

INHALT

Seite	Inhalt
1	1. Allgemeines
2	2. Einleitung
3	3. Fragen zur Vorbereitung
7	4. Auswertung / 4.1. Qualitative Beobachtungen
9	4.2. Statisches Kräftegleichgewicht
10	4.3. Schwingungsdauer eines spärischen Pendels
12	4.4 Präzession eines symmetrischen Kreisels
14	4.5 Kraft auf einen magnetischen Dipol im homogenen Magnetfeld
16	5. Vergleich der Messergebnisse
17	6. Vergleich zur Leiterschleife
18	7. Fazit
Anhang	Protokoll

Versuch MM: Magnetisches Moment

1. Allgemeines

Teilnehmer: Protokollperson: Anna-Maria Pleyer
Messperson: Dominik Müller
Auswerteperson: Paul Schwanitz
Versuchstag: Mittwoch 18. November 2020
Versuchsart: Universität Bayreuth, NW II Raum: Tra
Abgabe: Mittwoch 25. November 2020
Betreuer: Bernhard Winkler

2. Einleitung

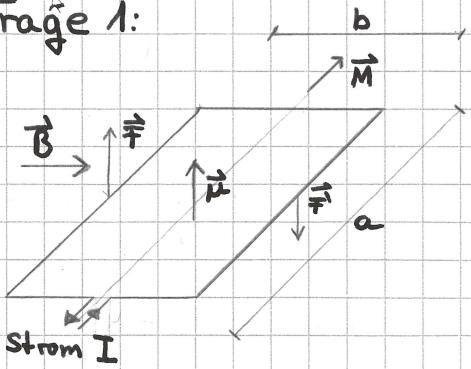
Im folgendem Versuch wird das magnetische Moment in den Mittelpunkt gerückt.

Kenntnisse über das magnetische Moment sind für die moderne Wissenschaft und vor allem für die Medizin unabdingbar. Für die Medizin beispielsweise hat die Kenntnis des magnetischen Moments die Möglichkeit der Magnetresonanztomographie (MR-T) eröffnet. Die MR-T-Technologie erlaubt die detaillierte Darstellung der Struktur von organischem Gewebe und erleichtert so die Erforschung des menschlichen Körpers, ebenso wie die Diagnose von Krankheiten wie Krebs.

Der Versuch MM soll zu einem besseren Verständnis der zugrunde liegenden Phänomene beitragen, die diese Technologie ermöglichen.

3. Fragen zur Vorbereitung

Frage 1:



Betrachtet wird eine rechteckige vom Strom I durchflossene Spule in einem Magnetfeld B , wie in der nebenstehenden Skizze gezeigt.

Für das magnetische Moment einer solchen Leiterschleife gilt:

$$\vec{\mu} = I \vec{A}$$

wobei \vec{A} der Normalenvektor der Fläche A ist, es gilt: $|A| = ab$.

Für das Drehmoment gilt deshalb:

$$\vec{M} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

Da nun \vec{A} und \vec{B} senkrecht zueinander stehen kann man schreiben:

$$M = I B ab \quad \checkmark$$

Liegt eine Ebene, jedoch nicht rechteckige, Spule vor, so kann diese in unendlich viele kleine Rechtecke zerlegt werden. Diese Rechtecke können ebenfalls als Leiterschleifen aufgefasst werden. Das gesamte magnetische Moment kann als die Summe der einzelnen Teilmomente aufgefasst

✓ werden. Dass somit wird klar, dass die Form der Spule keinen Einfluss auf das magnetische Moment hat. Lediglich die Fläche, die von der Leiterschleife eingeschlossen wird, ist entscheidend.

Liegen mehrere Drähte übereinander, wie bei einer Spule so wird das magnetische Moment durch Multiplizieren der Windungszahl berechnet.

Frage 2:

Das Biot-Savart-Gesetz beschreibt das von einem differentiellen Leiterstrom $I \cdot d\ell$ (lokalisiert bei $x=0$) im Abstand x erzeugte H-Feld: (Vgl. BS. S. 136)

$$\vec{\partial H(x)} = \frac{I}{4\pi} \frac{\vec{d\ell} \times \vec{x}}{x^3}$$

Mit $B = \mu_0 H$.

Im Folgendem wollen wir das Feld auf der Symmetrieachse einer Leiter betrachten. Da uns nur die Werte auf der z-Achse interessieren, reicht es die Komponenten, die parallel zur z-Achse sind zu betrachten.

Da sich die senkrecht zur z-Achse orientierten Komponenten des Magnetfelds aufgrund der Symmetrie gegenseitig kompensieren.

Für x gilt: $x = \sqrt{x^2 + z^2}$, weiterhin gilt: $\cos \vartheta = \frac{z}{x}$.

Für $B(z)$ gilt:

$$B(z) = \oint_{\text{Leiterschleife}} \partial B_z(z) \quad \text{mit } \partial B_z(z) = \mu_0 \partial H \cos \vartheta$$

Somit ergibt sich folgende Formel:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^{3/2}}$$



Will man nun eine Spule mit der Höhe Δz , der Dicke Δr und der Windungszahl N als kreisförmige Leiterschleife nähern, wird der Radius als mittlerer Radius der Spule angenommen. Folgende Näherung gilt, wenn Δz klein gegenüber dem Durchmesser ist.

$$B(z) = \frac{N \mu_0 I r_m^2}{2(r_m^2 + z^2)^{3/2}}$$

Im Falle einer Spule werden also N Leiterschleifen der gleichen Konfiguration am gleichen Ort angenommen. X

Frage 3:

Für das Magnetfeld eines Paars aus zwei gleichen Zylinderspulen

gilt (bei gleichsinnigen Stromfluss):

$$\left[\frac{B_{\text{ges}}}{2} \right] = B\left(\frac{d}{2}\right) + B\left(-\frac{d}{2}\right) = \frac{N \mu_0 I r_m^2}{(r_m^2 + (\frac{d}{2})^2)^{3/2}}$$

Im Falle einer gegensinnigen Polung der Spulen wäre im Zentrum kein Magnetfeld, das Spulen messbar, da sich die Magnetfelder hier gegenseitig auslöschen. Für die Berechnung des Gradienten im Zentrum gilt (für gegensinnigen Stromfluss):

$$\left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_z = \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_{\frac{d}{2}} + \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_{-\frac{d}{2}}$$

mit:

$$\left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_{\frac{d}{2}} = - \frac{3 \frac{d}{2} N \mu_0 I r_m^2}{2(r_m^2 + (\frac{d}{2})^2)^{5/2}}$$

Somit gilt für den Gradienten im Zentrum:

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_z = \frac{-3d N \mu_0 I r_m^2}{2(r_m^2 + (\frac{d}{2})^2)^{5/2}}$$

Im Falle eines gleichsinnigen Stromflusses heben sich die Gradienten der Spulen im Zentrum jedoch auf. Setzt man die Werte $N=195$, $r_m=105,42\text{ mm}$ und $d=140,05\text{ mm}$ ein, so ergeben sich Werte, jeweils für die Fälle, in denen sie ungleich null sind, mit folgenden Beträgen:

$$B_z = 1,34 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \frac{I}{A}$$

$$\left(\frac{\partial B}{\partial z} \right)_z = 1,76 \cdot 10^{-2} \text{ T} \cdot \frac{I}{m} \cdot \frac{I}{A}$$

Vergleicht man die Stärke des Erdmagnetfeldes (in Deutschland

$\checkmark B_E \approx 50\mu\text{T}$) mit den Werten im Spulenzentrum, so fällt auf, dass dieser vernachlässigbar klein ~~sind~~ ist.

Frage 4:

Unter Helmholtz-Spulen versteht man ein Paar aus zwei gleichen Spulen, die auf der gleichen Achse montiert sind. Ihr Abstand entspricht dem Radius der Spulen. Außerdem werden die Spulen gleichsinnig vom Strom durchflossen.

Maxwell- oder Anti-Helmholtz-Spulen sind fast identisch aufgebaut. Die einzigen Unterschiede sind, dass diese Spulen gegensinnig von Strom durchflossen werden und der Abstand des $\sqrt{3}$ -fachen des Radius entspricht.

Im Falle der Maxwell-Spule ist $B_z = 0$, weshalb eine Taylorentwicklung keinen Sinn macht. Die Taylorreihe für die Helmholtz-Spule sieht so aus:

$$B_z = N \mu_0 I \left(\frac{1}{r_m} - \frac{3}{2r_m^3} x^2 + \frac{45}{34r_m^5} x^4 \right) \quad \checkmark$$

Frage 5:

Für das Drehmoment eines rotierenden Kreisels, dessen magnetischen Moments gegenüber der Richtung des B -Feldes um einen Winkel ϑ verschoben ist gilt: $M = \frac{dB}{dz} \mu \sin \vartheta$

Die Auswirkung der Gravitation kann hier vernachlässigt werden.

Weiterhin gilt: $\vec{M} = \vec{\omega}_P \times \vec{L} \iff \omega_P = \frac{M}{L \sin \vartheta}$

Durch einsetzen ergibt sich: $\omega_P = \frac{\mu}{L} B$

Dreht sich die Kugel im Uhrzeigersinn, bei nach oben zeigendem Magnetfeld, so ist die Präzessionsdrehung ebenfalls gleich dem Uhrzeigersinn. \checkmark

Frage 6:

$$J_K = \frac{2}{5} m r^2$$

$$\vec{L}_K = \vec{\omega} J_K$$

4. Auswertung

4.1 Qualitative Beobachtungen mit Hilfe des Plastikturms

1. Frei drehender Magnet:

Gradient an:

→ Sowohl für nach oben gerichtetes als auch für nach unten gerichtetes Magnetfeld stieg der Magnet nach oben.

Dies ist nicht weiter überraschend, da der Magnet sich ausrichten kann und vom Magnetfeld der oberen Spule angezogen werden kann. Von der oberen Spule deshalb, weil der Magnet sich oberhalb des Zentrums befindet und somit das Feld der oberen Spule stärker ist.

Gradient aus:

Der Magnet hat sich für beide β -Feldrichtungen ähnlich verhalten, da er sich frei drehen und ausrichten kann. Jedoch war die Auslenkung deutlich geringer was wahrscheinlich mit einem homogeneren, aber schwächeren Magnetfeld zu erklären ist.

2. fester Magnet (senkrecht)

Der Magnet wurde so ausgerichtet, dass die Magnetfelder senkrecht zueinander stehen. (~~taut Protokoll mit viel Spielraum~~)

Gradient an:

Wie bei frei drehenden Magneten mit aktiviertem Gradienten stieg er nach oben. Jedoch → viel diese Bewegung weitaus geringer aus.

Es handelt sich wahrscheinlich um die gleiche Ursachen für dieses Verhalten, wie auch im oberen Fall. Die Auslenkung ist deshalb geringer, da der Magnet eher wagrecht ausgerichtet ist jedoch können kleine Bewegungen des Magneten bei diesem Aufbau nicht ausgeschlossen werden. Weshalb er ein ähnliches Verhalten zeigt.

Gradient aus:

Hier traten kaum signifikante Änderungen auf. Da er nahe 7

dem Zentrum ($B=0$) sich in einem schwachen homogenen Magnetfeld befindet und zudem sind die Felder senkrecht zueinander.

3. fester Magnet (Felder parallel zueinander)

Gradient an:

Für nach oben gerichtetes Magnetfeld stieg der Magnet nach oben und für ein nach unten gerichtetes Magnetfeld sank er. Dies erscheint logisch, da der Magnet fixiert war weshalb eine Umkehr des Magnetfelds eine Umkehr der Kraft bewirken kann.

Außerdem fällt auf, dass die Änderung der Auslenkung stärker wurde, umso näher er der oberen Spule war. Dies ist mit der Tatsache erklärbare, dass das Magnetfeld mit zunehmender Entfernung zur Quelle abnimmt.

Gradient aus:

Bei ausgeschaltetem Gradienten verlief die Auslenkung nach oben ähnlich jedoch etwas schwächer. Bei nach unten gerichtetem Magnetfeld sogar kaum signifikant. Was wiederum durch ein homogenes aber schwaches Magnetfeld zu erklären ist.

4.2 Statisches Kräftegleichgewicht

Es gilt im statischen Gleichgewicht:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\vec{l} \times \vec{F_G} \quad \text{mit } \vec{l} \parallel \vec{\mu} \text{ und } \vec{B} \parallel \vec{F_G}$$

Somit gilt:

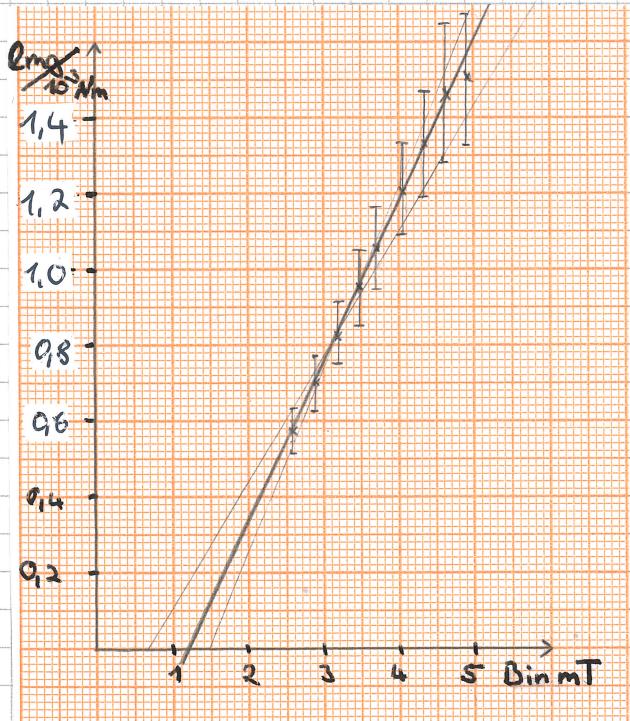
$$\mu \cdot B = l \cdot mg$$

$$\text{mit } B = 1,34 \cdot 10^{-3} T \cdot \frac{I}{A}$$

Für die Masse des Gewichts gilt: $m = (1,3 \pm 0,1) g$

Im folgenden soll nun $l \cdot mg$ gegen B aufgetragen werden, weshalb μ die Geradensteigung ist.

Nr.	x in mm	Strom I in A	B in mT	l in m	y = mgl in Nm	$y \cdot 10^{-3}$ in Nm
1	0	1,93	2,59	0,045	0,00057	0,569
2	10	2,15	2,88	0,055	0,00070	0,696
3	20	2,37	3,18	0,065	0,00082	0,824
4	30	2,59	3,47	0,075	0,00095	0,951
5	40	2,79	3,74	0,085	0,00108	1,079
6	50	3,02	4,05	0,095	0,00121	1,206
7	60	3,24	4,34	0,105	0,00133	1,334
8	70	3,47	4,65	0,115	0,00146	1,461
9	80	3,68	4,93	0,125	0,00159	1,589



Mit Hilfe der Zeichnung ergibt sich:

$$\underline{\mu = (0,42 \pm 0,09) Am^2} \checkmark$$

Es fällt auf, dass es sich, entgegen den Erwartungen aufgrund der Gleichung $(\mu \cdot B = l \cdot mg)$, nicht um eine Ursprungsgerade handelt.

Der Grund hierfür ist möglicherweise ~~die~~ die Vernachlässigung des durch den Metallstab ausgeübten Drehmoments.

9

gleichgewicht

n Gleichgewicht:

$$\vec{\mu} \times \vec{B} = -\vec{e} \times \vec{F_G}$$

mit $\vec{e} \parallel \vec{\mu}$ und

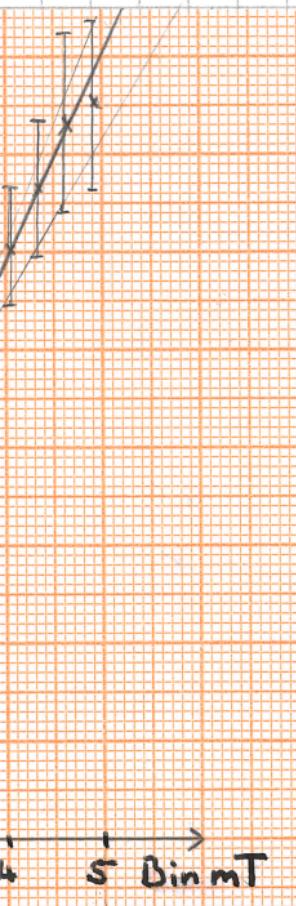
$$\cdot B = mg$$

$$\text{mit } B = 1,34$$

s Gewichts gilt: $m = (1,3 \pm 0,1)g$

nun mg gegen B aufgetragen und Steigung ist.

B in mT	I in m	y = mgl in Nm	y * 10 ⁻³ in Nm	s _e in m
2,59	0,045	0,00057	0,569	0,000082
2,88	0,055	0,00070	0,696	0,000083
3,18	0,065	0,00082	0,824	0,000084
3,47	0,075	0,00095	0,951	0,000084
3,74	0,085	0,00108	1,079	0,000085
4,05	0,095	0,00121	1,206	0,000086
4,34	0,105	0,00133	1,334	0,000086
4,65	0,115	0,00146	1,461	0,000087
4,93	0,125	0,00159	1,589	0,000088



Mit Hilfe der Zeichnung

$$\mu = (0,42 \pm 0,09) \text{ Am}^2$$

Es fällt auf, dass es sich um Erwartungen aufgrund der ($\mu \cdot B = mg$), nicht um Ursprungsgenauigkeit handelt. Der Grund hierfür ist mit ~~die~~ die Vernachlässigung den Metallstab ausgeübt.

$$\propto \vec{B} \parallel \vec{F_G}$$

$$+ \cdot 10^{-3} T \cdot \frac{\pi}{4}$$

verdrehen, weshalb

s_x in mm	$s_y \cdot 10^{-3}$ in Nm	s_e in mm	s_I in A	s_β in mT
0,056	0,062	0,082	0,03	0,040
0,057	0,076	0,083	0,03	0,044
0,058	0,090	0,084	0,04	0,049
0,059	0,103	0,084	0,04	0,053
0,060	0,117	0,085	0,04	0,057
0,060	0,131	0,086	0,05	0,062
0,061	0,145	0,086	0,05	0,066
0,062	0,159	0,087	0,05	0,071
0,063	0,173	0,088	0,06	0,075

- ergibt sich:

, entgegen den

Gleichung

eine

lebt.

zglicher weise

g des durch

bten Dreh-

4.3 Schwingungsdauer eines sphärischen Pendels

1. Herleitung

$$M = \mu B \sin(\theta) \approx \mu B \theta \quad \text{wenn } \theta \text{ klein}$$

$$\frac{dL}{dt} = J\dot{\omega} = J\ddot{\theta}$$

Da M der Bewegung entgegen wirkt:

$$-\mu B \theta = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} = -\frac{\mu B}{J} \underbrace{\theta(t)}_{\omega^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ansatz: } \theta(t) &= e^{i\omega t} \\ &\Rightarrow \ddot{\theta}(t) = -\omega^2 \cdot \theta(t) \end{aligned}$$

Mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$ folgt:

$$\frac{4\pi r^2}{T^2} = \frac{\mu B}{J} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi r^2 J}{\mu B}$$

2. Trägheitsmoment der Kugel:

$$J_k = \frac{2}{5} m r^2$$

Mit den Protokoll entnommenen Werten ergibt sich:

$$J = (4,065 \pm 0,009) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Fehlerrechnung:

$$s_J = \sqrt{\left(\frac{2}{5}r^2 \cdot s_m\right)^2 + \left(\frac{4}{5}mr s_r\right)^2}$$

Der Griff wurde bei dieser Rechnung vernachlässigt.

3. Auftragen von $\frac{1}{B}$ gegen T^2

$$\text{mit: } T^2 = \left(\frac{T_{10}}{10}\right)^2$$

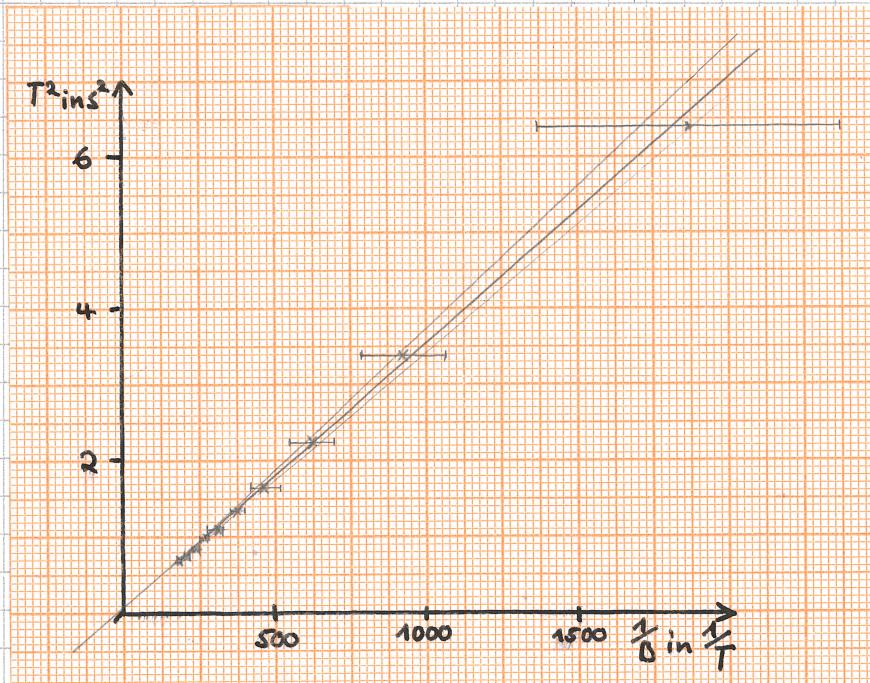
$$B = 1,34 \cdot 10^{-3} T \cdot \frac{I}{A}$$

Fehlerrechnung:

$$s_B = \frac{s_0}{B^2} \quad \text{mit } s_B = 1,34 \cdot 10^{-3} \frac{I}{A} \cdot s_I$$

$$s_{T^2} = 2T \cdot \frac{s_{T_{10}}}{10}$$

Stromstärke in A	T_{10} in s	B in T	s_B in T
0,4	25,36	0,000536	0,00014
0,8	18,45	0,001072	0,00016
1,2	15,08	0,001608	0,00017
1,6	12,91	0,002144	0,00018
2	11,64	0,00268	0,00020
2,4	10,71	0,003216	0,00021
2,8	9,95	0,003752	0,00022
3,2	9,22	0,004288	0,00024
3,6	8,68	0,004824	0,00025
4	8,3	0,00536	0,00026



von der Ursprungsgleichung.

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{4\pi^2 J}{\mu}}_{:=V} = (3,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \frac{s^2}{T}$$

$$\mu = \frac{4\pi^2 J}{V}$$

$$s_\mu = 4\pi^2 \sqrt{\left(\frac{1}{V} s_J\right)^2 + \left(\frac{J}{V^2} s_V\right)^2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\mu = (0,47 \pm 0,04) Am^2}}$$

Aufgrund der Varianz der Reaktionszeit entsteht hier eine Abweichung

Kräfte eines sphärischen Pendels

3. Auftragen

mit:

$$M = \mu B \sin(\theta) \approx \mu B \theta \quad \text{wenn } \theta \text{ klein}$$

$$\frac{dL}{dt} = J\dot{\omega} = J\ddot{\theta}$$

zugung entgegen wirkt:

$$-\mu B \theta = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} = -\frac{\mu B}{J} \theta \quad (\text{4})$$

$\underbrace{\omega^2}_{\text{v}^2}$

$$\theta(t) = e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}(t) = -\omega^2 \cdot \theta(t)$$

folgt:

$$\frac{4\pi r^2}{T^2} = \frac{\mu B}{J} \quad \Leftrightarrow \quad T^2 = \frac{4\pi r^2 J}{\mu B}$$

zent der Kugel:

$$J_K = \frac{2}{5} m r^2$$

tokoll entnommenen Werten ergibt sich:

$$J = (4,065 \pm 0,009) \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$s_J = \sqrt{\left(\frac{2}{5}r^2 \cdot s_m\right)^2 + \left(\frac{4}{5}mr s_r\right)^2}$$

wurde bei dieser Rechnung vernachlässigt.

Fehlerrechnung

Stromstärke in A	T ₁₀
0,4	
0,8	
1,2	
1,6	
2	
2,4	
2,8	
3,2	
3,6	
4	



von der Uh

von $\frac{1}{B}$ gegen T^2

$$T^2 = \left(\frac{I_{10}}{10}\right)^2$$

$$B = 1,34 \cdot 10^{-3} T \cdot \frac{I}{A}$$

$$S_T = \frac{S_B}{B^2} \quad \text{mit } S_B = 1,34 \cdot 10^{-3} \frac{I}{A} \cdot S_I$$

$$S_{T^2} = 2T \cdot \frac{S_{I10}}{10}$$

in s	B in T	S _B in T	T in s	S _T in s	T ² in s ²	S _{T²} in s ²	1/B in 1/T	s_1/B in 1/T
25,36	0,000536	0,00014801	2,536	0,001	6,431296	0,005072	1865,67164	515,175421
18,45	0,001072	0,00016136	1,845	0,001	3,404025	0,00369	932,835821	140,410385
15,08	0,001608	0,00017471	1,508	0,001	2,274064	0,003016	621,890547	67,5705059
12,91	0,002144	0,00018808	1,291	0,001	1,666681	0,002582	466,41791	40,9155458
11,64	0,00268	0,00020145	1,164	0,001	1,354896	0,002328	373,134328	28,0471947
10,71	0,003216	0,00021482	1,071	0,001	1,147041	0,002142	310,945274	20,7701331
9,95	0,003752	0,00022819	0,995	0,001	0,990025	0,00199	266,52452	16,209818
9,22	0,004288	0,00024157	0,922	0,001	0,850084	0,001844	233,208955	13,138232
8,68	0,004824	0,00025495	0,868	0,001	0,753424	0,001736	207,296849	10,9558098
8,3	0,00536	0,00026833	0,83	0,001	0,6889	0,00166	186,567164	9,34001138

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{4\pi^2 J}{\mu}}_{:=V} = (3,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \frac{s^2}{T}$$

$$\mu = \frac{4\pi^2 J}{V}$$

$$S_\mu = 4\pi^2 \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{S_J}}\right)^2 + \left(\frac{1}{V^2} S_V\right)^2}$$

✓

$$\Rightarrow \underline{\mu = (0,47 \pm 0,04) Am^2}$$

Aufgrund der Varianz der Reaktionszeit entsteht hier eine Abweichung

rsprungsgleichung.

m

4.4 Präzession eines symmetrischen Kreisels

Für die Herleitung folgender Gleichung siehe Frage 5 der Fragen zur Vorbereitung.

$$\omega_p = \frac{\mu}{L} B$$

Für den Drehimpuls gilt:

$$L = (12,77 \pm 0,26) \cdot 10^{-4} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Nachfolgend soll B gegen ω_p aufgetragen werden.

Für ω_p gilt:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \quad \text{mit} \quad T_p = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}$$

Für $B(I)$ gilt:

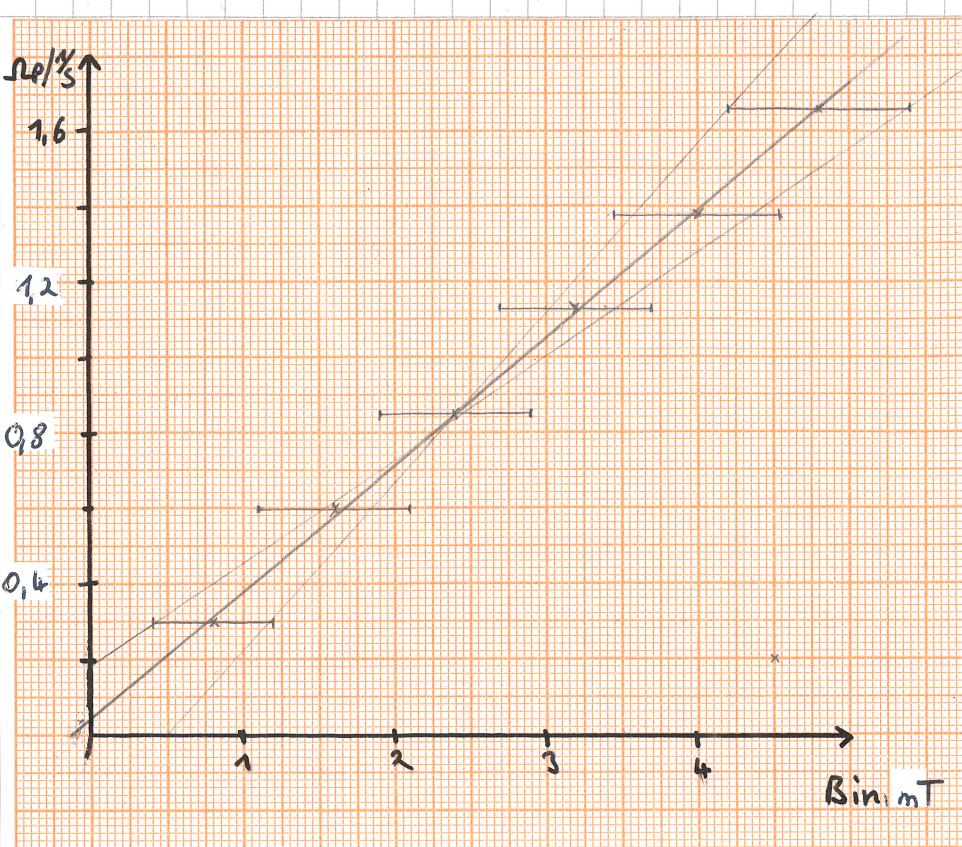
$$B(I) = 1,34 \cdot 10^{-3} \frac{I}{A} \cdot I$$

Fehlerrechnung:

$$S_{\omega_p} = \frac{2\pi}{T_p^2} S_{T_p} \quad \text{mit} \quad S_{T_p} = 0,006 \text{ s}$$

Zeichnung:

Stromstärke in A	T1 in s	T2 in s	T3 in s	T_p in s	Omega_p in 1/s	S_{ω_p} in 1/s
0,6	19,1	21,07	20,78	20,31666667	0,309262607	8,78849E-05
1,2	10,74	10,84	9,86	10,48	0,599540583	0,000330291
1,8	7,21	7,64	7,32	7,39	0,850228052	0,000664248
2,4	5,31	5,68	5,66	5,55	1,132105461	0,001177696
3	4,52	4,6	4,52	4,546666667	1,381932252	0,001754822
3,6	3,89	3,81	3,63	3,776666667	1,66368543	0,002543325



$$\Rightarrow \frac{\mu}{L} = (38335 \pm 115) \frac{1}{sT}$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{\mu}{L} \cdot L$$

$$\Rightarrow s_{\mu} = \sqrt{(L s_{\frac{\mu}{L}})^2 + \left(\frac{\mu}{L} s_L\right)^2}$$

$$\Rightarrow \mu = (0,4 \pm 0,2) \text{ Am}^2 \quad \checkmark$$

B in T	s_B in T
0,000804	0,00045461
0,001608	0,00048333
0,002412	0,00051043
0,003216	0,00053617
0,00402	0,00056072
0,004824	0,00058425

rund der Varianz der Reaktionszeit ist dies keine
gerade.

4.5 Kraft auf einen Magnetischen Dipol im homogenen Magnetfeld

Der Versuchsaufbau, sowie die Herangehensweise sind im Protokoll unter 5. beschrieben.

Für die Gewichtskraft gilt:

$$F_G = g(n_G \cdot m_G + n_k \cdot m_k)$$

Wobei $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ die Erdbeschleunigung, n_G die Anzahl der großen Kugeln, m_G deren Masse, n_k die Anzahl der kleinen Kugeln und m_k deren Masse bezeichnet.

Der Fehler der Gewichtskraft lässt sich, unter Annahme des Fehlerfortpflanzungsgesetzes, folgendermaßen darstellen:

$$\Delta F_G = g \sqrt{(n_G \cdot \Delta m_G)^2 + (n_k \cdot \Delta m_k)^2}$$

Aus Frage 3 der Fragen zur Vorbereitung wissen wir, dass für den Feldgradienten gilt:

$$\frac{dB}{dz} = 1,76 \cdot 10^{-2} \frac{I}{Am} \cdot I$$

Für den Fehler gilt:

$$\Delta F_G = \frac{dB}{dz} \Delta I$$

Da raus ergeben sich folgende Werte:

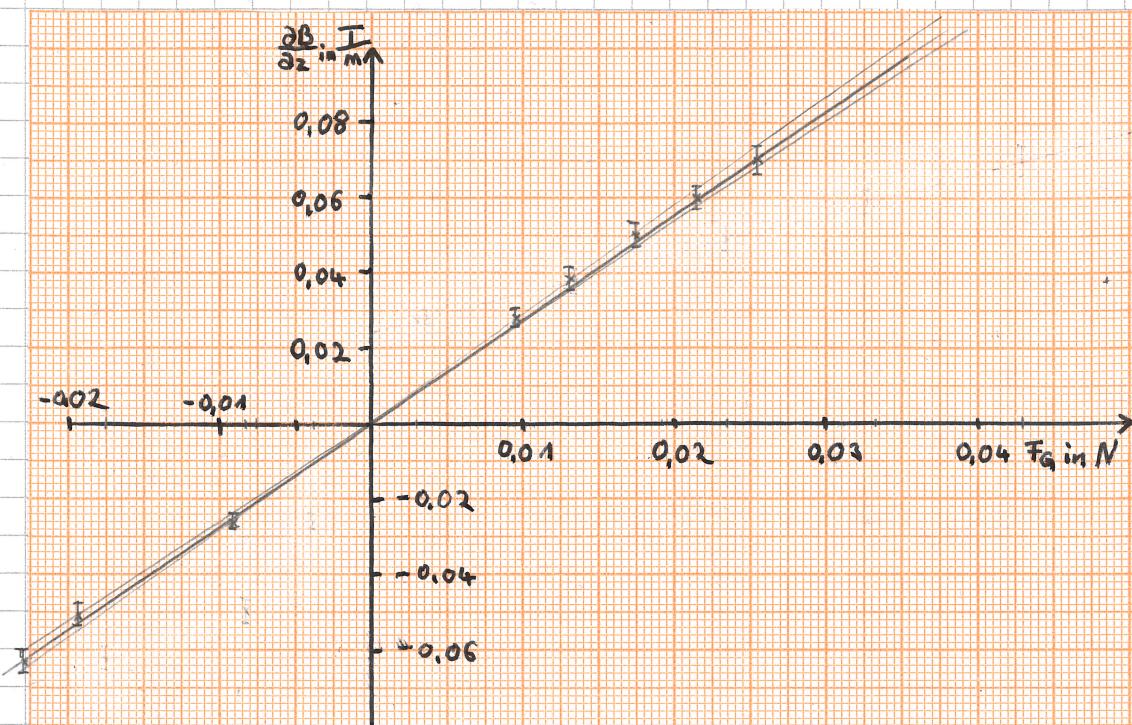
Messung			Berechnung	
I in A	# Kugeln(G)	# Kugeln(k)	F _G in N	Grad. In T/m
1,60	1	0	0,00981	0,0282
2,20	1	1	0,013734	0,0387
2,80	1	2	0,017658	0,0493
3,35	1	3	0,021582	0,0590
4,00	1	4	0,025506	0,0704
-1,50	-1	0	-0,00981	-0,0264
-2,90	-2	0	-0,01962	-0,0510
-3,50	-2	-1	-0,023544	-0,0616

Fehler		
I in A	F _G in N	Grad. In T/m
0,14	0,0000001	0,002
0,155	0,0000002	0,003
0,17	0,0000005	0,003
0,18375	0,0000010	0,003
0,2	0,0000017	0,004
0,1375	0,0000001	0,002
0,1725	0,0000004	0,003
0,1875	0,0000005	0,003

Da folgende Gleichung gilt:

$$F_G = \mu \frac{dB}{dz}$$

Kann μ aus folgendem Graphen ermittelt werden.



Aus dem Graphen kann folgender Wert für μ abgelesen werden:

$$\mu = (0,37 \pm 0,03) \text{ Am}^2 \quad \checkmark$$

Des weiteren fällt auf, dass die Gerade direkt durch den Ursprung verläuft. Dies entspricht genau den Erwartungen und ist nicht weiter verwunderlich, da die Waage bei $\frac{\partial B}{\partial I} = 0 \text{ mT}$ ins Gleichgewicht gebracht wurde.

5. Vergleich der verschiedenen Messergebnisse

Folgende Ergebnisse wurden für jeweilige Aufgaben ermittelt:

4.2 $\mu = (0,42 \pm 0,09) \text{ Am}^2$

4.3 $\mu = (0,47 \pm 0,04) \text{ Am}^2$

4.4 $\mu = (0,4 \pm 0,2) \text{ Am}^2$

4.5 $\mu = (0,37 \pm 0,03) \text{ Am}^2$

Bei genauerer Betrachtung der Messwerte fällt auf, dass eine gewisse Diskrepanz vorliegt welche auch außerhalb der Fehlerintervalle liegt.

In den Aufgaben 4.3 und 4.4 wurde die Messung der Zeit mit einer Stoppuhr gemessen, weshalb die Reaktionszeit der Messperson für eine höhere Ungenauigkeit sorgt. Zudem haben wir in 4.3 die Formel mit der Kleinwinkel Näherung benutzt, was auch zu Abweichungen führen kann. ~~Auc~~

In Aufgabe 4.2 wurde der Metallstab vernachlässigt, was ebenfalls Abweichungen verursacht. NEIN! DER STAB ÄNDERT DEN Y-ACHSENABSCHNITT ABER NICHT DIE STEIGUNG IN DER AUFTRAGUNG!

Lediglich in Teil 4.5 werden keine Näherungen oder Annahmen gemacht oder Fehler aufgrund der Reaktionszeit der Messperson verursacht. Auch das vernachlässigte Eigendrehmoment der Kugel spielt aufgrund des Aufbaus der Messung keine Rolle.

Abschätzung des Eigendrehmoments:

$$M \approx 1,34 \cdot 10^{-3} \frac{\text{I}}{\text{A}} \cdot 24,5 \cdot 10^{-3} \text{A} \cdot 0,4 \text{ Am}^2 = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{Nm}$$

Hier fällt auf, dass das Eigendrehmoment zwar klein ist, jedoch ist der Einfluss auf den Größenorden, auf dem wir messen, nicht auszuschließen.

Summa summarum kann der Wert aus Teil 4.5 als genauer angenommen werden, da es hier weit weniger Fehlerquellen gibt.

6. Vergleich zur Leiterschleife

Im folgenden soll berechnet werden, welcher ~~durchmesser~~ ^{fließen muss um} eine Leiterschleife benötigt, die das gleiche magnetische Moment wie die Billiardkugel besitzt, zu erzeugen.

Aus Frage 1 der Fragen zur Vorbereitung wissen wir:

$$\mu = I \cdot A$$

(wenn die Leiterschleife)

Für A gilt:

$$A = r^2 \pi \Rightarrow A = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Somit gilt für I:

$$I = \frac{\mu}{A} \Rightarrow I = \cancel{1,2 \text{ kA}} 1,178 \text{ kA}$$

Fehlerrechnung:

$$S_I = \frac{1}{A} S_\mu \Rightarrow S_I = 96 \text{ A}$$

$$\Rightarrow I = (1,2 \pm 0,001) \text{ kA}$$

$$I = (1,2 \pm 0,1) \text{ kA} \quad \checkmark$$

Es handelt sich hierbei um beeindruckende 1200A, was wohl in der Praxis sehr schwierig umzusetzen ist, da man sehr dicke Kabel brauchen würde. Diese Kabel lassen sich wahrscheinlich nicht zu einer so kleinen Leiterschleife biegen.

7. Fazit

Abschließend ist zu sagen, dass der Versuch maßgeblich zum Verständnis des magnetischen Moments beigetragen hat.

Außerdem hat er einen detaillierten Einblick in die Messmethode sowie ihrer Fehlerquellen erlaubt.

Aus diesen Gründen ist der Versuch als Erfolg zu verbuchen.

19PUNKTE 10.12.2020

Dr Renata Y. Wieder

