Екзаменаційна робота

З дисципліни

Теорія алгоритмів та математична логіка

Студента групи К-29

Короська Владислава Юрійовича

Екзаменаційний білет №12

Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Кафедра інтелектуальних програмних систем
Теорія алгоритмів та математична логіка
2 курс ОКР „бакалавр", 2 семестр
Екзаменаційний білет № 12

1. Алгоритм перетворення формул ЛП до попередньої нормальної форми.
2. Довести, що $A, B, \neg C \vdash \neg((A \to B) \to C)$.
3. Дослідити формулу:

$$\exists x(A(x) \wedge B(x)) \to (\exists x(A(x) \wedge \exists x B(x)).$$

Затверджено на засіданні кафедри інтелектуальних програмних систем 12.05.21 р., протокол № 12.

Екзаменатор Провотар О.І.
Зав. кафедри

1. Алгоритм перетворення формул ЛП до попередньої нормальної форми.

1) Використовуючи правила
$F \leftrightarrow G = (F \to G) \wedge (G \to F)$,
$F \to G = \neg F \vee G$,
виключити логічні операції $\leftrightarrow, \to$.

2) Використовуючи правила
$\neg(\neg F) = F$, закони де Моргана і формули
1. $\neg((\forall x)F[x]) = (\exists x)(\neg F[x])$,
2. $\neg((\exists x)F[x]) = (\forall x)(\neg F[x])$,
переносимо знак заперечення всередину формули.

3) Перейменовуємо зв'язані змінні, якщо це потрібно.

4) Використовуємо формули 3-8

3. $(Qx)F[x] \vee G = (Qx)(F[x] \vee G)$,
4. $(Qx)F[x] \wedge G = (Qx)(F[x] \wedge G)$,
5. $\neg ((\forall x)F[x]) = (x)(\neg F[x])$,
6. $\neg ((\exists x)F[x]) = (\forall x)(\neg F[x])$.
7. $(\forall x)F[x] \wedge (\forall x)H[x]=(\forall x)(F[x] \wedge H[x])$,
8. $(\exists x)F[x] \vee (\exists x)H[x]=(\exists x)(F[x] \vee H[x])$,

Для того, щоб винести квантори на початок формули.

2. Довести, що $A, B, \neg C \vdash \neg\big((A \to B) \to C\big)$.

1. $A, B \vdash A \to B$ (Лема)
2. $A \to B, \neg C \vdash \neg\big((A \to B) \to C\big)$ (Лема)
3. $\vdash (A \to B) \to \Big(\neg C \to \neg\big((A \to B) \to C\big)\Big)$ (Теорема дедукції)

Розглянемо послідовність:

$$A, B, \dots, A \to B, (A \to B) \to \Big(\neg C \to \neg\big((A \to B) \to C\big)\Big),$$

$$\neg C \to \neg\big((A \to B) \to C\big), \neg C, \neg\big((A \to B) \to C\big)$$

Вона є виведенням формули $\neg\big((A \to B) \to C\big)$ з $A, B, \neg C$.

3. Дослідити формулу:

$$\exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \to \big(\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)\big).$$

$\neg\Big(\exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \to \big(\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)\big)\Big) =$

$= \exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \wedge \neg\big(\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)\big) =$ (елімінація імплікації)

$= \exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \wedge \big(\neg\exists x A(x) \vee \neg\exists x B(x)\big) =$ (правило Де – Моргана)

$= \exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \wedge \big(\forall x \neg A(x) \vee \forall x \neg B(x)\big) =$ (формула 4)

$= \exists x\big(A(x) \wedge B(x)\big) \wedge \forall x \forall y\big(\neg A(x) \vee \neg B(y)\big) =$ (формула 7)

$= \exists z \forall x \forall y\Big(A(z) \wedge B(z) \wedge \big(\neg A(x) \vee \neg B(y)\big)\Big) \approx$ (формула 8)

$= \forall x \forall y\Big(A(a) \wedge B(a) \wedge \big(\neg A(x) \vee \neg B(y)\big)\Big)$ (стандартна форма)

Множина диз'юнктів: $M = \{A(a), B(a), \neg A(x) \vee \neg B(y)\}$

Ербранівський базис: E = {a,…}

Множина констант різних рівнів:

$$H_0 = \{a\}$$

Множина основних прикладів диз'юнктів для констант рівня 0 та відповідна множина резольвент:

$S_0 = \{A(a), B(a), \neg A(a) \vee \neg B(a)\}$ $\qquad$ $R_0 = \{\neg B(a), \blacksquare\}$

Отримали порожній диз'юнкт, отже формула тавтологія