

**WS2020**

---

**PPA2**

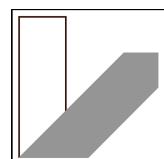
---

# Beugung

---

Charlotte Geiger - Manuel Lippert - Leonhard Schatt

---

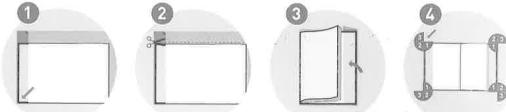


 **Herlitz** **easy.cover**

# FLEXIBLE BUCHHÜLLE

- flexibel in der Höhe und Breite anpassbar inkl. Atlasformat
- hält ohne am Buch festzukleben
- im praktischen 5er Mehrfachpack immer eine passende Hülle zur Hand

IN 4 SCHRITTEN  
ZUR PERFEKTNEN  
BUCHHÜLLE



Hier geht's  
zum Erklärvideo.

 **Herlitz**

## Versuch Bau: Beugung an Spalten und Gittern

Versuchsdatum: 09.12.2020

✓

Versuchsort:

✓

Messperson: Leonhard Schatt

} Gruppe 4

Auswertperson: Manuel Lippert

Protokollperson: Charlotte Cieger

Betreuer: Wolfgang Schöpf

### Inhaltsangabe

1. Einführung und Ziel	Seite 2
2. Fragen zur Vorbereitung	3 - 10
3. Messprotokoll	11 - 14
4. Auswertung	15 - 22
5. Fazit	23

## 1. Einleitung und Ziel

Licht lässt sich in vielen Bereichen der Physik mit Hilfe von linearen Strahlen beschreiben oder alternativ durch einen Strom von Photonen. Die Grenzen dieses Modells wird erreicht, wenn sich die Ausdehnungen der betrachteten Objekten mit der Wellenlänge vergleichbar werden. Dabei entstehen beispielsweise Interferenz und Beugung, Eigenschaften die ein Teilchenstrom nicht besitzt.

Ziel des Versuches ist das Studieren von Beugungsmuster von monochromatischem Licht an Einzel-, Doppel- und Mehrfachspalten und Löchern. Diese Messer werden qualitativ und quantitativ beschrieben, wodurch Rückschlüsse auf das eingeschossene Licht oder auf die räumliche Ausdehnung des bestrahlten Objekts möglich sind.

## 2. Fragen zur Vorbereitung

2.1 Unterschiede Beugung / Fraunhofer und Interferenz / Fresnel

### Beugung

Bei der Beugung fällt eine ebene Welle auf einen Schirm mit Loch (näherungsweise klein gegen die Wellenlänge). Dabei gelangt Licht in den Schattenraum in Form einer Kugelwelle.



### Interferenz

Bei der Überlagerung von zwei Wellen (auch mehreren) gleicher Frequenz, kann es je nach Phasendifferenz zu Verstärkung oder Schwächung oder Auslöschung kommen. Dieser Vorgang wird als Interferenz bezeichnet.

### Fraunhofer-Beugung vs. Fresnel-Beugung

Werden Beugungsergebnisse in einer endlichen Entfernung, die nicht sehr groß gegen die verwendete Wellenlänge ist, dann handelt es sich um eine Fresnel-Beugung.

Dabei hängt die beobachtete Lichtverteilung vom bestrahlten Objekt (Abmessung, Form) als auch vom Abstand zwischen Objekt und Schirm ab.

Wird der Abstand zwischen Objekt und Schirm sehr groß (gegen unendlich), geht die Fresnel-Beugung in die Fraunhofer-Beugung über. Dabei wird näherungsweise die Parallelität der Lichtstrahlen angenommen.

ist in Größe das gleiche!

## 2.2 Intensitätsverteilung (Einzelspalt)

$$I_1(\theta) = 10 D^2 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 \left( \frac{\sin y}{y} \right)^2, \quad x = \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta, \quad y = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta$$

wobei  $b=0$  (wegen Einzelspalt)

$$\approx I_1(\theta) = 10 D^2 \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2 = 10 D^2 \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)^2}{\sin \theta^2} \right) \left( \frac{1}{\pi} \right)^2$$

Minima entstehen wenn sich Wellen auslöschen, also unter einem Winkel in dem die Intensität gleich Null ist.

$$\approx I_1(\theta) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \stackrel{!}{=} n\pi, \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{n\pi}{D}$$

Minima-Bedingung Einzelspalt

Zentralmaximum bei einem Winkel  $\theta$  von 0° steht vor.

Dieses Minima entsteht durch Interferenz von Längswellen. Dabei unterscheidet man zwischen der destruktiven und konstruktiven Interferenz, wobei bei destruktiver

Interferenz der Gangunterschied  $\frac{\lambda}{2}$  ungeradzahligem

Vielfach von der halben Wellenlänge und bei

konstruktiver Interferenz ein Vielfaches der Wellenlänge beträgt. Der Gangunterschied selbst tritt zwischen zwei

sich überlagernden Wellen auf. Wenn man nun

die Vorstellung der Längswellen mit, d.h. gemeinsam überlagern, überlegt wird es ersichtlich, dass bei  $\theta=0$

sich alle Wellen konstruktiv überlagern, da sie den

selben Gangunterschied haben, wodurch das zentrale Maximum entsteht.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} I_1(\theta) = \lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2 \cdot 10 \left( \frac{1}{\pi} \right)^2 \stackrel{!}{=} 10$$

Betrachte nur Koeffizienten!

$$\stackrel{!}{=} \lim_{\theta \rightarrow 0} \left( \frac{\cos \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right) \cdot \frac{\pi D}{\lambda} \cos \theta}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2 \cdot 10 \left( \frac{1}{\pi} \right)^2 = 10 D^2$$

$\Rightarrow$  Zentralmaxima liegt bei  $\theta=0$  mit  $I_1(0) = 10 D^2$

Winkel von  $161^\circ \frac{\pi}{2}$  werden nicht betrachtet.

## Abschätzung

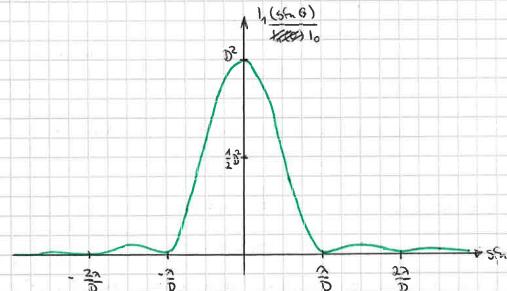
Maxima höherer Ordnung zwischen zwei Minima liegen

$$\approx \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta = n\pi + \frac{\pi}{2}, \quad n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

$$\approx \frac{I_1(\theta_{\text{max}})}{I_1(0)} = \left( \frac{\sin(n\pi + \frac{\pi}{2})}{n\pi + \frac{\pi}{2}} \right)^2 = \left( \frac{1}{n\pi + \frac{\pi}{2}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_1(\theta'_{\text{max}})}{I_1(0)} = \left( \frac{12}{3\pi} \right)^2 \approx \frac{1}{22} \Rightarrow \text{Hauptmax 22 mal heller}$$

$$\Rightarrow \frac{I_1(\theta''_{\text{max}})}{I_1(0)} = \left( \frac{2}{5\pi} \right)^2 \approx \frac{1}{62} \Rightarrow -11 - 62 -11$$



## 2.3. Doppelspalt

$$I_2(\theta) = 10 D^2 \left( \frac{\sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)}{\sin \theta} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin \left( \frac{2\pi b}{\lambda} \sin \theta \right)}{\sin \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \right)} \right)^2$$

$$\text{mit } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \Leftrightarrow 2 \cos \alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow I_2(\theta) = 10 D^2 \underbrace{\left( \frac{\sin \left( \frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta \right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin \theta} \right)^2}_{\text{Einzelspalt}} \cdot \underbrace{\left( 2 \cos \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta \right) \right)^2}_{\text{Gitterfunktion}}$$

Somit bekommt die Gleichung aus (2.2) noch

einen Term dazu, der sogenannte Gitterfunktion. Dabei ist das Argument größer als das des Einzelspalts ( $b > D$ ), wodurch  $\frac{2\pi b}{\lambda} \rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}$  geht.

Daraus folgt, dass die „Schwingung“ des Einzelspalts die reine Schwingung enthält (moduliert), weshalb es zu jedem Einzelspaltminimum ein Doppelspaltminimum geben muss.

Dadurch muss nur die abzugleichenen Minima betrachtet werden, welche durch die Interferenz erzeugt werden.

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow |\sin\theta| = \frac{m}{b} \left(k\pi + \frac{1}{2}\right) = \frac{m}{2b} (2k+1), m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\theta = \frac{m}{b}, & m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \\ \sin\theta = \frac{m}{ab}, & m \in \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}\} \end{cases}$$

Maximas des Doppelspalts lassen sich mittels der Bedingung ermitteln:

$$\left[\cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)\right]^2 = 1 \Rightarrow \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta = n\pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow |\sin\theta| = \frac{n\lambda}{b} \quad \text{an Stellen}$$

Dabei ist es wichtig zu beachten, dass keine Maximas vorkommen, welche durch Term des Einzelspalts ein Minimum besitzen müssen.

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{p\lambda}{b}, p \in \mathbb{Z}, \theta \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad \text{d.h. } |\sin\theta| = \frac{p\lambda}{b}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$$

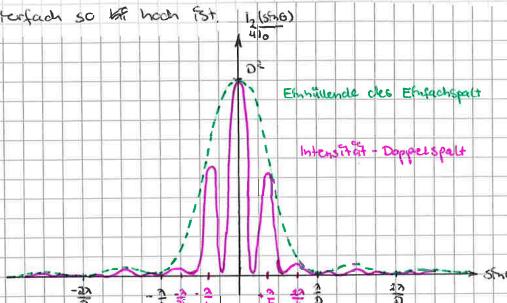
Zentralmaximum:

$$I_1(0) = \lim_{\theta \rightarrow 0} = \lim_{\theta \rightarrow 0} 10D^2 \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta} \right)^2 \cdot \left( 2 \cos\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) \right)^2$$

$$I_1(0) = 4 \cdot 10 D^2 = 4 \cdot I_{\text{Einzel}}(0)$$

$\Rightarrow$  Das Zentralmaximum ist 4 mal so hell wie das Zentralmaximum des Einzelspalts

Dies lässt sich erklären, dass bei gleicher Spaltenbreite und gleicher Lichtintensität bei  $\theta = 0$  alle Lichtstrahlen stets in Phase sind (Fraunhoferbeugung), was bedeutet, dass deren Gangunterschied 0 Null. Beim Doppelspalt steht nun „doppelt“ so viel Licht zur Verfügung als beim Einzelspalt, wodurch das Maximum vierfach so hell hoch ist.



## 2.4 Gitter

$$I_N(\theta) = 10D^2 \cdot \underbrace{\left( \frac{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta} \right)^2}_{\text{Einzelspalt}} \cdot \underbrace{\left( \frac{\sin\left(N \frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)} \right)^2}_{\text{Gitterfaktor}}$$

Zentralmaximum (Grenzwert  $\theta \rightarrow 0$ )

$$\text{Betrachte nur Term der Gitterfaktur}$$

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\left(N \frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right)} \xrightarrow{N \rightarrow \infty} N \quad \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\cos\left(N \frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right) \cdot N \cdot \cos\theta}{\cos\left(\frac{\pi D}{\lambda} \sin\theta\right) \cdot \cos\theta} = N$$

$$\Rightarrow I_N(0) = 10D^2 \cdot N^2 = N^2 \cdot I_{\text{Einzel}}(0) \quad (\text{Ergebnis aus (2.2) wird verwendet})$$

$\Rightarrow$  Das Hess Zentralmaximum ist  $N^2$ -fach heller als das des Einzelspalts.

Da die Situationen grundsätzlich identisch zum Doppelspalt  
sind, müssen die Minima des Citters auch ~~sein~~ sein oder  
Maxima des Einzelpalts entstehen. Dies gilt aber  
nur wenn die Fraunhofer-Beugung vorliegt. Da  
bei der Fraunhofer-Beugung näherungsweise die Parallelität  
der Lichtstrahlen angenommen wird (vgl. 2.1), kommt  
es zur konstruktiven Interferenz bei einem Gangunter-  
schied von  $\lambda$  ( $\lambda$  = Wellenlänge), wobei diese Bedingung  
auch beim Doppelspalt gilt, weswegen die Hauptmaxima-  
bedingung übernommen wird.

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{m\lambda}{b}, m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \quad (\text{vgl. 2.3})$$

### Intensität des ersten Nebenmaxima

Um den Ort der Nebenmaxima zu bestimmen wird die  
Selbe Abschätzung wie in (2.2) verwendet, dass ein Neben-  
maxima zwischen zwei Nebenminima liegen muss.

#### Kreisdiagramm

$I_{N,0} = 0 \rightsquigarrow$  Suche Nullstellen des Zählers

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) = 0 \wedge \sin\left(N \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{b} \wedge \sin\theta > \frac{(k-1)\lambda}{Nb}$$

Dabei ist zu beachten, dass ~~keine~~  $N \bmod N \neq 0$  ist, da  
sonst ein Nebenminima an einer Position des Haupt-  
maxima liegen würde.

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{n\lambda}{b}, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \quad (\text{Einzelpaltposition})$$

$$\sin\theta = \frac{k}{N} \frac{\lambda}{b}, k \in \mathbb{Z} \setminus \{m \mid m \bmod N = 0\} \quad (\text{Nebenminima})$$

Damit entstehen zwischen zwei Hauptmaxima  $N-1$   
Nebenmaxima.

$$\text{Abschätzung für Nebenmaxima}$$

$$\sin\theta = \frac{(k+1)}{N} \cdot \frac{\lambda}{b} = \frac{(k+1)\lambda}{Nb} = \frac{m}{N} \cdot \frac{\lambda}{Nb}$$

Wobei zu beachten ist, dass Nebenmaxima mit den  
Nebenminima zusammen fallen können, wenn  $m \bmod N = 0$   
ist.

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{m}{N} \cdot \frac{\lambda}{Nb}, m \in \{2, 4, \dots, N-1\} \setminus \{q \in \mathbb{Z} \mid q \bmod N = 0\}$$

Diese Bedingung gilt auch für  $m = 2u-1$ , wodurch zwischen  
zwei Hauptmaxima  $N-2$  Nebenmaxima entstehen.

Wobei bei einem Einzelpaltpattern wieder zwei ~~neue~~  
Nebenmaxima liegen und redats davon ~~die~~ liegen.

### Intensitätsvergleich

Das erste Nebenmaxima liegt  $u=2$  bzw. bei  $m=5$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{N} \cdot \frac{5\lambda}{Nb}$$

$$\Rightarrow I_2(N) = I_0 D^2 \left( \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \frac{5\lambda}{Nb}\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \frac{5\lambda}{Nb}} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)}{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)} \right)^2$$

$$= \frac{I_0 D^2 N^2}{I_{N,0}} \left( \frac{2b}{5D\pi} \right)^2 \cdot \left( \sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{5}{2}\right)^2 \right) \cdot \left( \frac{1}{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2(N)}{I_{N,0}} = \left( \frac{2b}{5D\pi} \right)^2 \cdot \left( \sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{5}{2}\right) \right) \cdot \left( \frac{1}{\sin\left(\frac{5}{2}\pi\right)} \right)^2$$

$$\text{Sub: } a = \frac{5}{2}\pi \rightsquigarrow \frac{I_2(N)}{I_{N,0}} = \left( \frac{b}{D} \cdot \frac{1}{a} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin\left(\frac{b}{D} \cdot \frac{a}{2}\right)}{\sin\left(\frac{a}{2}\right)} \right)^2 \xrightarrow{\text{Kleinheit}} \left( \frac{1}{a} \right)^2$$

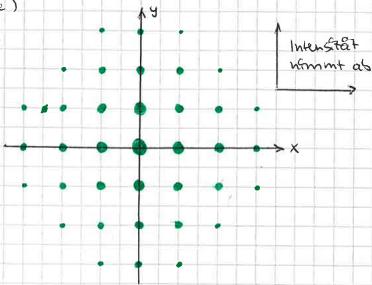
$\frac{b}{D}$	$N$	3	10	schr. große $N$
2	0,24	0,015	0,016	
4	0,38	0,020	0,016	

↓  
4 mal      ↓  
50 mal

Die Höhe der Nebenmaxima nimmt mit zunehmenden  $N$   
weiter ab ~~wie~~, wobei die Näherung nur gültig bleibt, wenn  
das ganze Citter beleuchtet wird.

## 2.5 Kreuzgitter

Bei einem Kreuzgitter werden die Wellen nicht nur  
eben x-Richtung sondern auch in y-Richtung gebrogt.  
Dabei interferieren die Wellen zu einem Punktmuster  
(siehe Skizze)



(Nachtrag: Dieses Muster wurde auch am Praktikumstag  
beobachtet)

Dieses Muster lässt sich auch im Alltag betrachten,  
in dem man einen Textilstoff gegen eine Licht-  
quelle hält. Dabei wäre das Sonnenlicht eine geeignete  
Quelle, und der Textilstoff fungiert aufgrund seiner  
Struktur als Gitter, bzw. Kreuzgitter.

## 1 Versuch - Beugung am Füllstoff

In diesem Versuch nehmen wir das Beugungsmauer der  
Entfernung  $L$  auf, wobei der Entfernung 500 mm  
und der Objektdistanz 400 mm ist  
 $b = 500 \text{ mm}$        $L = 300 \text{ mm}$        $\theta = 30^\circ$  (Abstand bis zur  
Linsenachse)

unten

### Spalt B

Aufnehmen: Weistabelleitung der Beugungsmauer  
Bestimmung der Minima (mit Zoomfit + Cursor)  
Um die Teller der Minima ganz zu haben, werden  
Minima etwas weiter vom Hauptmaximum entlastet.  
→ Dabei verwenden wir den Kompaßwinkel fakaler 10°  
Abstand 60°

Linse (Linsenachse) rechts (x-Achse)

	39,6030	47,2601
1.	75,7719	41,2045
2.	71,8062	35,2163 → Position der Minima (Zoomfit + Cursor)

Weisigkeit: 0.05

Locus der Minima:



## Versuch Bem: Beugung an Spalten-Gitter

Gruppe 4: Lechner Schätzl Meindl Ligstall Chassalle Jäger  
Versuchspunkt: Taf

Datum 21.12.2020

Zuerst wird der Laser horizontal hierfür wird der  
Glas durch 3 Schrauben befestigt.

Die Photodiode wird durch den PC gesteuert. Nach  
die Datenaufnahme erfolgt über über diese auf dem  
Desktop herstellbares Musterprogramm

Bei der Anwendung wird die Linsenhöhe so justiert dass  
Orten aufgenommen und am Bildschirm dargestellt.  
Vor den einzelnen Aufnahmen wird eine Probewand mit  
einem der Endpunkte ausgetauscht.

Am Ende jeder Aufnahme ist die obere linke Ecke  
eine Farbe klar der gesamte Membrane, da so  
der Gleichspannungsaufsteller angeführt wird, (Laserstrahl  
wird auf einer Linse reflektiert durch die  
Anwendung des Programms, dann wird in S-Sicht  
einzelne den Schilden auf Long gezogen, um die  
Minima zu ermitteln mit Stahl  
aber nicht anders weiter (Gleichspannungswand  
abstimmen) 10mm/s

Versuchsfäche



Laser

Objekt 3D - Würfel

11

1	1828,8	100,0	100,0
2	182,6	10,0	10,0
3	19,2	1,0	1,0
4	1,8	0,1	0,1
5	0,4	0,01	0,01

1	1828,8	100,0	100,0
2	182,6	10,0	10,0
3	19,2	1,0	1,0
4	1,8	0,1	0,1
5	0,4	0,01	0,01

### Spalt C

→ Bruchkoeffizienteny + - durchföhrung analog zu Spalt B.

Linienumm	Linke	rechts
1	56,3500	50,0050
2	39,6297	46,8866
3	62,8030	43,6632
4	65,9384	40,3854
5	69,4418	37,1240
6	72,3155	34,1044
7	75,5486	30,9932
8	78,6526	27,7581
9	81,8284	24,4933

"Samt grüne Klammer"

Ungenauigkeit den Linienumm ~ 0,2 Waren g kleinster

Merkmung: Zunahme der Spalte:  
Vereinfachung der Drei bis weiteren Wert auf  
Wert (dann kann) sicher laufen!

Gedankenspiel

### Übung 2 • Berechnung von Doppelspalt

→ Berechnung der Spaltkoeffizienten mit reziproken Spaltkoeffizienten oder Tafelwerte A, B, Tabelle \*

Spalt A	Linke	rechts
1	59,9103	193
2	66,58881	195
3	73,893+9	105
4	79,135	105

\*  $wg = \frac{wg_1 + wg_2}{2}$

→ Versuchsaufbau und -durchführung für alle Doppelspalte

→ Vakuum. Analog zum Einzelpunkt, nur Maxima haben + Pausen eingeschlossen, kein Abbrechen und nur ein Spalt zu messen

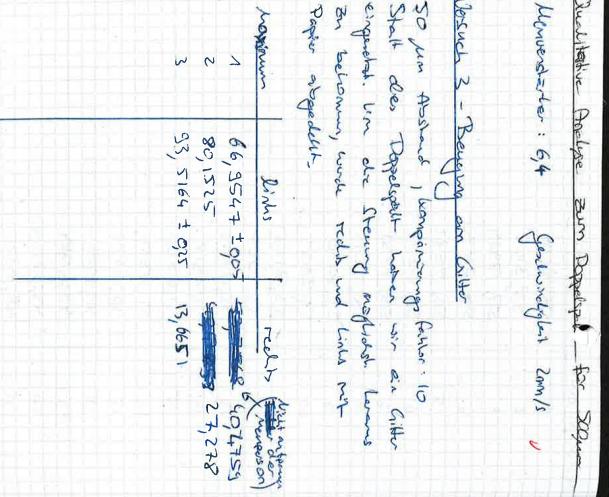
→ bestehender Spalt auf statuar Stufe (10,0)

→ Einzelpunkt so zum Kompressionsfaktor 10

- aufzuhören der Dicke, um Verkürzung abzumessen

Analog zum Einzelpunkt Pausen eingeschlossen  
Ans Maxima und am Spalt und am Wert  
Verkürzung nicht auf statuar Stufe 11,0  
Einzelheit so zum Kompressionsfaktor 10

Hauptminimnum bei  $S_3 = 4568$



Markante

$\lambda = 632,8 \text{ nm}$  bei allen Aufgaben

#### 4.1 Beugung am Einzelspalt

Formel für Minima (vgl. 2.a)

$$\text{Distanz} = m \cdot \frac{\lambda}{\sin \theta} \rightarrow \text{Wellenlänge}$$

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{x}{l}$$

$$x_0 = \left[ \left( \frac{\partial G}{\partial x} s_x \right)^2 + \left( \frac{\partial G}{\partial z} s_z \right)^2 \right]^{1/2}$$

$l = 400 \text{ mm}$ , aber schwer zu messen, weshalb der Fehler se auf 20 mm geschränkt wird. Diese Größenabschöpfung würde auch gereicht, da nicht klar ist wie weit nach hinten der Strahl auf die Diode auftrifft.

Weiterhin wird angenommen, dass  $s_x = \text{Sollwert}$  ist, da die Ungenauigkeit der Längenmaße deutlich weiter ist, als der Ablesungsfehler des Minimums.

$$\Rightarrow s_z = 20 \text{ mm}, s_x = 0,05 \text{ mm}$$

Weiterhin mitteln wir über die  $x$ -Werte  $\Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 - x_2}{2}$

$$\Rightarrow s_0 = \frac{s_0^{\text{ob}} - s_0^{\text{un}}}{2} = \frac{1}{12} s_0'$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{12} \left[ \left( \frac{1}{2} s_x \right)^2 + \left( \frac{1}{2} s_z s_e \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{Intervall mit} \\ &= \frac{1}{12} \left[ \frac{1}{(400 \text{ mm})^2} (0,05 \text{ mm})^2 + \left( \frac{(71,806 - 35,216) \text{ mm}}{2 \cdot (400 \text{ mm})^2} - 20 \text{ mm} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{größter Abweichung} \\ &= 1,61947 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \end{aligned}$$

WNU gerechnet?

$$\begin{cases} \theta = \arctan \left( \frac{\bar{x}}{s_0} \right) = 0,09120 \\ \theta = \frac{\bar{x}}{s_0} = 0,09146 \end{cases} \quad \text{Sinn} \approx 0,0002$$

$\Rightarrow s_0 \Rightarrow \text{Sinn}$ , womit eine WNU möglich ist.

Verwenden alle Minima:

$$\frac{1}{m} \bar{D} = \frac{1}{m} \frac{\bar{x}}{2} \quad D_{mn} = \frac{1}{m} \frac{\bar{x}}{2} \frac{n\pi}{\Theta_m} = \frac{1}{m} \frac{\bar{x}}{2} \frac{n\pi}{\Theta_m} e$$

$$\text{mit } \bar{x}_n = \frac{(x_{n1} - x_{n2})}{2}$$

$$S_D = \left[ \left( \frac{1}{m} \frac{\bar{x}}{2} \frac{n\pi}{\Theta_m} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{mit } S_{Dn} = \left| \frac{\partial D_n}{\partial \Theta} \right| = \left| \frac{n\pi}{\Theta_m^2} S_{\Theta n} \right|$$

**Spalt B**  $m=3$

$$\bar{D} = \frac{1}{3}$$

wobei

verrückt

$$S_{D1} =$$

$$S_{D2} =$$

$$S_{D3} =$$

$\Rightarrow$  [ ]

**Spalt C**

Berech

$\Rightarrow$  [ ]

Weiterh

Ausre

finden

n	x, [mm]	(x <sub>n</sub> - x <sub>n+1</sub> ) [mm]	Nebenmaximum
n	x, [mm]	tanθ bzw Θ	S <sub>θn</sub>
n	x, [mm]	b <sub>n</sub> , [μm]	S <sub>θn</sub> , [μm]
1	56,3500	50,0056	3,1722
2	59,6297	46,8964	6,3717
3	62,8030	43,6632	9,5689
4	65,9284	40,3954	12,7665
5	69,1118	37,2703	15,9108
6	72,3155	34,0144	19,1506
7	75,5496	30,9932	22,2782
8	78,6926	27,7581	25,4673
9	81,8284	24,9933	28,6676

$$b, [\mu\text{m}]$$

$$S_θ, [\mu\text{m}]$$

$$240,82$$

$$6,99$$

beden  
da Fehler  
ausgeschöpft  
sich ggf.

gemessen

seit

6,99

7,00

7,01

7,02

7,03

7,04

7,05

7,06

7,07

7,08

7,09

7,10

7,11

7,12

7,13

7,14

7,15

7,16

7,17

7,18

7,19

7,20

7,21

7,22

7,23

7,24

7,25

7,26

7,27

7,28

7,29

7,30

7,31

7,32

7,33

7,34

7,35

7,36

7,37

7,38

7,39

7,40

7,41

7,42

7,43

7,44

7,45

7,46

7,47

7,48

7,49

7,50

7,51

7,52

7,53

7,54

7,55

7,56

7,57

7,58

7,59

7,60

7,61

7,62

7,63

7,64

7,65

7,66

7,67

7,68

7,69

7,70

7,71

7,72

7,73

7,74

7,75

7,76

7,77

7,78

7,79

7,80

7,81

7,82

7,83

7,84

7,85

7,86

7,87

7,88

7,89

7,90

7,91

7,92

7,93

7,94

7,95

7,96

7,97

7,98

7,99

7,100

7,101

7,102

7,103

7,104

7,105

7,106

7,107

7,108

7,109

7,110

7,111

7,112

7,113

7,114

7,115

7,116

7,117

7,118

7,119

7,120

7,121

7,122

7,123

7,124

7,125

7,126

7,127

7,128

7,129

7,130

7,131

7,132

7,133

7,134

7,135

7,136

7,137

7,138

7,139

7,140

7,141

7,142

7,143

7,144

7,145

7,146

7,147

7,148

7,149

7,150

7,151

7,152

7,153

7,154

7,155

7,156

7,157

7,158

7,159

7,160

7,161

7,162

7,163

7,164

7,165

7,166

7,167

7,168

7,169

7,170

7,171

7,172

7,173

7,174

7,175

7,176

7,177

7,178

7,179

7,180

7,181

7,182

7,183

7,184

7,185

7,186

7,187

7,188

7,189

7,190

7,191

7,192

7,193

7,194

7,195

7,196

7,197

7,198

7,199

7,200

7,201

7,202

7,203

7,204

7,205

7,206

7,207

7,208

7,209

7,210

7,211

7,212

7,213

7,214

7,215

7,216

7,217

7,218

7,219

7,220

7,221

7,222

7,223

7,224

7,225

7,226

7,227

7,228

7,229

7,230

7,231

7,232

7,233

7,234

7,235

7,236

7,237

7,238

7,239

7,240

7,241

7,242

7,243

7,244

7,245

7,246

7,247

7,248

7,249

7,250

7,251

7,252

7,253

7,254

7,255

7,256

7,257

7,258

7,259

7,260

7,261

7,262

Verwenden alle Minima:

$$\frac{1}{m} \bar{D} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m D_{mn} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \frac{n\lambda}{\theta_m} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \frac{n\lambda}{\theta_m}$$

$$\text{mit } \bar{x}_m = \frac{(x_{m1} - x_{m2})}{2}$$

$$S_D = \left[ \left( \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m S_{D,n} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{mit } S_{D,n} = \left| \frac{\partial \tilde{D}}{\partial \theta_n} S_{\theta,n} \right| = \left| \frac{n\lambda}{\theta_n^2} S_{\theta,n} \right|$$

selbe Formel wie vorne

Spalt B:  $m=3$

$$\bar{D} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\theta_1} + \frac{2}{\theta_2} + \frac{3}{\theta_3} \right) \lambda = 0,05937348 \text{ mm}$$

wobei  $x_{e2} = 65,7719$  da ein Abschreibe fehler im Protokoll

verliegt.

$$S_{D1} = 4,3014 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$S_{D2} = 8,6027 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad 2,1733 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad \left\{ S_D = 1,679 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \right.$$

$$S_{D3} = 1,4694 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\Rightarrow D = (59,4 \pm 1,7) \mu\text{m}$$

Das kann nicht sein!  
entgeg. vermischt oder vermessen.

Spalt C:  $m=9$

Berechneten Werte für  $\theta_m$  (Tabelle 6.1 Spalt C)

$$\Rightarrow D = (79,5 \pm 0,7) \mu\text{m}$$

Weiterhin werden am Anfang von jedem Kapitel der Auswertung die jeweiligen Intensitätsverläufe zu finden sein. (siehe Überschrift der beigelegten Bilder)

## 4.2 Bewegung am Doppelspalt

Um die Spaltbreite  $D$  zu bestimmen, verwendet man

Methode wie beim Einzelspalt. Dabei kann die KWW verwendet werden, da im gleichen Bereich gearbeitet wird.

Dabei werden die Formeln für  $D$  und  $S_{D,n}$  übernommen.

Aus der Gitterfunktion ergibt sich aus (2.3):

$$b_n \sin \theta = (n - \frac{1}{2}) \lambda \quad n \in \mathbb{Z} \quad (\text{Ordnung des Minimums})$$

$$\Leftrightarrow b_n = \frac{(n - \frac{1}{2}) \lambda}{S_{\theta,n}} \approx \frac{(n - \frac{1}{2}) \lambda}{\theta_m}$$

$$S_{D,n} = \left| \frac{(n - \frac{1}{2}) \lambda}{\theta_n^2} S_{\theta,n} \right|$$

$$\bar{b} = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m b_n \quad , \quad S_D = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{n=1}^m (S_{D,n})^2}$$

Spalt A:

Berechnung der Werte für  $D$  und  $b$  in (Tabelle 6.2 Spalt A-D)

und (Tabelle 6.2 Spalt A-b), wobei  $x_0 \hat{=} \text{Zentralmaximum}$ .

$$\Rightarrow D = (38,9 \pm 0,4) \mu\text{m}$$

Es stimmt also, dass

$$\Rightarrow b = (240,8 \pm 6,6) \mu\text{m}$$

abfalls etwas gut

Überprüfung auf Richtigkeit der Rechnung:

$$\text{Gitterfunktion: } b \sin \theta_m = (n - \frac{1}{2}) \lambda$$

$$\text{Spaltfunktion: } D \sin \theta_m = m \lambda$$

Es wird geschaut, welche  $n$  innerhalb des 1 Minimums

(von links) liegen. Dazu ist  $\sin \theta_m = \sin \theta_m$  mit  $m=1$

$$\Rightarrow b \sin \theta_m \approx b \cdot \frac{m\lambda}{D} \approx (n - \frac{1}{2}) \lambda \Rightarrow \frac{b}{D} = (n - \frac{1}{2})$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{b}{D} + \frac{1}{2} = \frac{240,8 \mu\text{m}}{38,9 \mu\text{m}} + \frac{1}{2} \approx 6,6$$

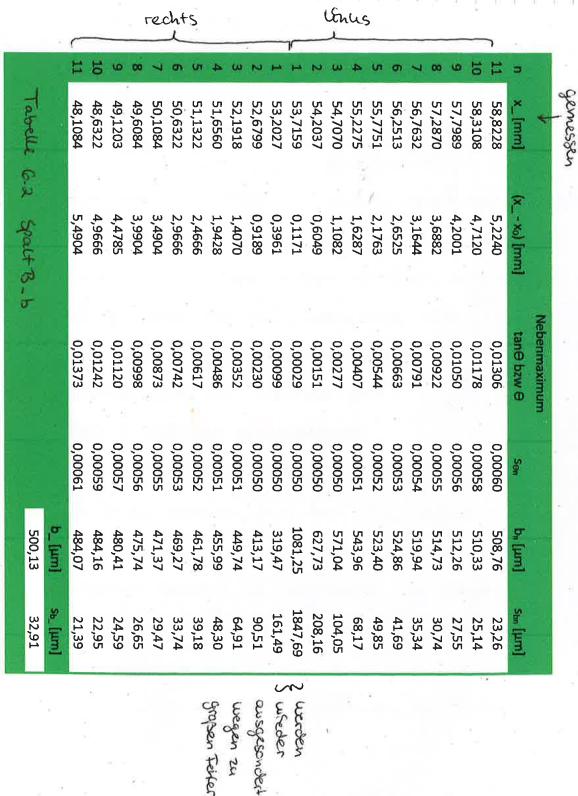
Jeweils links und rechts der Mitte liegen also 6 Minima

innerhalb des einschließenden „Einachsspaltmaximums“

(siehe auch Bild ... AP\_6.2\_DoppelspaltA-1851.dat )

Spalt B

Berechnung folientisch Werte bei Spalt A zu. leiste ich  
finden in (Tabelle 6.2 Spalt B-D) und (Tabelle 6.2  
Spalt B-b)



## Discussion

Wie man gut erkennen kann ist D bei Spalt A und Spalt B identisch. Der Spaltabstand  $\delta$  verdoppelt sich

ger auf 500 nm abstrahiert dargestellt

in menhang de  
Spaltenabst en

Minima bei  
es ca. 0,5 m  
längenden Zusc

$$\Leftrightarrow \sin \theta = 5$$

Was auch  
entspricht.

	$x$ [mm]	$x_1$ [mm]	$x$ [mm]	$\tan \beta \cos \Theta$	$\Theta$ [arcmin]	$s_{\Theta}$	D. [um]	$s_{\Theta}$ [um]
1	59,8881	47,0282	6,3400	0,01585	0,01585	0,451	39,925	1,136
2	66,2526	40,8683	12,7787	0,03182	0,03181	0,664	39,772	0,830
3	72,7631	34,4583	19,1524	0,04788	0,04784	0,917	39,648	0,760
4	79,9926	28,0908	25,5009	0,06375	0,06367	1,181	39,704	0,736
5	85,2500	22,0435	31,6033	0,077901	0,07784	1,441	40,047	0,730
					$x_0$ [mm]	D. [um]	$s_D$ [um]	
					53,5589	39,819	0,381	

卷之三

	$x_i$ [mm]	$x$ [mm]	$\tan \Theta_{\text{fbw}}$	$\Theta$ [arcmin]	$s_{\text{fb}}$ [μm]	$D_n$ [μm]	$s_m$ [μm]
1	59.9703	46.8101	0.15801	0.01645	0.00046	38.47	1.07
2	66.5999	40.5123	0.150438	0.03261	0.00058	38.81	0.80
3	72.8978	33.9570	0.14704	0.08688	0.00093	39.00	0.75
4	79.4135	27.7453	0.15351	0.06459	0.00120	39.19	0.73
					$x_0$ [mm]	$D_n$ [μm]	$s_D$ [μm]
					53.4880	38.87	0.42

卷之三

### Spalt B

Berechnung identisch wie bei Spalt A  $\Rightarrow$  diente ca. finden in (Tabelle 6.2 Spalt B-D) und (siehe Tabelle 6.2 Spalt B-B)

$$\Rightarrow D = (39,8 \pm 0,4) \mu\text{m} \quad \text{Ges.}$$

$$\Rightarrow b = (500,1 \pm 32,9) \mu\text{m}$$

Überprüfung (wie bei Spalt A)

$$n = \frac{500,1}{39,8} + \frac{1}{2} \approx 14 \Rightarrow \text{Es sollten } 28 \text{ Minima gezählt werden}$$

Wie man im Bild (... 62-DoppelspaltB-1851.dat) ~~siehe~~

~~62-Doppelspalt~~ sieht, kann man nur 25 Minima klar erkennen, was weniger sind als erwartet. Jedoch können diese Minima, welche noch fehlen, in der Nähe des Einfachspaltspektrums ins Auge halten und deshalb nicht klar sichtbar sein.

### Spalt B mit breitem Dickeinspalt

(siehe Bild ... AP-62-DoppelspaltB-breiteDiode-1851.dat)

Es ist zu erwarten, dass man die eingeschlossenen Minima nicht mehr zu sehen sind, da der betrachtete Bereich sich wegmittelt. Die Minima sind ca. 0,5 mm auseinander, wobei die Spaltenbreite auch 0,5 mm beträgt.

$\Rightarrow$  kein gut sichtbares Minimum, da Maxima und Minima verschmelzen.

### Diskussion

Wie man gut erkennen kann ist D bei Spalt A und Spalt B identisch. Der Spaltabstand b verdoppelt sich jedoch von 240 µm auf 500 µm. Weiterhin erkennt man einen Zusammenhang der eingeschlossenen Minima abständen mit den Spaltenabständen.

Der Abstand der Minima bei A ist ca. 1mm und bei Spalt B sind es ca. 0,5 mm.

Dies liegt an folgenden Zusammenhang:

$$b_A \sin \theta = n_A \lambda \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{n_A \lambda}{b_A} \quad \text{KZ}$$

$$b_B \sin \theta = n_B \lambda \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{n_B \lambda}{b_B} \stackrel{b_B = 2b_A}{=} \frac{n_B \lambda}{2b_A}$$

$\Rightarrow n_B = 2n_A$  Was auch ungefähr der Beobachtung entspricht.

#### 4.3 Beugung am Gitter

Die Lage der Intensitätsmaxima wird durch  $\sin\theta = \frac{h\lambda}{d}$  bestimmt (siehe auch 2.4)

$$\tan\theta = \frac{x}{e} \Leftrightarrow \theta = \arctan\left(\frac{x}{e}\right)$$

$$\Rightarrow S_G = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial e} s_e \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial x} s_x \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$= \left[ \left( \frac{x \cdot s_e}{e^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{x}{e} \right)^2} \cdot \frac{s_x}{e} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$x \stackrel{!}{=} \text{Abstand vom zentralen Maximum}$

Fehler für  $s_e$  und  $s_x$  aus (4.1).

$$\text{Aus } \sin\theta = \frac{h\lambda}{d} \Leftrightarrow b = \frac{h\lambda}{S_G}$$

$$\Rightarrow b_n = \frac{h\lambda}{\sin(\arctan(\frac{x}{e}))} \quad \text{mit } s_{bn} = \left| \frac{\partial b_n}{\partial e} s_e \right| = \frac{h\lambda}{\cos^2 \theta} s_e$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2m} \left[ \sum_{n=-m}^m b_n \right], \text{ wobei } m=3 \quad (-m \text{ links} +m \text{ rechts})$$

$$\Rightarrow S_b = \frac{1}{2m} \left[ \sum_{n=-m}^m s_{bn} \right]^{1/2}$$

Berechnung  $\Rightarrow$  mit Werten zu finden bei (Tabelle 6.3 Gitter)

$$\Rightarrow b = (19,145 \pm 0,005) \mu\text{m}$$

$$\text{Gitterkonstante: } \frac{1}{b}, \quad S_{1/6} = \left| \frac{\partial(1/b)}{\partial b} s_b \right| = \frac{1}{b^2} s_b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = (52,23 \pm 0,01) / \text{mm}$$

Mit  $N = \frac{d}{b}$  lässt sich die Anzahl der beleuchteten Spalten abschätzen  $b$  ist die Gitterkonstante,  $d=0,5\text{mm}$  die Breite

des Lasers an dem Beugefeld!

$$\Rightarrow N = \frac{d}{b} = 52,23 \cdot 0,5 \approx 26 \text{ Spalten}$$

Je größer  $N$ , also je mehr Spalten beleuchtet werden, desto dünner werden die Maxima. Wenn der Laserstrahl dünner ist, also das Gitter, werden nicht alle Spalten beleuchtet.

Dadurch wird  $N$  kleiner und die Nebenmaxima breiter.

Ein zusätzliches Problem ist der Intensitätsverlust durch die geringe Größe der Lochblende.

Das Gitter besitzt so schmale Spalten, dass man sie mit dem bloßen Auge nicht zu erkennen sind, geschweige zu zählen, weshalb die Anzahl deutlich über der des fünf-fach-Spalts sein muss.  $\Rightarrow N \gg 5$

Aber können bis zu 25 Spalten erwarten sein.

$n$	$x [\text{mm}]$	$(x+d) [\text{mm}]$	$s_x [\text{mm}]$	$s_{bn} [\text{mm}]$	$b_m [\text{mm}]$	$s_{bm} [\text{mm}]$	$1/b_m [\text{mm}]$	$s_{1/6} [\text{mm}]$	$1/b_6 [\text{mm}]$
1	93,5164	93,7596	0,025	0,050	19,193	0,09891	10,265	0,009	0,026
2	80,1525	80,3957	0,050	0,050	19,221	0,06585	15,208	0,004	0,011
3	66,9547	67,1979	0,050	0,050	19,188	0,03298	52,028	0,003	0,008
4	40,4759	40,7181	0,050	0,050	19,169	0,03918	52,113	0,001	0,011
5	27,2780	27,5192	0,050	0,050	19,161	0,06605	52,440	0,004	0,026
6	13,76651	13,9077	0,050	0,050	19,035	0,09973	52,532	0,010	0,013
7	26,4788	26,7199	0,050	0,050	19,145	0,06610	52,234	0,005	0,013
8	40,0917	40,3329	0,050	0,050	19,145	0,09990	53,7568	0,005	0,013

Tabelle 6.3 Gitter

#### 4.4 Beugung am Mehrfachspalt

Anhand der qualitativen Beobachtung der Maxima der Mehrfachspalten (siehe auch Überlagerung Lehrfachspalt (Bild)) erkennt man, dass steh, abgesehen von dem 5-fach Spalt, das Hauptmaximum und das erste Nebenmaximum links und rechts komplett überlagern. Daraus kann man schließen, dass sowohl die Spaltenbreite  $D$  als auch Spaltenabstand  $b$  der verschiedenen Diagrammen übereinstimmen und steh nur die Spaltenanzahl unterscheidet.

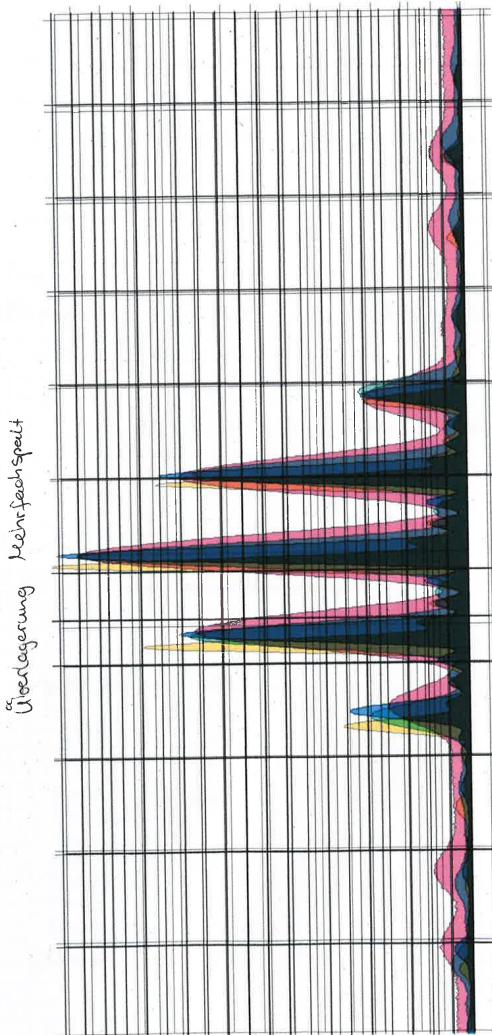
Die Intensität nimmt mit der Spaltenanzahl  $N$  zu, so erkennt man beim Doppelspalt eine geringere Intensität als bei den anderen Mehrfachspalten.

Der Verlust der Intensität lässt sich durch die Formel beschreiben (aus 2.4)

$$\frac{I_{N0}}{I_{00}} = \frac{10^2 D_N^2 L^2}{10 D_0 L^2} \Rightarrow D_N = D_0 \quad \frac{I^2}{L^2} = \frac{I_{N0}}{I_{00}}$$

Weiterhin fällt auf, dass die Ergebnisse der  $N$ -Spalten zwischen den Hauptmaxima unterschiedlich viele Nebemaxima besitzen, was steh mit der  $N-2$  Maxima-Theorie (siehe 2.4) deckt.

Als Fazit kann man sagen, dass steh bei der Abb. die nächsten Hauptmaxima und das zentrale Maximum überschneiden, wodurch man schließen kann, dass steh die Diagramme hauptsächlich durch die Anzahl der Spalten unterscheiden.



Überlagerung Mehrfachspalt

Überlagerung erstellt mit dem Programm Procrust für Mac.  
Auf Abschreibtafel wurde vermerkt, da es sich hier um eine qualitative Beobachtung handelt  
und die Intensitätsverhältnisse unterschiedlich stimmt.

Legende: 2-fach - Spalt  
3-fach - Spalt  
4-fach - Spalt  
5-fach - Spalt

#### 4.4 Beugung am Mehrfachspalt

Anhand der qualitativen Beobachtung der Maxima der Mehrfachspalten (siehe auch Überlagerung Mehrfachspalt (Bild)) erkennt man, dass steh, abgesehen von dem 3-fach Spalt, das Hauptmaximum und das erste Nebenmaximum links und rechts komplett überlagern. Daraus kann man schließen, dass sowohl die Spaltbreite  $D$  als auch Spaltenabstand  $b$  der verschiedenen Diagrammen übereinstimmen und steh nur die Spaltenanzahl unterscheidet.

Die Intensität nimmt mit der Spaltenanzahl  $N$  zu, so erkennt man beim Doppelspalt eine geringere Intensität als bei den anderen Mehrfachspalten.

Der Verlust der Intensität lässt sich durch die Formel beschreiben (aus 2.4)

$$\frac{I_{N0}}{I_{00}} = \frac{10^2 D_N^2 L^2}{10 D_0^2 L^2} \quad D_N = D_0 \Rightarrow \frac{I_{N0}}{I_{00}} = \frac{L^2}{L^2} = \frac{I_{N0}}{I_{00}}$$

Weiterhin fällt auf, dass die Ergebnisse der  $N$ -Spalten zwischen den Hauptmaxima unterschiedlich viele Nebenmaxima besitzen, was steh mit der  $N-2$  Maxima-Theorie (siehe 2.4) deckt.

Als Fazit kann man sagen, dass steh bei der Abb. die nächsten Hauptmaxima und das zentrale Maximum überschneiden, wodurch man schließen kann, dass sich die Diagramme hauptsächlich durch die Anzahl der Spalten unterscheiden.

#### 5 Fazit

Abschließend wurde von den Studierenden das Wissen über die jeweiligen Beugungsmuster der einzelnen Spalttypen erlangt. Weiterhin wurde den Studenten vermittelt wie wichtig es ist vor einer Messung mit einem Laser diesen optimal zu justieren, um somit eine geeignete Messung zu gewährleisten.

Frage 2. Vorb.: sub!

Periprostotell: ~ klar, reziproker, Vergleichsweise besser Schärfe

- Lage der Zentralmaxima?

- Unschärfe  $L$ ?

→ Schärfe ist mehr aus sie tun, Unschärfe ist?

- Wie/wo wurde die Datei spezifiziert?

→ Gitter möglichst innerhalb, für Komfort einfacher

Auswertag: - Spalt B: Wirkliche Sie soll etwas vermehrt oder verzerrt.

- Gitter: Zahl der Schichteten Spalte kann aus 2 Nebenmaxima

Sehr gut werden

ingrat kann knappe aber valide Auswertung!

Protokoll/Durchführung:

Einzelpalte

3/4

Doppelpalte

3/4

Gitter

4/5

Mehrfachpalte

2/3

Form:

2/2

Eingangstest

7/7

Gesamt:

15/17 / 20