

$\textcircled{\neg I} \frac{\vdash \Phi, \Sigma}{\vdash \neg \Phi, \Sigma}$	$\textcircled{\neg E} \frac{\vdash \Phi, \Sigma}{\vdash \neg \Phi, \Sigma}$
$\textcircled{\vee I} \frac{\vdash \Phi, \Sigma \quad \vdash \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \vee \Psi, \Sigma}$	$\textcircled{\vee E} \frac{\vdash \Phi, \neg \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \vee \Psi, \Sigma}$
$\textcircled{\& I} \frac{\vdash \Phi, \vdash \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \& \Psi, \Sigma}$	$\textcircled{\& E} \frac{\vdash \Phi, \Sigma \quad \vdash \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \& \Psi, \Sigma}$
$\textcircled{\rightarrow I} \frac{\vdash \Phi, \Sigma \quad \vdash \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \rightarrow \Psi, \Sigma}$	$\textcircled{\rightarrow E} \frac{\vdash \Phi, \neg \Psi, \Sigma}{\vdash \Phi \rightarrow \Psi, \Sigma}$

Приклад 2. Чи вірно:

$$A \& B \rightarrow C \models A \vee B \rightarrow C.$$

$$\begin{array}{l}
 \vdash A \& B \rightarrow C, \neg A \vee B \ominus C \\
 \hline
 \vdash A \vee B, \neg C, \vdash A \& B \ominus C \quad \textcircled{\rightarrow I} \\
 \hline
 \vdash A \& B, \vdash A \vee B, \neg C \quad \textcircled{\rightarrow I} \quad \vdash C, \neg C, \dots \\
 \hline
 \vdash A, \neg A \& B, \neg C \quad \vdash B, \neg A \& B, \neg C \\
 \hline
 \vdash A, \vdash A, \neg C \quad \vdash B, \vdash A, \neg C \\
 \hline
 \text{X} \quad \text{X}
 \end{array}$$

Дерево незамкнене,
отже, не вірно. Контрприклад:
 $\tau(A)=T, \tau(B)=F, \tau(C)=F.$

Чи вірно: $\{A \vee B, \neg A \vee C\} \models B \vee C$.

Чи вірно:

$\{A \rightarrow B, C \rightarrow D\} \models A \vee C \rightarrow B \vee D$.

1. Вивести (без ТТ). (4B)

2. Метод резолюцій.

3-4. Секв. числення.

чи існує виведення
(в секв. числ.)

$((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow A \vee C$

Від супротивного.

Дерево замкнене \Rightarrow виведення існує.

Використовуючи ТТ, перевірити:
якщо $\vdash A \vee C \rightarrow B \& D$, тоді $\vdash A \rightarrow B$
та $\vdash C \rightarrow D$.

Використовуючи секв. мислення та ТТ, визначити, чи вірно:

якщо $\vdash A \wedge C \rightarrow B \wedge D$, тоді
 $\vdash A \rightarrow B$ та $\vdash C \rightarrow D$.

Перевіримо:

$$A \wedge C \rightarrow B \wedge D \models (A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$$

Дерево незамкнене.

Отже, за ТТ не вірно.

Контрприклад: $\tau(A) = T$

$$\tau(B) = F$$

$$\tau(C) = F$$

$$\tau(D) = T \text{ (or } F)$$

Чи існує виведення?

$$[(A \rightarrow C) \rightarrow D] \wedge \neg D \rightarrow A \wedge \neg C$$

Д/З Чи існує виведення?

$$1. ((A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow D)) \rightarrow \\ \rightarrow (A \rightarrow C) \& (D \rightarrow B)$$

$$2. (A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C) \& (A \rightarrow D) \rightarrow \neg A$$

Чи вірно?

$$3. (A \& D) \rightarrow (B \vee C) \models$$

$$\models (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C) \vee (D \rightarrow B)$$

Чи вірно (з викор. ТТ)?

$$4. \text{Якщо } \vdash A \vee C \rightarrow B \vee D, \\ \text{тоді } \vdash A \rightarrow B \text{ ма } \vdash C \rightarrow D$$

$$5. \text{Якщо } \vdash A \& C \rightarrow B \vee D, \\ \text{тоді } \vdash A \rightarrow B \text{ ма } \vdash C \rightarrow D$$