Модульна контрольна робота № 1

З дисципліни: „Загальна Алгебра"

Гуща Дмитро

Варіант 4

4) $g = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ Z_{13} Зробимо за методом виключення невідомих Гауса

$\begin{pmatrix} 10 & 11 & 1 & 0 \\ 5 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 0 \\ 5 & 8 & 0 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 0 \\ 1 & 12 & 0 & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 7 & 9 & 8 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix} \sim$

$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 10 & 9 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ $g^{-1} = \begin{pmatrix} 10 & 9 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

4)

1) Наведемо контрприклад $9/4 \cdot 7/8 = \frac{63}{12}$. Отже, не буде.

1)

2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in S_8$

$(1,8)(2,7,3,4,6,5)$ НСК$(2,6) = 6$ порядок $n=6$

2)

3) $F(x) = x^3+x^2+x+2$ $G(x) = x^2+2x+1$ Z_7

$$\begin{array}{l|l} x^3+x^2+x+2 & x^2+2x+1 \\ \underline{x^3+2x^2+x} & x+6 \\ 6x^2+2 & \\ \underline{6x^2+5x+6} & \\ 2x+3 & \end{array}$$

$F(x) = G(x)(x+6) + 2x+3$

$2x+3 = F(x) + G(x)(6x+1)$

$$\begin{array}{l|l} x^2+2x+1 & 2x+3 \\ \underline{x^2+5x} & 4x+2 \\ 4x+1 & \\ \underline{4x+6} & \\ 2 & \end{array}$$

$G(x) = (2x+3)(4x+2) + 2$

$G(x) - (2x+3)(4x+2) = 2$ | домножимо на 4

$4G(x) - (2x+3)(2x+1) = 1$

$4G(x) + (2x+3)(5x+6) = 1$

$4G(x) + (5x+6)(F(x) + G(x)(6x+1)) = 1$

$4 + (5x+6)(6x+1) = 2x^2+6x+3$

$2x^2+6x+3$ — елемент обернений до $G(x)$

3)

5) $f = 2x^5 + 12x^4 + 27x^3 + 34x^2 + 36x + 24$; $c = -2$, $x_0 = -1$

Скористаємось схемою Горнера

	2	12	27	34	36	24
-1	2	10	17	27	9	15
-1	2	8	-1	28	-19	
-1	2	6	-7	35		
-1	2	4	-11			
-1	2	2				
-1	2					

0) $f(-1) = 15$; 1

1) $f'(-1) = -19$

2) $f''(-1) =$ [illegible]

3) $f'''(-1) = -11 \cdot 3! = -66$

4) $f(-1) = 2 \cdot 4! = 48$

5) $f(-1) = 2 \cdot 5! = 240$

	2	12	27	34	36	24
-2	2	8	11	12	12	0
-2	2	4	3	6	0	
-2	2	0	3	0		
-2	2	-4	11			

$C = -2$, Кратність $= 3$

5)

6) $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$

$f(0) = a_n$ — непарне, $f(1) = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$ — непарне

Припустимо що все таки існує $x_0 \in \mathbb{N}$ що є коренем $f(x)$

$x_0 = \frac{p}{q}$, $p = \frac{a_n}{k_0}$, $q = \frac{a_0}{k}$, $k_0, k_1 \in \mathbb{N}$

Оскільки x_0 — ціле число $\Rightarrow a_0 = 1$

$p = \frac{a_n}{k_0}$; a_n — непарне $\Rightarrow p$ — непарне

$x_0 \in \mathbb{N}$, $a_0 = 1$, $p \in \mathbb{N}$, $q = \frac{1}{k_1}$, $x_0 \frac{p}{q}$, отже $q = 1 \Rightarrow x_0 = p \Rightarrow x_0$ — непарне

$f(x_0) = a_0 x_0^n + a_1 x_0^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$ — парне

$(x_0^n + a_n)$ — парне, бо x_0 — непар. і a_n — непарне

$a_1 x_0^{n-1} + a_2 x_0^{n-2} + \dots + a_{n-1} x$ — парне

$x(a_1 \cdot x_0^{n-2} + \dots + a_{n-1})$ — парне

$a_1 \cdot x_0^{n-2} + \dots + a_{n-1}$ — парне

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{n-1} a_i$ — парне $\Rightarrow$

$\Rightarrow ((a_0 + a_n) + \sum_{i=1}^{n-1} a_i)$ — парне, проте це суперечить умові.

$\boxed{\text{Отже } x_0 \text{ — не ціле число.}}$

6)