

Екзаменаційна робота
студента К-29 групи
Демиденка Андрія
Білет №6

② Довести, що $\neg A, B, \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$

1) $\neg A, B \vdash \neg(A \wedge B)$ (лема)

2) $\neg(A \wedge B), \neg C \vdash (A \wedge B) \rightarrow C$ (лема)

3) $\vdash \neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg C \rightarrow (A \wedge B \rightarrow C))$ (теорема дедукції)

Отримуємо послідовність:

$$\begin{aligned} &(\neg A, B, \neg C, \neg(A \wedge B), \neg(A \wedge B) \rightarrow (\neg C \rightarrow (A \wedge B \rightarrow C))), \\ &\neg C \rightarrow (A \wedge B \rightarrow C), C, \neg C, A \wedge B \rightarrow C \end{aligned}$$

Тож маємо, що ця послідовність є виведенням формули $(A \wedge B \rightarrow C)$ із $(\neg A, B, \neg C)$

3) Розв'язує формулу:

$$\forall x (A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B)$$

Оберне твердження:

$$\neg (\forall x (A(x) \rightarrow B) \rightarrow (\exists x A(x) \rightarrow B))$$

Зводимо до нормальній формі

1) $\neg (\forall x (\neg A(x) \vee B) \rightarrow (\neg \exists x A(x) \vee B))$ (елімінація 2
вн. імплікацій)

2) $\neg (\neg \forall x (\neg A(x) \vee B) \vee \neg \exists x A(x) \vee B)$ (елімінація
зовн. імплікації)

3) $\forall x (\neg A(x) \vee B) \wedge \neg (\neg \exists x A(x) \vee B)$ (Де Моргана)

4) $\forall x (\neg A(x) \vee B) \wedge \exists x A(x) \wedge \neg B$ (Де Моргана)

5) $\forall x \exists y ((\neg A(x) \vee B) \wedge A(y) \wedge \neg B)$ (Висхідні квантори)

$$y = f(x)$$

Нормальна форма:

$$\forall x ((\neg A(x) \vee B) \wedge A(f(x)) \wedge \neg B)$$

$$S = \{ \neg A(x) \vee B, A(f(x)), \neg B \} \text{ - множина гліз'янтів}$$

$$E = \{ a, f(a), f(f(a)), \dots \}$$

$$\text{I)} \quad \neg A(x) \vee B$$

$$\text{II)} \quad A(f(x))$$

$$\text{III)} \quad \neg B$$

$$\text{IV)} \quad \neg A(x) \quad (\exists : \text{II})$$

$$\text{V)} \quad A(f(a)) \quad (\text{Підстановка } a \text{ замість } x \text{ II})$$

$$\text{VI)} \quad \neg A(f(a)) \quad (\text{Підстановка } f(a) \text{ замість } x \text{ IV})$$

$$\text{VII)} \quad \square \quad (\text{V} : \text{VI}) \quad - \text{порожній висновок}$$

Тож обернена формула є суперлишньої. Тому початкова формула — перелогічна

3

① Правило слогизму (транзитивності)

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

Із твердження:

$\vdash (a \rightarrow b) \rightarrow ((b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow c))$
при підстановці значень (a, b, c) : (A, B, C)

маємо:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

Якщо $(A \rightarrow B)$ та $(B \rightarrow C)$ – вірні, то за правилом МР, $(A \rightarrow C)$ також вірна

Отримаємо:

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

– правило слогизму