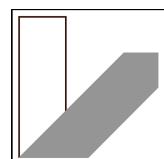


WS2010

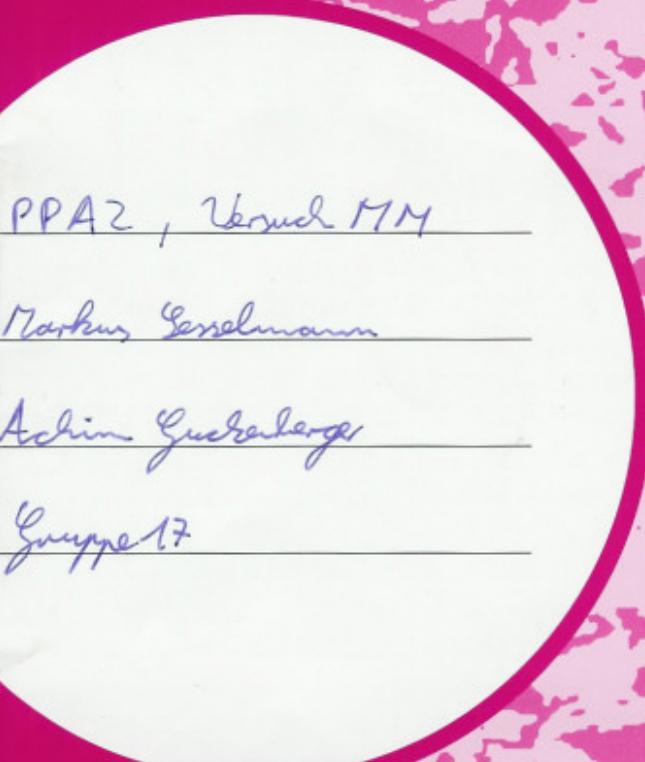
PPA2

Magnetisches Moment

Achim Guckenberger - Markus Sesselmann



it's CREATIVE SCHOOL.



26

D

**kariert
mit Rand**

VERSUCH: MAGNETISCHES MOMENT

1. Allgemeines

- Teilnehmer: Achim Gschamberger, Markus Endemann
- Datum: 13.1.11
- Titel des Versuchs: Versuch MM
- Versuchsort: An der Tür; Inventarnummer Konsole: MT 467 und 77360
(Inventarnummer)
- Gruppennummer: 17
- Betreuer: Christoph Kramer ✓

2. Einführung und Ziel

Das magnetische Dipolmoment, oft auch einfach magn. Moment genannt, ist ein grundlegendes Prinzip der Physik, und zwar immer dort, wo magnetische Dipole auftreten. So lassen sich die magn. Eigenschaften von Materie, d.h. ob ein Stoff para-, ferro- oder diamagnetisch ist, auf diese Größe zurückführen; z.B. leiten para- und ferromagn. Substanzen von sich aus ein magn. Dipolmoment, diamagn. Materialien jedoch nicht. Besitzt ein Atom ein solches Dipolmoment, so lässt sich dies nicht auf den (gesamten) Spin seiner Elektronen zurückführen.

Auf dem Prinzip, dass unterschiedl. Atome ^{je nach} ein anderes Verhalten bzgl. des magn. Dipols bei einem äußeren magn. Feld aufweisen, beruht die sog. Kernspinresonanzspektroskopie (in der Medizin in Form der Magnetresonanztomographie umgesetzt), welche zur Identifikation und

teilweise auch zur Tropfelbestimmung eines best. Atoms und/oder
in einer Bohne
Moleküls eingesetzt wird; dies ermöglicht auch die in der Medizin
so wichtige Abbilder der inneren Organe.

Das Ziel dieses Versuches ist, sich genauer mit dem Phänomen des
magn. Dipolmomenten beschäftigen, und dabei ^{auch} mechanische Effekte
wie die Präzession eines Kreisels oder die Schwingungsdauer eines
zyklärwinkelpendels kennen zu lernen und/oder zu wiederholen. ✓
OK

3. Fragen zur Vervollständigung

Aufgabe 1

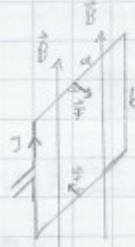
• Lorentz-Kraft auf Ladung q , die sich mit der Geschw. v senkrecht
zum B-Feld bewegt: $F_L = qvB$

Bei einem Draht der Länge l , mit Querschnittsfläche \tilde{A} und
Ladungsdichte n wirkt die Kraft also auf $n\tilde{A}$ Teilchen
 $\rightarrow F = n\tilde{A} \cdot F_L = n\tilde{A}qvB$ was ist n^2
→ Ladungsdichte?

Der Strom J ist definiert durch $J = n\tilde{A}v$ ($\tilde{A} \parallel \vec{v}$, d.h. die
Ladungen durchstoßen die Fläche senkrecht)

$\Rightarrow F = lJB$: Kraft auf einen Draht der Länge l , der von einem
Strom J durchflossen wird und sich senkrecht
zu B in einem homogenen Magnetfeld befindet. ✓OK

b) Hier:



Drehmoment auf oben Seite:

$$\text{M}_o = \frac{b}{2} \cdot F = \frac{1}{2} abJB$$

Drehmoment auf unten Seite:

$$\text{M}_u = \frac{1}{2} abJB$$

\Rightarrow Gesamtes Drehmoment (Seite II B liefern keinen Beitrag):

$M = \text{M}_o + \text{M}_u = abJB = AJB$, wobei $A = ab$ die Fläche der Leiterschleife ist.

(allg.)

Dies hätte man auch direkt durch die Formel

$$\mu = J \cdot A \quad \text{und} \quad M = \mu B \quad \text{erhalten können.} \quad \checkmark$$

c) Solange das B-Feld homogen und die Leiterschleife annähernd geschlossen ist, ist die Form irrelevant, da $\vec{\mu} = J \cdot \vec{A}$ und $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ unabh. von der Form sind.

Qualitativ:



die beiden Schleifen, sollten
die gleiche Flächen
haben!

Es zählen nur die senkrechten Komponenten eines kleinen Leiterschlusses (senkrecht zum B-Feld).

Deshalb erfasst die beiden kurzen Leiterschleifen das gleiche Drehmoment.

ein wenig ungenau!
 aber im Prinzip richtig,
 man kann ja die
 rechteckigen Leiterschl.
 in ① im kleiner
 werden lassen!

Aufgabe 2

- Annahme: äußeres Magnetfeld; $\vec{B}(\vec{r})$ ändert sich nur langsam

→ Taylor-Entwicklung um Ubergangs der i-ten Komponente von $\vec{B}(\vec{r})$: ✓

$$B_i(\vec{r}) = B_i(0) + \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_a B_i(a) \Big|_{a=0} + \dots \approx B_i(0) + \vec{r} \cdot \vec{\nabla}_a B_i(0) \quad \text{mit } \vec{\nabla}_a B_i(a) \Big|_{a=0} := \vec{\nabla}_a \vec{B}(0)$$

- Körper mit Stromdichteverteilung $\vec{j}(\vec{r})$ → Kraft und Drehmoment.

Für die Kraft gilt bekanntlich:

$$\vec{F} = -\frac{1}{c} \cdot \int_K \vec{B}(\vec{r}') \times \vec{j}(\vec{r}') dV' \quad \begin{matrix} \text{des Körpers} \\ \text{wobei } K \text{ das Volumen} \\ \text{bezeichnet, in dem} \\ \text{die Stromdichteverteilung vorliegt.} \end{matrix}$$

$$\rightarrow \vec{F} = -\frac{1}{c} \vec{B}(0) \times \int_K \vec{j}(\vec{r}') dV' - \frac{1}{c} \cdot \int_K (\vec{r}' \cdot \vec{\nabla}_a) \vec{B}(0) \times \vec{j}(\vec{r}') dV'$$

\hookrightarrow Vortragradient

- $\vec{B}(0) \times \int_K \vec{j}(\vec{r}') dV' = 0$, wenn dir $\vec{j} = 0$, was hier gegeben ist (Ladungen fließen aus K nicht heraus), da (x ist die 1. Komp. von \vec{r}'):

$$0 = \int_K (x' \cdot \operatorname{div} \vec{j}(\vec{r}')) dV' = \int_K \underbrace{(x' \cdot \frac{\partial j_x}{\partial x'} + j_x + x' \cdot \frac{\partial j_y}{\partial y'} + x' \cdot \frac{\partial j_z}{\partial z'})}_{= \frac{\partial(x' \cdot j_x)}{\partial x'}} dV' =$$

↑ 1. Komp. von \vec{j}

$$= \int_K \operatorname{div}(x' \cdot \vec{j}) dV' - \int_K j_x dV' = 1 \text{ Gauß'scher Satz}$$

$$= \underbrace{\int_A x' \cdot \vec{j} \cdot dA}_{=0} - \int_K j_x dV'$$

$\hookrightarrow = 0$, da \vec{j} in K und auf Oberflächen von K somit gilt: $\vec{j} = 0$

$$\Rightarrow \int_K j_x dV' = 0 \quad \text{Die anderen Komponenten analog. (*)}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{c} \cdot \int_K \vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r}' \cdot \vec{\nabla}_a) \vec{B}(0) dV'$$

\hookrightarrow OK

- Da es sich um ein äußeres Magnetfeld handelt: $\operatorname{rot} \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$

OK, können wir annehmen

Um die Notation zu vereinfachen: $\vec{B}(0) =: \vec{B}$

$$\rightarrow \vec{r}' \times (\vec{\nabla}_a \times \vec{B}) = \vec{\nabla}_a (\vec{r}' \cdot \vec{B}) - (\vec{r}' \cdot \vec{\nabla}_a) \vec{B} = 0 \quad \begin{matrix} \text{Formel für doppeltes Vektorprodukt} \\ \text{(*)} \end{matrix}$$

OK

- Nach Produktregel (bzw. Komponentenschreibweise) gilt ($b := \vec{r}' \cdot \vec{B} \in \mathbb{R}$):

$$\vec{\nabla}_a \times (b \vec{j}) = (\vec{\nabla}_a b) \times \vec{j} + b \cdot \underbrace{(\vec{\nabla}_a \times \vec{j})}_{=0, \text{da Ableitung bzgl. } \vec{a}, \text{ nicht } \vec{r}!} \quad (*)$$

Betrachte die x -Komponente des hinteren Terms und integriere darüber:

$$\int_K b \cdot (\vec{\nabla}_a \times \vec{j})_x dV' = \int_K (\vec{r}' \cdot \vec{B}(0)) \cdot \left(\frac{\partial j_x}{\partial y} - \frac{\partial j_y}{\partial z} \right) dV'$$

Mit dem Satz von Fubini folgt für den 1. Summanden:

$$\begin{aligned}
 \int_K (\vec{r}' \cdot \vec{B}(0)) \cdot \frac{\partial \vec{j}}{\partial y'} dV' &= \iint_{K'} dx' dy' \int_{\text{Untergrenze}}^{\text{Obergrenze}} (x' B_x + y' B_y + z' B_z) \cdot \frac{\partial \vec{j}}{\partial y'} dy' = \text{Partielle Integration bzgl. } y' \\
 &= \iint_{K'} dx' dy' \cdot \left([x' B_x + y' B_y + z' B_z] \cdot \vec{j}_z \Big|_{\text{Untergrenze}}^{\text{Obergrenze}} - \int_{\text{u.G.}} B_y(0) \cdot \vec{j}_z dy' \right) = \\
 &\quad \downarrow \vec{j} \neq 0 \text{ auf Rand, Konstant bzgl. } \vec{r}' \\
 &= B_y(0) \cdot \underbrace{\int_K \vec{j}_z(\vec{r}') dV'}_{=0 \text{ nach } (*4)} = 0
 \end{aligned}$$

Analoges folgt für die restlichen Terme und Komponenten

$$\Rightarrow \int_K (\vec{r}' \cdot \vec{B}(0)) \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{j}) dV' = 0 \quad (*)4$$

- Aus (*)2 folgt somit:

$$\begin{aligned}
 \vec{\tau} &= \frac{1}{c} \cdot \int_K \vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}_x) \vec{B}(0) dV' \stackrel{(*)2}{=} \frac{1}{c} \cdot \int_K \vec{j}(\vec{r}') \times \vec{\nabla}_x (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) dV' = (*)3 \\
 &= -\frac{1}{c} \cdot \int_K \left[\vec{\nabla}_x \times ((\vec{r}' \cdot \vec{B}) \cdot \vec{j}) - (\vec{r}' \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{\nabla}_x \times \vec{j}) \right] dV' = \\
 &\quad \downarrow = 0 \text{ nach } (*)3 \\
 &= -\frac{1}{c} \cdot \int_K \vec{\nabla}_x \times ((\vec{r}' \cdot \vec{B}) \cdot \vec{j}) dV' = -\frac{1}{c} \cdot \vec{\nabla}_x \times \int_K (\vec{r}' \cdot \vec{B}) \cdot \vec{j}(\vec{r}') dV' \quad (*)6
 \end{aligned}$$

- Für beliebige $\vec{\tau}$ gilt: $\int_K \vec{j}(\vec{r}') \cdot (\vec{\tau} \cdot \vec{\nabla}'') dV' = -\frac{1}{c} \cdot \vec{\tau} \times \int_K (\vec{\nabla}'' \times \vec{j}(\vec{r}')) dV' \quad (*)7$

Beweis: Formel für doppeltes Vektorprodukt:

$$\vec{\tau} \times (\vec{\tau}' \times \vec{j}(\vec{r}')) = (\vec{\tau} \cdot \vec{j}(\vec{r}')) \cdot \vec{\tau}' - \vec{j}(\vec{r}')) \cdot (\vec{\tau} \vec{\tau}') ; \quad \vec{j}(\vec{r}') =: \vec{j}$$

$$\cdot \text{zu zeigen: } \int_K (\vec{\tau} \vec{\tau}') \cdot \vec{j} dV' = - \int_K (\vec{\tau} \vec{j}) \vec{\tau}' dV' \quad (*)5$$

• Betrachte x-Komponente: $\int_K (xx' + yy' + zz') j_x dV'$
der linken Seite

Betrachte weiter nur den 2. Term, wobei y bzgl. der Integration konst. und somit vor das Integral gezogen werden kann.

• Weiter gilt: $j_x = j_x + x' \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{j}$, da $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \operatorname{div} \vec{j} = 0$

$$\begin{aligned}
 &= (\vec{\nabla} \cdot x') \cdot \vec{j} + x' \cdot \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = \text{Produktregel rückwärts} \\
 &= \underbrace{\vec{\nabla} \cdot (x' \vec{j})}_{\text{Wie folgt das?}}
 \end{aligned}$$

• Es folgt für den 2. Term der x-Komponente (ohne y):?

$$\text{Wo kommt das} \quad \int_K y' j_x dV' = \int_K \vec{\nabla} \cdot (x' \vec{j}) \cdot y' dV' = \text{Partielle Integration}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Flächenintegral} \quad &= \int_A y' \cdot x' \cdot \vec{j} \cdot dA - \int_K x' \vec{j} \cdot \vec{\nabla} y' dV' = - \int_K x' \cdot \vec{j} \cdot \hat{e}_y dV' = - \int_K x' \cdot j_y dV' \\
 &\quad \downarrow \text{W?} \quad = 0, \text{ da } \vec{j}(\vec{r}') \text{ auf Oberfl. A von Körper K steht.}
 \end{aligned}$$

$$\text{D.h.: } \int_K \gamma' j_x dV' = - \int_K x'_i \cdot j_y dV'$$

Allg. gilt also: $\int_K x'_i j_{x_i} dV' = - \int_K x'_{j_i} \cdot j_i dV'$ für $i \neq k$ ja ok!

Für die i -te Komponente von (*5) gilt folglich:

$$\int_K \sum_{i=1}^3 x_i x'_i j_{x_i} dV' = - \int_K \sum_{i=1}^3 x_i j_i x'_{j_i} dV'$$

$$\text{bzw. } \int_K (\hat{\tau} \hat{\tau}') j_{x_i} dV' = \int_K (\hat{\tau} \hat{j}) x'_{j_i} dV'$$

$\Rightarrow (*5)$ richtig

Somit folgt für den vorsprgl. zu zeigenden Term:

$$-\frac{1}{2} \hat{\tau} \times \int_K (\hat{\tau}' \times \hat{j}) dV' = -\frac{1}{2} \cdot \int_K \hat{\tau} \times (\hat{\tau}' \times \hat{j}) dV' =$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int_K \hat{j} \cdot (\hat{\tau} \hat{\tau}') dV' - \int_K \hat{\tau}' \cdot (\hat{\tau} \hat{j}) dV' \right] = 1 (*5)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[\int_K \hat{j} \cdot (\hat{\tau} \hat{\tau}') dV' + \int_K \hat{j} \cdot (\hat{\tau} \hat{\tau}') dV' \right] = \int_K \hat{j} \cdot (\hat{\tau} \hat{\tau}') dV' \quad \text{mit } \hat{j} = \hat{j}(\hat{\tau}')$$

- Anwendung von (*7) auf (*6), indem $\hat{\tau} := \vec{B}$ gesetzt wird (\vec{B} wähl. von $\hat{\tau}'$):

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{2c} \cdot \vec{\nabla}_a \times \left[\vec{B} \times \int_K \hat{\tau}' \times \hat{j}(\hat{\tau}') dV' \right] = \vec{\nabla}_a \times \underbrace{\left[\vec{B} \times \int_K \frac{\hat{\tau}' \times \hat{j}(\hat{\tau}')}{2c} dV' \right]}$$

Dies ist lehramtlich = $\vec{\mu}$

$$\Rightarrow \vec{F} = \vec{\nabla}_a \times (\vec{B} \times \vec{\mu}) = \text{Formel für doppeltes Vektorprodukt}$$

$$= \text{VektA} (\vec{\nabla}_a \vec{\mu}) \vec{B} - \vec{\mu} \cdot (\vec{\nabla}_a \vec{B}) = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}_a) \vec{B} - \vec{\mu} \cdot (\vec{\nabla}_a \vec{B})$$

ausgen.

- Der Fluss durch eine geschlossene Oberfläche verschwindet: $\text{div } \vec{B} = \vec{\nabla}_a \vec{B}(a) \Big|_{a=0} = 0$

$$\Rightarrow \vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}_a) \vec{B}(a) \Big|_{a=0}$$

$$\Rightarrow \text{Für die } z\text{-Komponente folgt: } F_z = \mu_z \cdot \frac{dB_z}{dz}$$

$$\text{eigentlich } \vec{F} = \vec{\nabla} (\vec{\mu} \cdot \vec{B})$$

eine Holleitung macht mir am Kopf zu brechen 0

Vorallam do Beweis 0

-0,5

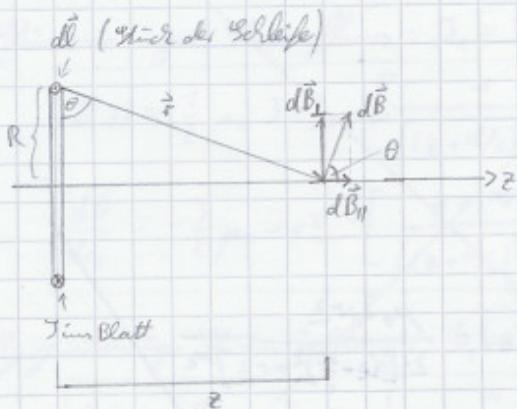
a

↑ wenn ihr anderer
Nenner soll erklärt
mir das bitte normal!

Es geht auf jeden Fall kurzer 0

Aufgabe 3

a) Biot-Savart-Gesetz: $d\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} \cdot (dl \times \hat{r})$



Wegen Rotationssymmetrie
um z richten sich alle

$$dB_{\perp} = dB \cdot \sin \theta \text{ weg.}$$

Kreisradius: R

\rightarrow Nur dB_{\parallel} liefert Beitrag: $dB_{\parallel} = dB \cdot \cos \theta$

Wegen $dl \perp \hat{r}$ gilt: $dB = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} \cdot dl \cdot r = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} \cdot dl \cdot \frac{R}{\cos \theta} = r$

$$\rightarrow B_{\parallel} = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} \cdot R \cdot \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 J R^2}{2 \cdot r^3}$$

Aufzählen: $r^2 = z^2 + R^2$

$$\Rightarrow B(z) = B_{\parallel} = \frac{\mu_0 J R^2}{z \cdot (z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\vec{B} \text{ ist stets parallel zu Flächennormale})$$



\rightarrow lange ($l \gg R$) Zylinderspule besitzt konstante

b) Eine Zylinderspule kann als kreisförmige Leiterschleife gewälzt werden, wenn man sich weit von der Spule entfernt befindet, dann von Fern können die einzelnen Windungen und die Länge nicht mehr „aufgelöst“ werden. „Fern“ bedeutet hier, dass die Entfernung zu Spule groß gegenüber deren Böhle Länge ist.

Weiterhin muss die Anzahl der Windungen N noch beachtet werden, da durch eine Leiterschleife der Strom J, durch N Windungen der Strom NJ fließt.

\rightarrow Wenn der mittlere Spulenumfang $r_m = R$ ist, so folgt im Näherung somit:

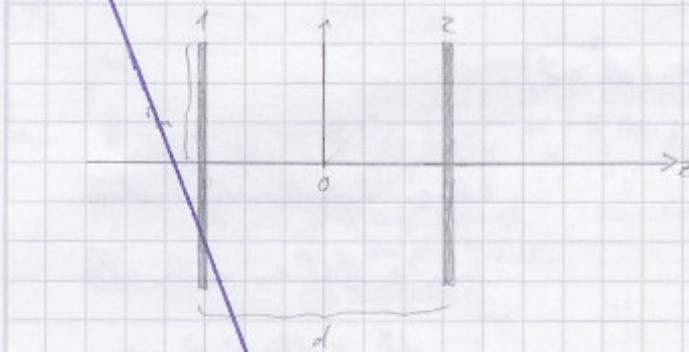
$$B_{\text{Spule}}(z) \approx \frac{1}{2} \mu_0 N J \cdot \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$



Aber uns interessiert, ob das Feld innerhalb der Spule bzw. Spulenpaar, also wäre der Spule!

Vielmehr muss die Drahtwicklung klein gegenüber dem Radius und der Länge der Spule sein! -0,5

Aufgabe 4



$$B_1(z) = \frac{\mu_0 J_1 r_m^2}{2 \cdot [(z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2]^{3/2}}, \quad B_2(z) = \frac{\mu_0 J_2 r_m^2}{2 \cdot [(z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2]^{3/2}}$$

1) $|z| > \frac{d}{2}$: \vec{B}_1 und \vec{B}_2 zeigen in die selbe Richtung

$$\rightarrow B(z) = B_1(z) + B_2(z) =$$

$$= \frac{\mu_0 r_m^2}{2} \cdot \left[\frac{J_1}{((z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} + \frac{J_2}{((z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} \right]$$

$$\rightarrow \frac{dB}{dz} = \frac{\mu_0 r_m^2}{2} \cdot \left[-\frac{3}{2} \cdot \frac{J_1}{((z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{5/2}} \cdot 2 \cdot (z + \frac{d}{2}) - \frac{3}{2} \cdot \frac{J_2 \cdot 2 \cdot (z - \frac{d}{2})}{((z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{5/2}} \right] =$$

$$= -\frac{3}{2} \cdot \mu_0 r_m^2 \cdot \left[\frac{J_1 \cdot (z + \frac{d}{2})}{((z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{5/2}} + \frac{J_2 \cdot (z - \frac{d}{2})}{((z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{5/2}} \right]$$

• Gleichnamiger Stromfluss: $J_1 = J_2 =: J$:

$$B(z) = \frac{1}{2} \mu_0 J r_m^2 \cdot \left[\frac{1}{((z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} + \frac{1}{((z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} \right]$$

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{3}{2} \mu_0 r_m^2 \cdot J \cdot \left[\frac{z + d/2}{((z + d/2)^2 + r_m^2)^{5/2}} + \frac{z - d/2}{((z - d/2)^2 + r_m^2)^{5/2}} \right]$$

• Gegenständiger Stromfluss: $J_1 =: J$, $J_2 = -J$:

$$B(z) = \frac{1}{2} \mu_0 J \cdot r_m^2 \cdot \left[\frac{1}{((z + \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} - \frac{1}{((z - \frac{d}{2})^2 + r_m^2)^{3/2}} \right]$$

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{3}{2} \mu_0 J r_m^2 \cdot \left[\frac{z + d/2}{((z + d/2)^2 + r_m^2)^{5/2}} - \frac{z - d/2}{((z - d/2)^2 + r_m^2)^{5/2}} \right]$$

195

$z=0, N = 0,0013935$

0

-0,0176206

2) $|z| < \frac{d}{2}$: \vec{B}_1 und \vec{B}_2 zeigen in entgegengesetzte Richtungen:

$$\rightarrow B(z) = B_1(z) - B_2(z) \quad (\vec{B}_2 \text{ nach links}, \vec{B}_1 \text{ nach rechts})$$

• Gleichmäßiger Stromfluss: $J_1 = J_2 =: J$:

$$B(z) = \frac{1}{2} \mu_0 J r_m \cdot \left[\frac{1}{(z + d/2)^2 + r_m^2} - \frac{1}{(z - d/2)^2 + r_m^2} \right]$$

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{3}{2} \mu_0 J r_m \cdot \left[\frac{z + d/2}{(z + d/2)^2 + r_m^2} - \frac{z - d/2}{(z - d/2)^2 + r_m^2} \right]$$

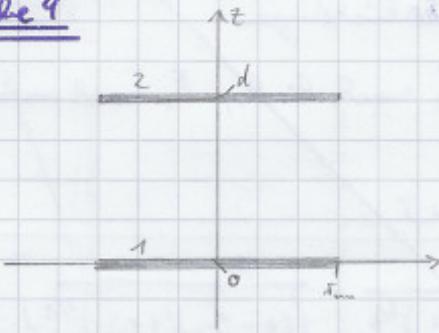
• Gegenläufige Stromrichtung: $J_1 =: J, J_2 = -J$:

$$B(z) = \frac{1}{2} \mu_0 J r_m \cdot \left[\frac{1}{(z + d/2)^2 + r_m^2} + \frac{1}{(z - d/2)^2 + r_m^2} \right]$$

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{3}{2} \mu_0 J r_m \cdot \left[\frac{z + d/2}{(z + d/2)^2 + r_m^2} + \frac{z - d/2}{(z - d/2)^2 + r_m^2} \right]$$

Aufgabe 4

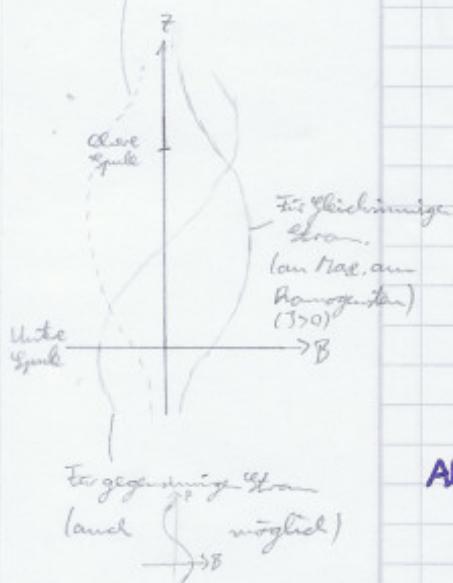
a)



$$B_1(z) = \frac{1}{2} \mu_0 N J \cdot \frac{r_m^2}{[z^2 + r_m^2]^{3/2}}, \quad B_2(z) = \frac{1}{2} \mu_0 N J \cdot \frac{r_m^2}{[(z-d)^2 + r_m^2]^{3/2}}$$

In einer gewissen Umgebung um $z=0$ bzw. $z=d$ verlieren diese Formeln nach Aufgabe 3, S. 5 ihre Gültigkeit.

Für gleichmäßige Strom (nur $J < 0$)



Ableitung:

$$\frac{dB}{dz} = \frac{1}{2} \mu_0 N r_m^2 \cdot \left[-\frac{3}{2} \cdot \frac{J_1}{[z^2 + r_m^2]^{5/2}} \cdot 2z - \frac{3}{2} \cdot \frac{J_2}{[(z-d)^2 + r_m^2]^{5/2}} \cdot 2 \cdot (z-d) \right]$$

$$\rightarrow \frac{dB}{dz}(z) = -\frac{3}{2} \mu_0 N r_m^2 \cdot \left[\frac{J_1 \cdot z}{[z^2 + r_m^2]^{5/2}} + \frac{J_2 \cdot (z-d)}{[(z-d)^2 + r_m^2]^{5/2}} \right]$$

Stromfluss J : · gleichmäßig: $J_1 = J_2 = J$

· gegenwärtig: $-J_1 = J_2 = J$

\vec{B} auf z -Achse:

· obere Spule

· Gleichmäßig:

· untere Spule

· Gegenwärtig:

entweder

oder

b) Mit den Werten $r_m = 105,42 \text{ mm}$, $d = 140,05 \text{ mm}$,

$$N = 195 \text{ (Sieht S. MM-4 dan)}$$

ergibt sich in der Mitte der Spule ($z = \frac{d}{2}$):

- Gleichmäßiger Stromfluss: $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = \mathcal{J}$:

$$B\left(\frac{d}{2}\right) = 0,0013435 \frac{T}{A} \cdot \mathcal{J} \approx 1,34 \frac{\text{mT}}{A} \cdot \mathcal{J}$$

$$\frac{dB}{dz}\left(\frac{d}{2}\right) = 0$$

- Gegenseitiger Stromfluss: $-\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = \mathcal{J}$:

$$B\left(\frac{d}{2}\right) = 0$$

$$\frac{dB}{dz}\left(\frac{d}{2}\right) \approx 0,0176206 \frac{\text{TA}}{\text{m}} \cdot \mathcal{J} \approx 1,76 \cdot 10^{-2} \frac{\text{TA}}{\text{m}} \cdot \mathcal{J}$$

✓

An dieser Stelle ist auch die Beantwortung der Einheitsfrage zu

Sieht S. MM-2 am besten aufgeholt:

Kann man keine fikt. mагн. Monopole herstellen, da die mагн. Feldlinien nirgends enden, sondern stets geschlossen sind. Dies läuft sich besonders leicht durch eine Spule und Eisenplatten visualisieren.
D.h. beim Zuschließen eines Magneten nimmt das Feld zwar ab, aber es die Linien sind trotzdem noch geschlossen; d.h. es liegt die selbe Situation wie vorher vor.

OK

Aufgabe 5

Wir haben keine
Helmholzspulen!

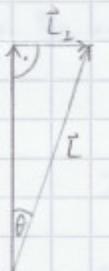
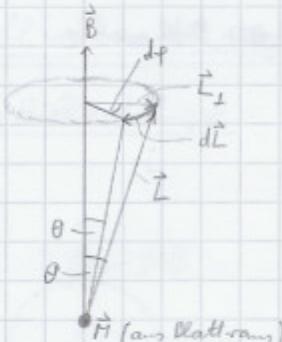
Unter einer Helmholzspule versteht man die Anordnung aus Aufgabe 4 (d.h. 2 runde Spulen mit gleicher Windungszahl N und gleichem (großen) Radius r_m) die gleichmäßig von einem Strom I durchflossen werden und deren Abstand d so gewählt ist, dass sich im Zentrum nahe der Spulenachse möglichst ein homogenes Magnetfeld ergibt. Dies ist der Fall, wenn gilt:

$$d = r_m$$

Insh. ist der Feldgradient im Zentrum Null (\rightarrow Homogenität von B).

Eine Anti-Helmholz-Spule oder auch Maxwell-Spule genannt besteht aus dem gleichen Aufbau, nur dass die Spulen gegenseitig vom Strom I durchflossen werden und der Feldgradient möglichst konstant soll.
Dies wird für $d = \sqrt{3} \cdot r_m$ erreicht. ✓

Aufgabe 6



$$L_\perp = L \cdot \sin \theta$$

$$d\varphi \approx \tan(d\varphi) = \frac{d\vec{L}_\perp}{d\vec{L}}$$

Der Zusammenhang zw. Drehmoment \vec{M} und Drehimpuls \vec{L} ist $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

$$\rightarrow M \cdot dt = dL = L_\perp \cdot d\varphi$$

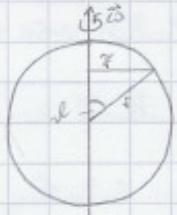
$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L_\perp}$$

Winkelgeschw. der Präzession: $\Omega_p = \frac{d\varphi}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega_p = \frac{M}{L_\perp} = \frac{M}{L \cdot \sin \theta}}$$



Aufgabe 7



\tilde{r} : Abstand Massenelementen zu Drehachse

$$\tilde{r} = r \cdot \sin \frac{\theta}{2}$$

Das Trägheitsmoment ist (Kugelmasse: M)

$$J_{\text{kugel}} = \int_M \tilde{r}^2 \cdot dm = \quad | \, dm = g \cdot dV, g = \text{konst} = \text{Dichte}$$

$$= g \cdot \int_{\text{Kugel}} r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} dV = \quad | \, \text{Kugelkoord.; Kugelradius: } R$$

$$\hookrightarrow dV = r^2 \sin \theta dr d\varphi d\theta$$

$$= g \cdot \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin^3 \theta \int_0^R r^4 dr =$$

$$= g \cdot 2\pi \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} R^5 = \frac{8}{15} \pi g R^5 = \quad | \, g = \frac{M}{V_{\text{kugel}}} = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$= \frac{8}{15} \pi R^5 \cdot \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\Rightarrow J_{\text{kugel}} = \frac{2}{5} M R^2 \quad \checkmark$$

Drehimpuls:

$$\vec{L} = J_{\text{kugel}} \cdot \vec{\omega} = \frac{2}{5} M R^2 \cdot \vec{\omega}$$

✓

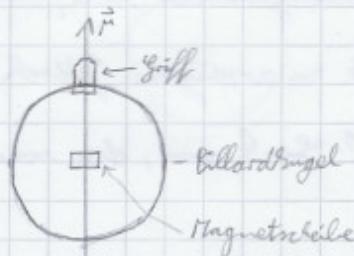
3/4

ChP

4. Aufbau und Durchführung

4.0 Gezielte verwendete Objekte

4.0.1 Die Billardkugel



In der Mitte einer Billardkugel befindet sich ein zylindrischer Eisenzweimagnet, dessen Dipolmoment μ zu bestimmen ist und

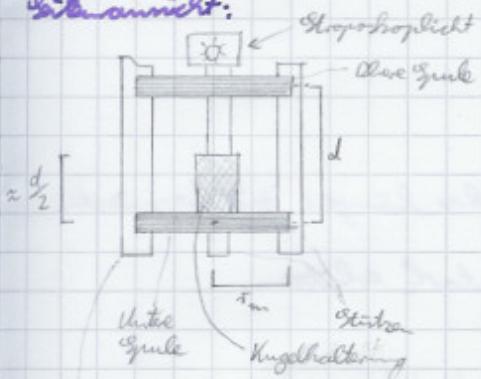
welches Metall von Kugelmittelpunkt zum Griff zeigt.

Weiterhin ist im Griff ein Loch, in das ein Aluminiumstab gesteckt werden kann, und ein weißer Punkt, welcher zur Bestimmung der Rotationsfrequenz der Kugel verwendet wird.

Masse Kugel: m_k

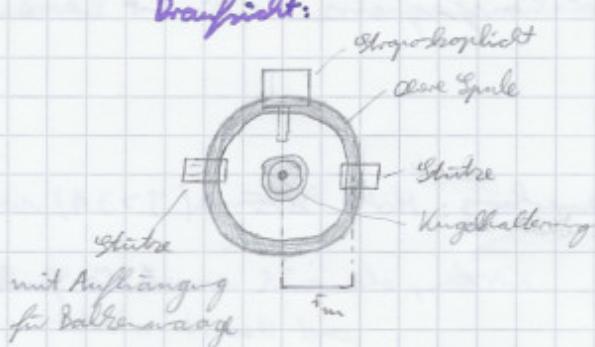
4.0.2 Spulen und Billardkugelhalter

Seitenansicht:



Unter Spule
Stütze
Kugelhalterung

Draufsicht:



Stütze mit Aufhängung für Balkenwaage

Daten Spulen: · Windungsanzahl: $N = 195$

- Mittlerer Spulendurchmesser: $r_m = 105,42 \text{ mm}$
- Abstand Spulen: $d = 140,05 \text{ mm}$
- Liniendurchmesser Kugelformfaktor (Durchmesser = $1,024 \text{ mm}$; AWG # 18, AWG = American Wire Gauge)

Die Richtung und Stärke der Ströme durch die Gruben kann mithilfe des Schaltzeitpunktes variiert werden. Nach Aufg. 5, S.10 müssen die Stromrichtungen durch die beiden Gruben entgegengesetzt sein, um einen ca. homogenen Feldgradienten und gleichgerichtet sein, um ein möglichst homogenes Feld in der Mitte zu erzeugen. Jedoch liegt hier weder eine Hahnholts- noch eine Rossell- Grube vor, da sowohl $r \neq d$ also auch $d \neq \sqrt{3} \cdot r_m$ (vgl. S.10) ist.

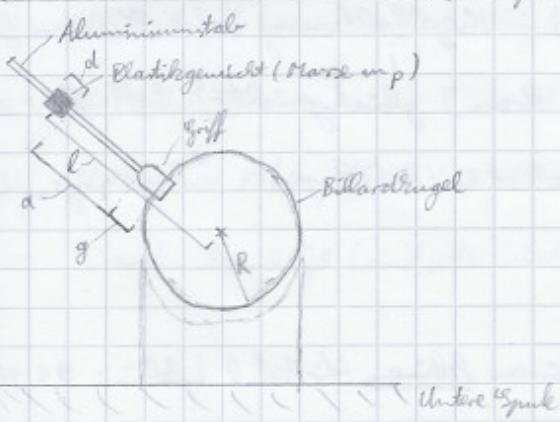
OK

In der Kugelhalterung für die Billardkugel befindet sich am kleinen Loch am Boden, durch das Luft gedrückt werden kann, um die Kugel mittels einer Luftkissen weitgehend reibungsfrei zu lagern. Die Luftpumpe kann dabei am Schaltzeitpunkt an- und ausgeschaltet werden.

Eigentlich über das Schaltzeit kann das Stroboskoplicht angesteuert werden (Aktivierung und Frequenz), deren Frequenz für 10s angezeigt und nach weiteren 10s aktualisiert wird. Im Zusammenspiel mit der weißen Markierung am Griff der Kugel kann somit deren Rotationsfrequenz bestimmt werden.

Bemerkung: Hohe Ströme ($J > J_A$) sollten über längere Zeit vermieden werden, da sich sonst die Gruben zu stark erhitzen.
und damit erhöht sich der Widerstand des Kupfdrahtes

4.1 Statik des Kräftegleichgewichts



Radius Kugel: R , Durchmesser: $D=2R$

Abstand Masse - Zentrum: l

Abstand Masse - Griff: a

Länge Griff: g

Masse Blattgewicht: m_p

„Länge“ Gewicht: d

- Gleichmäßiger Stromfluss für homogenes Feld (Strom: J), Feldrichtung: „Up“
- Luftspur am
- l (und damit auch a) variabel

Durchführung:

- Verschieben der Masse m_p und Messung von a
- Einstellen des Stromes J , so dass Kugel in Ruhe

Diese Schritte werden mindestens 6 mal wiederholt (für versch. J).

Welche physikalische Tatsache

wird hier ausgenutzt?

4.2 Schwingungsdauer eines gekrümmten Balkels

- Aufbau: Billardkugel (Masse m_k) in Kugelhalterung (ohne Stab im Griff)
 - Homogenes Magnetfeld (I_{strom}) gleichgerichtet), Luftspur am Griff
 - Griff zeigt zunächst nach oben (Ruhelage) \rightarrow Richtung: „Up“

- Durchführung:

Die Kugel wird am Griff um einen kleinen Winkel θ (Soll: $\theta < 10^\circ$, damit Kleinwinkel Näherung $\sin \theta \approx \theta$, θ in rad, zulässig) ausgeknickt und die Zeit T_s für 10 volle Schwingungen gemessen. Vor dem Start der Stoppuhr wird 1 volle Schwingung abgewartet. („Voll“ bedeutet 1 mal hin- und zurückschwingen.)

Dies wird mindestens 10 mal wiederholt.

OK

4.3 Präzession eines symmetrischen Kreisels

- Anfang:
 - Billardkugel (Massen m_k) in Kugelhaltung (ohne Stab im Griff)
 - Luftstrahl an
 - Homogenes Magnetfeld (J gleichgerichtet) und Gyroskoplicht werden benötigt (indem sie nicht durchgehend aktiv)

→ Richtung "Up"

Durchführung:

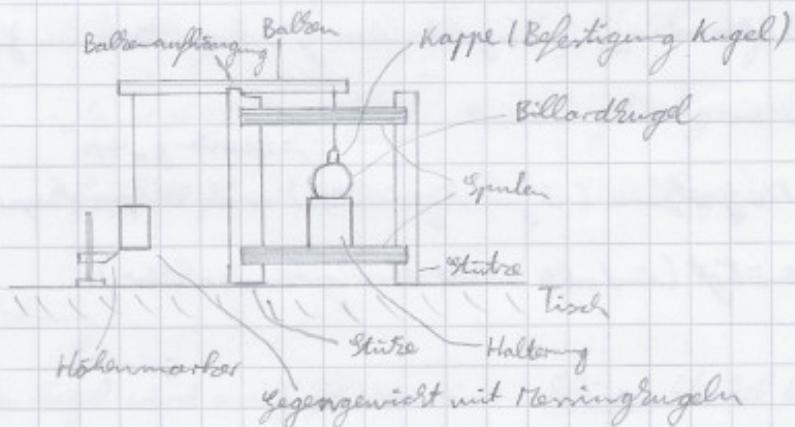
- Gyroskoplicht einschalten (Frequenz f ; $4,5 \text{ Hz} \leq f \leq 6,0 \text{ Hz}$)
- Strom J ist ausgeschaltet
- In der Ruhelage wird die Kugel in Rotation (um die Achse \hat{z}) gebracht. Die Frequenz der Rotation ist (leicht) höher als die des Lichts,
- Es wird gewartet, bis der weiße Punkt am Griff statisch erscheint (d.h. die beiden Frequenzen stimmen überein.)
- Mit dem Aluminiumstab wird die Kugel gegenüber der vertikalen geneigt und stabilisiert.
- Der Strom J wird eingeschaltet (\rightarrow Magnetfeld)
- Mit der Stoppuhr wird 1 volle Umdrehung der Präzessionsbewegung gemessen

} sollte schon vor der Bestimmung von f passiert sein!

Diese Schritte werden für mind. 6 verschiedene Stromstärken J wiederholt.

OK

4.4 Kraft auf ein Dipol in inhomogenem Feld



- mit Hilfe der schwarzen Kappe wird die Kugel an dem Balken befestigt.
- In das Gegengewicht können kleine Messringzüge nun ausbalancieren, der Kugel gebracht werden.
- Die Luftströmung ist definiert; die Kugel „schwelt“ über der Halterung.
- Es gibt 2 versch. Sorten von Messringzügen, wobei alle Kugeln der selben Sorte identische Massen besitzen.
- Sowohl gleichrinniger (hom. Feld) als auch entgegengerichtet (hom. Feldgradient) Stromfluss J werden benötigt.

a) qualitative Beobachtungen

Es wird die Wirkung eines hom. Feldes und Feldgradienten auf das magn. Moment qualitativ beobachtet und protokolliert, in dem der Strom und dessen Richtungen variiert werden. Hierin wird als magn. Dipol ein kleiner Stahlmagnet verwendet, welcher entweder fest in einer \rightarrow

b) quantitative Messungen

- 1) Der Strom ist abaktiviert und der Ballon wird mit Hilfe der Messringzügen ins Gleichgewicht gebracht. Diese Position wird mit dem Höhenmarkier markiert.

2) Die Anzahl (und Art) der Kerzenzüge werden variiert.

3) Der Strom wird gegenwärtig abminiert (\rightarrow Feldgradient) und so eingestellt, dass die wörtl. Lage wiederhergestellt wird.

\rightarrow Field Up

} Wieso variiert man den Strom?

Die Schritte 2) und 3) werden für so viele versch. Kombinationen von Kerzenzügen wie möglich wiederholt.

→ Halterung rotiert mit oder nicht in dieser um eine Achse schwächt um Dipolmoment ablenken kann. Dieser Magnet ist an einer Feder befestigt und wird in einen Plastikturm \rightarrow zur Führung „gesteckt“.

evtl. Skizze
des Plastikturms



Der Draht auf dem Magneten zeigt die Richtung des Dipolmoments an

5. Fehler der verwendeten Objekte

- Messschleifer: Ablesefehler: $0,025 \text{ mm}$ (kleinste Einheit: $0,05 \text{ mm}$)

$$\text{Restfehler: } 0,05 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-4} \cdot l, \quad l: \text{gesamte Länge}$$

- Stromanzeige Spulen: Ablesefehler: $0,05 \text{ A}$

- Stoppuhr: Ablesefehler: $0,005 \text{ s}$

$$\text{Restfehler: } \approx 0,01 \text{ s}$$

- Kavennenzug: Ablesefehler: $0,005 \text{ g}$

$$\text{Restfehler: } 0,01 \text{ g} \quad (\text{Schrift S.F-5})$$

Wie kommt
ihr darauf?
Der Restfehler
habt ihr doch
schon angegeben!

- Massenrestfehler (Schrift S.F-5):

$$\cdot \text{Große Kugel} (\approx 1,14 \text{ g}): 0,15 \text{ mg}$$

$$\cdot \text{Kleine Kugel} (\approx 0,98 \text{ g}): 0,075 \text{ mg}$$

} werden vernachlässigt,
da sehr klein

- Stroboskop: Ablesefehler: $0,05 \text{ Hz}$

OK

6. Protokoll

6.1 Statisches Kräftegleichgewicht (Aufbau: S. 15)

Generelle Messwerte:

$$\cdot D = 53,70 \text{ mm}$$

$$\cdot g = 13,45 \text{ mm} \quad d = 19,55 \text{ mm}$$

$$\cdot m_p = 1,41 \text{ g} \quad , \quad \text{Masse Alu-Stab: } 0,85 \text{ g}$$

Die Spule wird mit Hilfe der eingebauten Warenwaage ^{waagrecht} ausgerichtet, damit die Feldlinien möglichst parallel zum Vektor der Erdbeschleunigung verlaufen.

(vgl. S.28), und der Luftstrom könnte ein zusätzliches Drehmoment ausüben!

Der Stab wird zur den Spulen durchgeführt. a wird gemessen (mit Terschelle)

Nr.	Strom I [A]	a [mm]
1	2,2	19,10
2	2,4	19,55
3	2,575	26,70
4	2,9	40,65
5	3,25	57,10
6	3,65	74,90
7	3,85	84,40

evtl. notieren, dass das Gleichgew. schwer zu
erreichen ist 0

6.2 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels (Aufgabe S. 16)

Masse Kugel: $m_k = 142,16\text{g}$

Eure Beobr. von S. 16

Nr.	$J[\text{A}]$	$T_s[\text{s}]$
1	0,4	26,31
2	0,8	19,22
3	1,2	15,41
4	1,6	13,38
5	2,0	11,94
6	2,4	10,68
7	2,8	9,94
8	3,2	9,22
9	3,6	8,59
10	4,0	8,22
11	4,1	8,22

wäre hier vielleicht besser,
dann steht alles beisammen

→ Geschmackssache!

6.3 Präzession eines symmetrischen Kreisels (Aufgabe: S.17)

Stroboskopfrequenz $f = 5,31$ (immer konstant)

Wieso nicht
auf der nächsten
Sitz
wieder gesetzt?
?

Nr.	$J [A]$	$T_p [s]$
1	1,9	8,28
2	2,4	6,41
3	3,75	3,22
4	2,3	6,69
5	0,6	12,72
6	4,2	3,87
7	2,95	5,34
8	3,75	4,16

Hat zu stark mitgespielt

Euer Gerät hat da
leider Probleme

, sorry!

Aber gut, dass ihr sowas notiert!

Während des Versuches wird festgestellt, dass die Luftströmung des Euren Versuchsaufbaus, an dem wir den Versuch durchführen, schlechter als die Luftströmung an den anderen Geräten ist, d.h. das weniger Luft durch die Kugelhalterung strömt, als es sollte, so dass zwischen Kugel und Kugelhalterung mehr Reibung vorhanden ist, als es wahrscheinlich vorgesehen ist. Diese Tatsache hat dafür gesorgt, dass aufgrund der größeren Reibung in der Zeit einer Präzessionschwingerung die Drehfrequenz kleiner wurde und nicht ca. konstant war. Außerdem hat sie auch dafür gesorgt, dass das Einstellen der Kugel auf eine optimale Drehfrequenz erschwert wurde und die Kugel bei groben Änderungen und der größeren Reibung einfach um

Erreichen kann. Aus diesen Gründen hat es viel Geduld und Zeit gebraucht, bis die Werte in der Tabelle standen.

6.4 Kraft auf einen magn. Dipol im inhom. Feld (Anflan: S. 18)

6.4.2 Qualitative Beobachtungen bei $J=3A$

- Loser Magnet:

- Homogenes Magnetfeld:

- Richtung: Up

- Dipol zeigt nach oben

- Kraft auf Magnet nach oben, wenn Magnet gezogen wird.

- Magnet in Ruhe: keine Kraft (in der Mitte)

- Richtung: Down

- Dipol zeigt nach unten

- Kraft auf Magnet nach unten, wenn Magnet gezogen wird.

- Magnet in Ruhe: keine Kraft (in der Mitte)

- Beim Umschalten der Richtung: Magnet zieht sich von

Ergänzungen

- Richtung Up:

- Dipol zeigt immer nach oben

- Die Fäden ist am meisten ca. auf der Höhe der oberen Spule gedehnt; in der Mitte am wenigsten

- Richtung Down:

- Dipol zeigt immer nach unten

- Die Fäden ist am meisten ca. auf der Höhe der unteren Spule gedehnt; in der Mitte am wenigsten

- Feldgradient:

- Richtung Up:

- Oberhalb Mitte: Dipol nach unten

- Unterhalb Mitte: Dipol nach oben

- Wird der Magnet unter die Mitte bewegt, wird er nach unten gezogen

- Von unten nach oben: gewisse Kraft nötig um die Mitte zu

überwinden. Der Magnet dreht sich dann um und schlägt etwas nach oben.

- Die Feder ist am stärksten auf Höhe der obersten Zunge gedehnt.

- Richtung Down:

- Oberhalb Mitte: Dipol nach oben

Unterhalb Mitte: Dipol nach unten

- Parall. Beobachtungen wie bei Up.

- Fester Magnet, μ nach oben

- Homogenes Magnetfeld:

- Richtung Up:

- Die Feder ist am stärksten ca. auf der Höhe der Zunge gedehnt; in der Mitte am wenigsten

- Dipol stellt sich nicht schräg

- Richtung Down:

- Dipol stellt sich leicht schräg; wird gegen Wand gedrückt

- Die Feder ist in der Mitte am ~~meisten~~^{meisten} gedehnt, am wenigsten oberhalb der oberen Zunge

- Feldgradient:

- Richtung Up:

- Oberhalb der Mitte stellt sich Dipol schräg

Unterhalb nicht

- In der Mitte wird Feder am stärksten gedehnt, bei oberer Zunge: am wenigsten

- Feldrichtung Down:

stellt sich

- Oberhalb Mitte: nicht schräg; Unterhalb schon

- In Mitte: am wenigsten gedehnt, bei oberer Zunge: am meisten

-Fester Magnet, \vec{m} nach unten

- Homogenes Magnetfeld

- Richtung Up:

- Dipol will sich überall drehen (stellt sich schräg)

- Feder in Mitte am meisten gedehnt, bei dieser Spule am wenigsten

- Richtung Down:

- Dipol will sich nirgends drehen

- Feder in Mitte am wenigsten gedehnt, bei dieser Spule am stärksten

- Feldgradient:

- Richtung Up:

- Oberhalb Mitte: nicht schräg

- Unterhalb Mitte: will sich schräg stellen

- Auf Höhe der Spule: am meisten gedehnt, Mitte: am wenigsten

- Richtung Down:

- Oberhalb: schräg

- Unterhalb: nicht

- In Mitte: am meisten gedehnt, oben: am wenigsten

Beachte: Es kommt die untere Spule nicht mit dran! werden, da sich die Halterung darüber ob der Kugel dies behindert.

OK, gut

sehr ausführlich!

6.9.6) Quantitative Paragrafe

Kugelgewichte:

· Masse große Kugeln (m_G):

$$(\text{Für } 9 \text{ Kugeln}): 9 \cdot m_G = 10g + 0,29g = 10,29g$$

$$\rightarrow m_G \approx 1,14g$$

· Masse kleine Kugeln (m_K):

$$(\text{Für } 8 \text{ Kugeln}): 8 \cdot m_K = 3g + 0,875g = 3,875g$$

$$\rightarrow m_K \approx 0,48g$$

Nr.	J [A]	Anzahl große Kugeln	Anzahl kleine Kugeln
1	0	5	2
2	0,65	$5+0=5$	$2+1=3$
3	1,3	$5+0=5$	$2+2=4$
4	1,5	$5+1=6$	$2+0=2$
5	1,9	$5+0=5$	$2+3=5$
6	2,1	$5+1=6$	$2+1=3$
7	2,5	$5+0=5$	$2+4=6$
8	2,7	$5+1=6$	$2+2=4$
9	2,95	$5+2=7$	$2+0=2$
10	3,25	$5+1=6$	$2+3=5$
11	3,5	$5+2=7$	$2+1=3$
12	3,65	$5+0=5$	$2+6=8$
13	3,8	$5+1=6$	$2+4=6$
14		$5+0=5$	$2+7=9$ (zu wenige kleine Kugeln)
14	4,0	$5+3=8$	$2+0=2$
15		$5+2=7$	$2+3=5$ (Staub-Partikel nicht groß genug eingeschüttet werden)

Protokoll ohne Lücken 3/3

CHF

7. Auswertung

7.1 Statisches Kräftegleichgewicht

7.1.1 Teil 1

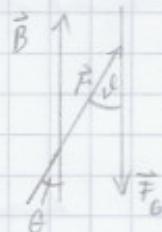
die Vektoren zeigen in die aufgezogene Richtung!

Es gilt: $\vec{F} = \mu \times \vec{B} = -\vec{l} \times \vec{F}_G$ im statischen Gleichgewicht

\vec{l} : Abstand Kugelzentrum - Plastikgerüst Mitte

\vec{l} zeigt in Richtung von $\vec{\mu}$

Betragsmäßig: $\mu B \sin \theta = l m g \sin \varphi$



Die Größen sind waagrecht ausgerichtet (vgl. S. 20), d.h. es gilt $\vec{B} \parallel \vec{F}_G$

$$\Rightarrow \theta = \varphi$$

$$\Rightarrow \mu B = l m g_E, \quad g_E = g: \text{Erdbeschl.}; m_p: \text{Gewicht Plastikmasse}$$

D.h. der Winkel des Stabes zu Vertikalen spielt keine Rolle. ✓

7.1.2 Teil 2

- Wird $l m g_E = y$ gegen μB aufgetragen, so sollte sich eine

Nachrichtergerade ergeben: $y(0) = \mu B$

μ ist dann die Steigung.

- Das Magnetfeld B im Zentrum der Spulen wurde auf S. 9 zu

$$B = 0,0013435 \cdot \frac{T}{A} \cdot J$$
 berechnet.

Der Fehler von J ist $\gamma_J = 0,05 A$; vgl. S. 20, der Restfehler wird vernachlässigt.

Somit folgt für den Fehler von B :

$$\gamma_B = \left| \frac{\partial B}{\partial J} \cdot \gamma_J \right| = 0,0013435 \cdot \frac{T}{A} \cdot \gamma_J = 6,7775 \cdot 10^{-5} T \quad \checkmark$$

- Die Masse $m = m_p$ des Plastizitätsgerichts wurde zu $m_p = 1,41 \text{ g}$ (S.21) bestimmt.
 Für diesen Fehler s_m gilt (vgl. S.20): (Masse Alu-Stab vernachlässigt)

$$s_m = \sqrt{0,005^2 + 0,01^2} \text{ g} \approx 0,01118 \text{ g} \quad \checkmark$$

- Für die Erdbeschl. g_E wird folgender Wert genommen (aus: Hammer/Hammer, Physikalische Formeln und Tabellen, J. Lindau Verlag, 8. Auflage, S.80):

$$g_E = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{OK}$$

- l ist der Abstand vom Zentrum des Kugel zum Mittelpunkt des Plastizitätsgerichts. Es gilt (vgl. S.15):

$$l = R + g + a + \frac{d}{2} = \frac{D}{2} + g + \frac{d}{2} + a = \varepsilon + a, \quad \varepsilon := \frac{D}{2} + g + \frac{d}{2}$$

Die Streichen wurden mit dem Messschieber bestimmt. Mit den Werten von S.21 folgt: $\varepsilon = 45,075 \text{ mm}$

Nach S.20 ist der Fehler $s_\varepsilon(\tilde{x})$ für die gemessene Länge \tilde{x} (mittels Messschieber):

$$s_\varepsilon(\tilde{x}) = \sqrt{(0,025 \text{ mm})^2 + (0,05 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-4} \cdot \tilde{x})^2}$$

Somit folgt für den Fehler von ε nach dem Fehlerfortpflanzungsgebot:

$$\begin{aligned} s_\varepsilon^2 &= \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial D} \cdot s_D(D) \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial g} \cdot s_g(g) \right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial d} \cdot s_d(d) \right)^2 = \\ &= \frac{1}{4} s_D^2(D) + s_g^2(g) + \frac{1}{4} \cdot s_d^2(d) \end{aligned}$$

$$s_\varepsilon \approx 0,07064 \text{ mm} \quad \text{OK}$$

Der Fehler von a ist $s_a := s_g(a)$

- D.h., es gilt: $y = l m_p g_E = (\varepsilon + a) \cdot m_p g_E$

Deren Fehler ist folglich:

$$\begin{aligned} s_y^2 &= \left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon} s_\varepsilon \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial a} s_a \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial m_p} s_{m_p} \right)^2 = \\ &= (m_p g_E s_\varepsilon)^2 + (m_p g_E s_a)^2 + ((\varepsilon + a) g_E s_m)^2 \end{aligned}$$

- Der Schwerpunkt der Koordinaten B_i bzw. y_i ist nach Tafel S.719 gegeben

durch: $\bar{B} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N B_i \approx 3,997 \text{ m}$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N y_i \approx 1,244 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

wobei $N=7$ die Zahl der Werte B_i / y_i bezeichnet. Diese entstammen der Wertetabelle. \checkmark

- Damit kann $\ln \mu_B g_E$ gegen B aufgetragen werden.
Weiterhin wird eine Ausgleichsgerade H eingezeichnet, da ein linearer Zusammenhang erwartet wird.

Weiterhin werden noch eine Gerade mit minimalem Steigung (L) und max. Steigung (R) eingezeichnet.

- Die Steigung der Ausgleichsgeraden H entspricht μ :

$$\mu = \frac{\Delta y}{\Delta B} = \frac{1,68 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}{3,667 \cdot 10^{-3} \text{ T}} = 0,45814 \text{ Am}^2$$

Fehlerabschätzung von μ :

- Steigung von L : $\mu_L = \frac{1,56 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}{3,667 \cdot 10^{-3} \text{ T}}$

- Steigung von R : $\mu_R = \frac{1,785 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}}{3,667 \cdot 10^{-3} \text{ T}}$

- Abschätzung Fehler von μ :

$$\beta_\mu = \frac{\mu_R - \mu_L}{2} \approx 0,0614 \text{ Am}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = (0,46 \pm 0,06) \text{ Am}^2}$$



7.1.3 Teil 3

Die Gerade H sollte die Gleichung $y = \mu B = \ln \mu_B g_E$ erfüllen, d.h. insbes. eine Nullpunktgerade sein. Dies ist offensichtlich nicht der Fall. Ein möglicher Grund könnte die vernachlässigte Härte des Alu-Stahles sein. Dies bewirkt ein zwätzl. Drehmoment \vec{M}_A und da dieses in die gleiche Richtung wie das Drehmoment, welches auf die Blattflame wirkt, ist, ergibt sich als Gleichgewichtsbed.:

$$\mu B = \ln \mu_B g_E + \frac{|\vec{M}_A|}{\sin \theta} \quad \text{bzw. } y = \mu B - \frac{|\vec{M}_A|}{\sin \theta}$$

Wo kommt der
sin θ her?

Dies zwätzl. Drehmoment \vec{M}_A bewirkt aber, wie an der Geradengl. erkennbar, nur eine Verschiebung der Geraden H nach unten.

Diese Vermutung wird durch folgende Rechnung unterstützt:

- Die Länge des Stabes ist ca. $l_2 \approx \varepsilon + 95 \text{ mm} = 140 \text{ mm}$

wobei der größte Wert für $\varepsilon = 84,40 \text{ mm}$ war, weshalb die } kämmt man
auste Position der Marke als 95 mm oft geschätzt wird.
und einfach messen!

- Der Schnittpunkt der Geraden H mit der B-Achse befindet sich

ca. bei $B \approx 1,3 \text{ mT}$

$$\rightarrow y = 0 = \mu B - \frac{|\vec{m}_A|}{\sin \theta} \quad \text{Da sin steckt sonst im Betrag!}$$

- Der Schwerpunkt des Stabes befindet sich ca. in der Mitte (bei $\frac{l}{2}$).

Also folgt für $|\vec{m}_A|$: $|\vec{m}_A| = \frac{l_2}{2} \cdot m_A \cdot g_E \cdot \sin \theta$, wobei m_A die
Marke des Alu-Stabes bezeichnet

- Es folgt: $\mu B = \frac{l_2}{2} \cdot m_A \cdot g_E$

$$m_A = \frac{\mu B}{\frac{l_2}{2} \cdot g_E} \approx 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ kg} = 0,87 \text{ g}$$

- Auf S.21 wurde das Gewicht genannt: $m_A = 0,85 \text{ g}$

\Rightarrow Die Masse stimmen ca. überein

\Rightarrow Alu-Stab kämmt Ursache der Verschiebung sein.

Außerdem bestätigt dieses Ergebnis, dass die Rechnungen
für μ korrekt waren.

(Auf Fehlerangaben wird verzichtet; soll nur grobe Abschätzung
sein; Länge Stab nur abgeschätzt)

OK, sehr schön

0

3/3

Zu 7-1-3

Nr.	Strom I [A]	B [mT]	a [mm]	s _a [mm]	γ [10 ⁻³ Nm]	s _γ [10 ⁻³ Nm]
1	2,20	2,96	11,10	0,06	0,777	0,006
2	2,40	3,22	19,55	0,06	0,894	0,007
3	2,58	3,46	26,70	0,06	0,992	0,008
4	2,90	3,90	40,65	0,06	1,185	0,009
5	3,25	4,37	57,10	0,06	1,413	0,011
6	3,65	4,90	74,90	0,06	1,659	0,013
7	3,85	5,17	84,40	0,06	1,790	0,014

In Tabelle zur Berechnung verwendet:

$$B \text{ (Vorfaktor): } 0,00134 \text{ T/A}$$

$$\text{Fehler } s_B: \quad 0,07 \text{ mT}$$

$$D: \quad 53,70 \text{ mm}$$

$$g: \quad 13,45 \text{ mm}$$

$$d: \quad 9,55 \text{ mm}$$

$$\varepsilon: \quad 45,08 \text{ mm}$$

$$\text{Fehler } s_\varepsilon: \quad 0,07 \text{ mm}$$

$$m_p: \quad 1,410 \text{ g}$$

$$\text{Fehler } s_m: \quad 0,011 \text{ g}$$

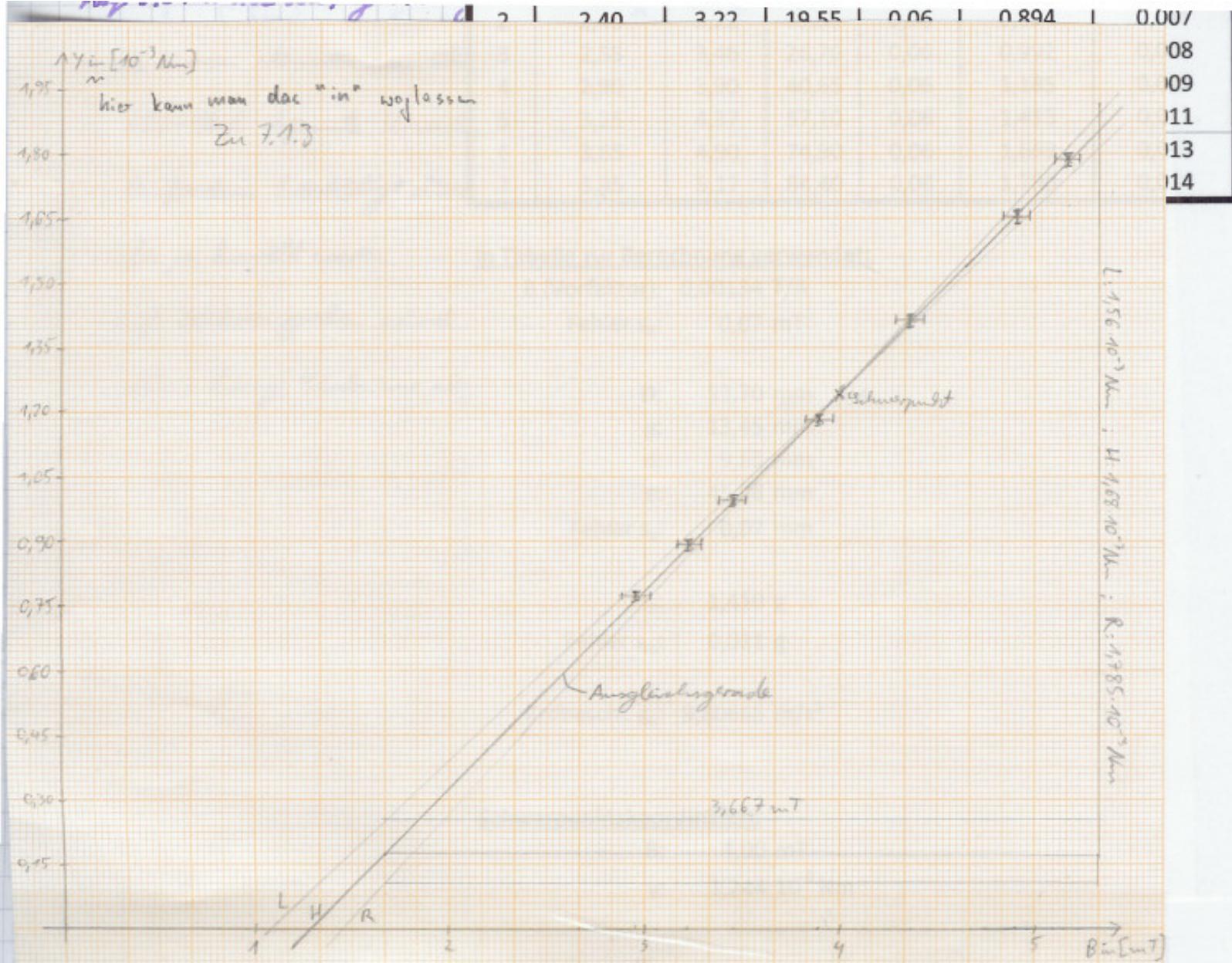
$$\text{Erdbeschl. } g_E: \quad 9,80665 \text{ m/s}^2$$



Schwerpunktskoordinaten:

$$B: \quad 4,00 \text{ mT}$$

$$\gamma: \quad 1,244 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$$



7.2 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels

7.2.1 Teil 1

$$|\vec{M}| = \mu B \sin \theta \approx \mu B \theta$$

$$\left| \frac{d\vec{L}}{dt} \right| = \frac{d(\vec{J} \cdot \vec{\omega})}{dt} = \vec{J} \dot{\omega} = \vec{J} \ddot{\theta}$$

Da \vec{M} der Bewegung entgegen wirkt, gilt:

$$\vec{J} \ddot{\theta} = -\mu B \theta \quad \begin{matrix} \text{wie löst ihr die Dgl?} \\ \text{welcher Ansatz} \end{matrix} \quad \textcircled{1}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} = -\frac{\mu B}{J} \theta \quad \Rightarrow \omega^2 = \frac{\mu B}{J}$$

$\underbrace{}_{= \omega^2}$

$$\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} \quad \Rightarrow \boxed{T^2 = \frac{4\pi^2}{\omega^2} = \frac{4\pi^2 J}{\mu B}}$$

7.2.2 Teil 2

Nach Aufgabe 7, S. 11, gilt für J :

$$J = \frac{2}{5} M R^2 \quad \begin{matrix} \text{mit } M: \text{Masse der Kugel} \\ R: \text{Radius der Kugel} \end{matrix}$$

Gemessene Werte: • $M := m_k = 142,16 \text{ g} = 142,16 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$

vgl. S. 22

$$\bullet R := \frac{D}{2} = \frac{1}{2} \cdot 53,70 \text{ mm} = \frac{1}{2} \cdot 53,70 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

vgl. S. 21

$$\Rightarrow \vec{J} = \frac{2}{5} M \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \frac{2}{5} \cdot 142,16 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 53,70 \cdot 10^{-3} \text{ m} \right)^2 =$$

$$= \underline{4,099453704 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2} \approx 4,099 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Jedoch ist zu erwähnen, dass die Masse des Griffes der Kugel mit gemessen worden ist, da der Griff nicht abnehmbar ist. Es wird aber die gemessene Masse für die Bestimmung von γ verwendet, da die Masse des Griffes sehr gering relativ zur Masse der Kugel ist. ✓

Fehler von γ :

- Fehler s_γ von M : Ablesefehler: $0,005 \text{ g}$, Restfehler: $0,01 \text{ g}$
vgl. S. 20

$$\Rightarrow s_\gamma = \sqrt{(0,005 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2 + (0,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2} = 1,1180339 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \quad \checkmark$$

- Fehler s_γ von D : Ablesefehler: $0,025 \text{ mm}$,
Restfehler: $0,05 \text{ mm} + 1 \cdot 10^{-4} \cdot L$, vgl. S. 20
 $\Rightarrow s_\gamma = \sqrt{(0,025 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2 + (0,05 \cdot 10^{-3} \text{ m} + 1 \cdot 10^{-4} \cdot 53,70 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} =$
 $= 6,075225839 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad \checkmark$

Fehlerfortpflanzung:

$$s_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial M} \cdot s_M\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial D} \cdot s_D\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{5} \left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot s_M\right)^2 + \left(\frac{4}{5} M \cdot \frac{D}{2} \cdot s_D\right)^2} =$$
 $= 1,855403159 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2 \approx \underline{0,013 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2}$

(Scheint ein wenig groß, evtl. vereinigt, aber ist in Ordnung)

$$\Rightarrow \boxed{\gamma = (4,099 \pm 0,013) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2} \quad \checkmark$$

7.2.3 Teil 3

Es soll T^2 gegen $\frac{1}{B}$ aufgetragen werden, wobei gilt:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 J}{\mu B}$$

Hierbei verwendete Formeln:

- $B(I) = 1,3435 \cdot 10^{-3} \frac{T}{A} \cdot I$, vgl. Aufgabe 4, S. 9, B(d) oben

wobei die Werte von I von S. 22 genommen werden

$$\Rightarrow \frac{1}{B(I)} = \left(1,3435 \cdot 10^{-3} \frac{T}{A} \cdot I \right)^{-1}$$

- $T = \frac{T_s}{10}$ ist die Schwingungsdauer für nur eine Schwingung. T_s ist die Dauer für 10 Schwingungen und wird aus der Tabelle von S. 22 entnommen.

$$\Rightarrow T^2 = \frac{T_s^2}{100}$$

- Trägheitsmoment J wird aus 7.22, S. 33, entnommen:
 $J = 4,093453704 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$

- Fehler von $\frac{1}{B}$:

$$\frac{\Delta \frac{1}{B}}{\Delta} = \sqrt{\left(\frac{\partial \frac{1}{B}}{\partial I} \right)^2} = \frac{1}{1,3435 \cdot 10^{-3} \frac{T}{A} \cdot I^2} \cdot \Delta I$$

mit $\Delta I = 0,05 \text{ A}$, vgl. S. 20

- Fehler von T^2 :

$$\Delta T^2 = \sqrt{\left(\frac{\partial T^2}{\partial T_s} \right)^2} = \frac{T_s}{50} \cdot \Delta T_s$$

$$\text{mit } \sigma_{T_5} = \sqrt{(0,005_s)^2 + (0,01_s)^2} = 0,0118034 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Reaktionszeit} \\ \text{des Experimentators} \\ \text{berücksichtigen} \end{array} \right.$$

- Der Schwerpunkt der Koordinaten von \bar{B}_i und T_i^2 ist nach Skript S. F-13 gegeben durch:

$$\bar{\frac{1}{B}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{B_i} \approx 511,9818 \frac{1}{s}$$

$$\bar{T^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i^2 \approx 1,9340726 s^2$$

wobei $N = 11$ die Zahl der Werte $\frac{1}{B_i}$ bzw. T_i^2 berechnet. Diese entstammen der Wertetabelle.

Damit kann T^2 gegen $\frac{1}{B}$ aufgetragen werden. Weiterhin wird eine Angleichsgerade H eingezeichnet, da ein linearer Zusammenhang erwartet wird. Es werden auch noch eine Gerade mit minimaler Steigung (L) und maximaler Steigung (R) angebracht.

Die Steigung der Angleichsgeraden H entspricht $k := \frac{\Delta T^2}{\Delta \frac{1}{B}}$, wodurch μ berechnet werden kann.

$$k = \frac{\Delta T^2}{\Delta \frac{1}{B}} = \frac{7,30 s^2}{1300 \frac{1}{s}} = 3,842105263 \cdot 10^{-3} T s^2$$

Fehlerabschätzung für k:

$$\text{- Steigung von L: } k_L = \frac{6,50 s^2}{1300 \frac{1}{s}}$$

$$\text{- Steigung von R: } k_R = \frac{7,35 s^2}{1300 \frac{1}{s}}$$

$$\text{- Abschätzung Fehler von k: } \sigma_k = \frac{k_R - k_L}{2} = 3,815783474 \cdot 10^{-4} T s^2$$

Da Ursprungsgerade erwartet wird, kann man als Schwerpunkt den Nullpunkt nehmen!

\Rightarrow Berechnung von μ :

$$\bar{\mu} = \frac{4\pi^2 \gamma}{k} = \frac{4\pi^2 \cdot 4,093453704 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2}{3,842105263 \cdot 10^{-3} T_s^2} =$$

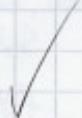
$$= 0,421227254 \text{ Am}^2 \approx 0,42 \text{ Am}^2$$

Fehler von μ :

$$\begin{aligned} s_\mu &= \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial J} s_J\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial K} s_K\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{k} s_J\right)^2 + \left(-\frac{4\pi^2 \gamma}{k^2} s_K\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 \cdot 1,8554093154 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2}{3,842105263 \cdot 10^{-3} T_s^2}\right)^2 + \left(-\frac{4\pi^2 \cdot 4,093453704 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2}{(3,842105263 \cdot 10^{-3} T_s^2)^2}\right)^2} \\ &\quad \cdot 3,815789476 \cdot 10^{-4} T_s^2 = 0,041877632 \text{ Am}^2 \\ &\quad \approx 0,04 \text{ Am}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = (0,42 \pm 0,04) \text{ Am}^2}$$

OK



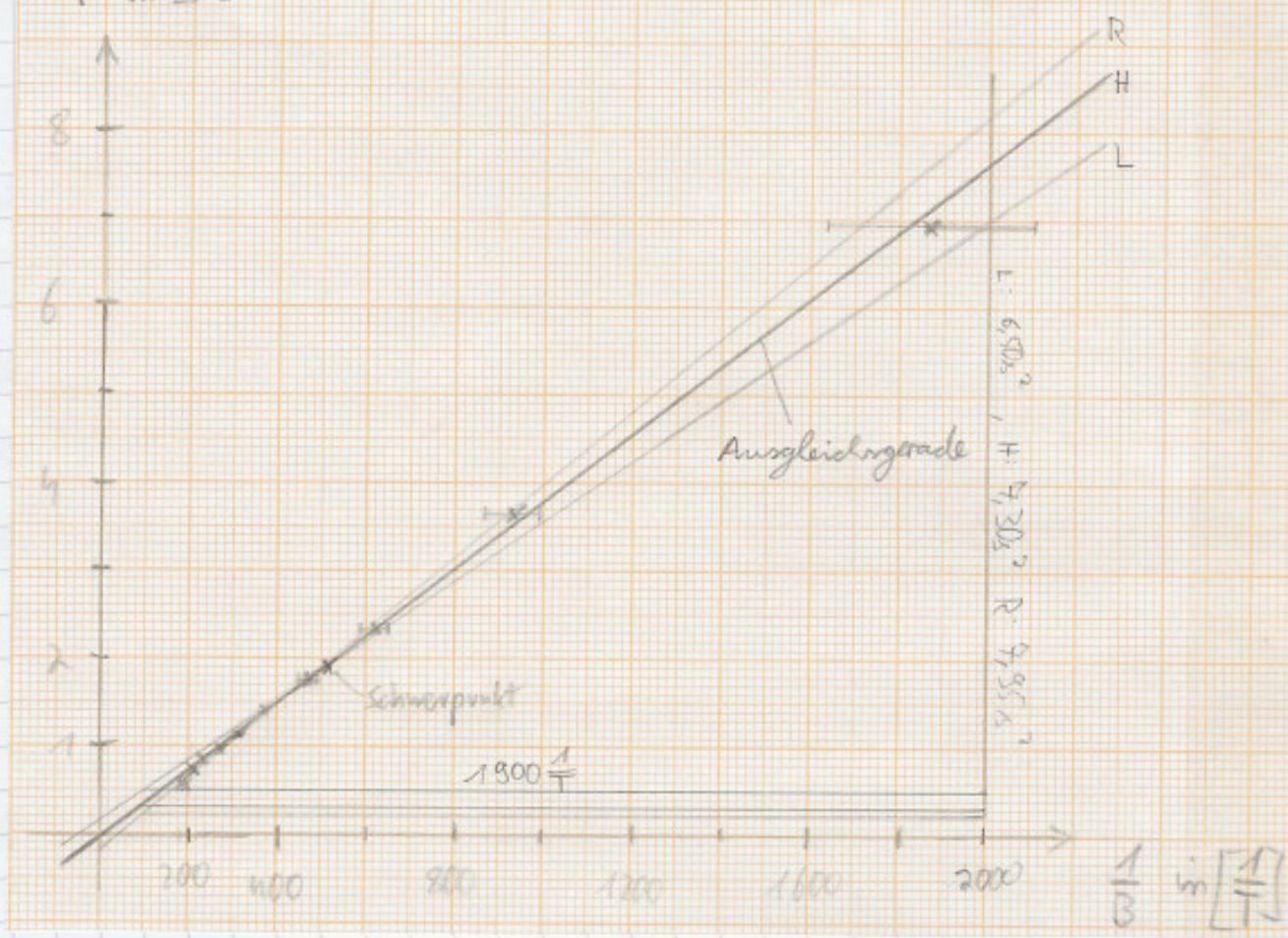
①+② -0,5

2,5 / 3

Zu 7.2.3

Nr	I [A]	s _I [A]	B [T]	s _B [T]	1/B [1/T]	s _{1/B} [1/T]	T [s]	s _T [s]	T ² [s ²]	s _{T²} [s ²]
1	0,40	0,05	0,00054	0,00007	1861	233	2,631	0,011	6,9222	0,0006
2	0,80	0,05	0,00107	0,00007	930	58	1,922	0,011	3,6941	0,0004
3	1,20	0,05	0,00161	0,00007	620	26	1,541	0,011	2,37468	0,00034
4	1,60	0,05	0,00215	0,00007	465	15	1,338	0,011	1,79024	0,00030
5	2,00	0,05	0,00269	0,00007	372	9	1,194	0,011	1,42564	0,00027
6	2,40	0,05	0,00322	0,00007	310	6	1,068	0,011	1,14062	0,00024
7	2,80	0,05	0,00376	0,00007	266	5	0,994	0,011	0,98804	0,00022
8	3,20	0,05	0,00430	0,00007	233	4	0,922	0,011	0,85008	0,00021
9	3,60	0,05	0,00484	0,00007	207	3	0,859	0,011	0,73788	0,00019
10	4,00	0,05	0,00537	0,00007	186	2	0,822	0,011	0,67568	0,00018
11	4,10	0,05	0,00551	0,00007	182	2	0,822	0,011	0,67568	0,00018

T in $\text{[K}^2]$ am 7.2.3



7.3 Präzision eines symmetrischen Kreisels

7.3.1 Teil 1

Nach Aufgabe 6, S. 11, gilt:

$$\Delta p = \frac{M}{L \sin \theta}$$

Außerdem: $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Rightarrow M = |\vec{M}| = \mu B \sin \theta$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta p = \frac{M}{L} \cdot B} \quad \checkmark$$

7.3.2 Teil 2

- Der Griff wird für den Drehimpuls vernachlässigt. Somit gilt für L nach S. 12:

$$\vec{L} = J_{\text{Kugel}} \cdot \vec{\omega}$$

$$L = J_{\text{Kugel}} \cdot \omega = J_{\text{Kugel}} \cdot 2\pi f$$

- Wert für: $J = 4,099454 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$ (S. 33)

$$f = 5,3 \text{ Hz} \quad (\text{S. 23})$$

$$\Rightarrow L = 0,00136515 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}$$

- Fehler: • Für f wird ein Ablesefehler von $s_f = 0,05 \text{ Hz}$ (S. 20) angenommen. Der Restfehler wird vernachlässigt.

• Der Fehler von J_{Kugel} wurde auf S. 33 in folgender Art bestimmt:

$$s_J = 1,85541 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Fehler von } L: s_L &= \sqrt{\left(\frac{\partial L}{\partial J_{\text{Kugel}}} \cdot s_J\right)^2 + \left(\frac{\partial L}{\partial f} \cdot s_f\right)^2} = \\ &= \sqrt{(2\pi f \cdot s_J)^2 + (2\pi J_{\text{Kugel}} \cdot s_f)^2} \approx \\ &\approx 1,428 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}} \end{aligned}$$

\Rightarrow Drehimpuls L der Billardkugel:

$$\boxed{L = (7,365 \pm 0,014) \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}}}$$

Bestimmungsfehler
aufgrund der Methode mit
dem Blitzlicht und der Abnahme
der Frequenz während eines
Umlaufes! → Fehler ist
größer!

7.3.3 Teil 3

- Es soll S_p gegen B aufgetragen werden.
- B und dessen Fehler s_B ergeben sich analog zu S. 28

$$B = 0,0013435 \frac{T}{A} \cdot J \quad (J: \text{eingestellter Strom})$$

$$s_B = 6,7175 \cdot 10^{-5} T = \text{konst.}$$

- S_{2p} ergibt sich aus der genannten Präzisionszeitlaufdauer (S. 23)

$$S_{2p} = 2\pi \cdot \frac{1}{T_p}$$

Der Fehler von T_p ergibt sich wie folgt:

- Restfehler (S. 20): $0,01\%$
- Abtastfehler (S. 20): $0,005\%$
- Da die Zeit T_p nur ungenau gestoppt werden könnte ("wann war eine volle Umdrehung komplett?"), wird ein zusätzlicher Fehler von $0,25\%$ veranschlagt. OK ✓

$$\Rightarrow s_T = \sqrt{(0,01\%)^2 + (0,005\%)^2 + (0,25\%)^2} \approx 0,25025\%$$

Für den Fehler von S_{2p} folgt:

$$s_{S2p} = \left| \frac{\partial S_{2p}}{\partial T_p} \right| s_T = \frac{2\pi}{T_p^2} \cdot s_T \quad \checkmark$$

- Bedeutung Schwerpunkt (vgl. S. 23)

Anzahl Messwerte: $N = 7$

$$\rightarrow \text{Koord. des Schwerpunkts: } B_S = \frac{1}{N} \cdot \sum_i B_i = 3,474 \text{ mT}$$

$$S_{2p,S} = \frac{1}{N} \cdot \sum_i S_{2p,i} \approx 1,069 \frac{1}{s}$$

Erwartung: Ursprung gerade ?

→ Nullpunkt als Schwerpunkt 0

⇒ dann kommt "

man auch

den Wert 1

als Ausreißer ?

- Damit kann das Diagramm gezeichnet werden.

Es wird eine Anpassungsgrade H durch die Punkte gelegt, da ein linearer Zusammenhang erwartet wird.

Für die Fehlerabschätzung werden außerdem eine Grade minimabs (L) und maximabs (R) Steigung eingebracht.

- Nach dem Gesetz $s_{\text{L},p} = \frac{M}{L} \cdot B$ hat die Gerade H eine Steigung von $\Delta := \frac{M}{L}$.

Aus dem Diagramm liest man ab:

$$\Delta = \frac{1,268 \frac{1}{T}}{5 \cdot 10^{-3} T} = 253,60 \frac{1}{T^2}$$

Dessen Fehler s_Δ wird mit Hilfe der Steigungen der Geraden R und L abgeschätzt:

$$s_\Delta \approx \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1,575 \frac{1}{T}}{5 \cdot 10^{-3} T} - \frac{1,073 \frac{1}{T}}{5 \cdot 10^{-3} T} \right) = 50,2 \frac{1}{T^2}$$

- Das Dipolmoment μ ist folglich:

$$\mu = \Delta \cdot L = 0,34620 \text{ Am}^2 \quad (L \text{ von S. 38})$$

$$\text{Fehler: } s_\mu = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu}{\partial \Delta} \cdot s_\Delta\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial L} \cdot s_L\right)^2} = \sqrt{(L \cdot s_\Delta)^2 + (\Delta \cdot s_L)^2} \approx \\ \approx 0,0686 \text{ Am}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = (0,35 \pm 0,07) \text{ Am}^2}$$

7.3.4 Beobachtungen

- Es fällt auf, dass sich keine Gerade durch die eingeschätzten Punkte innerhalb der Fehlerbalken legen lässt, die die Werte weisen eine hohe Streuung auf. Eine mögliche Ursache ist die generelle Ungenauigkeit der Zeitmessung und die mit der Zeit abnehmende Eigenfrequenz f .
- Andererseits liegt wie schon bei 7.1.3 (S.30) keine Nullpunktgerade vor. Dies kommt wohl von den großen Abweichungen der Messwerte von einer Geraden. Der Griff, welcher ja vorausgesetzt wurde, sollte nur einen Einfluss auf L, d.h. auf die Steigung Δ , nicht jedoch auf den y-Abschnitt der Geraden H haben. Die legt daran, dass der Griff den Wert von L erhöht, was keine additive Konstante in der Gleichung bewirkt.

1,5 / 2,5

S. B. aus unter
dem Diagramm

Zu 7.3.3

Nr.	Strom I [A]	B [mT]	T _P [s]	Ω _P [1/s]	s _Ω [1/s]
1	0,60	0,81	12,72	0,494	0,010
2	1,90	2,55	8,28	0,759	0,023
3	2,30	3,09	6,69	0,939	0,035
4	2,40	3,22	6,41	0,980	0,038
5	2,95	3,96	5,34	1,18	0,06
6	3,75	5,04	4,16	1,51	0,09
7	4,20	5,64	3,87	1,62	0,10

In Tabelle zur Berechnung verwendet:

$$B \text{ (Vorfaktor): } 0,001344 \text{ T/A}$$

$$\text{Fehler } s_B: \quad 0,07 \text{ mT}$$

$$\text{Fehler } s_{T_P}: \quad 0,25 \text{ s}$$

Schwerpunktskoordinaten:

$$B: \quad 3,47 \text{ mT}$$

$$\Omega_P: \quad 1,07 \text{ 1/s}$$

Weitere Werte:

$$\text{Drehfrequenz } f: \quad 5,30 \text{ Hz}$$

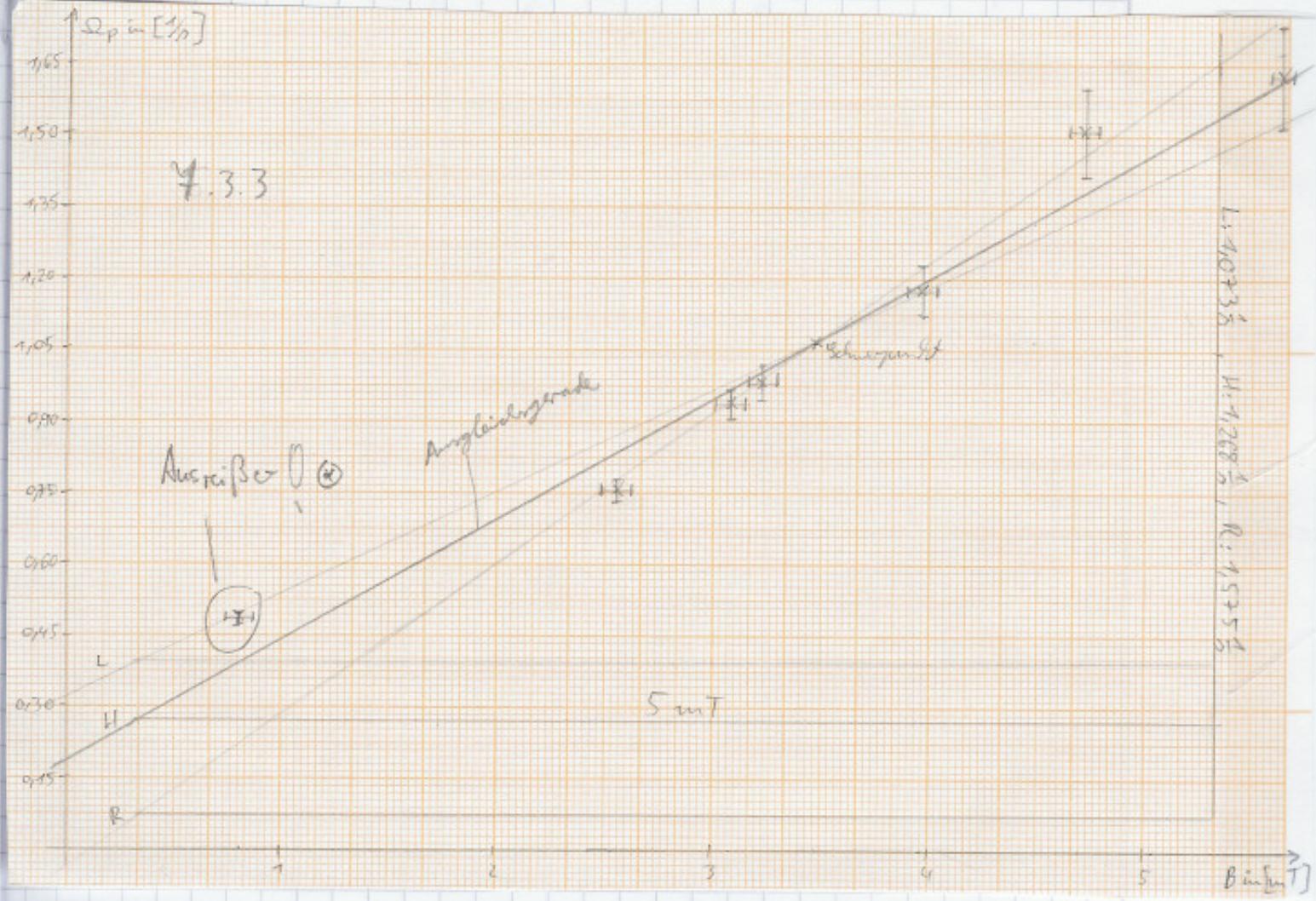
$$\text{Fehler } s_f: \quad 0,05 \text{ Hz}$$

$$\text{Trägheitsmom. } J: \quad 4,099 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$\text{Fehler } s_J: \quad 0,019 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$\text{Drehimpuls } L: \quad \overset{1,365}{0,000} \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$$

$$\text{Fehler } s_L: \quad \overset{0,014}{0,000} \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 / \text{s}^2$$



② Bei der Stromstärke I dauert der Verlauf zu lange?

In der Zeit können wir f nicht mehr als konst.

aussetzen! $\textcircled{-1}$

Lässt man Wert 1 außer Acht und lässt man die Gerade durch den Ursprung gehen, kommt man (also i_0) auf:

$$\mu \approx 0.41 \text{ Am}^{-2}$$

7.4 Kraft auf einen magn. Dipol in inhomogenem Feld

7.4.1 Qualitative Bedachtnahme

- Protokoll: S. 24 ff.

- Ein Dipol sollte sich (nach der Formel $\vec{F} = \mu \times \vec{B}$) immer in Richtung der Feldlinien ausrichten. Dies wird durch die Beobachtungen bestätigt:

- Hom. Feld: Bei Feld „Up“ zeigt der los Magnet nach oben (oben), der feste Magnet stellt sich nur schwäg (d.h. will sich drehen), falls er nach unten zeigt.

Grund: Die Feldvektoren \vec{B} zeigen nach oben (vgl. auch S. 8)

Analoges gilt für Feld „Down“, nur verkehrt der Magnet nach unten zu zeigen.

- Feldgrad.: Nach S. 8 erwartet man, dass sich der Dipol um 180° beim Durchgang durch die Mitte dreht, da hier die Feldrichtung seine Orientierung ändert. Dies wird auch so beobachtet. Offensichtlich bedeutet folglich die Einstellung „Up“, dass die Richtung von \vec{B} oberhalb der Mitte nach unten zeigt („Down“ entsprechend nach oben).

- Nach $F_z = \mu \cdot \frac{dB_z}{dz}$ sollte auf den Magneten in einem hom. Magnetfeld eine Kraft nach oben / unten wirken.

- Hom. Feld: Es wird erwartet, dass die geringste Kraft in der Mitte wirkt, da dort $\frac{dB_z}{dz} \approx 0$ gilt.

Das leistet jedoch nicht, da dort die geringste Dehnung der Zeder auftreten sollte, da die Kraft F_z bei der oberen Gute auch eine Stanchung verursachen kann.

Folgendes wird erwartet ($F_z > 0$: Kraft nach oben); bei der oberen Gute ($\mu < 0$: $\vec{\mu}$ zeigt nach unten):

Richtung	Kraft F_z in Mitte der Zelle	μ	$\frac{d\mathbf{B}_z}{dz}$
Los Magn. Up	$<0 \rightarrow$ Dehnung (rechts. Zelle)	>0	<0 (B hat Mag. in Mitte)
	$<0 \rightarrow$ Dehnung	<0	>0 (B hat Min. in Mitte, aber $ B $ am Rand.; vgl. Graph 9.8)
Fest, $\vec{\mu}$ nach Up oben	$<0 \rightarrow$ Dehnung	>0	<0
	$>0 \rightarrow$ Spannung	>0	>0
Fest, $\vec{\mu}$ nach Up unten	$>0 \rightarrow$ Spannung	<0	<0
	$<0 \rightarrow$ Dehnung	<0	>0

Mir ist nicht klar, was ihr mit dem Satz ausdrücken wollt! Aber sonst stimmen die Boos.

{ Insbes. bedeutet eine Spannung ^{aber}, dass die Fasern in der Mitte am stärksten gedehnt (Hmg. Schubkraft).

Diese Erwartungen werden auch erfüllt (vgl. S. 24ff.).

- Feldgradient: Ähnlich laufen sich auch die Erwartungen für die Kraft F_z in der Mitte der Zelle fortlegen (für einen Feldgradienten): Aus Betrachtung der Bspdirichtung von vorheriger Seite bekannt: Beim Feldgrad. mit Richtung „Down“, zeigt das \vec{B} -Feld überall die Mitte nach oben und weiter wird mit zunehmenden z größer (vgl. S. 8)

$$\rightarrow \mu > 0, \frac{d\mathbf{B}_z}{dz} > 0 \rightarrow F_z > 0 \rightarrow \text{Spannung (Kraft nach oben)}$$

Ähnlich die anderen Fälle. OK

Richtung	F_z in Mitte	μ	$\frac{d\mathbf{B}_z}{dz}$
Los Magn. Up	$>0 \rightarrow$ Spannung	<0	<0
	$>0 \rightarrow$ Spannung	>0	>0
Fest, $\vec{\mu}$ nach Up oben	$<0 \rightarrow$ Dehnung	>0	<0
	$>0 \rightarrow$ Spannung	>0	>0
Fest, $\vec{\mu}$ nach Up unten	$>0 \rightarrow$ Spannung	<0	<0
	$<0 \rightarrow$ Dehnung	<0	>0

Bei der oberen Spule (d.h. auf oben Höhe) liegt ca. ein Extremum von B vor (vgl. S. 8). D.h. dort ist $\frac{dB_2}{dp} \approx 0 \rightarrow F_2 \approx 0$.

Infolg. bedeutet dies, dass wenn in der Mitte eine Stauchung der Feder auftritt, bei der oberen Spule die Feder aufgrund der Schwerkraft (welcher nun keine Kraft mehr aufgeprägt) länger ist als in der Mitte.

Diese Erwartungen werden auch erfüllt (vgl. S. 24 ff.).

ein wenig verwirrend, aber richtig

Stromrichtungen in den Spulen?

Wie sonst
ihr das
auf S. 24

7.4.2 Quantitative Auswertung

Es soll die Gewichtskraft F_G gegen den Feldgradienten $\frac{dB}{dz}$ aufgetragen werden, wobei gilt:

$$F_G = \mu \frac{dB}{dz}$$

Hierbei verwendete Formeln und Werte:

- Strom I , durch große Kugeln und durch kleine Kugeln werden aus dem Protokoll 6.4 b) von S. 27 entnommen. Es wird nun definiert:

$g :=$ durch große Kugeln

$k :=$ durch kleine Kugeln

- Gemessene Werte der Massen der Kugeln:
 - Gesamtmasse aller 3 großen Kugeln: $m_G = 10,23 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 \Rightarrow Masse einer großen Kugel $m_{g_1} = 1,1433 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, vgl. S.27
 - Gesamtmasse aller 8 kleinen Kugeln: $m_K = 3,875 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
 \Rightarrow Masse einer kleinen Kugel $m_{k_1} = 0,48438 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$, vgl. S.27
- Masse von g großen Kugeln: $m_g = g \cdot m_{g_1}$
- Masse von k kleinen Kugeln: $m_k = k \cdot m_{k_1}$

\Rightarrow Gesamtmasse von g großen und k kleinen Kugeln:

$$M_G = m_g + m_k$$

\Rightarrow Gewichtskraft von M_G :

$$F_G = M_G \cdot g_E \quad \text{mit } g_E = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Feldgradient $\frac{dB}{dz}$:

$$\frac{dB}{dz} = 0,0176206 \frac{\text{T A}}{\text{m}} \cdot I \quad \text{, vgl. Stoff. h, S. 9 unten}$$

- Fehler s_I vom Strom: $s_I = 0,05 \text{ A}$

- Fehler der Massen:

- 1 große Kugel: $s_g = \frac{1}{3} \sqrt{(0,005 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2 + (0,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2} = 1,242253988 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$,

vgl. S. 20 (es wurden alle gr. Kugeln gemessen $\Rightarrow \frac{1}{3}$)

- k große Kugeln: $s_g = k s_{g_1}$

- 1 kleine Kugel: $s_{K_1} = \underbrace{s_g}_{s_g}$! Ihr habt nur 8 kleine Kugeln gemessen $\Rightarrow s_K = \frac{1}{8} \cdot s_{K_1}$

- k kleine Kugeln: $s_K = k s_{K_1}$

- Fehler von $M_G = m_g + m_K$:

$$s_M = \sqrt{(g \cdot s_g)^2 + (k s_{K_1})^2}$$

- Fehler s_F der Gewichtskraft:

$$s_F = g_E \cdot s_M$$

- Fehler des Feldgradienten:

$$s_{dB/dz} = 0,0176206 \frac{\text{T A}}{\text{m}} \cdot s_I = 8,8103 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{m}}$$

→ Der Schwerpunkt der Koordinaten von $(\frac{dB}{dz})_i$ und $(F_G)_i$ ist nach Skript S. F-13 gegeben durch:

$$\overline{\left(\frac{dB}{dz}\right)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{dB}{dz}\right)_i = 0,06254416 \frac{\text{T}}{\text{m}}$$

$$\overline{F_G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_G)_i = 0,08433296 \text{ N}$$

wobei $N=14$ die Zahl der Werte $(\frac{dB}{dz})_i$ bzw. $(F_G)_i$ berechnet. Diese entstammen der Wertetabelle.

Damit kann $F_G = \mu \frac{dB}{dz}$ nun aufgetragen werden. Weiterhin wird eine Anpassungsgerade H eingeschrieben, da ein linearer Zusammenhang erwartet wird. Es

Wieder
Ortsungs-
gerade

• Fehler s_I vom Strom: $s_I = 0,05 \text{ A}$

• Fehler der Massen:

- 1 große Kugel: $s_{g_1} = \sqrt{(0,005 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2 + (0,01 \cdot 10^{-3} \text{ kg})^2} = 1,242259988 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$,

vgl. S. 20 (es wurden alle gr. Kugeln gemessen $\Rightarrow \frac{1}{8}$)

- 9 große Kugeln: $s_g = 9 s_{g_1}$

- 1 kleine Kugel: $s_{K_1} = \underbrace{s_{g_1}}_{\text{l. Ihr habt nur 8 kleine}} \quad \text{Kugeln gemessen} \Rightarrow s_K = \frac{1}{8} \cdot s_{K_1}$

- k kleine Kugeln: $s_K = k s_{K_1}$

- Fehler von $M_G = m_g + m_k$:

$$s_M = \sqrt{(g \cdot s_g)^2 + (k s_{K_1})^2}$$

• Fehler s_F der Gewichtskraft:

$$s_F = g_E \cdot s_M$$

• Fehler des Feldgradienten:

$$s_{dB/dz} = 0,0176206 \frac{\text{T A}}{\text{m}} \cdot s_I = 8,8103 \cdot 10^{-4} \frac{\text{T}}{\text{m}} \quad \checkmark$$

→ Der Schwerpunkt der Koordinaten von $(\frac{dB}{dz})_i$ und $(F_G)_i$ ist nach Skript S. F-13 gegeben durch:

$$\overline{\left(\frac{dB}{dz}\right)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{dB}{dz}\right)_i = 0,0675416 \frac{\text{T}}{\text{m}}$$

$$\overline{F_G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (F_G)_i = 0,08433296 \text{ N}$$

wobei $N = 14$ die Zahl der Werte $(\frac{dB}{dz})_i$ bzw. $(F_G)_i$ berechnet. Diese entstammen der Wertetabelle.

Damit kann $F_G = \mu \frac{dB}{dz}$ nun aufgetragen werden. Weiterhin wird eine Ausgleichsgerade H eingerechnet, da ein linearer Zusammenhang erwartet wird. Es

Wieder
Ursprungsgrade!

Die Steigung der dengleichgeraden H entspricht μ :

$$\mu = \frac{\Delta F_G}{\Delta \frac{dI}{dt}} = \frac{0,037N}{0,08T_m} = 0,4625 \text{ Am}^2 \approx 0,463 \text{ Am}^2$$

Fehlerabschätzung von μ :

• Steigung von L: $\mu_L = \frac{0,033N}{0,08T_m}$

• Steigung von R: $\mu_R = \frac{0,039N}{0,08T_m}$

• Abschätzung Fehler von μ :

$$s_\mu = \frac{\mu_R - \mu_L}{2} = \frac{0,0375}{2} \text{ Am}^2 \approx 0,038 \text{ Am}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = (0,463 \pm 0,038) \text{ Am}^2}$$

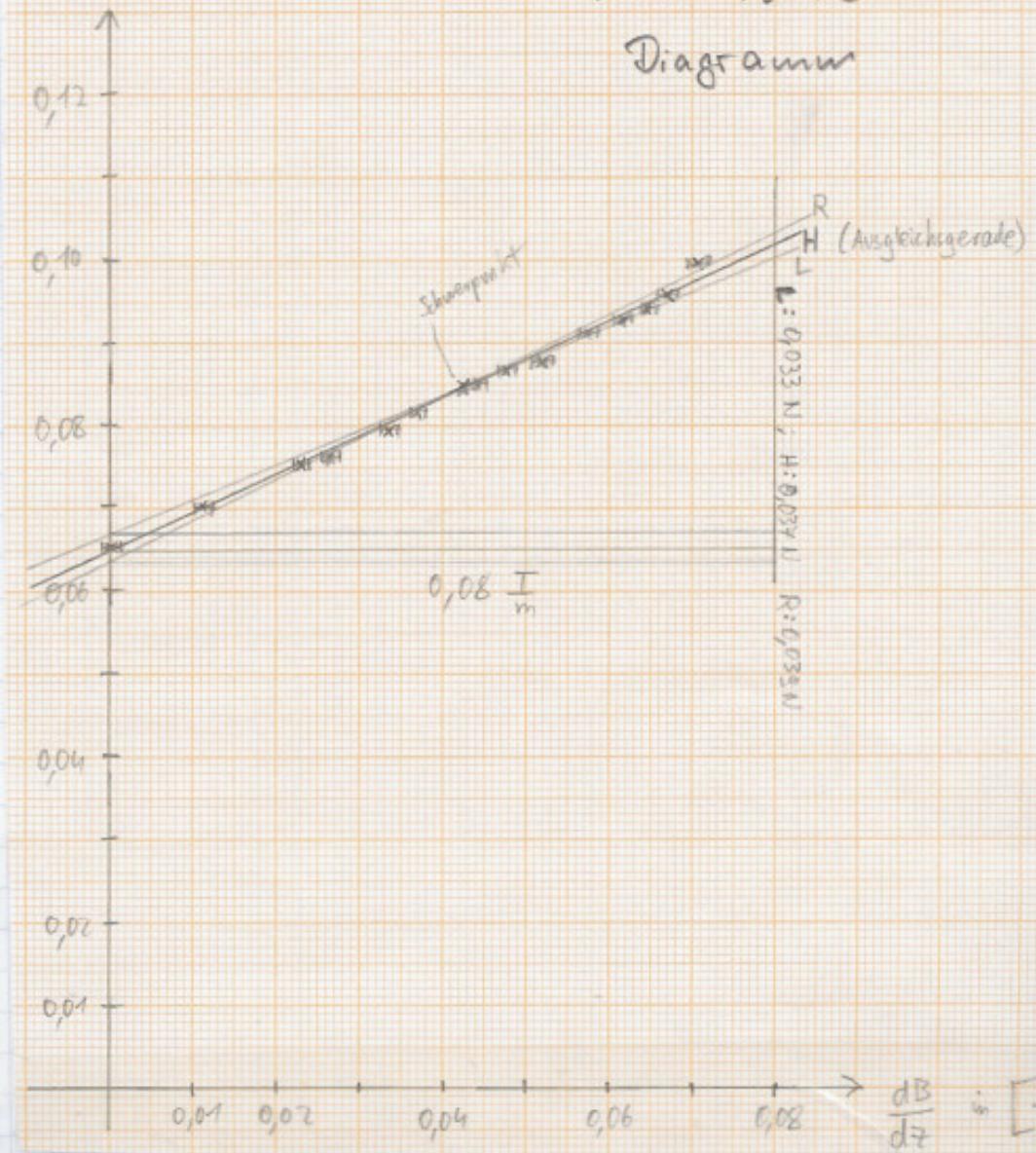
✓

F_G in [N]

in 7.42

reicht kleines

Diagramm



5
+

zu 7.4.2

Nr	I [A]	s _i [A]	Anzahl g	m _g [kg]	s _g [kg]	Anzahl k	m _k [kg]	s _k [kg]	M _G [kg]	s _M [kg]	F _G [N]	s _F [N]	dB/dz [T/m]	s _{dB/dz} [T/m]
1	0,00	0,05	5	0,005717	0,000006	2	0,0009688	0,0000028	0,006685	0,000007	0,06556	0,00007	0,0000	0,0009
2	0,65	0,05	5	0,005717	0,000006	3	0,0014531	0,0000042	0,007170	0,000007	0,07031	0,00007	0,0115	0,0009
3	1,30	0,05	5	0,005717	0,000006	4	0,0019375	0,0000056	0,007654	0,000008	0,07506	0,00008	0,0229	0,0009
4	1,50	0,05	6	0,006860	0,000007	2	0,0009688	0,0000028	0,007829	0,000008	0,07677	0,00008	0,0264	0,0009
5	1,90	0,05	5	0,005717	0,000006	5	0,0024219	0,0000070	0,008139	0,000009	0,07981	0,00009	0,0335	0,0009
6	2,10	0,05	6	0,006860	0,000007	3	0,0014531	0,0000042	0,008313	0,000009	0,08152	0,00008	0,0370	0,0009
7	2,50	0,05	5	0,005717	0,000006	6	0,0029063	0,0000084	0,008623	0,000010	0,08456	0,00010	0,0441	0,0009
8	2,70	0,05	6	0,006860	0,000007	4	0,0019375	0,0000056	0,008797	0,000009	0,08627	0,00009	0,0476	0,0009
9	2,95	0,05	7	0,008003	0,000009	2	0,0009688	0,0000028	0,008972	0,000009	0,08799	0,00009	0,0520	0,0009
10	3,25	0,05	6	0,006860	0,000007	5	0,0024219	0,0000070	0,009282	0,000010	0,09102	0,00010	0,0573	0,0009
11	3,50	0,05	7	0,008003	0,000009	3	0,0014531	0,0000042	0,009456	0,000010	0,09274	0,00009	0,0617	0,0009
12	3,65	0,05	5	0,005717	0,000006	8	0,0038750	0,0000112	0,009592	0,000013	0,09406	0,00013	0,0643	0,0009
13	3,80	0,05	6	0,006860	0,000007	6	0,0029063	0,0000084	0,009766	0,000011	0,09577	0,00011	0,0670	0,0009
14	4,00	0,05	8	0,009147	0,000010	2	0,0009688	0,0000028	0,010115	0,000010	0,09920	0,00010	0,0705	0,0009

7.5 Diskussion der Ergebnisse für μ

Es wurden folgende Werte für μ bestimmt:

Lit	Seite	Versuch
$\mu_1 = (0,46 \pm 0,06) \text{ Am}^2$	30	Statisches Gleichgewicht
$\mu_2 = (0,42 \pm 0,04) \text{ Am}^2$	36	Schwingungsstand eines sp. Pendels
$\mu_3 = (0,35 \pm 0,07) \text{ Am}^2$	40	Präzession eines sym. Kreisels
$\mu_4 = (0,463 \pm 0,038) \text{ Am}^2$	47	Kraft im inhom. Feld

✓

Man erkennt, dass die 4 Werte innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmen (da die Intervalle „überlappen“). Naja, Präzession tanzt aus der Reihe
 → s. Auswertung

Der Versuch mit den meisten Unsicherheiten war gefüllt Versuch 3 (Präzession), da die Nutationsbewegungen nur schwer zu unterdrücken und die Präzessionsdauer nur ungenau messbar war. Dies spiegelt sich auch in den Fehlern von μ wieder (μ_3 hat den größten Fehler). Außerdem wurde die Kugel schnell langsamer.

Der 2. Versuch (sphärisches Pendel) war gefüllt auch mit einigen Unsicherheiten reichhaltig, da der Start- und Endzeitpunkt ^{nur} der Schwingung etwas ungenau gewesen werden konnten. Dies wird jedoch dadurch verhindert, dass immer 10 Schwingungen gemessen wurden.

Das Ergebnis des statischen Gleichgewichts (Versuch 1) sollte relativ sicher sein (relativ zu Versuch 2 und 3), da ziemlich genau erkennbar war, welcher Strom I für das Gleichgewicht nötig war (die Gewebe, der Stab ^{der, nicht} nach oben oder unten bewegt war gut feststellbar). Allerdings konnte der Strom nur ^{Wirklich?} relativ ungenau abgelesen werden: kleinste Variationen von I hatten eine Auswirkung, aber diese Änderungen des Stromes wurden von der Stromsäge nicht aufgelöst. OK also doch nicht gut feststellbar ≈ 0

Gleicher trifft auch für Versuch 4 zu: Das Gleichgewicht war präzise einstellbar, aber der Strom war relativ ungenau ablesbar. Da es keine großen Fehlerquellen gab, ist der Fehler von μ_4 entsprechend klein.

MA
Ihr hätte die Ausgleichsmasse \tilde{v} ($5 = g$ und $k = 2$)
nicht reinkommen! ^{sollte} Nur zusätzliche Kugeln!
 \circ

\Rightarrow keine Ursprungsgerade 0

2,5 / 2,5

Nach Schritt 5. F20 f. kann noch der gewichtete Mittelwert $\bar{\mu}$ bestimmt werden:

$$\sigma_{\bar{\mu}}^2 = \left(\sum_{i=1}^q \frac{1}{n_{\mu_i}^2} \right)^{-1} \quad (n_{\mu_i} : \text{Teller von } \mu_i)$$

$$\rightarrow \sigma_{\bar{\mu}} \approx 0,0236 \text{ Am}^2$$

$$\bar{\mu} = n_F^2 \cdot \sum_{i=1}^q \frac{\mu_i}{n_{\mu_i}^2} \approx 0,434785 \text{ Am}^2$$

Somit ist der von uns bestimte Wert für das magnetische Dipolmoment:

$$\boxed{\bar{\mu} = (0,435 \pm 0,024) \text{ Am}^2}$$

✓

1/1

Fragen	3	/ 4
Protokoll	3	/ 3
Form	1	/ 1
Auswertung	10,5	/ 12
Σ	17,5	/ 20