0048	0,0001	0,13270	0,00144
2	182,3	0,6	0,0095	0,0001	0,13321	0,00126

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,1330	0,0010

Fünffachspalt

Max. n	x [mm]	s _x [mm]	tan Θ	s _{tan}	b _n [mm]	s _{bn} [mm]
1	95,1	0,6	0,0050	0,0001	0,12768	0,00137
2	190,3	0,6	0,0099	0,0001	0,12761	0,00120

Mittelwert:	b [mm]	s _b [mm]
	0,1276	0,0009

a [mm]	s _a [mm]	l [mm]	s _l [mm]	f [mm]	λ [mm]
65,0	0,6	738,0	1,1	5	6,33E-004

4,5) $\frac{J_k(0)}{J_e(0)} = \frac{J_0 D_k^2 k^2}{J_0 D_e^2 l^2} = \frac{D_k^2 k^2}{D_e^2 l^2}$ beträgt.

Betrachtet man nun aber die Diagramme der Mehrfachspalten, fällt auf, dass deren Spaltfunktionen näherungsweise gleiche Intervalle zwischen zentralmaximum und 1. Minimum bestreuen. Diese Tatsache erlaubt es, zu sagen, dass die Mehrfachspalte dieselben Spaltbreiten D bestreuen, d.h. dass der "Intensitätsunterschied von oben nach unten" $\frac{I_{k(0)}}{I_{l(0)}} = \frac{D^2 k^2}{D^2 l^2} = \frac{k^2}{l^2} = \frac{k^2}{e^2}$ beträgt.

e^k	theoretische Werte					gemessene Werte				
	2	3	4	5		2	3	4	5	
2	1	2,250	4	6,750		1	2,085	3,576	3,534	
3	0,444	1	1,778	2,778		0,500	1	1,715	1,695	
4	0,250	0,563	1	1,563		0,280	0,583	1	0,988	
5	0,160	0,360	0,640	1		0,283	0,590	1,012	1	

Vergleicht man die theoretischen mit den gemessenen Werten, so stellt man fest, dass die meisten gemessenen Werten mit der Theorie übereinstimmen, lediglich die gemessenen Werte, die in Verbindung mit dem 5-fach Spalt stehen (rot markiert), weisen größere Abweichungen auf. Dies liegt daran, dass zum einen die Intensität des 4-fach Spaltes knapp größer ist als die des 5-fach Spaltes und zum anderen die Spaltbreite des 5-fach Spalts nicht mit den Spaltbreiten der anderen Mehrfachspalte übereinstimmen wird, so dass die obige Näherung nicht für den 5-fach Spalt trifft.

Weiterhin fällt bei Betrachtung der Diagramm

auf, dass die Erwartung der Theorie von S.13, dass ein Gitter mit N Spalten $N-2$ Nebenmaxima zwischen jeweils 2 Hauptmaxima besitzt, hier mit der Praxis übereinstimmt.

Ebenfalls auffällig ist die Tatsache, dass die Hauptmaxima derselben Ordnung, unabhängig von der Anzahl der Spalten, circa denselben Abstand zum Centralmaximum besitzen. Dies trifft auch mit der Theorie von S.11 oben überein. ✓

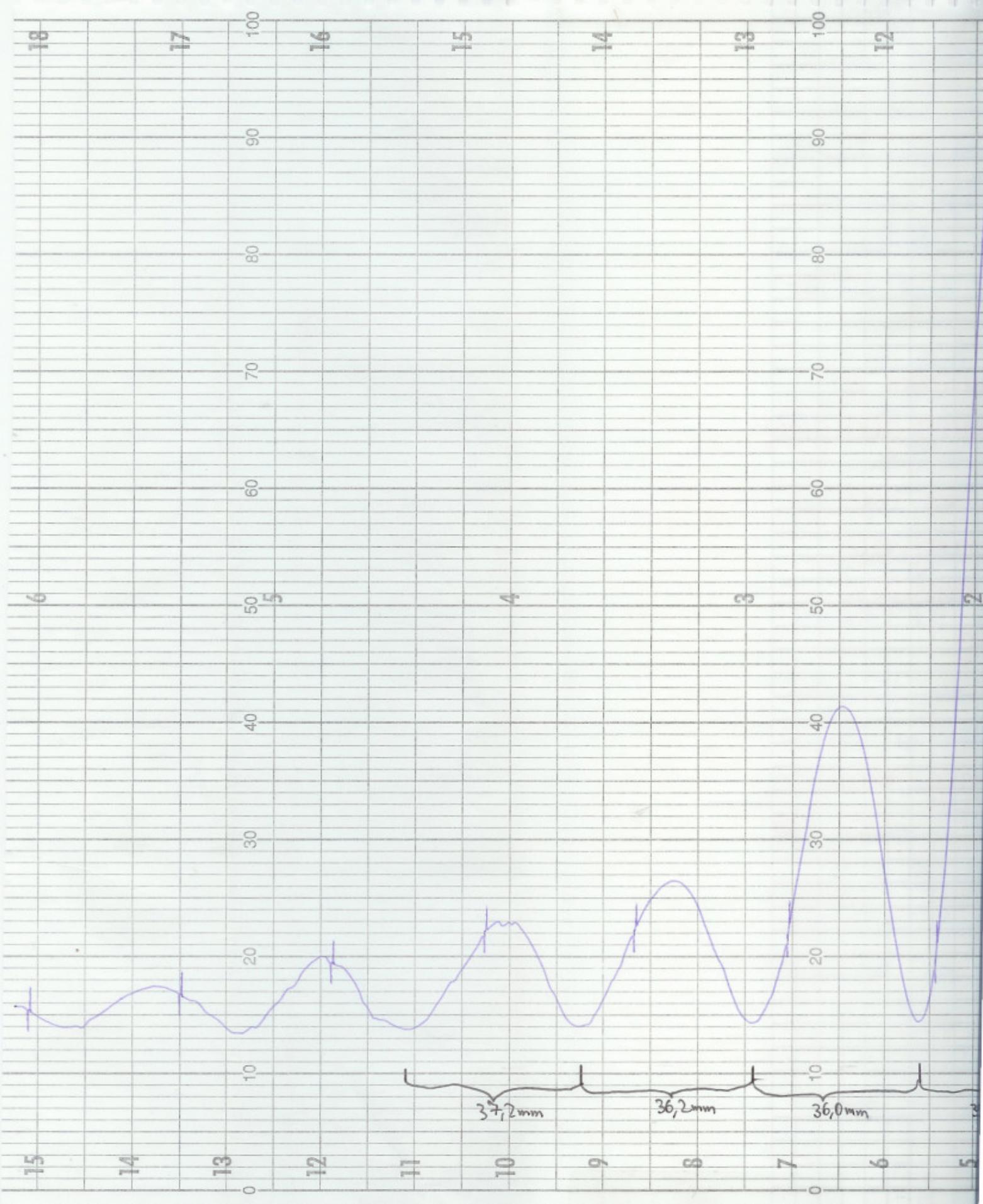
Form der Einhüllenden ist
gleich \Rightarrow b und D gleich groß!

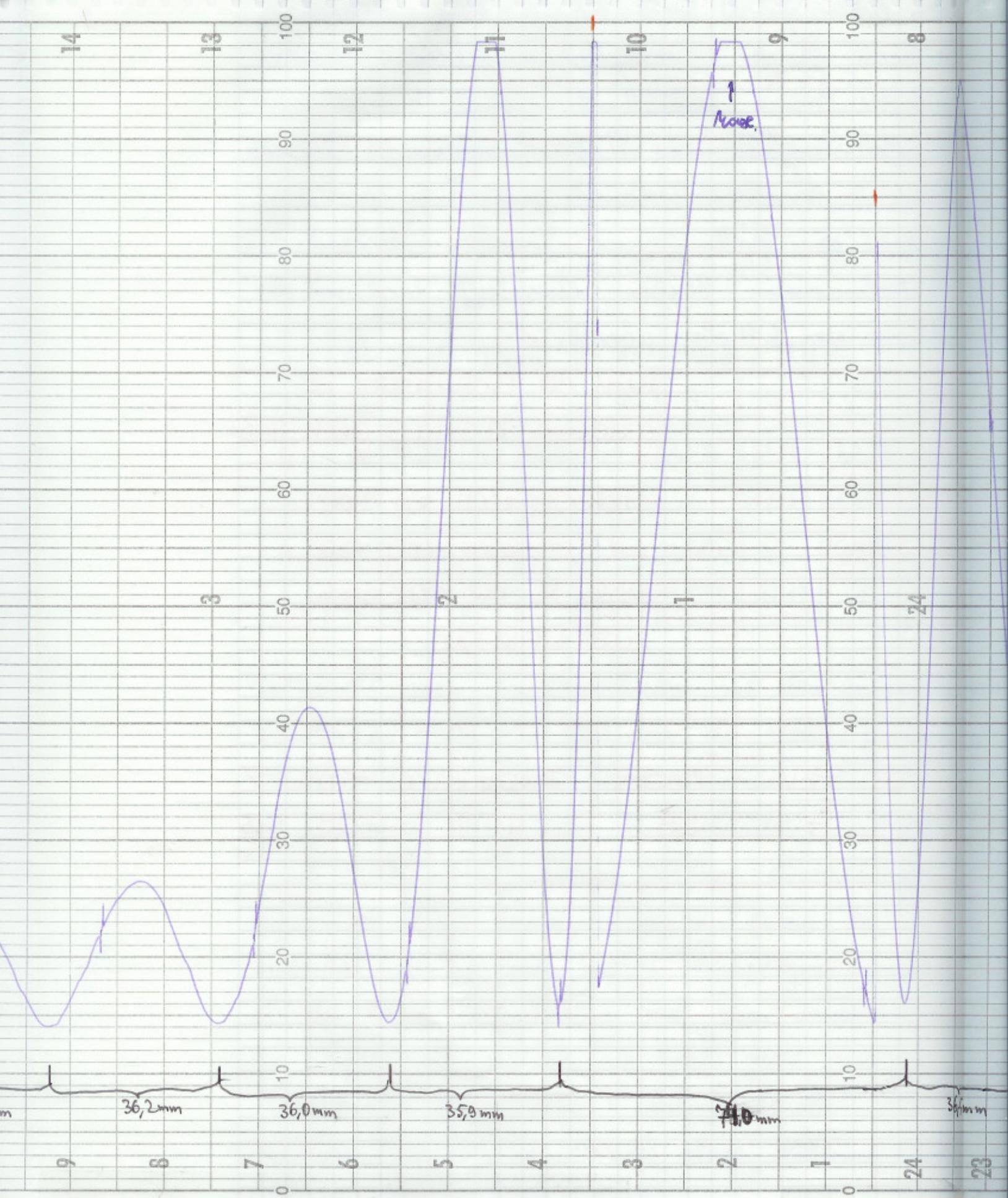
- Vielleicht noch ein Satz zur Größenordnung eurer Zahlen & wie realistisch eure Werte sind

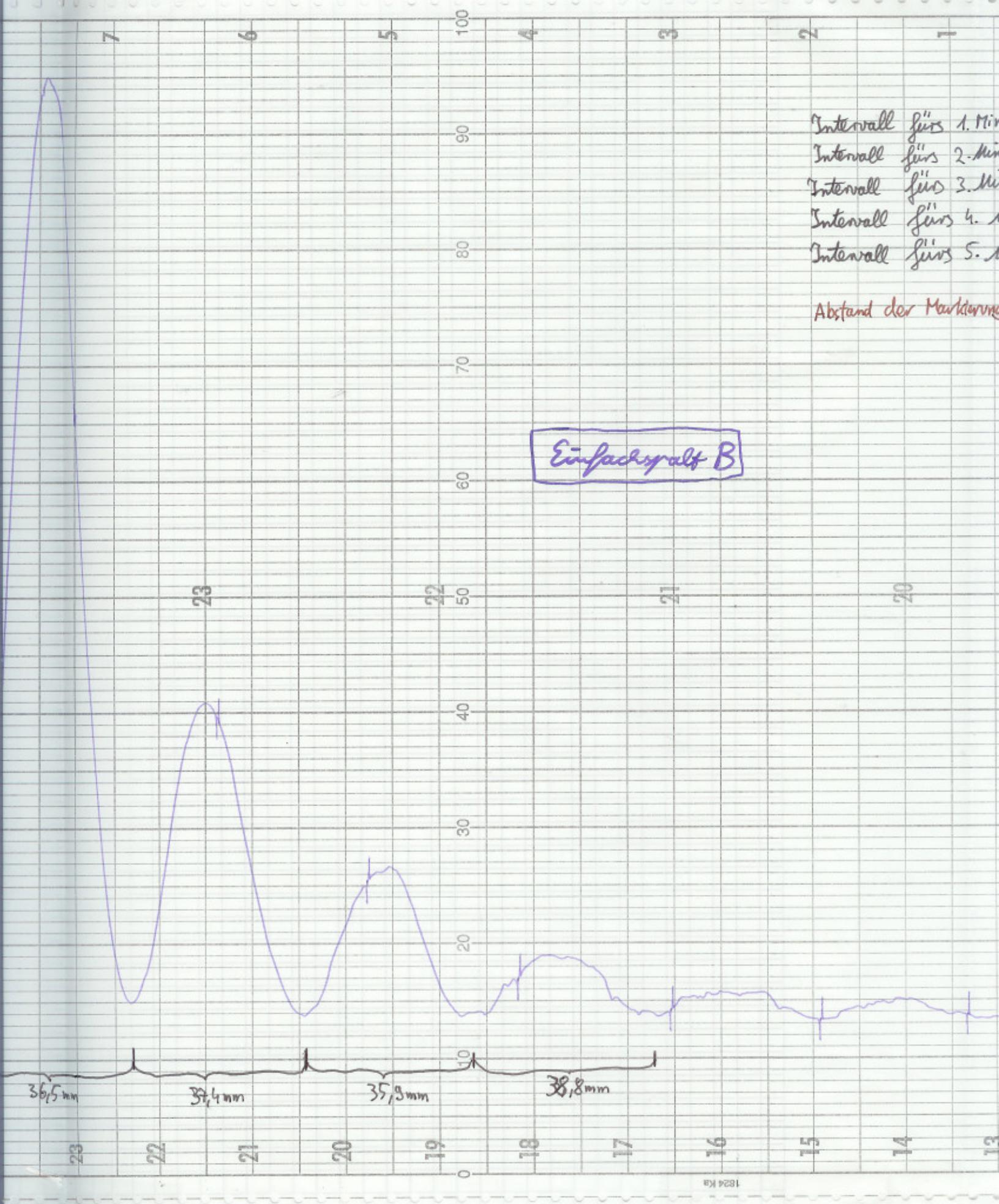
FzV	Protokoll	Auswertung	Form	Σ
4	2,5	11	0,5	18

↑ ↑ ↑

Begr. kl. Bern Diskussion
Dimmlicht







3

2

1

100

24

23

22

21

100

Intervall fürs 1. Minimum: 74,0 mm

Intervall fürs 2. Minimum: 146,4 mm

Intervall fürs 3. Minimum: 219,8 mm

Intervall fürs 4. Minimum: 291,9 mm

Intervall fürs 5. Minimum: 367,9 mm

Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

Kraft B

21

20

70

60

50

40

30

20

10

0

19

18

70

60

50

40

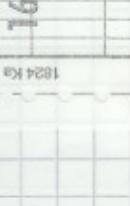
30

20

10

0

1824 kg



15

14

13

12

11

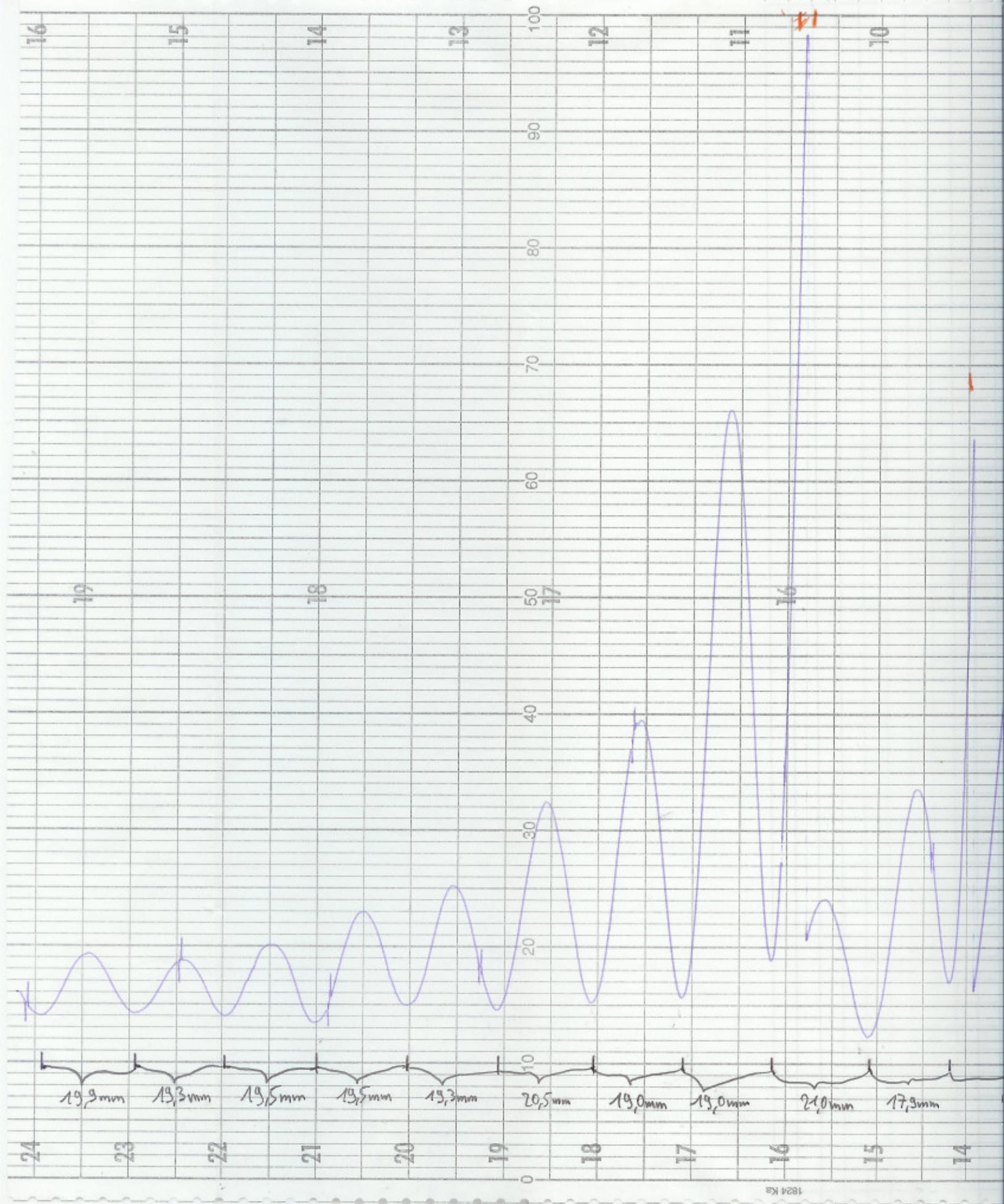
10

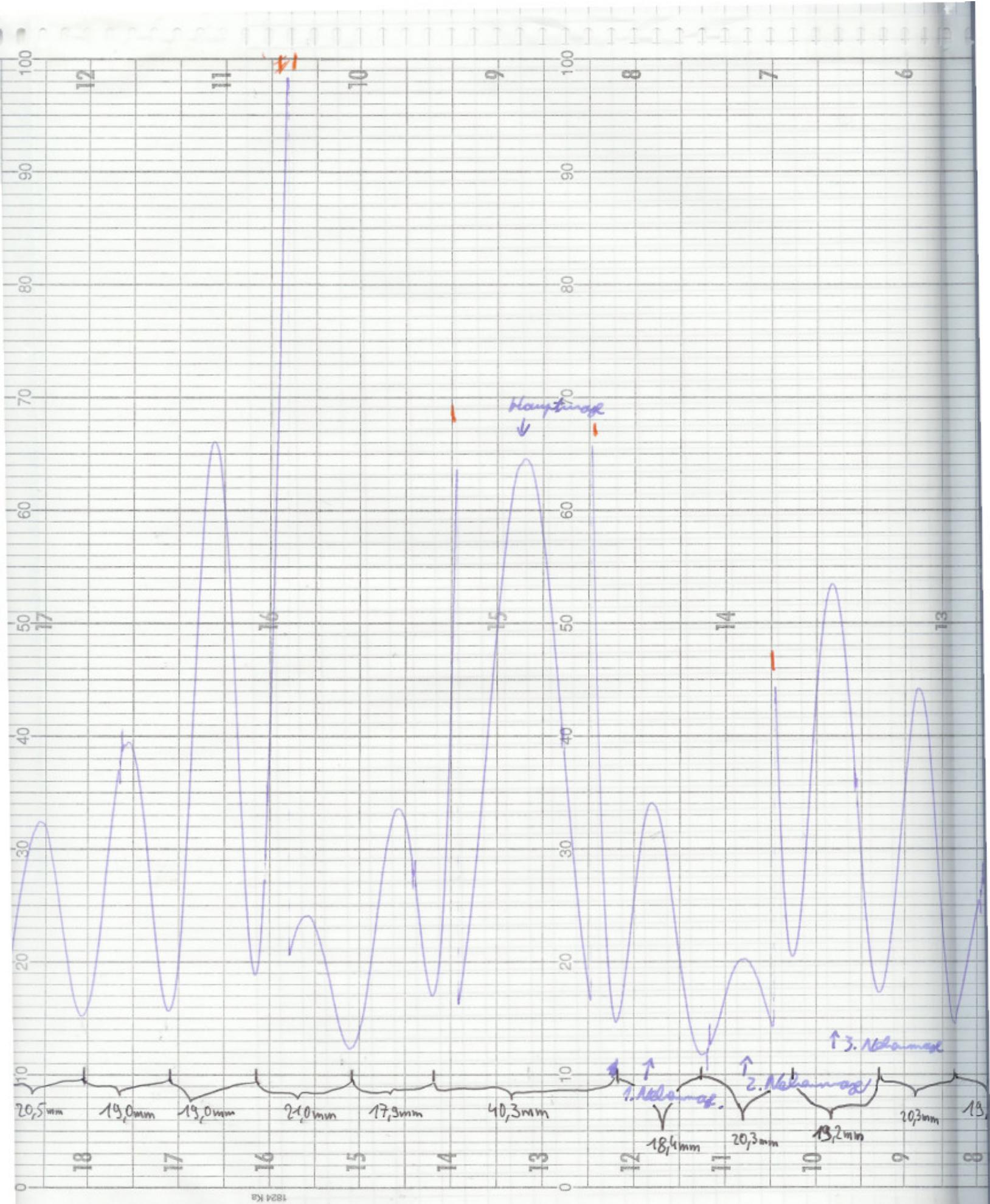
9

8

7

0





45 100
 4 60
 2 100
 1 90
 24 80
 23 70
 13 60
 12 50
 11 40
 10 30
 9 20
 8 10
 7 0

Intervall fürs 1. Minimum: 40,3 mm
 Intervall fürs 2. Minimum: 76,6 mm
 Intervall fürs 3. Minimum: 117,9 mm
 Intervall fürs 4. Minimum: 156,1 mm
 Intervall fürs 5. Minimum: 195,4 mm
 Intervall fürs 6. Minimum: 234,9 mm
 Intervall fürs 7. Minimum: 273,3 mm
 Intervall fürs 8. Minimum: 312,8 mm
 Intervall fürs 9. Minimum: 352,0 mm
 Intervall fürs 10. Minimum: 391,4 mm
 Intervall fürs 11. Minimum: 432,4 mm

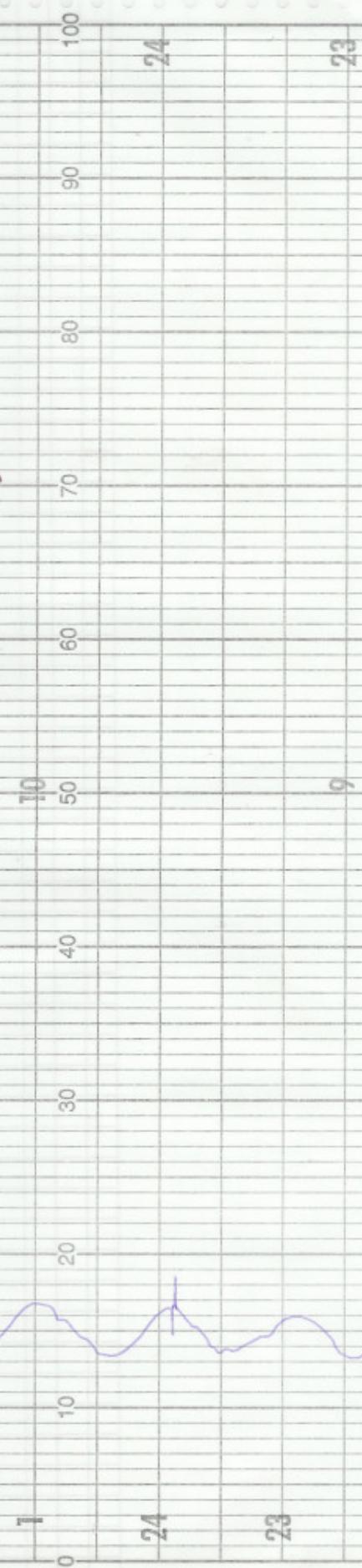
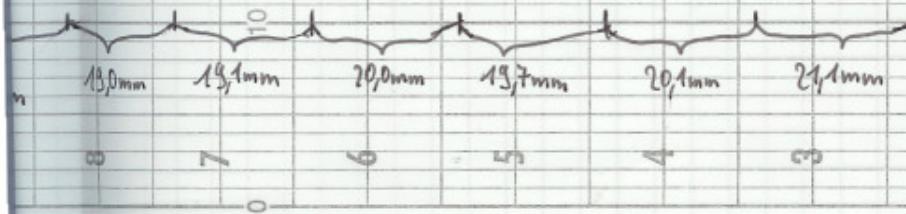
Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

13

8

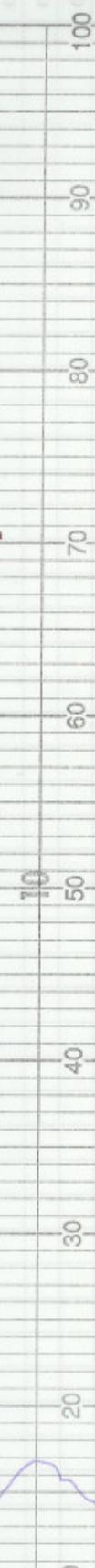
0

Einfachzyklus C



64

1



三

61

三

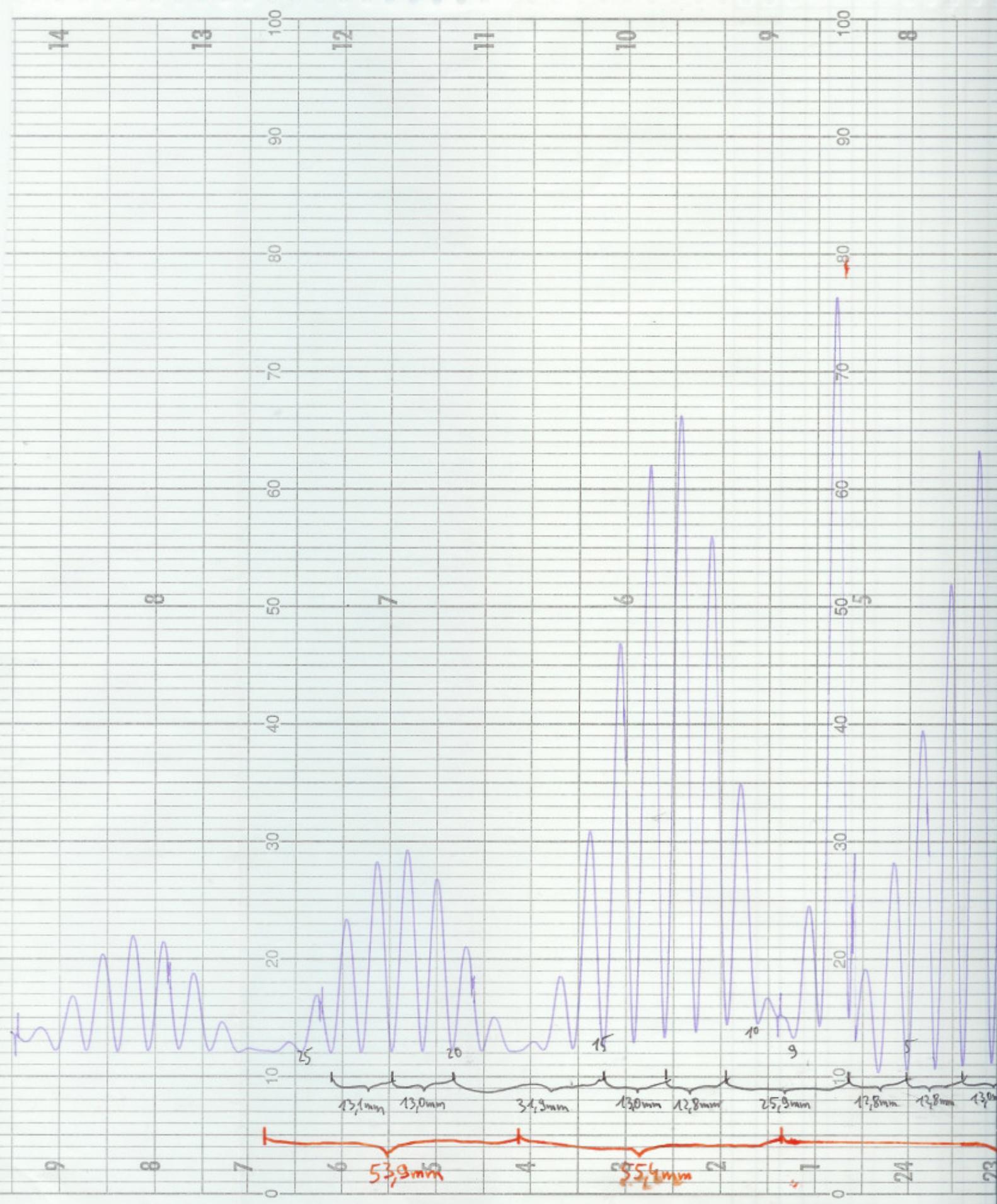
9

des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

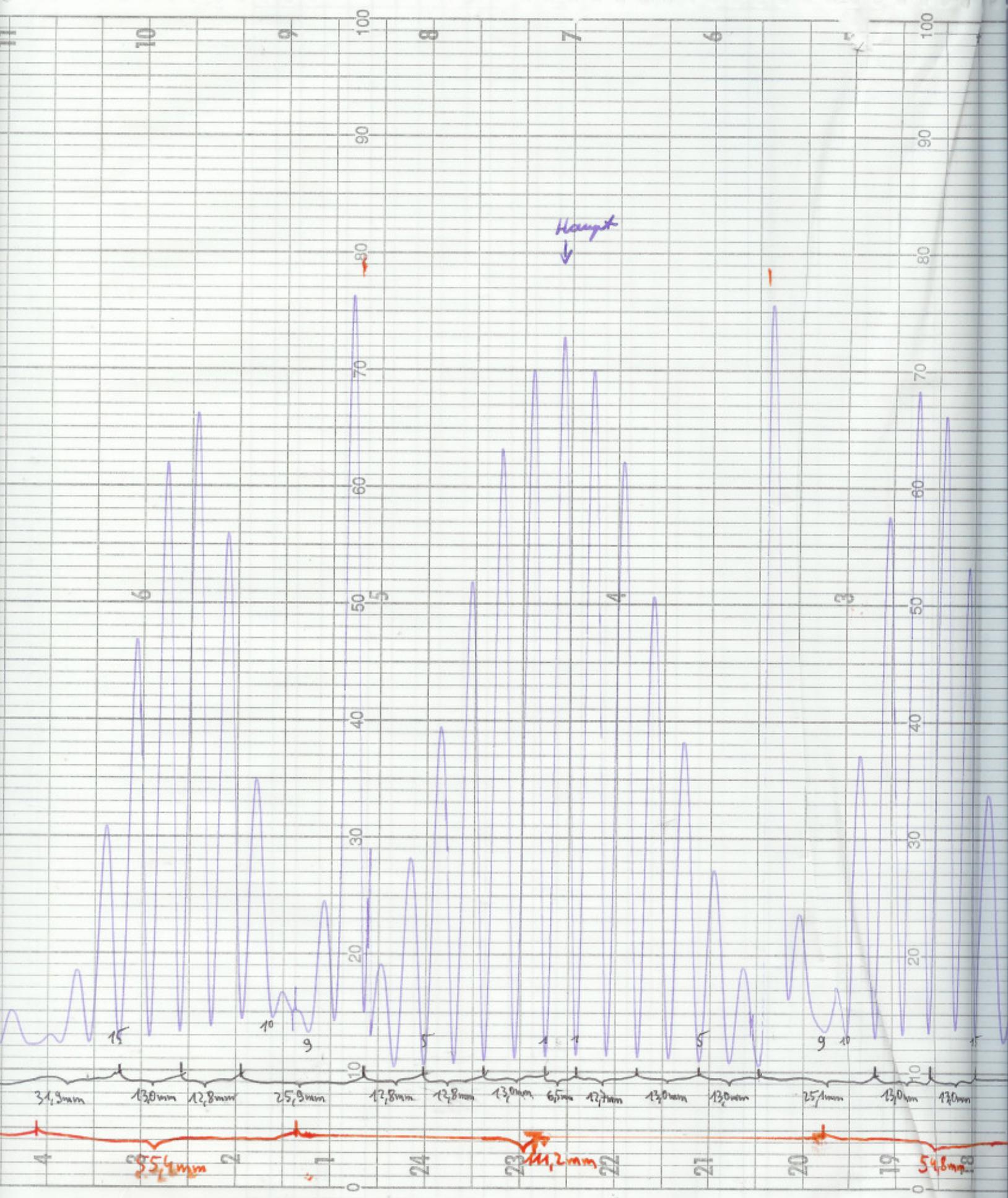
C

211mm

Village



Art-Nr. 00/80003001



4

60

2

1

100

24

23

22

Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

Spaltfunktion:

Intervall des 1. Minimums: 111,2 mm

Intervall des 2. Minimums: 221,4 mm

Intervall des 3. Minimums: 330,9 mm

Gitterfunktion:

Intervall des 1. Minimums: 6,5 mm

Intervall des 3. Minimums: 32,2 mm

Intervall des 5. Minimums: 58,0 mm

Intervall des 7. Minimums: 83,8 mm

Intervall des 11. Minimums: 134,8 mm

Intervall des 13. Minimums: 160,6 mm

Intervall des 15. Minimums: 186,6 mm

Intervall des 20. Minimums: 254,0 mm

Intervall des 22. Minimums: 277,0 mm

Intervall des 24. Minimums: 302,7 mm

Doppelspalt A

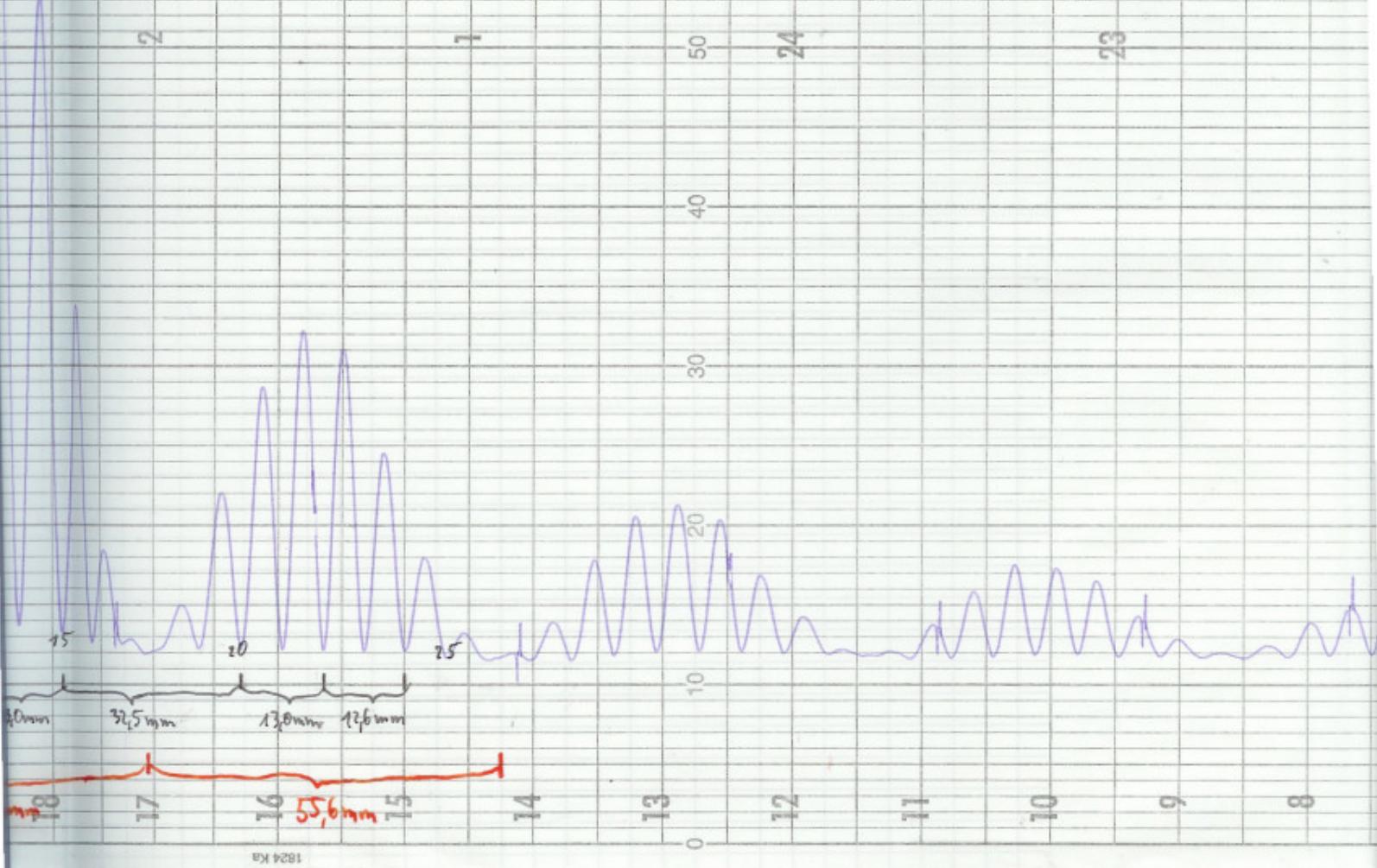
2

1

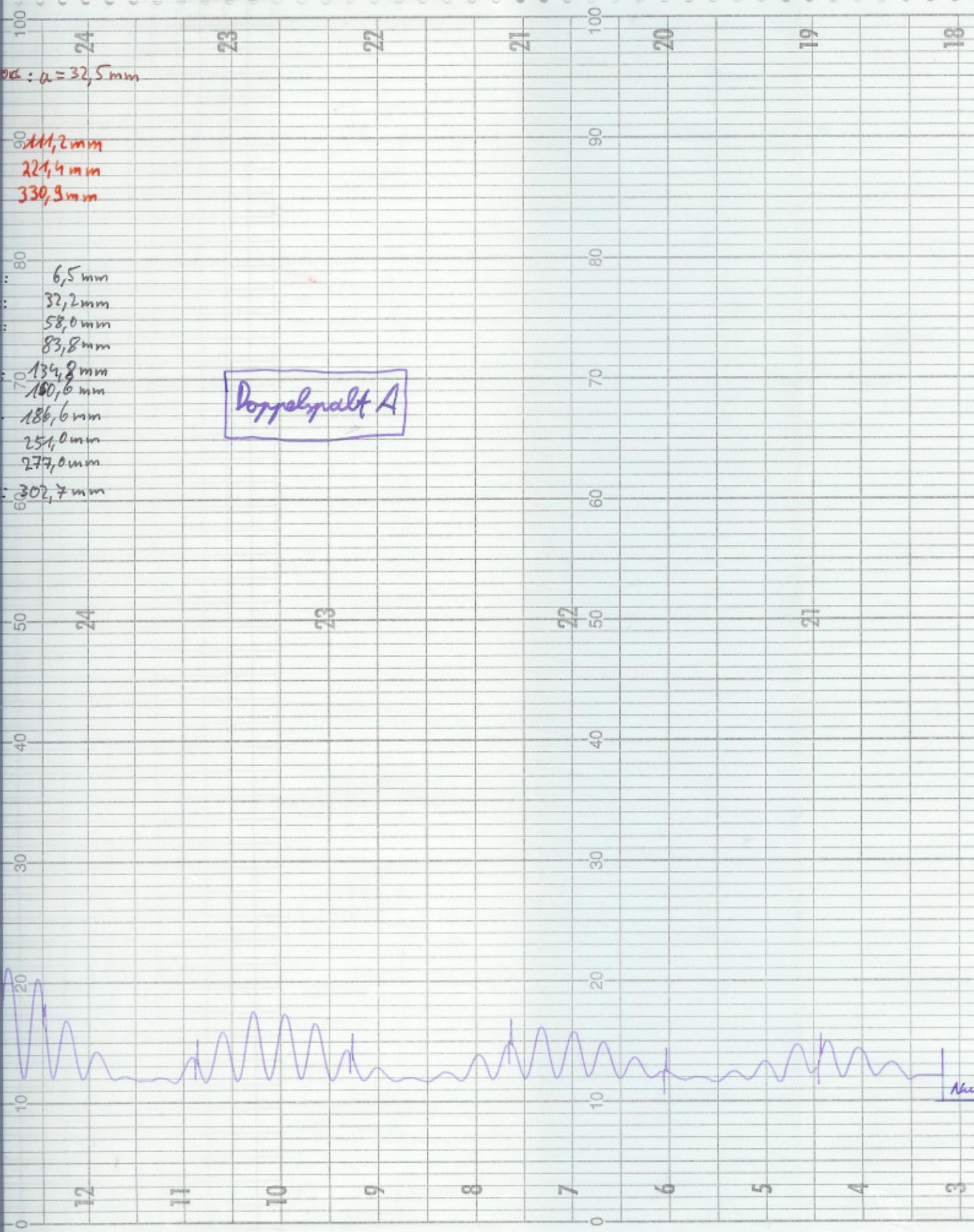
50

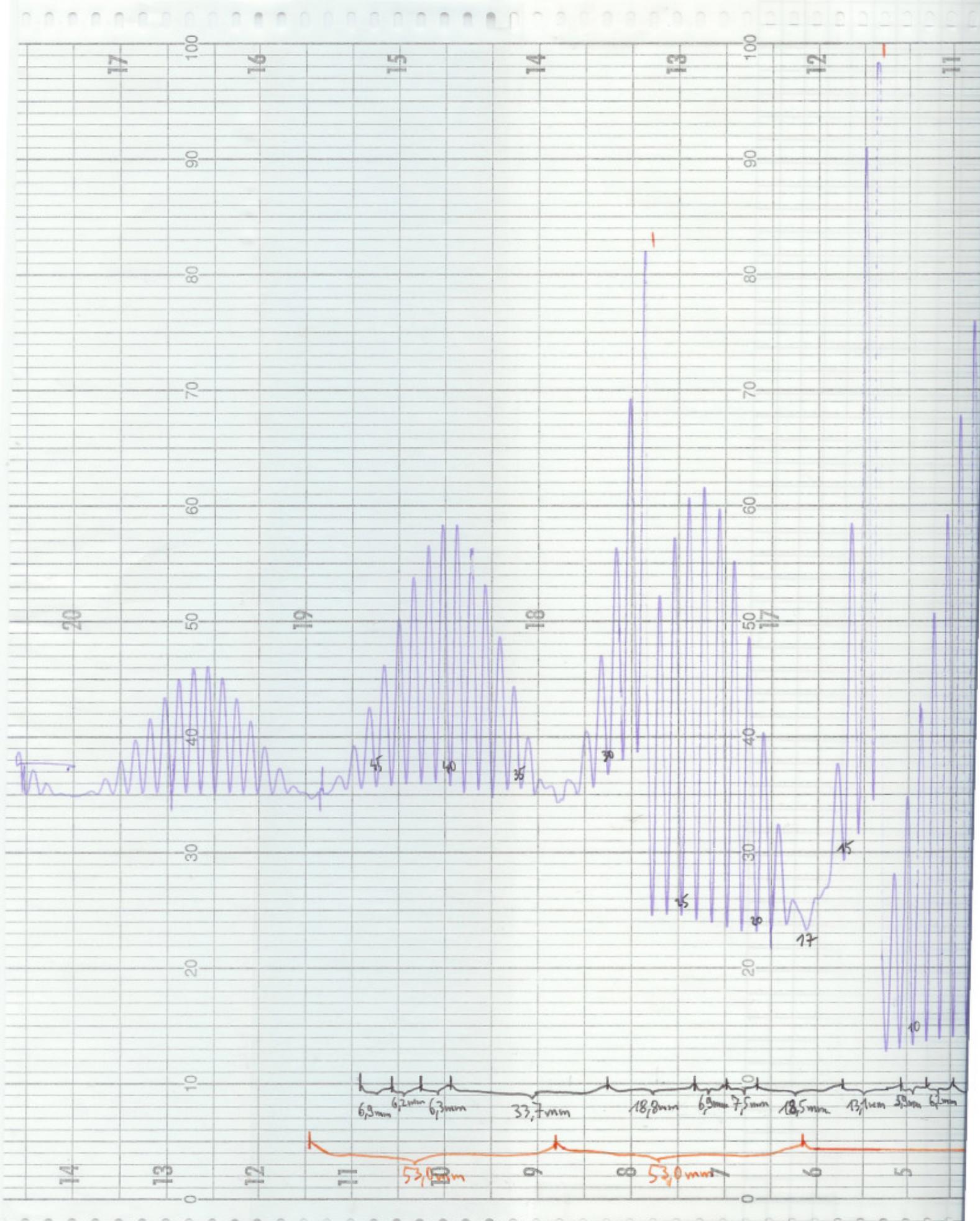
24

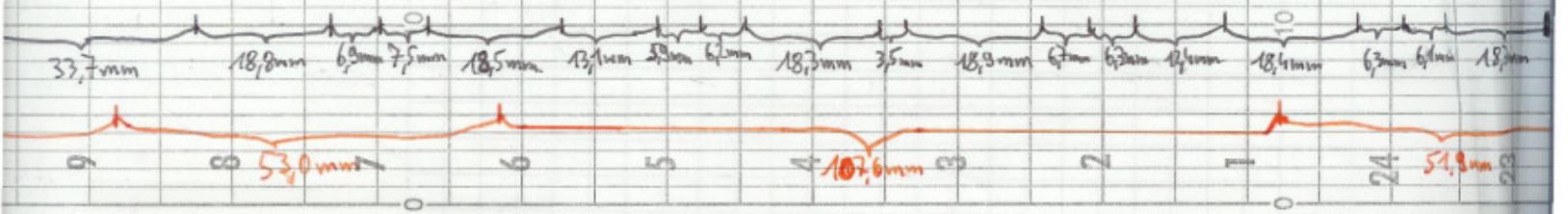
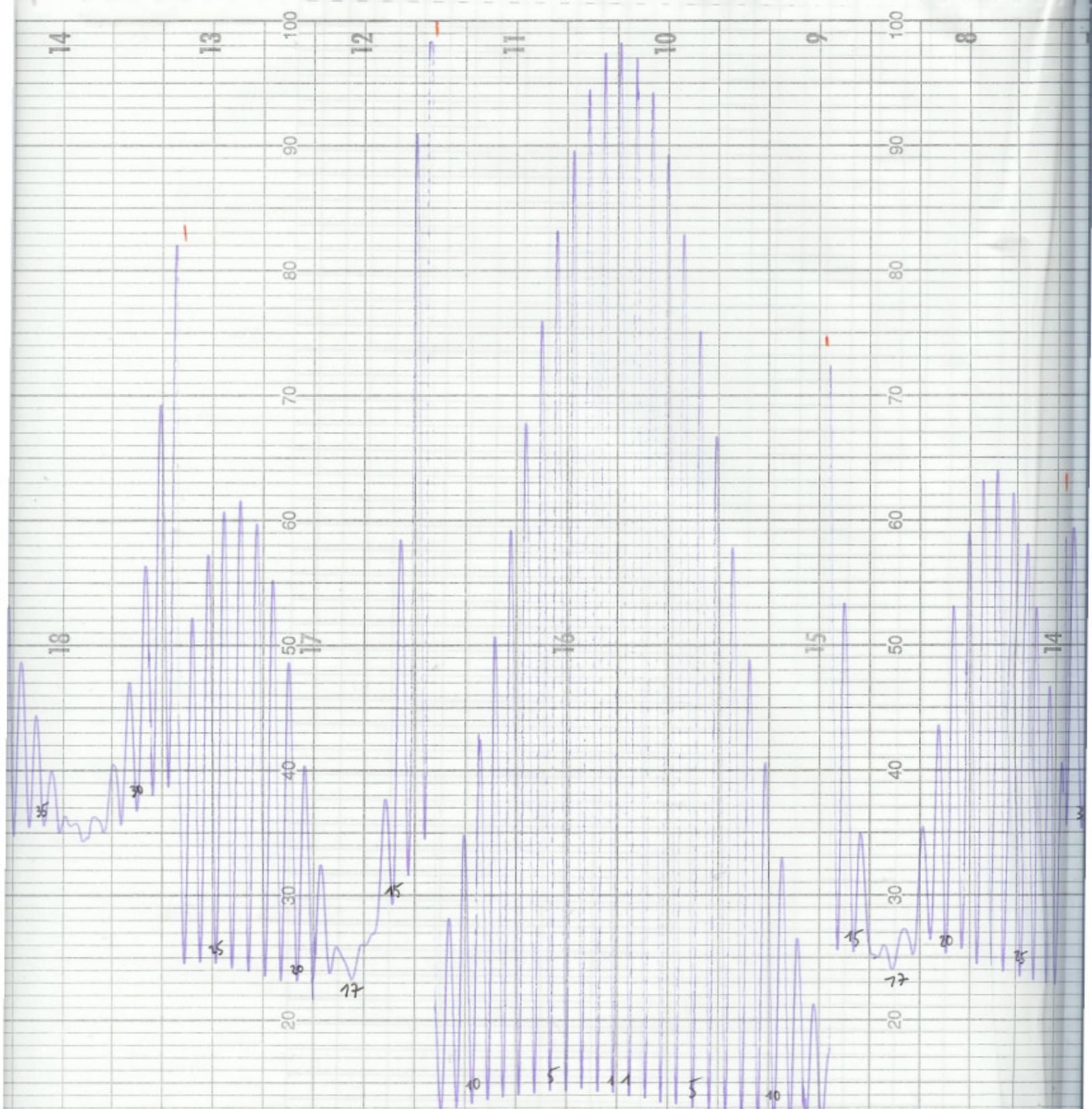
23



1824 Ks







AT-Nr. 00/80003001

Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,8$

Spaltfunktion:

Intervall des 1. Minimums: 107,6 mm

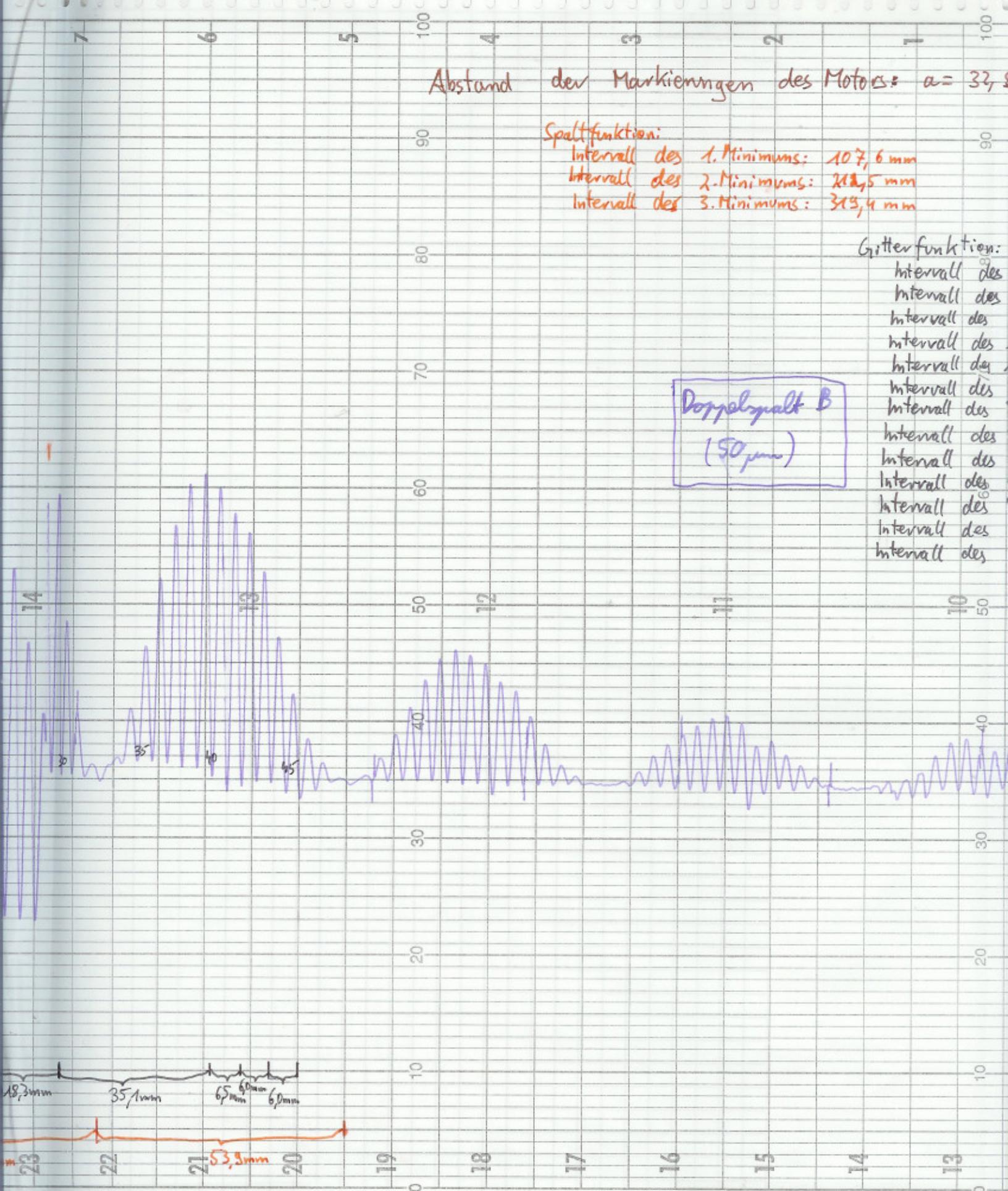
Intervall des 2. Minimums: 218,5 mm

Intervall des 3. Minimums: 319,4 mm

Gitterfunktion:

Intervall des

Doppelzahn B
(50 µm)



4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26

Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

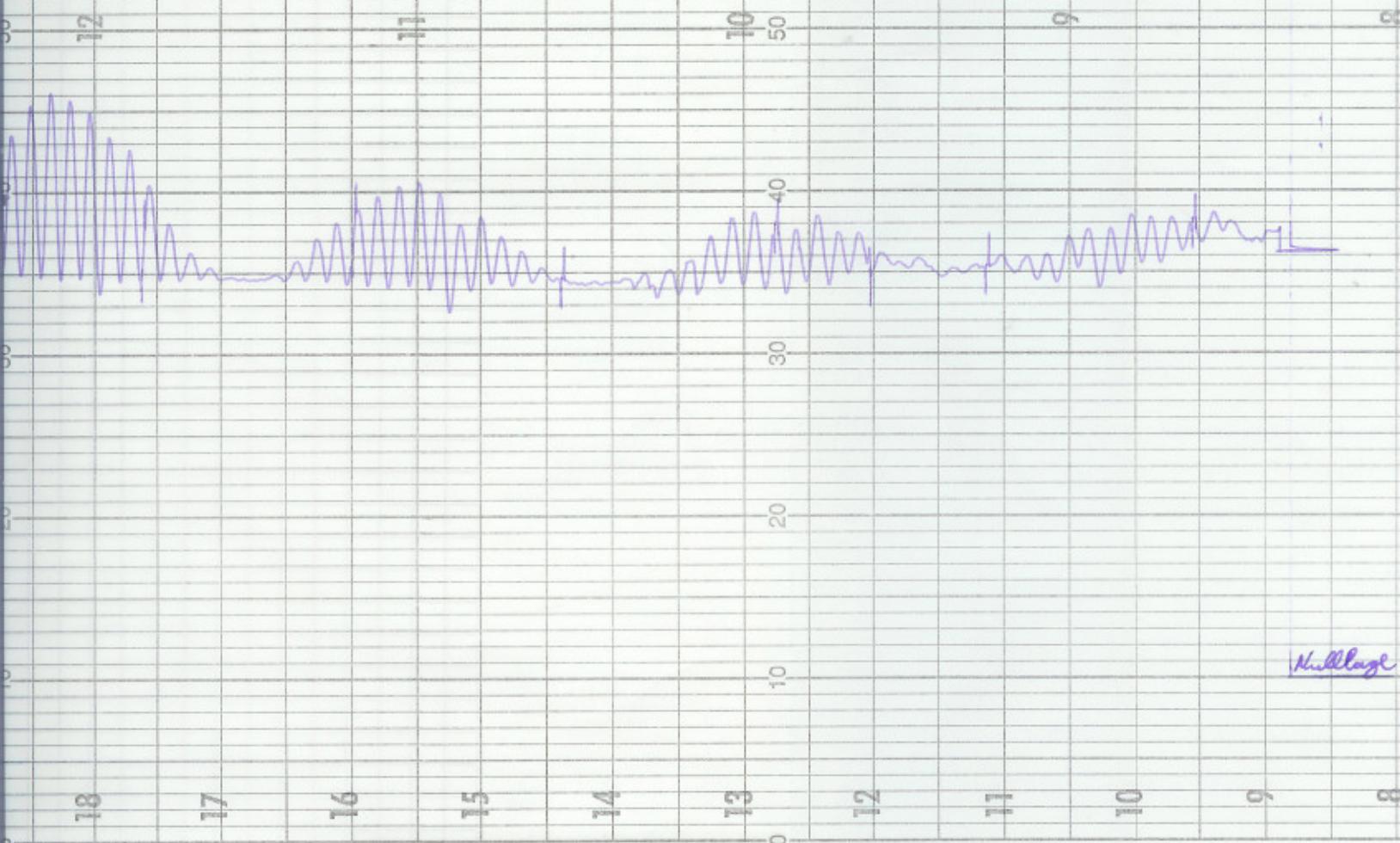
Spaltfunktion:

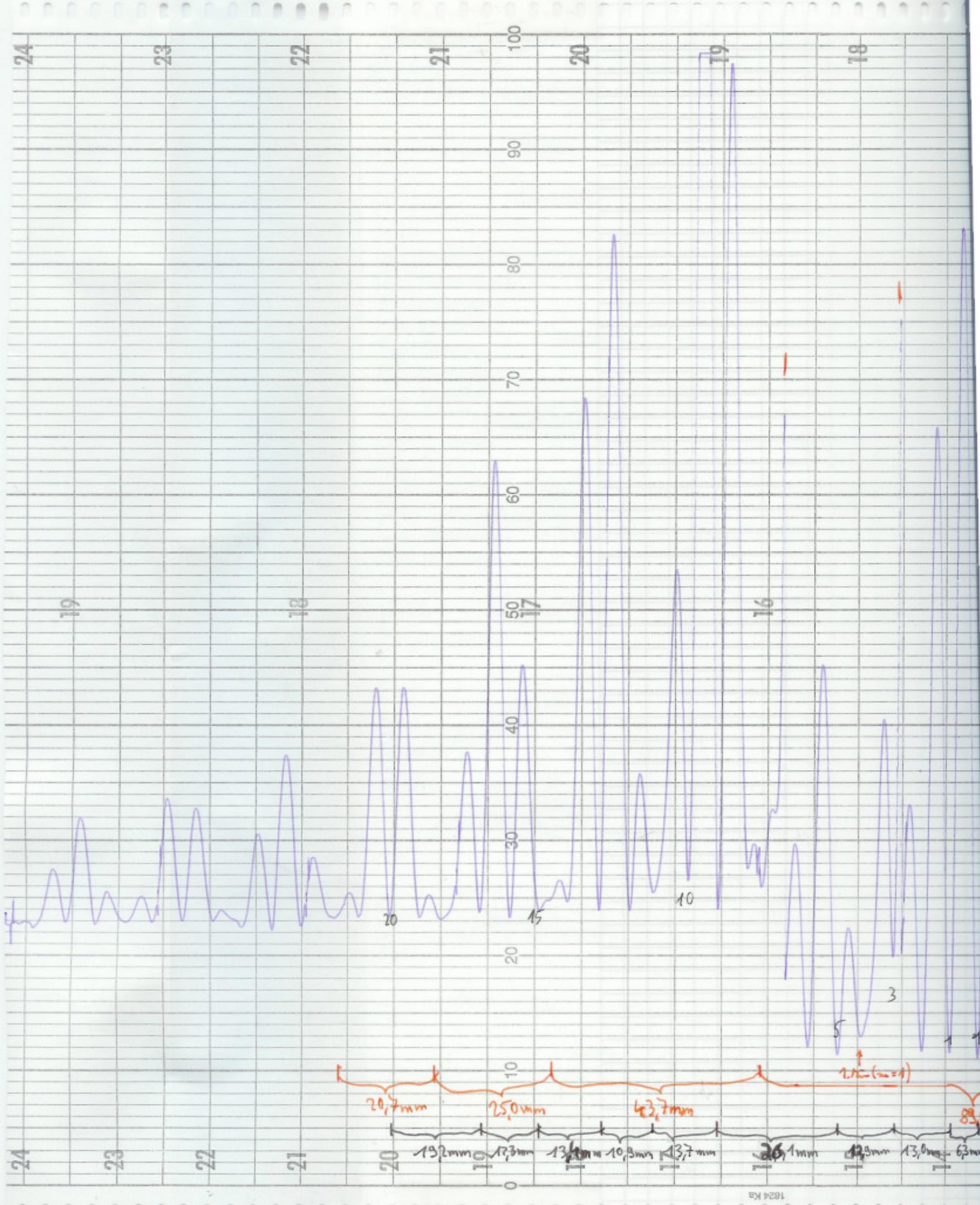
- Intervall des 1. Minimums: 107,6 mm
- Intervall des 2. Minimums: 212,5 mm
- Intervall des 3. Minimums: 319,4 mm

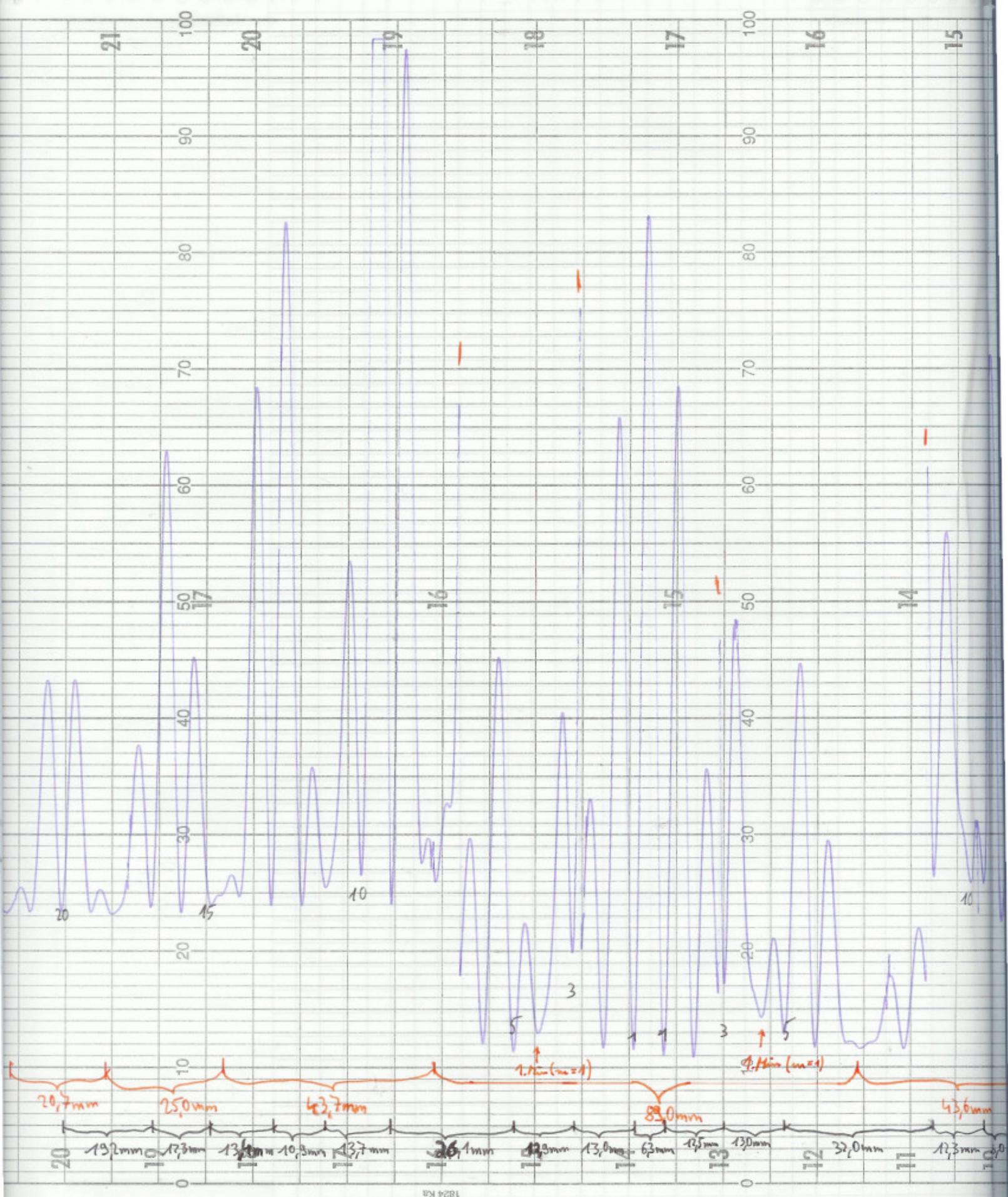
Gitterfunktion:

- Intervall des 1. Minimums: 3,5 mm
- Intervall des 7. Minimums: 40,4 mm
- Intervall des 9. Minimums: 53,6 mm
- Intervall des 11. Minimums: 65,8 mm
- Intervall des 15. Minimums: 91,3 mm
- Intervall des 20. Minimums: 128,2 mm
- Intervall des 22. Minimums: 147,0 mm
- Intervall des 24. Minimums: 155,0 mm
- Intervall des 30. Minimums: 192,1 mm
- Intervall des 40. Minimums: 260,9 mm
- Intervall des 42. Minimums: 273,7 mm
- Intervall des 49. Minimums: 285,3 mm
- Intervall des 56. Minimums: 298,8 mm

Doppelgauß B
(50 µm)







14

13

100

90

80

70

60

50

124

40

30

20

10

0,6mm

27,8mm

18,0mm

1mm

3,0mm 12,0mm 15,1mm 18,0mm

10

0

Absstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

Spaltfunktion:

Intervall des 2. Minimums: 89,90 mm

Intervall des 4. Minimums: 176,3 mm

Intervall des 5. Minimums: 229,1 mm

Intervall des 6. Minimums: 267,8 mm

90

80

70

60

50

40

30

20

10

0

Gitterfunktion:

1. Minimums: 6,

3. Minimums: 31,

5. Minimums: 57,

9. Minimums: 115,

11. Minimums: 141,

13. Minimums: 165,

15. Minimums: 197,

17. Minimums: 219,

20. Minimums: 256

Doppelspalt C

50

10

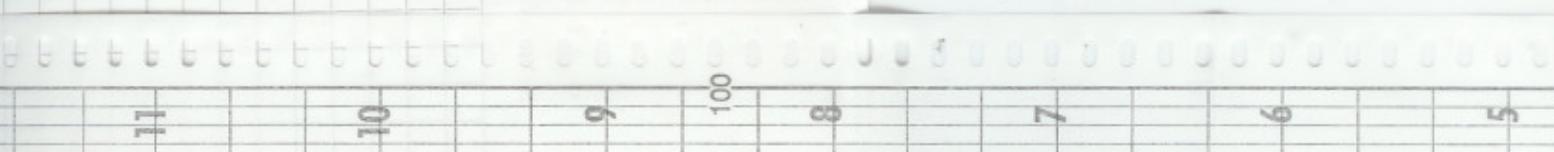
40

30

20

10

0



Abstand der Markierungen des Motors: $a = 32,5 \text{ mm}$

Spaltfunktion:

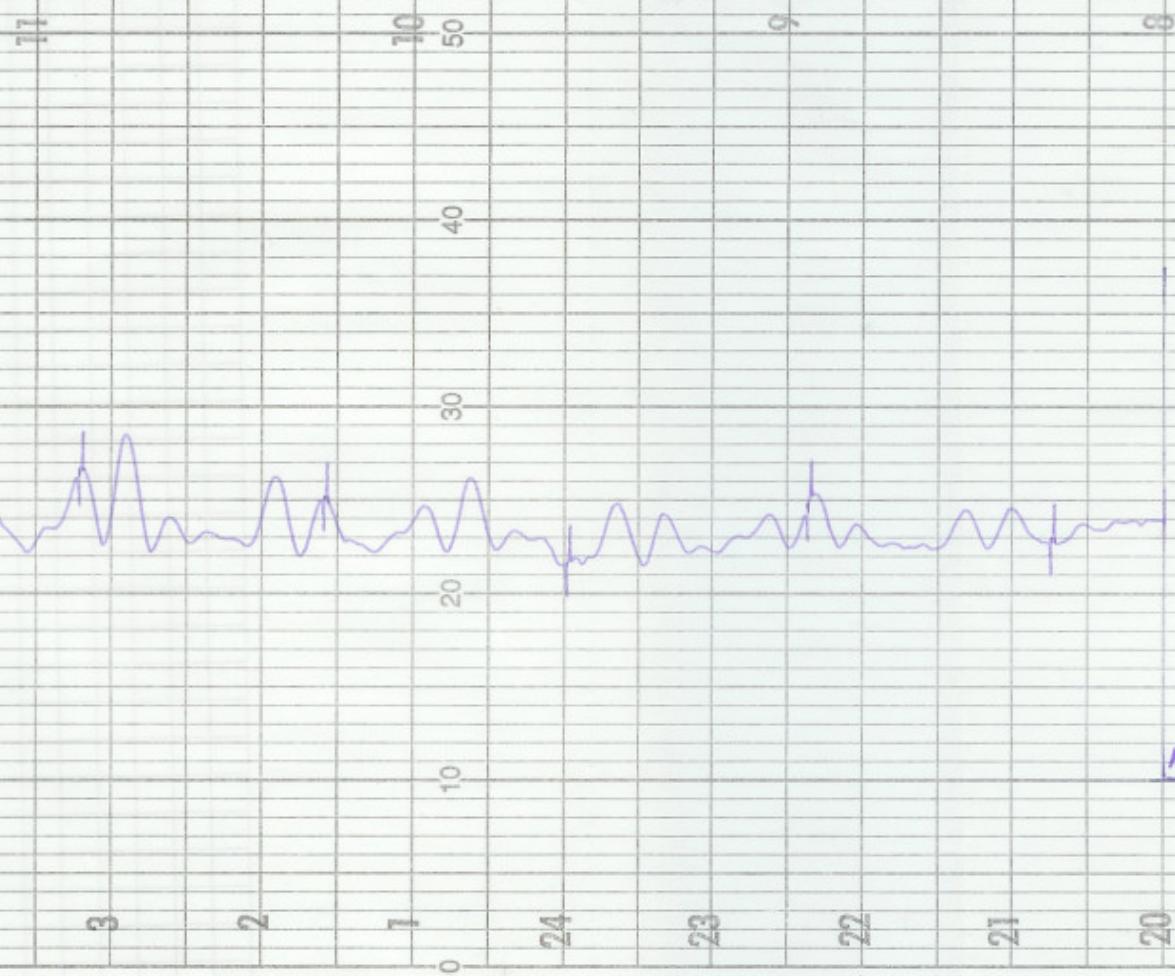
- Intervall des **2.** Minimums: 89,0 mm
- Intervall des **4.** Minimums: 176,3 mm
- Intervall des **5.** Minimums: 229,1 mm
- Intervall des **6.** Minimums: 267,8 mm

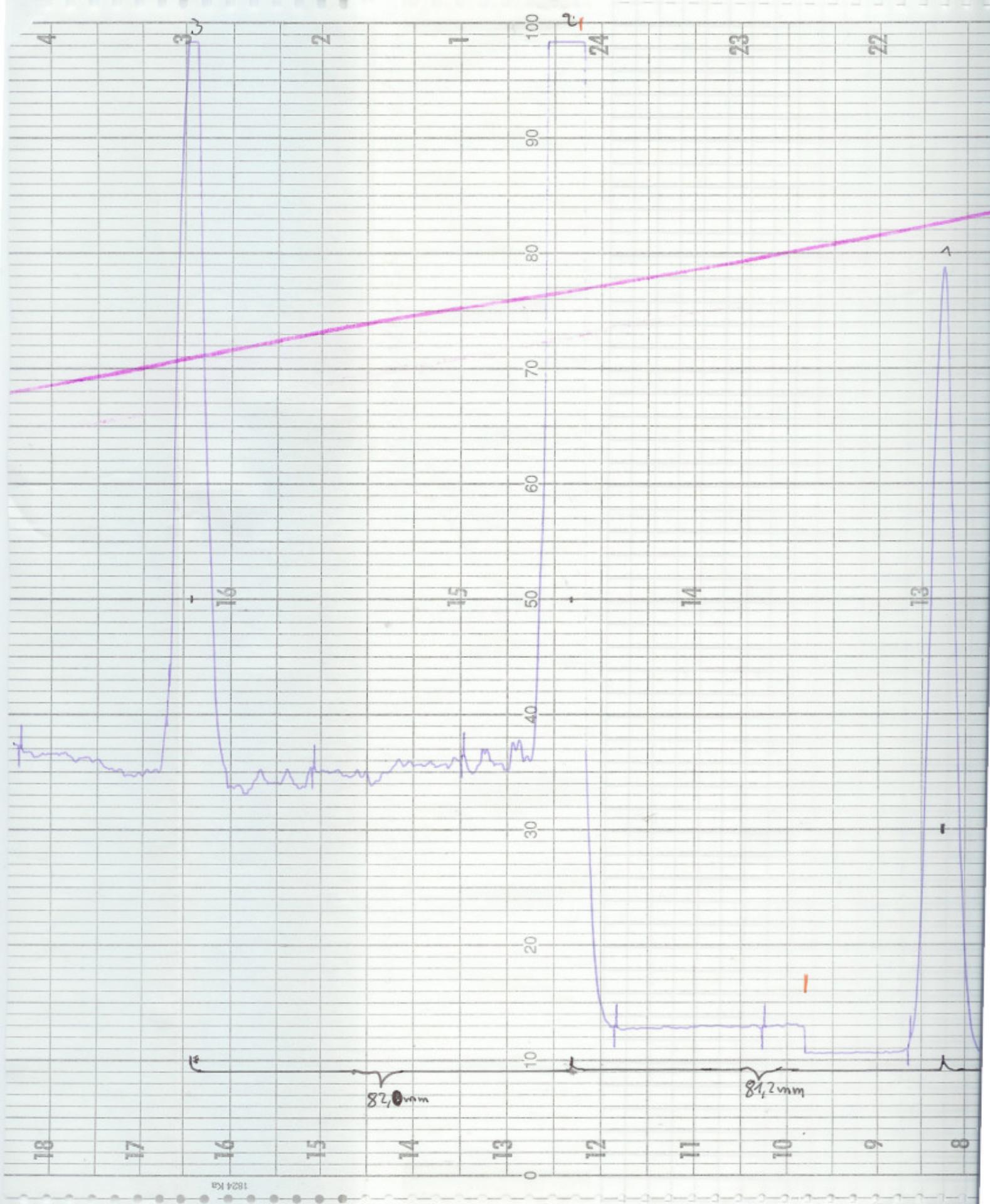


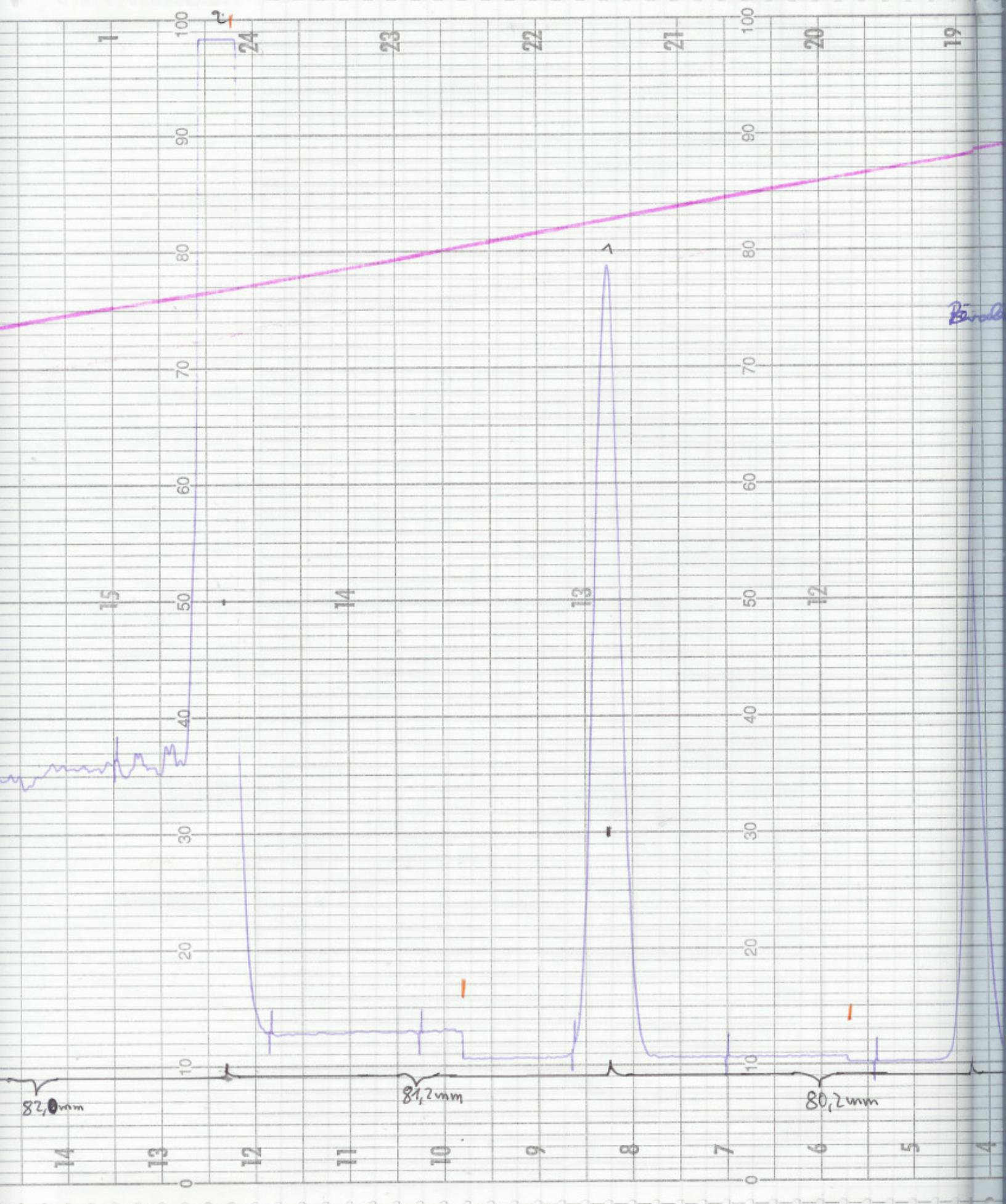
Gitterfunktion:

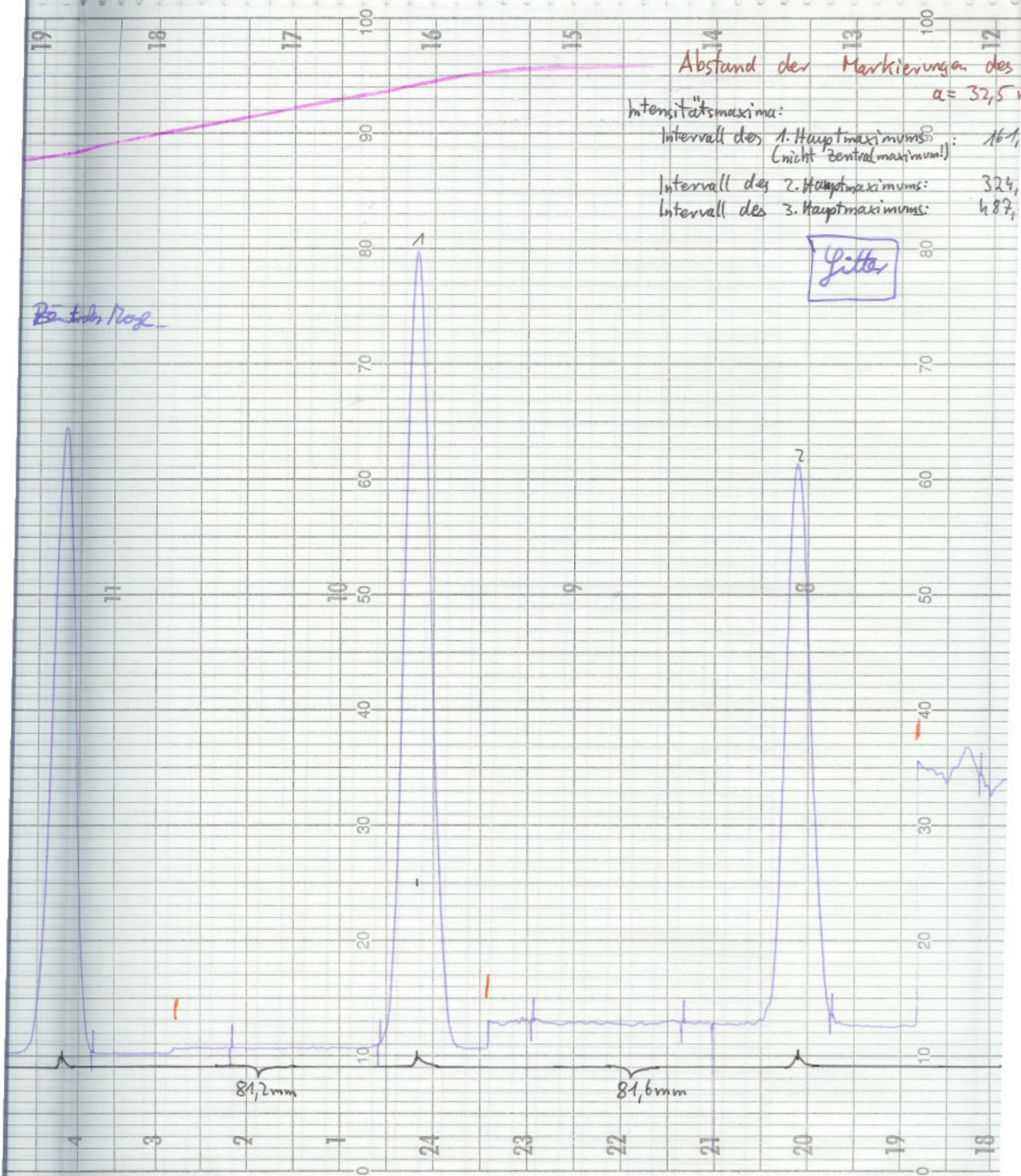
- Intervall des **1.** Minimums: 6,3 mm
- Intervall des **3.** Minimums: 31,8 mm
- Intervall des **5.** Minimums: 57,7 mm
- Intervall des **9.** Minimums: 115,8 mm
- Intervall des **11.** Minimums: 141,8 mm
- Intervall des **13.** Minimums: 165,7 mm
- Intervall des **15.** Minimums: 197,1 mm
- Intervall des **17.** Minimums: 219,5 mm
- Intervall des **20.** Minimums: 256,7 mm

Doppelspalt C









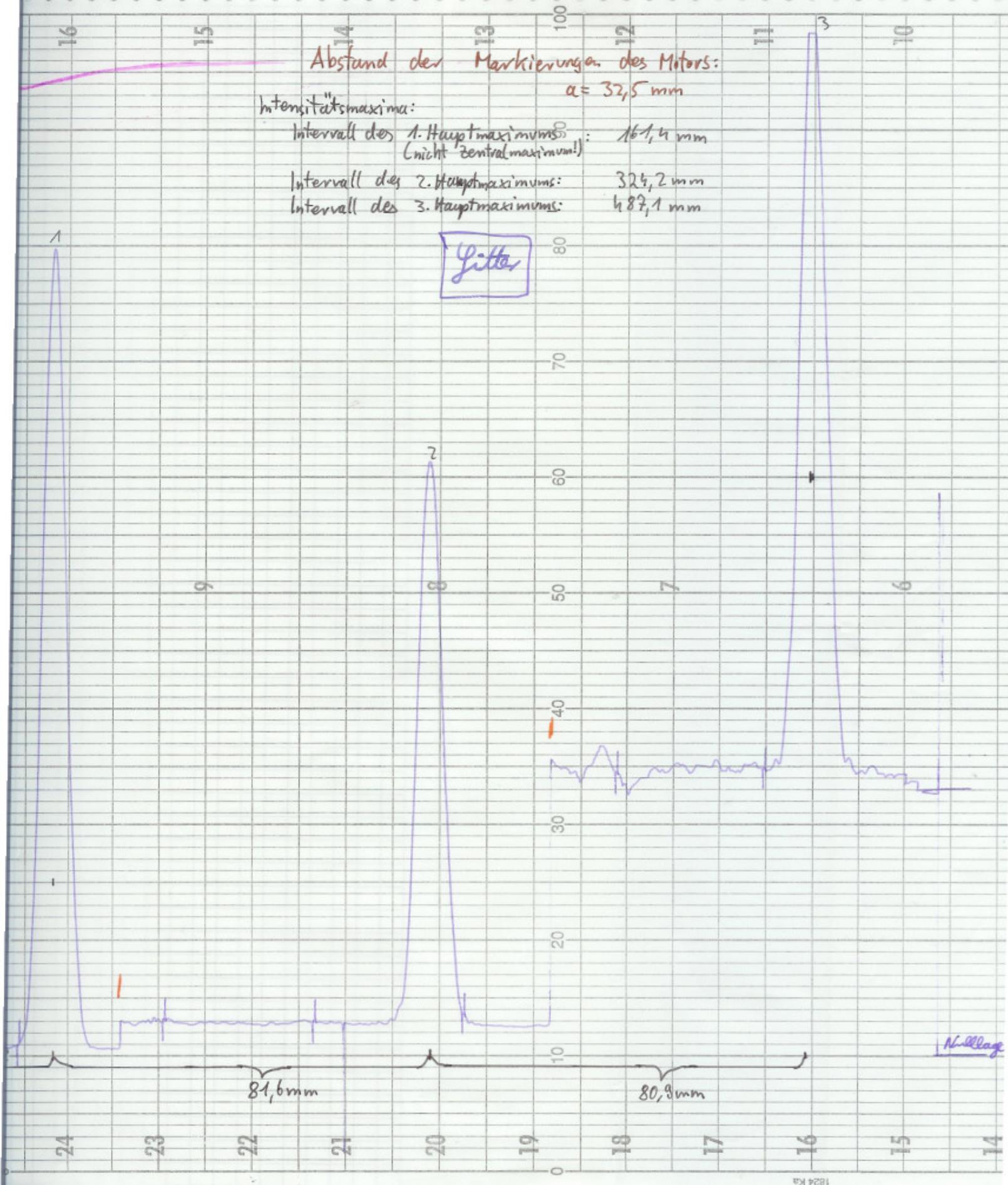
Abstand der Markierungen des Intensitätsmaxima: $a = 32,5$

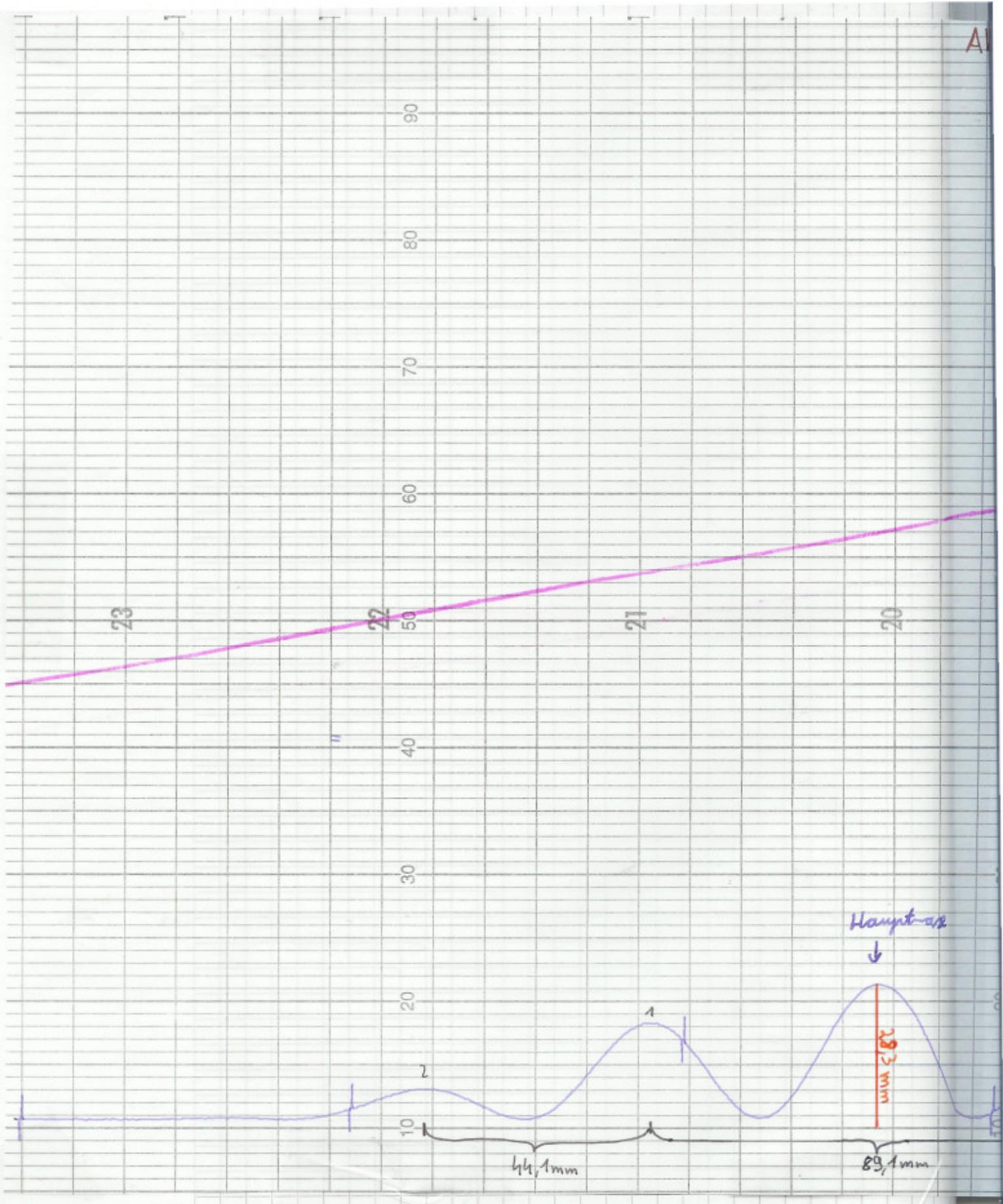
$$a = 32,5\%$$

Intervall des 1. Hauptmaximums
(nicht zentrales Maximum!): 161,

Intervall des 2. Hauptmaximums: 324,
Intervall des 3. Hauptmaximums: 487,

Litter



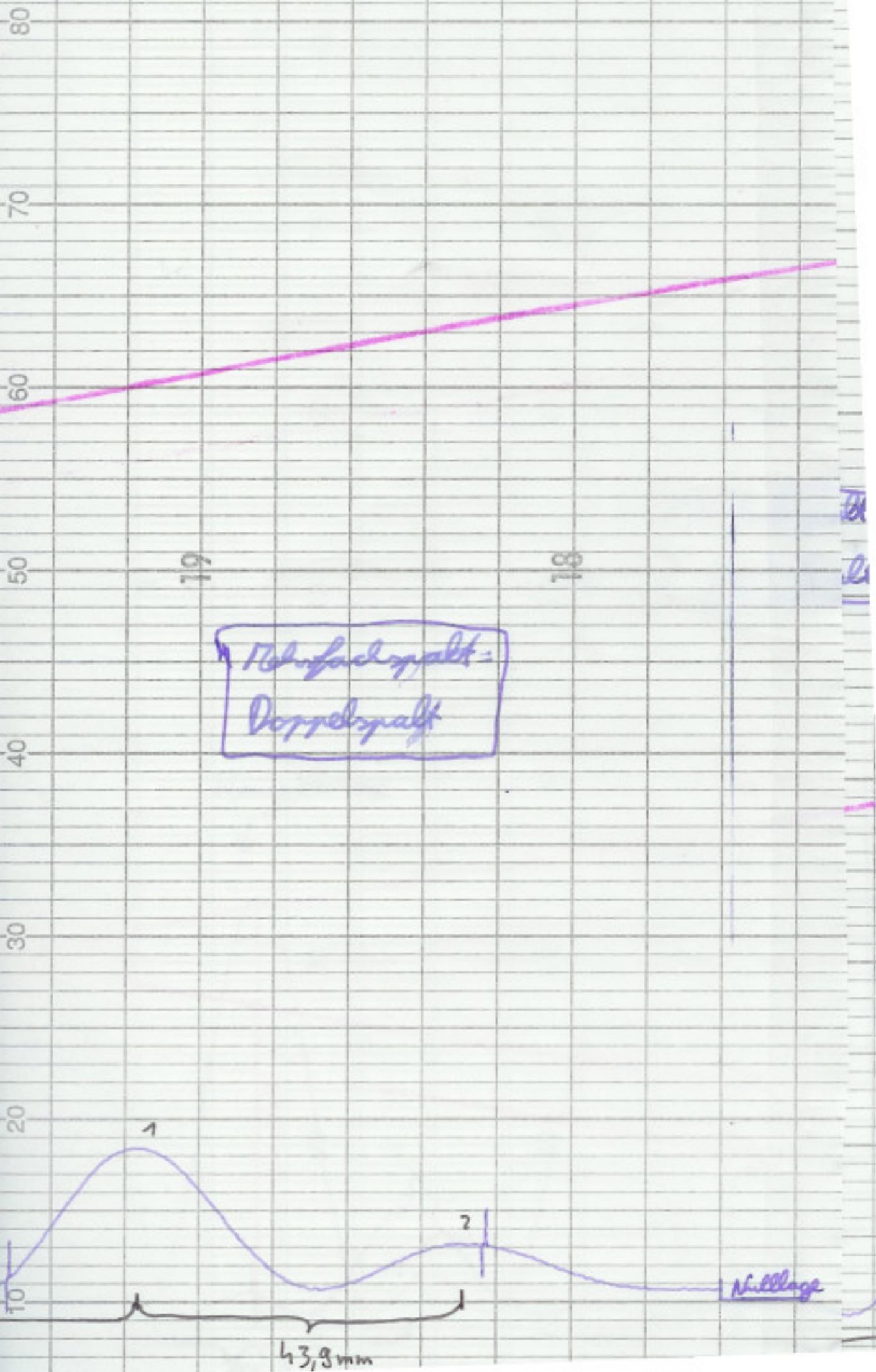


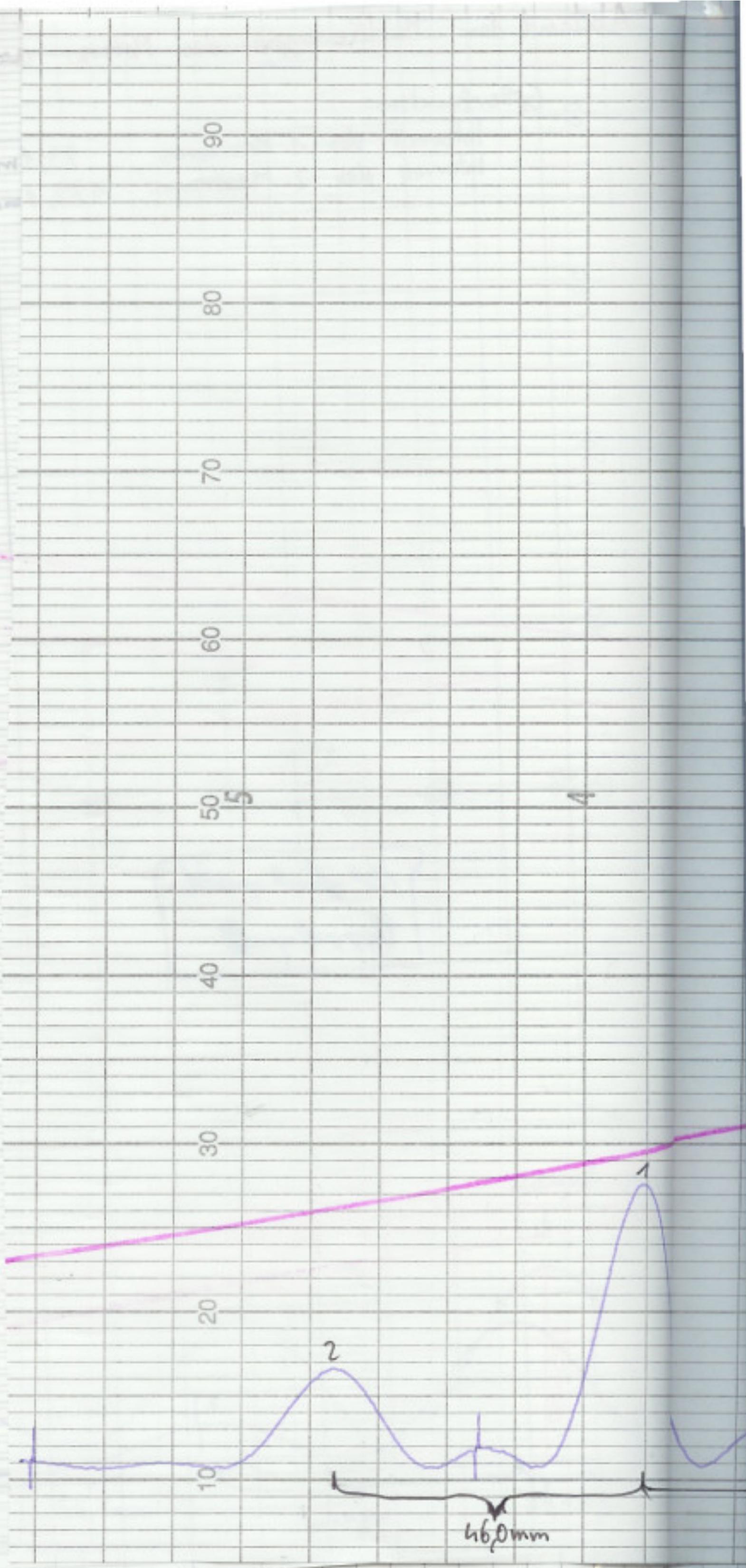
Abstand der Markierungen des Motors: $a = \cancel{65,0} \text{ mm}$

Gitterfunktion:

Intervall des 1. Maximums: 89,1 mm

Intervall des 2. Maximums: 177,1 mm





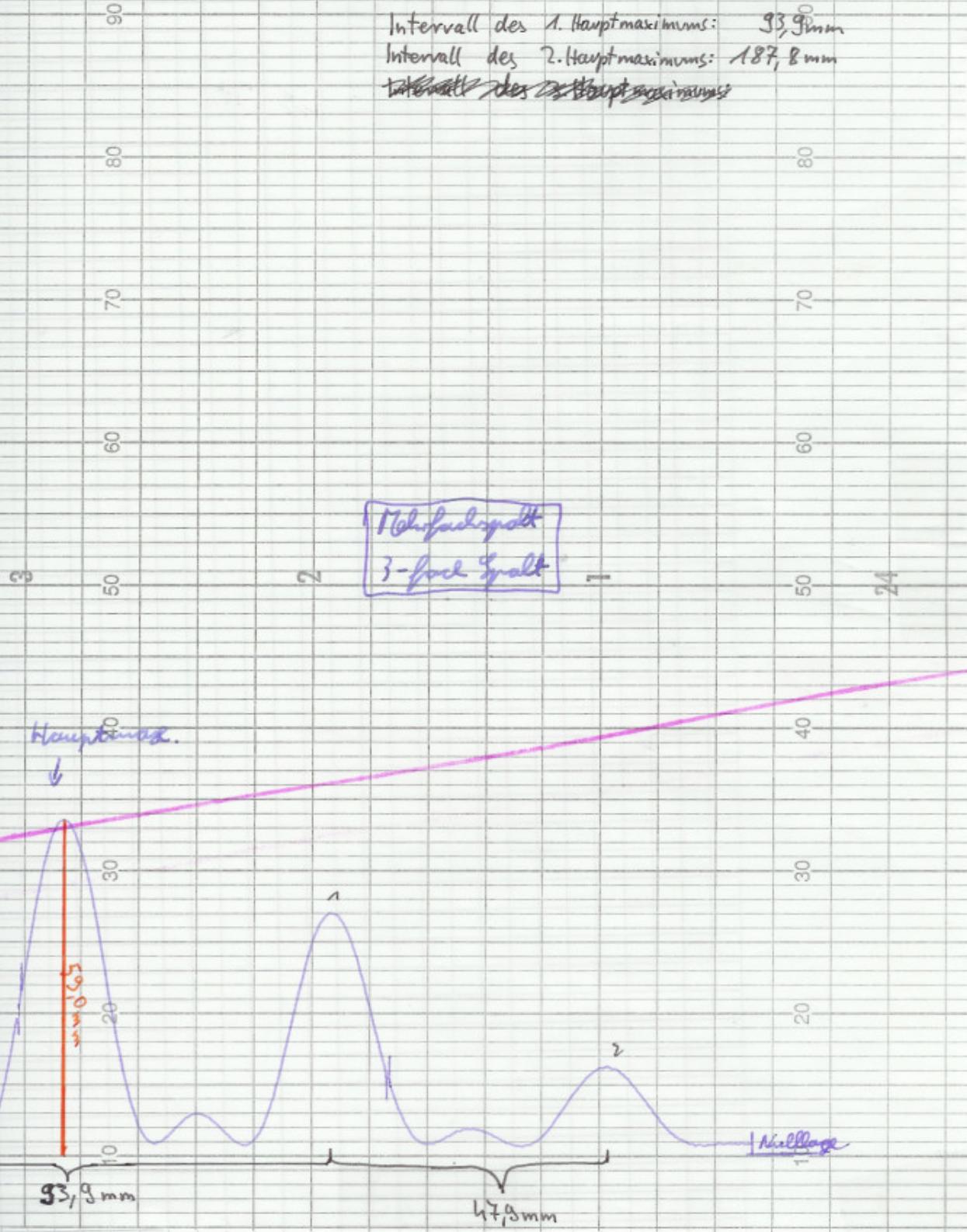
Abstand der Markierungen des Motors: $a = 65,0\text{mm}$

Gitterfunktion:

Intervall des 1. Hauptmaximums: $93,9\text{mm}$

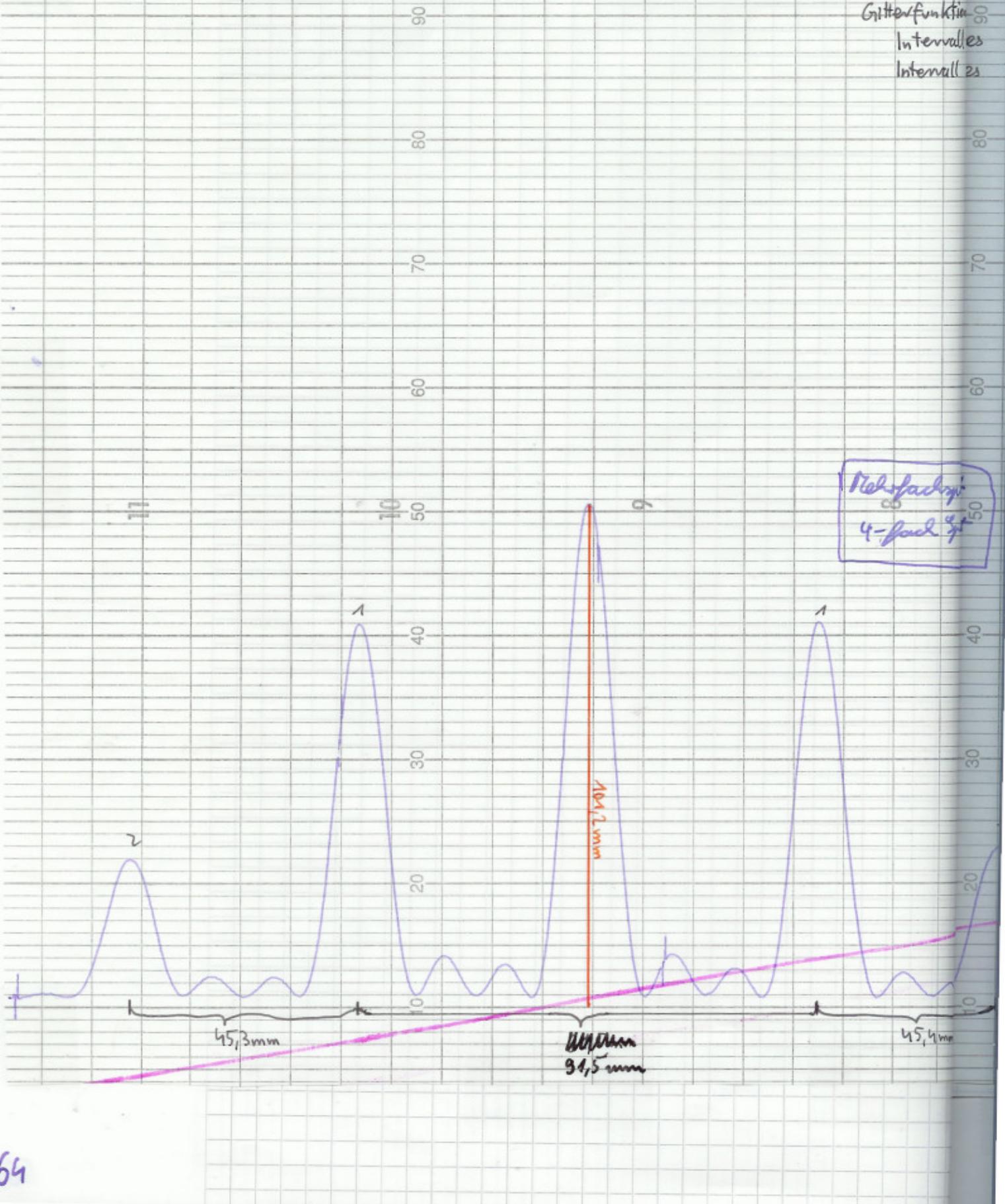
Intervall des 2. Hauptmaximums: $187,8\text{mm}$

~~Intervall des 3. Hauptmaximums~~



Abstand der Markierungsmögl.

Gitterfunktion
Intervall 1
Intervall 2

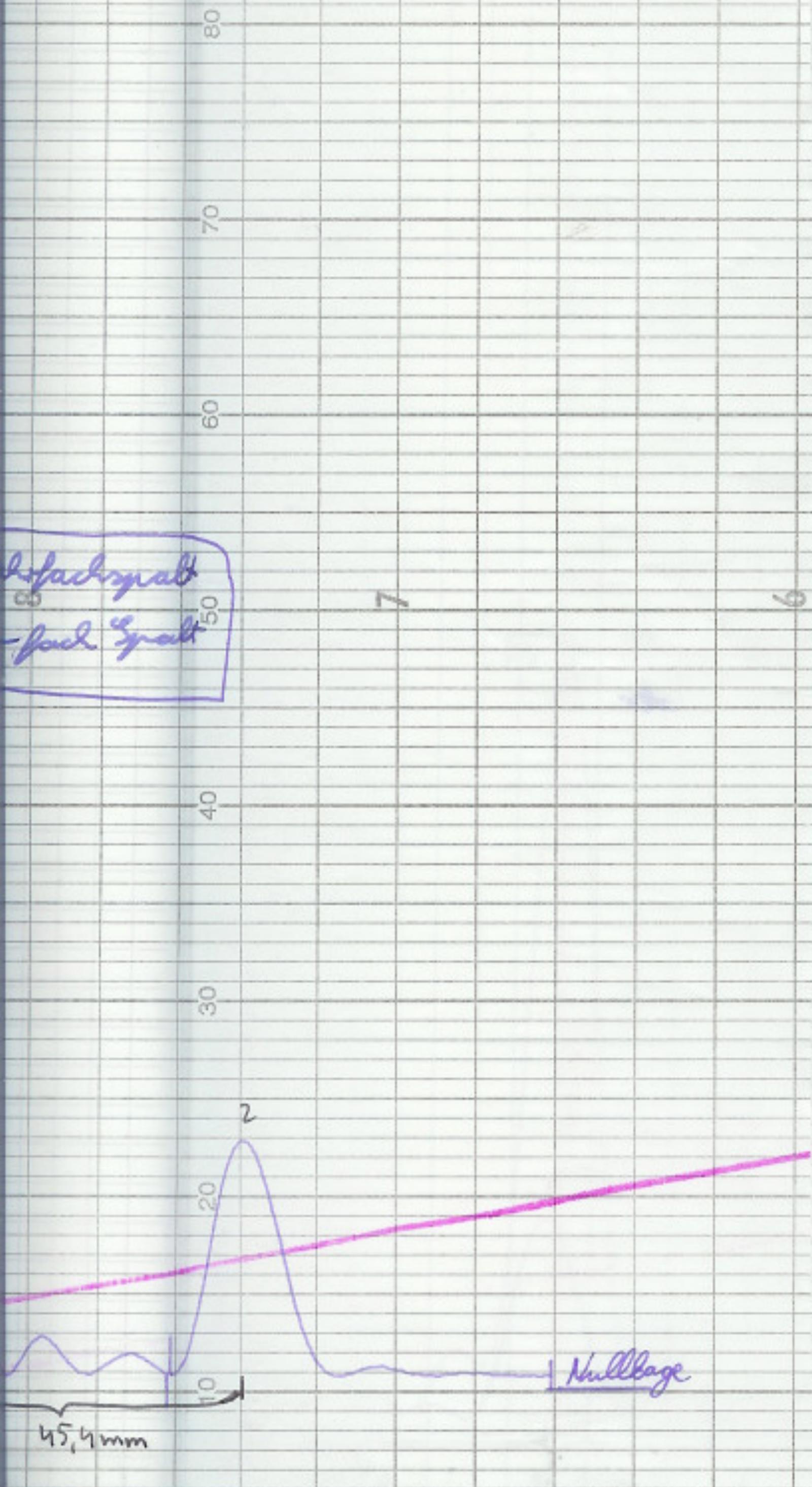


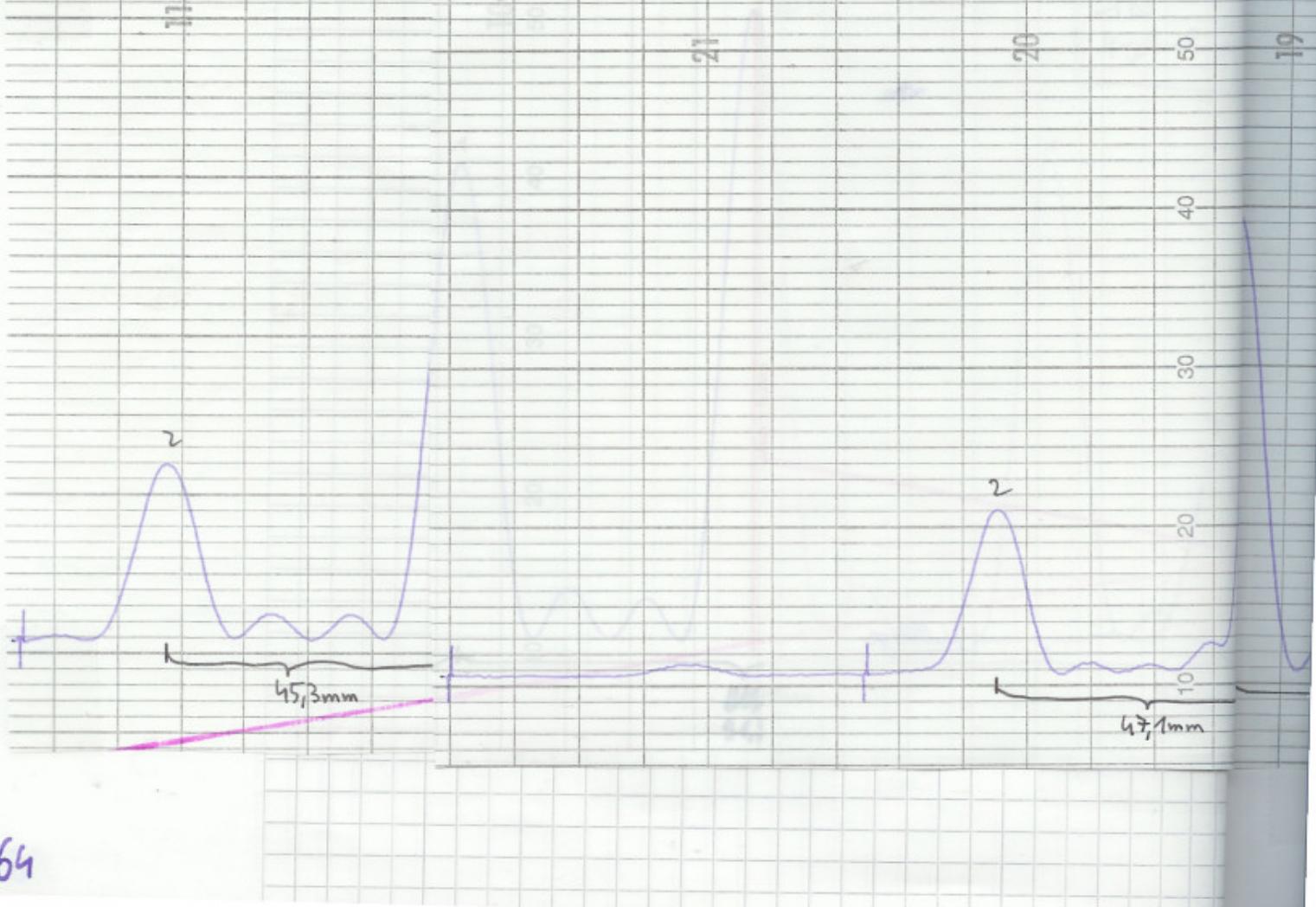
Tarkierungen des Motors: $a = 65,0 \text{ mm}$

Witterfunktion:

Intervall des 1. Hauptmaximums: 611ff. 91,5 mm

Intervall des 2. Hauptmaximums: 1611ff. 182,3 mm



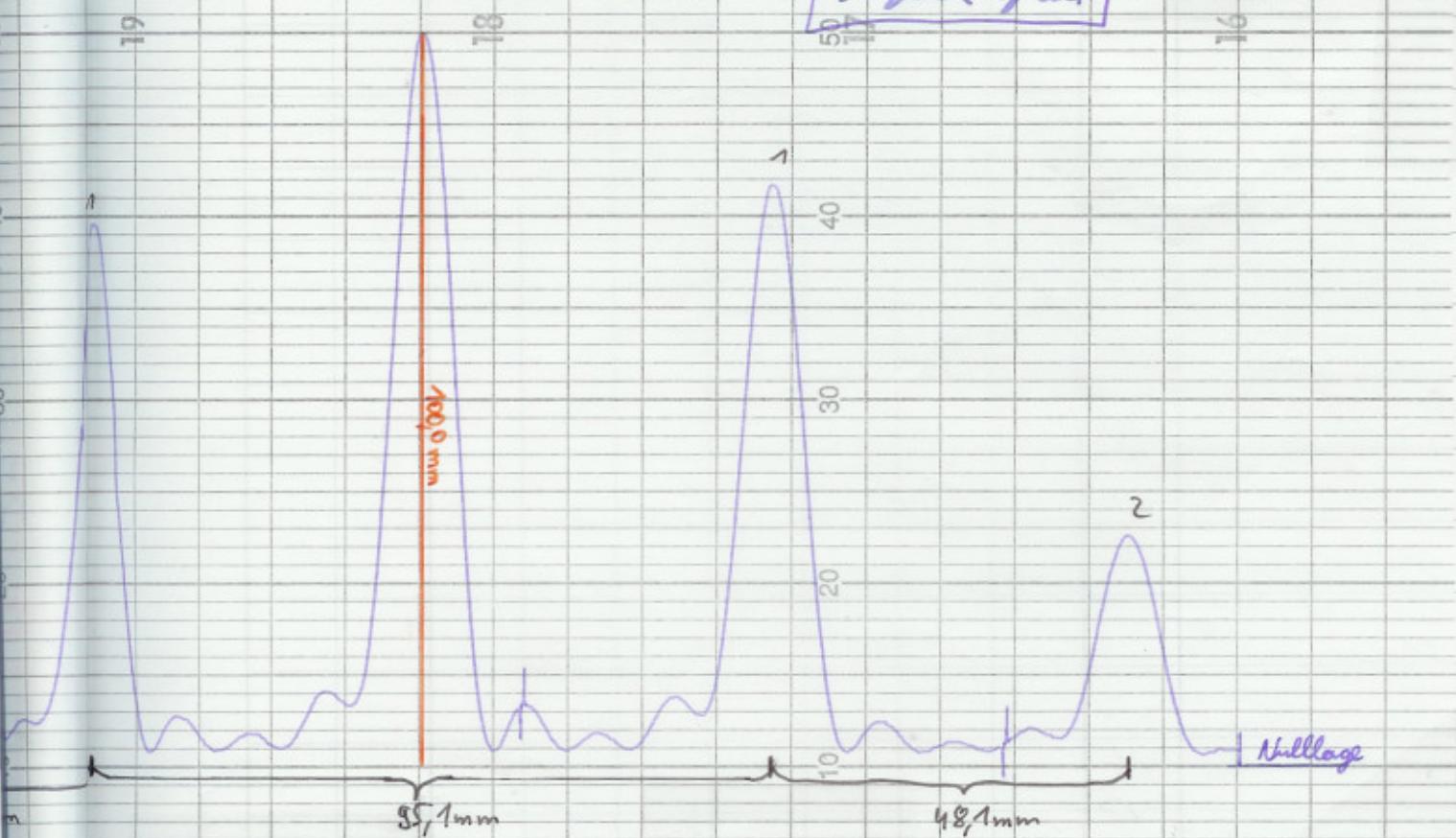


Abstand der Markierungen des Motors: $a = 65,0 \text{ mm}$

Gitterfunktion:

Intervall des 1. Hauptmaximums: 55 mm

Intervall des 2. Hauptmaximums: $130,3 \text{ mm}$



Nulllage