ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ (ДО)

Мацак І.К.

...Оскільки будівля усього світу зведена премудрим творцем і досконала, то в ньому не відбувається нічого, в чому б не було сенсу якого-небудь максимуму чи мінімуму

Л. Ейлер

1. Вступ.

Наука ДО належить до числа порівняно молодих дисциплін(їй 70-80 р.) Вперше назва ДО з'явилася в роки 2-ї світової війни, коли у військах США та Англії були сформовані спеціальні групи із науковців(математики, фізики, інженери). Назва - групи ДО, задача яких - підготовка рішень для командуючих бойовими діями(бойове застосування зброї, розподіл сил і засобів по різних об'єктах).
?.
В наш час від науки вимагаються рекомендації по оптимальному управлінню складними процессами. Пройшли часи, коли ефективне управління находилось методом "проб і помилок". Сьогодні необхідний науковий підхід - занадто великі збитки, пов'язані з помилками.
?
В наш час важко назвати таку область практики, де б не застосовувались в тому чи іншому виді математичні методи та моделі ДО.

Межі і зміст ДО не можна вважати остаточно визначеними. Різні автори далеко не завжди в цей термін вкладають один і той же зміст.

Більшість авторів (і ми в тому числі) включають в ДО наступні розділи:

1. Лінійне, дискретне і нелінійне програмування

2. Динамічне програмування

3. Теорія масового обслуговування

4. Математична теорія надійності

5. Імітаційне моделювання (Метод Монте-Карло)

6. Теорія ігор та статистичних рішень.

Література.

Лінійне програмування

Задача математичного програмування (задача оптимізації)полягає в пошуку екстремуму функції:

$$f(\mathbf{x}) \to \max_{\mathbf{x} \in D} \qquad (1)$$

$$D = (\mathbf{x} \in R^n : g_i(\mathbf{x}) \le b_i, i = 1, 2, ..., m) \qquad (2)$$

.

(еквівалентна задача - пошук мінімуму).

Якщо функції $f(\mathbf{x})$, $g_i(\mathbf{x})$, $i = 1, ..., m$, - лінійні, то вказана задача називається задачею лінійного програмування (ЗЛП).

Уперше постановка ЗЛП та один із методів її розв'язання були запропоновані Л.В. Канторовичем у 1939 році.

У 1947 році Дж. Данціг розробив симплексний метод (симплекс-метод) - один із основних методів розв'язування ЗЛП.

З тих пір теорія лінійного програмування бурхливо розвивалася і нині носить цілісний, в основному, закінчений характер. Зауважимо, що на розвиток теорії лінійного програмування суттєво впливало її застосування до розв'язування (з широким використанням компьютерів) прикладних задач, пов'язаних з оптимальним плануванням, організацією та управлінням у різноманітних сферах людської діяльності.

1. Приклади задач лінійного програмування

1а. Задача про планування виробництва.

Підприємство може виробляти вироби типів $P_1, ..., P_n$, використовуючи для цього сировину видів $R_1, ..., R_m$. Відомо, що

а) підприємство має b_i одиниць сировини $R_i, i = 1, ..., m$;

б) витрати сировини R_i на один виріб типу P_j , дорівнюють a_{ij} ;

в) реалізація одного виробу P_j , приносить підприємству прибуток c_j .

Задача полягає у визначенні об'єму виробництва x_j виробів типу $P_j, j = 1, ..., n$, що максимізує за цих умов прибуток підприємства. Сформульована задача формально зводиться до знаходження вектора $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_n)$, що максимізує функцію:

$$L(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max_{\mathbf{x} \in D}$$

Допустима область D задається обмеженнями:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \quad i = 1, ..., m,$$

$\forall j \quad x_j \ge 0.$

2а. Транспортна задача.

У пунктах $P_i(i = 1, ..., m)$ виробляється деякий однорідний продукт, причому в пункті Pi виробляється a_i одиниць цього продукту. У пункті $Q_j(j = 1, ..., n)$ споживається b_j одиниць цього ж продукту. Припускаємо, що

$$\sum_1^m a_i = \sum_1^n b_j$$

Нехай c_{ij} - собівартість перевезення одиниці продукту з пункту виробництва Pi у пункт споживання Q_j (транспортні витрати). Необхідно знайти план перевезень продукту таким чином, щоб задовольнити потреби всіх споживачів, мінімізуючи при цьому загальні транспортні витрати.

Нехай x_{ij} - невідома кількість продукту, що планується для перевезення з Pi в Q_j . Тоді задача, яку прийнято називати транспортною задачею лінійного програмування (ТЗЛП), полягає у знаходженні матриці перевезень $||x_{ij}||, i = 1, ..., m, j = 1, ..., n,$

що мінімізує загальні транспортні витрати

$$L(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min_{\mathbf{x} \in D}$$

Допустима область D задається такими обмеженнями:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = 1, ..., n,$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = 1, ..., m,$$

$\forall i, j \quad x_{ij} \geq 0$

!!!

Література

1. Ю.Д.Попов, В.І.Тюптя, В.І.Шевченко "Методи оптимізації",К.,2003.

2. Ю.Д.Попов, В.І.Тюптя, В.І.Шевченко. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з методів оптимізації. К.1995, 1998, 2000.

3. В.І.Шевченко, В.І.Тюптя, О.М.Іксанов Методична розробка для проведення практичних занять з лінійного програмування. К.2003.

Додаткова:

4. Х.А.Таха "Введение в исследование операций", 2001.

5. Ю.М.Ермольев и др. "Математические методы исследования операций", 1977.

6. И.А.Калихман, "Сборник задач по математическому программированию", 1975.

7. В.Ф.Капустин. Практические занятия по курсу математического программирования. 1976.

8. Ю.П.Зайченко, "Исследование операций", 1988.

9. В.Г.Карманов. "Математическое программирование", 1975.