МКР 2

Теорія Алгоритмів та математична логіка

Гуща Дмитро К-28

Варіант – 13

№1

a) $S(x)$ – бути квадратом

$F(x)$ – ділитися на 5

$\exists a \, \exists b \, \exists c \, \forall d \, (S(a) \wedge S(b) \wedge S(c) \wedge S(d) \wedge a \neq b \wedge b \neq C \wedge C \neq a \wedge (a=d \vee b=d \vee c=d))$

b) $x = \mathcal{Y}/(S \vee Z)$

$\forall a (a \leftarrow x) \iff (a \in \mathcal{Y}) \wedge \neg ((a \in S) \vee (a \in Z))$

№2

$\exists x \, \neg \forall y \, A(x,y) \to \exists y_1 \forall x_1 (\neg \exists x_2 \, B(x_2, y_1) \to \exists y_2 \, A(x_1, y_2))$

$\exists x \, \exists y \, \neg A(x,y) \to \exists y_1 \forall x_1 (\forall x_2 \neg B(x_2, y_1) \to \exists y_2 \, A(x_1, y_2))$

$\exists x \, \exists y \, \neg A(x,y) \to \exists y_1 \forall x_1 \, \exists x_2 \, \exists y_2 \, \neg B(x_2, y_1) \to A(x_1, y_2)$

$\forall x \forall y \, \exists y_1 \, \forall x_1 \, \exists x_2 \, \exists y_2 \, (\neg A(x,y) \to \neg B(x_2, y_1) \to A(x_1, y_2))$

$y_1 = f(x,y), \; x_2 = g(x_1, y_1, x), \; y_2 = h(x_1, y, x)$

$\forall x \forall y \forall x_1 (\neg A(x,y) \to \neg B((x_1, y, x), (x, y)) \to A(x_1, (x_1, y, x))$

№3

$\vdash; \exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow (\exists x \, A(x) \vee B(x))$ $\vdash \to$

$\vdash \exists x (A(x) \vee B(x)), \; \dashv (\exists x A(x) \vee B(x))$ $\dashv \vee$

$\dashv \exists x \, A(x), \; \dashv B(x), \; \vdash \exists x \, (A(x) \wedge B(x))$ $\vdash \exists$

$\vdash A(y), \vee B(y), \; \vdash \exists x \, A(x), \dashv B(x)$ $\dashv \exists$

$\vdash \dashv A(y), \vdash A(y) \vee B(y), \; \dashv B(x)$ $\vdash \vee$

| $\vdash A(y), \dashv A(y),\ldots$ | $\vdash B(y) \vee B(x), \dashv A(y)$ |

виник незамкнений шлях, а отже дерево незамкнене.

Контрмодель: $B(y) = 1 \; A(y) = F$

№5

$N(x)$ бути несвідомим

$K(x)$ – бути студентом КНУ

$P(x)$ – думати поверхнево

$\neg\big(\forall x\,(N(x) \wedge P(x)) \wedge \exists x\,(K(x) \wedge \neg N(x))\big) \to \exists x\,(K(x) \wedge \neg P(x))$ $(\vdash\to)$

$\vdash \forall x\,(N(x) \wedge P(x)) \wedge \exists x\,(K(x) \wedge \neg N(x)),\ \neg\exists x\,(K(x) \wedge \neg P(x))$ $(\vdash\wedge)$

$\vdash \forall x\,(N(x) \wedge P(x)),\ \vdash \exists x\,(K(x) \wedge \neg N(x)),\ \neg\exists x\,(K(x) \wedge \neg P(x))$ $(\vdash\forall)\ (\vdash\exists)\ (\dashv\exists)$

$\vdash N(y) \wedge P(y),\ \vdash (K(y) \wedge \neg N(y)),\ \neg(K(y) \wedge \neg P(y))$ $(\vdash\wedge)(\vdash\wedge)$

$\vdash N(y),\ \vdash P(y),\ \vdash K(y),\ \neg N(y),\ \neg(K(y) \wedge \neg P(y))$ $(\dashv\wedge)$

$\times$ — дерево замкнене $\Rightarrow$ виведення існує