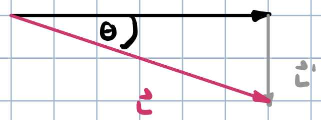
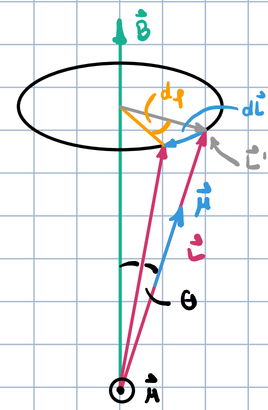
Auswertung MM

Herleitung Gleichung (7) → FzV Aufgabe 5





$L' = L \sin\theta$

KWN

$d\varphi \approx \tan(d\varphi) = \frac{dL}{L'}$

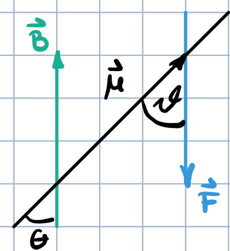
$\Rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} \rightsquigarrow M\,dt = dL = L'\,d\varphi = L \sin\theta \, d\varphi \quad (1)$

$\Rightarrow \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \overset{\vec{\mu} \parallel \vec{L}}{\Rightarrow} M = \mu \cdot B \cdot \sin\theta \quad (2)$

(2) in (1): $\mu \cdot B \cdot \cancel{\sin\theta}\, dt = L \cancel{\sin\theta}\, d\varphi \iff \boxed{\frac{d\varphi}{dt} = \Omega_p = \frac{\mu \cdot B}{L}}$

6.2 Statisches Kräftegleichgewicht

6.2.1 Herleitung Gleichung 5



$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \overset{!}{=} -\vec{\ell} \times \vec{F}_G$ im Gleichgewicht

$\mu \cdot B \sin\theta = mg\ell \sin\vartheta \rightsquigarrow$ Spulen waagerecht $\Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{F}_G \rightsquigarrow \theta \overset{!}{=} \vartheta$

$\Rightarrow \boxed{\mu \cdot B = \ell m g}$

[Legende]?

Kommentare

⇝ Winkel zur Vertikalen irrelevant

6.2.2 ℓmg gegen B

$\ell mg =: \alpha \rightsquigarrow \alpha(B) = \mu \cdot B$

Steigung

- Magnetfeld B wurde in Fragen zur Vorbereitung Nr. 3 berechnet ⇝ $B = 1{,}34\,\mathrm{mT} \cdot \frac{I}{A}$

  Fehler von I : $s_I(I) = (0{,}025 \cdot I + 0{,}1\,A)$

  $\rightsquigarrow s_B = \left| \frac{\partial B}{\partial I} s_I \right| = 1{,}34\,\mathrm{mT}\, \frac{s_I}{A}$

- Masse m ist die des Plastikgewichts, welche $m = 1{,}45$ g mit dem Ablesefehler $s_a = 0{,}01$ g. Dabei wird der Restfehler gleich den Ablesefehler abgeschätzt.

  $\rightsquigarrow s_m = \sqrt{s_R^2 + s_a^2} = \sqrt{2}\, s_a = 0{,}014$ g

  Masse des Alustabs wird vernachlässigt

- Erdbeschleunigung wird mit $g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$ abgeschätzt + [Literatur ?]

• ℓ als Abstand vom Zentrum der Kugel zur Unterkante des Plastikgewichts

$$\ell = \underbrace{\frac{d_K}{2} + \ell_g}_{} + \ell^* \quad , \quad \ell^* \,\hat{=}\, \text{eingestellte Länge zwischen Griff und Unterkante Plastikstück}$$
$$= \ell_{fest} + \ell^*$$

[Legende]?

Alle Strecken werden mit einem Messschieber gemessen $\Rightarrow \ell_{fest} = 40{,}8\ \text{mm}$

Fehler Messschieber: $s_M(x) = \left[(0{,}05\ \text{mm})^2 + (0{,}05 + 0{,}0001 \cdot x)^2\right]^{1/2}$, x in mm

$$\rightsquigarrow s_\ell = \left[\left(\frac{\partial \ell}{\partial d_K} s_M(d_K)\right)^2 + \left(\frac{\partial \ell}{\partial \ell_g} s_M(\ell_g)\right)^2 + \left(\frac{\partial \ell}{\partial \ell^*} s_M(\ell^*)\right)^2\right]^{1/2}$$
$$= \left[\frac{1}{4} s_M(d_K)^2 + s_M(\ell_g)^2 + s_M(\ell^*)^2\right]^{1/2}$$

$\Rightarrow$ Fehler von α:

$$s_\alpha = \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \ell} s_\ell\right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial m} s_m\right)^2\right]^{1/2} = g\left[(m s_\ell)^2 + (\ell s_m)^2\right]^{1/2}$$

Hier Tabelle aus Auswertung_MM und Zeichnung von Leo

$$\mu = \frac{\Delta \alpha}{\Delta B} = 488{,}77 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Nm}}{\text{T}}$$

Fehlerabschätzung von μ:
Die maximale Steigung (Max) und minimale Steigung (Min) wird mit Hilfe von Stützstellen im Intervall der Messwerte festgestellt. Dabei gehen alle Linien durch den Schwerpunkt.

Schwerpunkt: $S_B = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} B_i$, $S_\alpha = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \alpha_i$

Stützstellen $\text{Max}1 = (B_1 + s_{B_1}, \alpha_1)$, $\text{Max}2\,(B_9 - s_{B_9}, \alpha_9)$

$\text{Min}1 = (B_1 - s_{B_1}, \alpha_1)$, $\text{Min}2\,(B_9 + s_{B_9}, \alpha_9)$

$\Rightarrow \mu_{Max} = 604{,}64 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Nm}}{\text{T}}$, $\mu_{Min} = 408{,}99 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Nm}}{\text{T}}$

$\rightsquigarrow \mu = \frac{\mu_{max} - \mu_{min}}{2} = 97{,}825 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{Nm}}{\text{T}}$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = (0{,}49 \pm 0{,}10)\ \frac{\text{Nm}}{\text{T}}}$$

6.2.3 Keine Ursprungsgerade (Stichpunkte)

- Masse Alustab -> zusätzliches Drehmoment
- Griff ragt über Kugel raus $\rightsquigarrow$ verursacht auch zusätzliches Drehmoment

6.3 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels

6.3.1 Herleitung Gleichung 6

$$\left.\begin{aligned} |\vec{M}| &= \mu B \sin\theta \underset{\text{klein}}{\approx} \mu B \theta \\ \left|\frac{d\vec{L}}{dt}\right| &= \frac{d(J\omega)}{dt} = J\dot{\omega} = J\ddot{\theta} \end{aligned}\right\} \vec{M} \text{ wirkt Bewegung entgegen} \rightsquigarrow J\ddot{\theta} = -\mu B \theta$$

$$\rightsquigarrow \ddot{\theta} = -\underbrace{\frac{\mu B}{J}}_{=\omega^2} \theta \quad \rightsquigarrow \text{lineare Dgl 2. Ordnung Lösungsansatz: } \theta = e^{i\omega t}$$

$$\rightsquigarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\mu B}{J} \iff \boxed{T^2 = \frac{J 4\pi^2}{\mu} \frac{1}{B}}$$

6.3.2 Trägheitsmoment Kugel

Nach Aufgabe 6 aus Fragen zur Vorbereitung $J = \frac{2}{5} M R^2 = \frac{2}{5} M \left(\frac{d_k}{2}\right)^2$

$M = 141{,}8\ g$, $R = \frac{d_k}{2} = \frac{53{,}6\,mm}{2} = 26{,}8\ mm$ [Legende ?]

$\Rightarrow J = 4{,}073857 \cdot 10^{-5}\ kgm^2 \approx \underline{\underline{4{,}074 \cdot 10^{-5}\ kgm^2}}$

Masse mit Griff gemessen ⇝ aber vernachlässigbar gegenüber Gewicht der Kugel
↳ nicht abnehmbar

Fehler von J (Aus 6.2.2): $s_M = s_m = 0{,}014\ g$, $s_{dk} = 0{,}07\ mm$

$$s_J = \left[\left(\frac{\partial J}{\partial M} s_M\right)^2 + \left(\frac{\partial J}{\partial d_k} s_{dk}\right)^2\right]^{1/2} = \left[\left(\frac{1}{10} d_k s_M\right)^2 + \left(\frac{2}{5} M d_k s_{dk}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$= 2{,}1285145 \cdot 10^{-7}\ kgm^2$$

$$\Rightarrow \boxed{J = (4{,}074 \pm 0{,}021) \cdot 10^{-5}\ kgm^2}$$

6.3.3 T^2 gegen $\frac{1}{B}$

- Magnetfeld B mit Fehler des Stroms wie in 6.2.2 ⇝ $\frac{1}{B} = \frac{1}{1{,}34\,mT \frac{I}{A}}$

$$s_{\frac{1}{B}} = \left|\frac{\partial \frac{1}{B}}{\partial I} s_I\right| = \frac{1}{1{,}34\,mT \frac{I^2}{A}} \cdot s_I = \frac{1}{B} \cdot \frac{s_I}{I}$$

- Schwingungsdauer T für 10 Schwingungen ⇝ $T = \frac{T_{10}}{10} \Rightarrow T^2 = \frac{T_{10}^2}{100}$

$$s_{T^2} = \left|\frac{\partial T^2}{\partial T_{10}} s_{T_{10}}\right| = \frac{T_{10}}{50} s_{T_{10}}$$

Aus Versuch Mes Reaktionzeit entnommen $T_R = (0{,}188 \pm 0{,}013)\,s$

$$\text{wobei } s_{T_{10}} = \left[\underbrace{s_r^2}_{=\frac{s_a}{2}=0{,}005} + \underbrace{s_a^2}_{=0{,}01} + \underbrace{T_R^2}_{=0{,}188}\right]^{1/2} = 0{,}188332153$$

Hier Tabelle aus Auswertung_MM und Zeichnung von Leo

$\Rightarrow k = \frac{4\pi^2 J}{\mu}$ (Geradensteigung) $\Leftrightarrow \mu = \frac{4\pi^2 J}{k} = \frac{4\pi^2 \cdot 4{,}074 \cdot 10^{-5} kg m^2}{0{,}0051\, Ts^2} = 0{,}3153628 \frac{Nm}{T}$

Steigung k_{max} und k_{min} werden wie in 6.2.2 bestimmt dabei wird der Fehler $\left(\frac{1}{B_1} + s_{1/B_1} / n\right)$ durch n geteilt bis der Graph durch den Stützpunkt geht. (Hier n=3) Dies wird nur an den oberen Stützstellen angewendet werden

$\rightsquigarrow k_{max} = 0{,}0061\, Ts^2$, $k_{min} = 0{,}0043\, Ts^2$

Abschätzung von Fehler k : $s_k = \frac{k_{max} - k_{min}}{2} = 9 \cdot 10^{-4}\, Ts^2$

$s_\mu = \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial J} s_J\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial k} s_k\right)^2\right]^{1/2} = \left[\left(\frac{4\pi^2}{k} s_J\right)^2 + \left(\frac{4\pi^2 J}{k^2} s_k\right)^2\right]^{1/2}$

$= 0{,}0556761 \frac{Nm}{T}$

$\Rightarrow \boxed{\mu = (0{,}32 \pm 0{,}06) \frac{Nm}{T}}$

Bem:
keine Korrektur nötig $\rightsquigarrow$ schon Ursprungsgerade

6.4. Präzession sym Kugel

6.4.1 Herleitung Gleichung 7 → sieh Fragen zur Vorbereitung Aufgabe 5

$\Rightarrow \boxed{\Omega_P = \frac{\mu}{L} \cdot B}$

6.4.2 Drehimpuls L der Billardkugel

$\vec{L} = J_K \vec{\omega} \rightsquigarrow L = J_K \omega = J_K \cdot 2\pi f$

Aus 6.3.2 $\rightsquigarrow J_K = (4{,}074 \pm 0{,}021) \cdot 10^{-5}\, kgm^2$

Aus Protokoll $\rightsquigarrow f = 6{,}2$ Hz

Der Fehler s_f wird als 1,0 Hz abgeschätzt, da bei vorherigen Messungen sich herausgestellt hat, dass sich die Frequenz bei einer Umdrehung um fast einem Hertz erniedrigt hat. Wodurch der Ablesefehler vom Stroboskop gegenüber der Frequenzänderung vernachlässigbar klein ist

$\rightsquigarrow s_f = 1{,}0$ Hz $\rightsquigarrow f = (6{,}2 \pm 1{,}0)$ Hz

$\rightsquigarrow L = 4{,}074 \cdot 10^{-5} kg m^2 \cdot 2\pi \cdot 6{,}2 \frac{1}{s} = 1{,}58705 \cdot 10^{-3} \frac{kgm^2}{s}$

$s_L = \left[\left(\frac{\partial L}{\partial J_K} s_{J_K}\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial f} s_f\right)^2\right]^{1/2} = 2\pi\left[(f s_{J_K})^2 + (J_K \cdot s_f)^2\right]^{1/2} = 0{,}2561076 \cdot 10^{-3} \frac{kgm^2}{s}$

$\Rightarrow \boxed{L = (1{,}59 \pm 0{,}26) \cdot 10^{-3} \frac{kgm^2}{s}}$

6.4.3 Ω_P gegen B

- Magnetfeld B mit Fehler wie in 6.2.2
- $\Omega_P = \frac{2\pi}{T_P}$, $s_{T_n} = \sqrt{(0{,}005\,s)^2 + (0{,}01\,s)^2 + (0{,}20\,s)^2} = \underline{\underline{0{,}20\,s}}$

$$\underset{s_r = \frac{s_a}{2}}{(0{,}005\,s)^2} \quad \underset{s_a}{(0{,}01\,s)^2} \quad \underset{s_{zu}}{(0{,}20\,s)^2}$$

Dabei wurde durch die erschwerte Messung von T_n noch ein Fehler von $s_{zu} = 0{,}20\,s$ mit einberechnet (Startpunkt – Endpunkt, Reaktionszeit ...)

$\rightsquigarrow s_{\Omega_P} = \left| \frac{\partial \Omega}{\partial T_P} s_{T_P} \right| = \Omega_P \cdot \frac{s_{T_P}}{T_P}$

T_P wurde 3 Mal für jede Stromstärke gemessen $\rightsquigarrow T_P = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{3} T_n$

$\rightsquigarrow s_{T_P} = \frac{1}{3}\sqrt{3}\, s_{T_n}$ (aus Fehlerfortpflanzungsgesetz)

$= \underline{\underline{0{,}11547\,s}}$

Tabelle + Graphen von Leo aus Auswertung_MK

Steigung: $k = \frac{\mu}{L} \Leftrightarrow \mu = k \cdot L = 0{,}2925 \frac{1}{mTs} \cdot 1{,}59 \cdot 10^{-3} \frac{kgm^2}{s} = 0{,}465075 \frac{Nm}{T}$

Gleiche Methode wie in 6.2.2 für Fehler von k

$k_{max} = 0{,}3232 \frac{1}{mTs}$, $k_{min} = 0{,}2566 \frac{1}{mTs}$

Abschätzung $s_k = \frac{k_{max} - k_{min}}{2} = 0{,}0333 \frac{1}{mTs}$

$s_\mu = \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial L} s_L\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial k} s_k\right)^2 \right]^{1/2} = \left[(k s_L)^2 + (L s_k)^2 \right]^{1/2} = 0{,}05294705 \frac{Nm}{T}$

$\Rightarrow \boxed{\mu = (0{,}46 \pm 0{,}05) \frac{Nm}{T}}$

Bemerkung:
Ist schon Ursprungsgerade!
Keine Korrektur nötig