б) ***аналіз множинного статистичного зв'язку*** у нормальному випадку.

Означення. Нехай η і $\vec{\xi}=\left(\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_q\right)^T$ випадкові величина та вектор відповідно. Тоді ***множинним коефіцієнтом кореляції*** η ***та*** $\vec{\xi}$ називається числова характеристика $r_{\eta\vec{\xi}}$, яка представляє собою парний коефіцієнт кореляції випадкових величин η і лінійної функції від $\vec{\xi}$, котра є найкращою в середньоквадратичному розумінні апроксимацією для η.

Потрібно проаналізувати множинний статистичний зв'язок між нормально розподіленими змінними η та $\vec{\xi}$. Припустимо, що:

$$\eta\sim\mathcal{N}\left(m_\eta,\sigma_\eta^2\right),\ \vec{\xi}\sim\mathcal{N}\left(\vec{m}_{\vec{\xi}},V_{\vec{\xi}\vec{\xi}}\right),\ \sigma_\eta^2>0, V_{\vec{\xi}\vec{\xi}}>0;$$
$$M\left(\eta-m_\eta\right)\left(\vec{\xi}-\vec{m}_{\vec{\xi}}\right)^T=V_{\eta\vec{\xi}}. \qquad (**)$$

Виявляється, що для функції регресії $f(\vec{x})=M(\eta/\vec{\xi}=\vec{x})$ та умовної дисперсії $g(\vec{x})=D(\eta/\vec{\xi}=\vec{x})$ має місце таке твердження.

Теорема. Нехай для пари $\left(\eta,\vec{\xi}\right)$ справедливо припущення (**), тоді справедливо:

$$f\left(\vec{x}\right)=m_\eta+V_{\eta\vec{\xi}}V_{\vec{\xi}\vec{\xi}}^{-1}\left(\vec{x}-\vec{m}_{\vec{\xi}}\right),\qquad g\left(\vec{x}\right)=\sigma_\eta^2\left(1-r_{\eta\vec{\xi}}^2\right).$$

Наслідок. У нормальному випадку

$$r_{\eta\vec{\xi}}=r_{\eta f(\vec{\xi})},$$

де $f(\vec{x})=M(\eta/\vec{\xi}=\vec{x})$.

Наступне твердження дозволяє встановити зв'язок між множинним коефіцієнтом кореляції $r_{\eta\vec{\xi}}$ та індексом кореляції $I_{\eta\vec{\xi}}$.

Т е о р е м а. Нехай для пари $\left(\eta,\vec{\xi}\right)$ справедливо припущення (**), тоді для індексу кореляції справедливо $I_{\eta\vec{\xi}} = \left|r_{\eta\vec{\xi}}\right|$, а для коефіцієнту детермінації відповідно має місце $I^2_{\eta\vec{\xi}} = r^2_{\eta\vec{\xi}}$.

Доведення теореми. Скористаємося попередньою теоремою для обчислення індексу кореляції $I_{\eta\vec{\xi}}$. Оскільки $D\eta = Df(\vec{\xi}) + Mg(\vec{\xi})$, можна стверджувати, що

$$I_{\eta\vec{\xi}} = \sqrt{\frac{Df(\vec{\xi})}{D\eta}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_\eta - Mg(\vec{\xi})}{\sigma^2_\eta}} = \sqrt{\frac{\sigma^2_\eta - \sigma^2_\eta\left(1 - r^2_{\eta\vec{\xi}}\right)}{\sigma^2_\eta}} = \left|r_{\eta\vec{\xi}}\right|. \qquad \blacksquare$$

Таким чином, у нормальному множинному випадку, в якості характеристики множинного статистичного зв'язку, можна використовувати множинний коефіцієнт кореляції $r_{\eta\vec{\xi}}$ замість індексу кореляції $I_{\eta\vec{\xi}}$.

Властивості множинного коефіцієнта кореляції $r_{\eta\vec{\xi}}$:

1) $\left|r_{\eta\vec{\xi}}\right| \le 1$;
2) якщо $r_{\eta\vec{\xi}} = 0$, то відсутній вплив $\vec{\xi}$ на η;
3) якщо $\left|r_{\eta\vec{\xi}}\right| = 1$, то з ймовірністю 1 існує лінійний зв'язок між η та $\vec{\xi}$, а саме, справедливо:

$$\eta = m_\eta + V_{\eta\vec{\xi}} V^{-1}_{\vec{\xi}\vec{\xi}}\left(\vec{\xi} - \vec{m}_{\vec{\xi}}\right).$$

Для підрахування коефіцієнта детермінації можна скористатися таким. Нехай випадкова величина η $(\xi_0 \equiv \eta)$ і випадковий вектор $\vec{\xi} = \left(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_q\right)^T$ мають <u>невироджений</u> сумісний гаусівський розподіл. Тоді

$$r^2_{\eta\vec{\xi}} = 1 - \frac{\det(R)}{R_{00}},$$

де R_{kl} – алгебраїчне доповнення до елемента r_{kl} у матриці звичайних парних коефіцієнтів кореляції для скалярних змінних $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_q$, а саме:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_{01} & r_{02} & \ldots & r_{0q} \\ r_{10} & 1 & r_{12} & \ldots & r_{1q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{q0} & r_{q1} & r_{q2} & \ldots & 1 \end{pmatrix};$$

Переходимо до підрахунку емпіричного значення $r_{\eta\vec{\xi}}$. Нехай доступні спостереження: $\eta: y_1, y_2, \ldots, y_n,$ |
$\vec{\xi}: \vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n.$

Тоді вибіркове значення коефіцієнта детермінації $\hat{r}^2_{\eta\vec{\xi}}$ можна підрахувати так:

$$\hat{r}^2_{\eta\vec{\xi}} = 1 - \frac{\det\left(\hat{R}\right)}{\hat{R}_{00}},$$

де $\hat{R}_{kl}$ – алгебраїчне доповнення до елемента $\hat{r}_{kl}$ у матриці вибіркових парних коефіцієнтів кореляції для змінних $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_q$, а саме:

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & \hat{r}_{01} & \hat{r}_{02} & \ldots & \hat{r}_{0q} \\ \hat{r}_{10} & 1 & \hat{r}_{12} & \ldots & \hat{r}_{1q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{r}_{q0} & \hat{r}_{q1} & \hat{r}_{q2} & \ldots & 1 \end{pmatrix}.$$

Процедура використання $\hat{r}_{\eta\vec{\xi}}$:

1) якщо $\hat{r}_{\eta\vec{\xi}} = 0$, то вважаємо, що η не залежить від $\vec{\xi}$;
2) якщо $\left|\hat{r}_{\eta\vec{\xi}}\right| = 1$, то між η та $\vec{\xi}$ існує функціональний (точніше лінійний) зв'язок;

3) якщо $\left|\hat{r}_{\eta\bar{\xi}}\right| \in (0,1)$, то потрібно зробити *перевірку на значимість* $r_{\eta\bar{\xi}}$, а саме перевірити гіпотезу:

$$H_0 : r_{\eta\bar{\xi}} = 0,$$

з деяким рівнем значущості $\alpha > 0$.

Для перевірки останньої гіпотези скористаємося тим фактом, що при справедливості гіпотези H_0 розподіл статистики

$$F = \frac{\hat{r}^2_{\eta\bar{\xi}}}{1-\hat{r}^2_{\eta\bar{\xi}}} \cdot \frac{n-q-1}{q}$$

можна наблизити F-розподілом з q і $(n-q-1)$ ступенями свободи. Тоді область прийняття гіпотези набуває вигляду

$$F < F_\alpha(q, n-q-1),$$

де $F_\alpha(m,n)$ – 100α відсоткова точка F-розподілу з m та n ступенями свободи.

У підсумку, у гаусівському випадку в якості характеристики множинного статистичного зв'язку можна використовувати множинний коефіцієнт кореляції $r_{\eta\bar{\xi}}$. А у загальному випадку необхідно звернутися до використання індексу кореляції $I_{\eta\bar{\xi}}$ (коефіцієнта детермінації $I^2_{\eta\bar{\xi}}$).

Кореляційний аналіз ординальних змінних

Переходимо до задачі аналізу наявності статистичного зв'язку між ординальними (порядковими) змінними.

Ранги та таблиці рангів

Нехай необхідно провести аналіз скалярних ординальних змінних (властивостей) η, ξ_1, ξ_2, $\ldots,\xi_q$. У подальшому для змінної η (для єдиності позначень) будемо використовувати також позначення ξ_0, тобто $\xi_0 \equiv \eta$. Тобто далі аналізуємо скалярні ординальні змінні:

$$\xi_0, \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_q$$

Їх дослідження проведемо на основі доступних спостережень проявів цих змінних для деяких n об'єктів.

Під час проведення спостережень над ординальними змінними, які досліджуються, можливі дві ситуації:

I випадок: прояви у всіх об'єктів по усім ординальним змінним різні,

II випадок: існує принаймні два об'єкти, прояви яких хоч по одній ординальній змінній однакові.

Подальше викладення будемо проводити спочатку для першої ситуації, а потім узагальнювати на другу.

I випадок. Тобто, спочатку розглянемо ситуацію, коли відсутні групи об'єктів з однаковим проявом по усім ординальним змінним, які досліджуються.

А саме, проаналізуємо випадок, коли для кожної ординальної змінної ξ_i, її прояви у різних об'єктів різні $\left(i=\overline{0,q}\right)$. Розглянемо прояви конкретної змінної ξ_i для n об'єктів. Оскільки у різних об'єктів прояв властивості ξ_i інший, то всі об'єкти можна впорядкувати у порядку спадання прояву змінної ξ_i. Це дозволяє кожному k-му об'єкту поставити у відповідність натуральне число $x_k^{(i)}$ – номер місця, яке k–й об'єкт зайняв у цій упорядкованій послідовності.

Означення. ***Рангом k-го об'єкта за ординальною змінною ξ_i*** називається натуральне число $x_k^{(i)}$, яке вказує номер місця, яке зайняв k-й об'єкт у послідовності всіх досліджуваних об'єктів, упорядкованій у порядку спадання прояву властивості ξ_i, $k=\overline{1,n}$, $i=\overline{0,q}$.

Зрозуміло, що для якісного визначення рангів об'єктів потрібно залучати експертів відповідного профілю.

Означення. ***Ранжуванням за ординальною змінною ξ_i*** називається вектор-стовпчик $x^{(i)}$, k-та компонента якого дорівнює рангу k-го об'єкта за ординальною змінною ξ_i, тобто $x^{(i)}=\left(x_1^{(i)},x_2^{(i)},\dots,x_n^{(i)}\right)^T$, $i=\overline{0,q}$.

У розглянутому випадку, ранжування для змінних, які потрібно дослідити, будуть представляти собою вектор-стовпчики, утворені внаслідок деяких перестановок компонент у вектор-стовпчику $(1,2,\ldots,n)^T$.

Означення. Ранжування $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$ та $y=(y_1,y_2,\ldots,y_n)^T$ за деякою ординальною змінною називаються ***протилежними ранжуваннями***, якщо справедливо $x_i+y_i=n+1,\ i=\overline{1,n}$. Тобто ***ранжування x є протилежним ранжуванням до ранжування y*** і навпаки.

Наприклад: ранжування

$(5,1,4,3,2)^T$ та

$(1,5,2,3,4)^T$ є протилежними ранжуваннями.

II випадок. Розглянемо тепер більш загальну ситуацію, коли існує ординальна змінна у якої є принаймні одна група об'єктів, яка складається з не менше ніж двох членів, для яких прояв цієї ординальної змінної однаковий. Тобто маємо справу з ***наявністю груп об'єктів з однаковим проявом за ординальною змінною***, яка аналізується. Узагальнимо для цього випадку поняття рангу.

Означення. ***Зв'язаним (об'єднаним) рангом об'єкта з групи об'єктів з однаковим проявом за ординальною змінною*** ξ_i, називається середнє арифметичне номерів місць, які припали на цю групу об'єктів після впорядкування їх у порядку спадання прояву властивості $\xi_i,\ i=\overline{0,q}$.

Наприклад. Якщо на групу об'єктів з однаковим проявом за деякою ординальною змінною, припали місця з номерами 3, 4, 5, 6, то кожному з цих об'єктів присвоюється зв'язаний ранг, який дорівнює

$$\frac{3+4+5+6}{4}=4,5.$$

Аналогічно обчислюється зв'язаний ранг для об'єктів з інших груп об'єктів з однаковим проявом. У результаті, приходимо до того, що в загальному випадку ранг, що віддзеркалює степінь прояву властивості, не завжди буде натуральним числом.

На основі рангів, які присвоєні об'єктам, за всіма ординальними змінними формується ***таблиця рангів***, у якій стовпчик з номером i представляє собою не що інше, як ранжування $x^{(i)} = \left(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)}\right)^T$ за ординальною змінною ξ_i, $i = \overline{0,q}$, тобто таблиця такого вигляду:

№ змінної / № об'єкта	0	1	2	…	i	…	q
1	$x_1^{(0)}$	x_1^1	$x_1^{(2)}$	…	$x_1^{(i)}$	…	$x_1^{(q)}$
2	$x_2^{(0)}$	$x_2^{(1)}$	$x_2^{(2)}$	…	$x_2^{(i)}$	…	$x_2^{(q)}$
⋮	⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮
k	$x_k^{(0)}$	$x_k^{(1)}$	$x_k^{(2)}$	…	$x_k^{(i)}$	…	$x_k^{(q)}$
⋮	⋮	⋮	⋮	…	⋮	…	⋮
n	$x_n^{(0)}$	$x_n^{(1)}$	$x_n^{(2)}$	…	$x_n^{(i)}$	…	$x_n^{(q)}$

Заповнена таблиця є основою при проведенні кореляційного аналізу ординальних змінних. Поява в ній значень зв'язаних рангів буде вимагати модифікації відповідних процедур для дослідження парних і множинних статистичних зв'язків порядкових змінних.

З огляду на введені поняття, стає зрозумілим, чому розділ математики з досліджень істотності статистичного зв'язку між ординальними змінними називають також ***аналізом рангових кореляцій***.

Аналіз парних зв'язків для ординальних змінних

Розглянемо ситуацію, коли аналізуються дві ординальні змінні. Нехай для них щодо кожного об'єкта відомий його ранг, тобто доступні відповідні ранжування. Необхідно, спираючись на цю інформацію, з'ясувати істотність статистичного зв'язку між цими порядковими змінними. Пропонується використовувати рангові коефіцієнти кореляції Спірмена та Кендела, як найбільш вживані.

Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена

Для аналізу статистичного зв'язку між двома ординальними змінними ξ_i та ξ_j з відомими для них ранжуваннями $x^{(i)} = \left(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_n^{(i)}\right)^T$ та $x^{(j)} = \left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}\right)^T$, відповідно, К. Спірмен запропонував оригінальну характеристику парного статистичного зв'язку.

I випадок. Спочатку розглянемо ситуацію, коли групи об'єктів з однаковим проявом властивостей ξ_i та ξ_j відсутні.

Означення. ***[Вибірковим] ранговим коефіцієнтом кореляції Спірмена*** ординальних змінних ξ_i та ξ_j з ранжуваннями $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$, відповідно, називається числова характеристика, яка обчислюється таким чином:

$$\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = 1 - \frac{\left\| x^{(i)} - x^{(j)} \right\|^2}{\frac{n^3 - n}{6}},$$

де $\|\bullet\|$ - евклідова норма.

Ця характеристика має такі **властивості**:

1) $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right| \le 1$;

2) якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = 0$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j відсутній;

3) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right| = 1$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j функціональний причому:
   - якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = 1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ рівні;
   - якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = -1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ протилежні;

4) $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = \hat{\tau}_{ji}^{(S)}$.

У загальному випадку, коли кількість доступних спостережень n не є постійною, для вибіркового значення рангового коефіцієнта кореляції Спірмена, яке вже може залежати від n, будемо використовувати позначення $\hat{\tau}_{ij}^{(S)}(n)$.

В свою чергу введемо поняття.

Означення. ***[Теоретичним] ранговим коефіцієнтом кореляції Спірмена*** ординальних змінних ξ_i та ξ_j називається числова характеристика $\tau_{ij}^{(S)}$, яка визначається таким чином:

$$\tau_{ij}^{(S)} = \lim_{n\to\infty} \hat{\tau}_{ij}^{(S)}(n).$$

Процедура використання $\hat{\tau}_{ij}^{(S)}$:

1) якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = 0$, то вважаємо, що зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j відсутній;
2) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right| = 1$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j функціональний причому:

- якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = 1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ рівні;
- якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(S)} = -1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ протилежні;

3) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right| \in (0,1)$, то потрібно з'ясувати, чи суттєво відхиляється від нуля ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена із статистичної точки зору, тобто здійснити *перевірку* його *на значимість*, а саме перевірити гіпотезу

$$H_0 : \tau_{ij}^{(S)} = 0$$

з деяким рівнем значущості $\alpha > 0$. Якщо гіпотеза буде відхилена, то вважається, що зв'язок між ординальними змінними ξ_i та ξ_j зі статистичної точки зору є істотним, у протилежному випадку – не суттєвим.

При $n = \overline{4,10}$, таку перевірку можна здійснити за допомогою спеціальних таблиць.

А при $n \geq 11$, якщо врахувати можливість наближення розподілу статистики

$$\frac{\sqrt{n-2}\ \ \hat{\tau}_{ij}^{(S)}}{\sqrt{1-\left(\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right)^2}}$$

t-розподілом Стьюдента з $(n-2)$ ступенями свободи, то до критичної області H_0 потрібно віднести області екстремальних значень останньої статистики, а область прийняття гіпотези, в свою чергу, набуває такого вигляду:

$$\left|\frac{\sqrt{n-2}\ \ \hat{\tau}_{ij}^{(S)}}{\sqrt{1-\left(\hat{\tau}_{ij}^{(S)}\right)^2}}\right| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2),$$

де $t_\alpha(n)$ – 100α %-ва точка t-розподілу Стьюдента з n ступенями свободи.

II випадок. У цьому випадку, коли наявні групи об'єктів з однаковим проявом принаймні за однією зі змінних ξ_i чи ξ_j, використовується ***модифікований ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена***:

$$\hat{\hat{\tau}}_{ij}^{(S)} = \frac{\frac{n^3-n}{6} - \left\| x^{(i)} - x^{(j)} \right\|^2 - \frac{\Delta^{(i)} + \Delta^{(j)}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{n^3-n}{6} - \Delta^{(i)} \right)\left(\frac{n^3-n}{6} - \Delta^{(j)} \right)}},$$

де $m^{(k)}$ – кількість груп об'єктів з однаковим проявом за змінною ξ_k; $n_l^{(k)}$ – кількість об'єктів, які ввійшли в l-ту групу об'єктів з однаковим проявом за змінною ξ_k; $\Delta^{(k)} = \frac{\sum_{l=1}^{m^{(k)}} \left[\left(n_l^{(k)} \right)^3 - n_l^{(k)} \right]}{6}$; $k = i, j$.

Зауваження. Коли відсутні групи об'єктів з однаковим проявом за змінними ξ_i та ξ_j, то $\Delta^{(i)} = \Delta^{(j)} = 0$, оскільки $m^{(i)} = m^{(j)} = n$, а $n_l^{(i)} = n_l^{(j)} = 1$, $l = \overline{1,n}$. Звідси випливає, що у цьому випадку $\hat{\hat{\tau}}_{ij}^{(S)} = \hat{\tau}_{ij}^{(S)}$.

[redacted]

Ранговий коефіцієнт кореляції Кендела

Розглянемо ще одну характеристику, яку у свій час запропонував М. Кендел для аналізу статистичного зв'язку між двома ординальними змінними ξ_i та ξ_j з доступними для них ранжуваннями

$$x^{(i)} = \left(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)} \right)^T \text{ та } x^{(j)} = \left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \ldots, x_n^{(j)} \right)^T.$$

I випадок. Почнемо з випадку, коли групи об'єктів з однаковим проявом властивостей ξ_i та ξ_j відсутні.

Означення. ***[Вибірковим] ранговим коефіцієнтом кореляції Кендела*** ординальних змінних ξ_i та ξ_j з ранжуваннями $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$, відповідно, називається числова характеристика, що визначається таким чином:

$$\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = 1 - \frac{\upsilon\left(x^{(i)}, x^{(j)}\right)}{\frac{n(n-1)}{4}},$$

де $\upsilon\left(x^{(i)}, x^{(j)}\right)$ – мінімальна кількість обмінів *сусідніх* компонент у ранжуванні $x^{(i)}$, яка приводить її до ранжування $x^{(j)}$.

Властивості рангового коефіцієнта кореляції Кендела збігаються з властивостями коефіцієнта Спірмена і мають вигляд:

1) $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(K)}\right| \le 1$;

2) якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = 0$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j відсутній;

3) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(K)}\right| = 1$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j функціональний причому:
   - якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = 1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ рівні;
   - якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = -1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ протилежні;

4) $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = \hat{\tau}_{ji}^{(K)}$.

У загальному випадку, коли кількість доступних спостережень n не є постійною, для вибіркового значення рангового коефіцієнта кореляції Кендела яке вже може залежати від n, будемо використовувати позначення $\hat{\tau}_{ij}^{(K)}(n)$.

Введемо також поняття.

Означення. *[Теоретичним] ранговим коефіцієнтом кореляції Кендела* ординальних змінних ξ_i та ξ_j називається числова характеристика $\tau_{ij}^{(K)}$, яка визначається таким чином:

$$\tau_{ij}^{(K)} = \lim_{n\to\infty} \hat{\tau}_{ij}^{(K)}(n).$$

1) якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = 0$, то вважаємо, що то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j відсутній;

2) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(K)}\right| = 1$, то зв'язок між змінними ξ_i та ξ_j функціональний причому:

- якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = 1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ рівні;
- якщо $\hat{\tau}_{ij}^{(K)} = -1$, то ранжування $x^{(i)}$ та $x^{(j)}$ протилежні;

3) якщо $\left|\hat{\tau}_{ij}^{(K)}\right| \in (0,1)$, то потрібно звернутися до <u>*перевірки на значимість*</u> рангового коефіцієнта кореляції Кендела, тобто перевірити гіпотезу

$$H_0 : \tau_{ij}^{(K)} = 0$$