

1. Якщо $\vdash A \rightarrow B$, то $\vdash A \vee C \rightarrow B \vee C$

2. Якщо $\vdash A \rightarrow C$ ма $\vdash B \rightarrow C$,
то $\vdash A \vee B \rightarrow C$

Д/З) Довести (булеву) без ТТ

1. $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

2. Якщо $\vdash A \vee B \rightarrow C$,
то $\vdash A \rightarrow C$.

Теорема тавтології (ТТ):

множина теорем чисте висловлює співпадє з множиною тавтологій.

Робочий наслідок:

Якщо $\{A_1, \dots, A_n\} \models A$ та $\vdash A_1, \dots, \vdash A_n$,
тоді $\vdash A$.

Приклад 1. Якщо $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$ та
 $\vdash A \rightarrow B$, тоді $\vdash A \rightarrow C$.

Перевіримо $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow B\} \models A \rightarrow C$
// самостійно (8/3)

Наслідок існує, тому за ТТ вірно.

Приклад 2. Якщо $\vdash A \vee C \rightarrow B \vee D$,
тоді $\vdash A \rightarrow B$.

Перевіримо: $\frac{\hat{A}^1 \vee \hat{C}^0 \rightarrow \hat{B}^0 \vee \hat{D}^1}{1} \models \frac{\hat{A}^1}{0} \rightarrow \frac{\hat{B}^0}{0}$.

Контрприклад: $\tau(A)=T, \tau(B)=F,$
 $\tau(C)=F, \tau(D)=T.$

Отже, за ТТ невірно.

Метод резолюції пропозиційної логіки

Кнф (кон'юнкція диз'юнкцій) +
правило бінарної резолюції.

Формули вигляду A та $\neg A$ ($A \in P_S$)
літери (літерали).

$A \vee B \vee C$ — диз'юнкт, A — одноклітний
диз'юнкт.

0 — порожній диз'юнкт, його значення F .

A та $\neg A$ — контрарна пара літер.

$$\mathcal{D} = A \vee \underbrace{\Phi}_{\text{диз'юнкт}}, \quad \mathcal{D}' = \neg A \vee \underbrace{\Psi}_{\text{диз'юнкт}}$$

Резольвента $R = \Phi \vee \Psi$

Правило резолюції: $\mathcal{D}, \mathcal{D}' \vdash R$

$$\{\mathcal{D}, \mathcal{D}'\} \vdash R.$$

$$A, \neg A \vdash 0$$

S — множина диз'юнктив.

Послідовність D_1, D_2, \dots, D_n — резолютивне виведення D_n з S , якщо кожен D_i або належить S , або отриманий з попередніх за допомогою правила резолюції.

Резолютивне виведення O з S — спростування (доведення суперечливості) множини диз'юнктив S .

S суперечлива \Leftrightarrow існує виведення O з S .