(1) $\{A, A\to B\} \models B$

$(A \wedge A \to B) \to B$

1) Оскільки $A : A \to B$ вивідні, то за методом резолюції МР) B вивідна

або

2) 1. $(a\to b)\to((a\to c)\to(a\to b\wedge c))$ (Акс. II.3)

2. $(a\to b)\to((a\to a)\to(a\to b\wedge a))$ (ПП)

3. $a\to b$ за умовою $\overset{MP}{\Rightarrow}$ $(a\to a)\to(a\wedge a\to b)$

4. $a\to a$ — акс. $\Rightarrow a\wedge a\to b$ → аксіома

5. $A\to B \Leftrightarrow \neg A\vee B$

(2) $\{A\vee B, \neg A\vee C\} \models B\vee C$

$((A\vee B)\wedge(\neg A\vee C))\to(B\vee C)$

$1 \wedge \ldots \to 0$

Не аксіома, лише коли, а таких ситуацій не існує

(перетворюємо $A=0, 1$, бо $B=C$ то вже ...)

(3) $A \& B \to A\vee C$

A	B	C	$A\wedge B$	$A\vee C$	$A\wedge B\to A\vee C$	1
0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Отже, тавтологія

(4) $A\vee B \to A \& B$

~~Скористаємось таблицею до попереднього завдання~~

A	B	$A\vee B$	$A\wedge B$	$A\vee B\to A\& B$
0	0	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	1	1	1

Отже, не тавтологія.

(5) $A\to B \vee \neg A \& B$

$A\to(B\vee(\neg(A\& B)))$

Зроблене за допомогою таблиці істинності

(6) $\neg A \& \neg B \to C\vee D \vee \neg\neg A\vee B\to C$

~~$\neg(A\vee B)\to(C\vee D)\vee(A\vee B)\to C$~~

$(\neg(A\vee B))\to((C\vee D)\vee(A\vee B))\to C$

За пріорітетом тавтологія ~~не~~ виходить

За допомогою в-тей лог. зв'язок з найвищ. тавтологією:

$(\neg(A\vee B))\to((C\vee D)\vee((A\vee B)\to C))$