

# CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

---

## Equações, funções e inequações

---

Thiago de Paula Oliveira

11 de Agosto de 2018

© You may copy, distribute and modify this list as long as you cite the author.

1. Considere  $f(x) = 3x^2 + 2x$  e  $g(x) = \frac{x}{x^2 + x}$ , determine as funções e as simplifique:
  - (a)  $h(x) = f(x) + 2g(x)$
  - (b)  $h(x) = f(x) \times g(x)$
  - (c)  $h(x) = f(g(x))$
  - (d)  $h(x) = f(x) \times g^2(x)$
  - (e)  $h(x) = \frac{1}{f(x) + 1} + g(x)$
  - (f)  $h(x) = g(f(x))$
2. (Stewart, 2010) Se  $f(x) = x^3$ , calcule o quociente da diferença  $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  e simplifique sua resposta.
3. O modelo matemático de Henderson e Pabis é um dos modelos utilizados para prever o fenômeno de secagem de alimentos, sendo dado por  $RU = a.e^{-kt}$  em que  $RU$  é a razão de umidade do produto, adimensional;  $t$  é tempo de secagem;  $k$  é o coeficiente de secagem e  $a$  é uma constante qualquer. Faça o gráfico da função  $RU$ , sabendo que  $a = 5$  e  $k = 7$ .
4. Determine o domínio, imagem e contra-domínio das seguintes funções:
  - (a)  $f(x) = 2 - 1,5x$
  - (b)  $h(x) = \sqrt{(4 - x^2)}$
  - (c)  $f(u) = u^2 + 2x$ , com  $x \in \mathbb{R}$
  - (d)  $f(z) = |z + 2|$
  - (e)  $g(x) = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{|x|}}$
  - (f)  $f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{se } x > 2 \\ -x^2 + 2x, & \text{se } 0 < x < 2 \end{cases}$
  - (g)  $g(x) = \frac{\log(x)}{2 - x^2}$
  - (h)  $f(x) = \begin{cases} x + 4, & \text{se } x < -1 \\ -3x^2 + 2x + 4, & \text{se } -1 \leq x < 6 \\ 9, & \text{se } x \leq 6 \end{cases}$
  - (i)  $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 2}$
  - (j)  $\frac{\sqrt[3]{x}}{x^2 + 1}$
  - (l)  $f(x) = \sqrt{4 - x} + \sqrt{x^2 - 1}$
  - (k)  $h(x) = \frac{e^{x-1}}{|x - 1|}$
5. Estude a paridade das seguintes funções:
  - (a)  $f(x) = x^4 + x^2$
  - (b)  $f(x) = -x^3 - x$
  - (c)  $f(x) = |x^3|$
  - (d)  $f(x) = \sqrt{x^2}$
  - (e)  $f(x) = \cos x$
  - (f)  $f(x) = \text{tg}(x)$ , para  $\forall x \in [-\pi/2, \pi/2]$
6. A relação entre as temperaturas medidas em graus Celsius (C) e Fahrenheit (F) é dada pela função
 
$$C = \frac{5(F - 32)}{9}.$$
  - (a) Apresente o gráfico da função
  - (b) Calcule o coeficiente angular e o interprete. Faça o mesmo para o intercepto.

7. (Stewart, 2010) Faça o esboço do gráfico das seguintes funções:

$$\begin{array}{lll} (a) y = x^3 & (b) y = (x + 1)^3 & (c) y = (x - 2)^3 + 3 \\ (d) y = 4 - x^2 & (e) y = \sqrt{x} & (f) y = 2\sqrt{x} \\ (g) y = -2^x & (h) y = 1 + x^{-1} & (i) y = 1 + \sin 2x \end{array}$$

8. A tonalidade (h) pode ser definida como uma medida angular como ilustra a Figura 1, logo  $h \in [0, 360]$ .

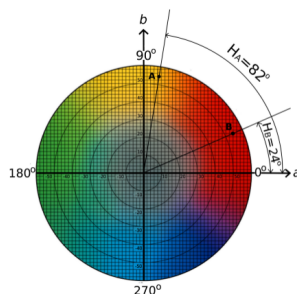


Figura 1: Região das cores pertencentes ao sistema de cores *CIE Lab* (ou *CIE LCh*), com representação de duas cores: A, amarela, em  $h = 82^\circ$  e B, vermelha, em que  $h = 24^\circ$   
Fonte: Modificado a partir da ColorMetrix

Na área de pós-colheita, a tonalidade da cor é uma variável muito utilizada para descrever curvas de maturação de diversos frutos. Assim, considere que o a função definida por

$$f(t) = 111,09 - 1,65t - 0,0405t^2$$

é utilizada para descrever a tonalidade do mamão papaya “Sunrise Solo” ao longo do tempo (t).

- (a) Em quanto tempo o fruto mudará sua tonalidade de verde (110) para amarela (90)?
- (b) Após 5,3 dias qual deve ser a tonalidade do fruto?
- (c) Apresente o gráfico da função;

9. Expresse as funções na forma  $f \circ g$

$$\begin{array}{ll} (a) f(x) = x^5 \text{ e } g(x) = x + 5 & (b) f(x) = \log(x) \text{ e } g(x) = x + 4 \\ (c) f(x) = |e^x| \text{ e } g(x) = x^3 & (d) f(x) = \sqrt{x} \text{ e } g(x) = x^2 \\ (e) f(x) = \cos x \text{ e } g(x) = 2x & (f) f(x) = \frac{1}{x} \text{ e } g(x) = \operatorname{tg}(x) \end{array}$$

10. Utilize as respostas obtidas para o exercício 9 e calcule  $g(f(2))$

11. Obtenha  $f \circ g \circ h$

- (a)  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $h(x) = \frac{1}{x}$
- (b)  $f(x) = x^3 + 3$ ,  $g(x) = \sqrt{x}$ ,  $h(x) = \frac{x+1}{x}$
- (c)  $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{2x + 2}$ ,  $g(x) = x$ ,  $h(x) = \sin x$

12. Determine o domínio das seguintes funções

- (a)  $f(x) = e^x$       (b)  $f(v) = \frac{e^v}{1 - e^v}$       (c)  $f(x) = \frac{1+x}{1+e^{2x}}$
- (d)  $f(x) = \frac{1}{e^{x^2+2x}}$       (e)  $f(t) = \sqrt{1-t^2}$       (f)  $f(x) = \cos(e^{-x})$

13. Determine o domínio e construa o gráfico das seguintes funções

- (a)  $f(x) = \ln x$       (b)  $f(x) = \ln \frac{x}{e}$       (c)  $f(x) = \ln \frac{1+x}{x}$

14. Relacione as funções a seguir  $f(x) = \log(x) + x$ ,  $f(x) = \frac{x^3 + 2x}{|x| + 1}$ ,  $f(x) = e^{x^2}$ , e  $f(x) = \sqrt{x}$  com os gráficos da Figura 2.

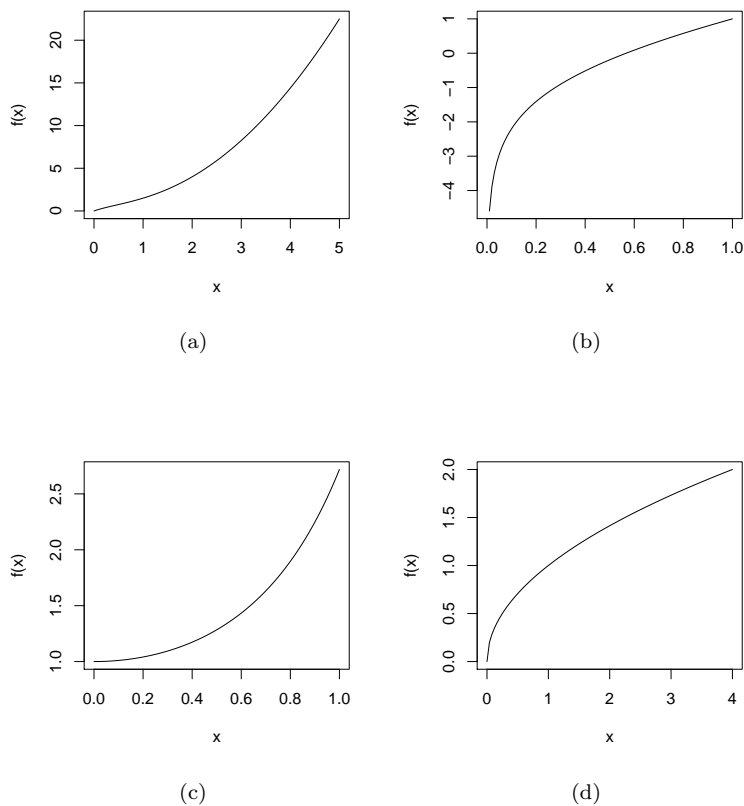


Figura 2: Figuras utilizadas para o exercício 14

15. (Stewart, 2010) Se  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  e  $g(x) = 2x - 3$ , determine cada uma das seguintes funções:

(a)  $f \circ g$       (b)  $g \circ f$       (c)  $g \circ g \circ g$

16. Curvas de crescimento são muito utilizadas nas áreas de biologia e ciências agrárias para quantificar, por exemplo, a massa de animais e vegetais e o crescimento populacional de microorganismos. Assim, supondo que o crescimento populacional de uma determinada bactéria em função do tempo ( $t$ ) pode ser descrita pela função de Gompertz dada por

$$f(t) = a \exp[-\exp(b - ct)].$$

Assumindo que  $a = 3000$ ,  $b = 2$  e  $c = 1$ .

- (a) Construa o gráfico da função
- (b) Em quando tempo o tamanho da população de bactérias irá passar de 100 para 1000?
17. A partir da Figura 3 determine a função definida por partes utilizando conhecimentos de geometria e trigonometria. Além disso, determine o domínio e imagem dessa função.

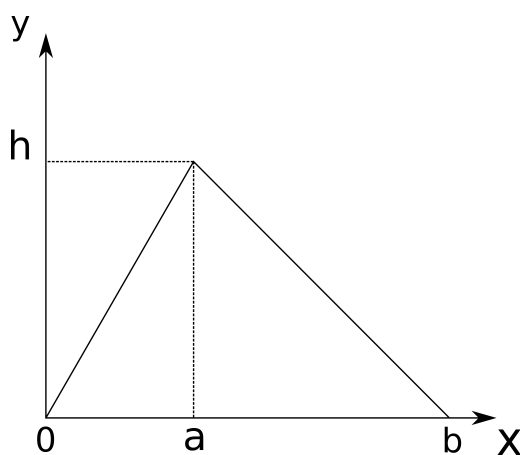


Figura 3: Figura para o exercício 17

18. Determine as funções inversas ( $f^{-1}(x)$ )

(a)  $f(x) = e^x$       (b)  $f(x) = \frac{x}{1-x}$       (c)  $f(x) = x^2 + 2x$

(d)  $f(x) = \sqrt{x}$       (e)  $f(x) = \frac{a+x}{b-x}$       (f)  $f(x) = \cos(x)$

19. Considere a função  $f(x) = x^3$ . Calcule e simplique o quociente  $\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ .

20. Prove que  $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = \sec \alpha$ .

21. Prove que  $\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{sen} 2\alpha$ .

22. Construa o gráfico da função  $f(x) = 2 + \operatorname{sen} x$ .

23. Determine as coordenadas do vértice da equação  $x^2 - 3(x + y) = 1$

24. Determine o domínio e imagem da equação  $y^2 = -x^2 + 4$

25. Determine a monotonicidade das seguintes funções

(a)  $f(x) = x^3$                       (b)  $f(x) = x^2$                       (c)  $f(x) = x + 3$

(d)  $f(x) = \sqrt{x+2}$                       (e)  $f(x) = \log(2x)$                       (f)  $f(x) = e^{-x^2}$

26. Um veículo teve seu pneu calibrado para 35 libras e, em seguida, o motorista se deslocou do ponto A ao ponto B em 9h a uma velocidade média de 100 km por hora. Suponha que a temperatura do pneu aumenta quadraticamente em função da distância percorrida até aproximadamente 100 graus Celcius. Então a temperatura se mantém constante até a distância percorrida em 8h (Figura 4). Na última hora, suponha que a temperatura decai quadraticamente em função da distância. Determine uma função que descreva o aumento da temperatura em função da distância (em km).

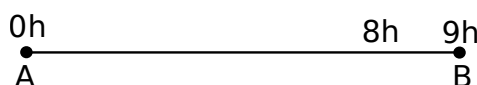


Figura 4: Exercício 24

27. Simplifique as funções a seguir

(a)  $f(x) = 4 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$                       (b)  $f(x) = \frac{x^2 + 8x + 16}{8x + 32}$                       (c)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

(d)  $f(x) = \log(x^2 + 3x) - \log(x)$                       (e)  $f(x) = \frac{e^x e^\pi}{e^{2x}}$                       (f)  $f(x) = e^{-x^2} e^{x^2+2x}$

(g)  $f(x) = \frac{\sin(2x)}{[\cos 2]^{-1}} - \frac{\sin 2}{[\cos(2x)]^{-1}}$                       (h)  $f(x) = \sin^2 x \operatorname{tg}^{-2} x$                       (i)  $f(x) = x^2 + 4x - 4$

28. Encontre as raízes das funções polinomiais a seguir

(a)  $f(x) = x^3 + x^2$                       (b)  $f(x) = x^2 - 10x - 9$                       (c)  $f(x) = x^2 + 9$

(d)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$                       (e)  $f(x) = cx^2 + 4cx + c^2$                       (f)  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x}$

(g)  $f(x) = (x - 4)^2 + 6$                       (h)  $f(x) = \frac{(x - 2)^2 + 10}{5}$                       (i)  $f(x) = 5(x + 3)^2 - \frac{1}{2}$

(j)  $f(x) = x^4 - x^2$                       (k)  $f(x) = a(x - b)^2 + c$                       (l)  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$

(m)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$                       (n)  $f(x) = \frac{1}{x} + c$                       (o)  $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$

29. (Stewart, 2010) Encontre uma equação para a reta que passa pelo ponto  $(2, -5)$  e

(a) tem inclinação  $-3$

(b) é paralela ao eixo  $x$

(c) é paralela ao eixo  $y$

- (d) é paralela a reta  $2x - 4y = 3$
30. (Stewart, 2010) Determine uma equação para o círculo que tem centro  $(-1, 4)$  e passa pelo ponto  $(3, -2)$ .
31. (Stewart, 2010) Determine o centro e o raio do círculo com equação  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$ .
32. (Stewart, 2010) Sejam  $A(-7, 4)$  e  $B(5, -2)$  pontos no plano:
- (a) Determine a inclinação da reta que contém A e B.
- (b) Determine uma equação da reta que passa por A e B. Quais são as interseções com os eixos?
- (c) Determine o ponto médio do segmento AB.
- (d) Determine uma equação para o círculo considerando que AB é um diâmetro.
33. (Stewart, 2010) Esboce as regiões do plano  $xy$  definidas pelas equações ou inequações.

$$\begin{array}{lll} (a) -1 \leq y \leq 3 & (b) |x| < 4 \text{ e } |y| < 2 & (c) y < 1 - \frac{1}{2}x \\ (d) y \geq x^2 - 1 & (e) x^2 + y^2 < 4 & (f) 9x^2 + 16y^2 = 144 \end{array}$$

34. (Flemming & Gonçalves, 2006) Determinar todos os intervalos de números que satisfaçam as desigualdades abaixo.

$$\begin{array}{llll} (a) 3 - x < 5 + 3x & (b) 2x - 5 < \frac{1}{3} + \frac{3x}{4} + \frac{1-x}{3} & (c) 2 > -3 - 3x \geq -7 & (d) x^2 \leq 9 \\ (e) x^2 - 3x + 2 > 0 & (f) 1 - x - 2x^2 \geq 0 & (g) (x^2 - 1)(x + 4) \leq 0 & (h) x^4 \leq x^2 \\ (i) \frac{3}{x-5} \leq 2 & (j) 12x^3 - 20x^2 \geq -11x + 2 & (l) x^3 - x^2 - x - 2 > 0 & (m) \frac{x}{x-3} < 4 \end{array}$$

35. (Flemming & Gonçalves, 2006) Resolver as equações considerando o conjunto  $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{lll} (a) |5x - 3| = 12 & (b) |-4 + 12x| = 7 & (c) |2x - 3| = |7x - 5| \\ (d) \left| \frac{x+2}{x-2} \right| = 5 & (e) \left| \frac{3x+8}{2x-3} \right| = 4 & (f) |3x+2| = 5-x \\ (g) |9x| - 11 = x & (h) 2x - 7 = |x| + 1 & \end{array}$$

36. (Flemming & Gonçalves, 2006) Resolver as inequações considerando o conjunto  $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{lll} (a) |x + 12| < 7 & (b) |3x - 4| \leq 2 & (c) |5 - 6x| \geq 9 \\ (d) |2x - 5| > 3 & (e) |6 + 2x| < |4 - x| & (f) |x + 4| \leq |2x - 6| \\ (g) |3x| > |5 - 2x| & (h) \left| \frac{7-2x}{5+3x} \right| \leq \frac{1}{2} & (i) |x-1| + |x+2| \geq 4 \end{array}$$

37. Seja  $f(x) = x^2 - 2$ ,  $g(x) = |x - 1|$  e  $r(x) = x^3$ . A partir dessas funções responda as seguintes perguntas:

(a) Qual é a paridade da função  $h(x) = \frac{f(x)r(x)}{10}$

(b) Quais são os intervalos de crescimento e de decrescimento da função dada por  $h(x) = g \circ f(x)$

(c) Faça um esboço do gráfico da função  $h(x) = g \circ f(x)$

38. (Stewart, 2010) Determine as funções  $f \circ g$ ,  $g \circ f$ ,  $f \circ f$  e  $g \circ g$  bem como o respectivo domínio.

(a)  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = 2x + 1$       (b)  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = x^2 + 3x + 4$

(c)  $f(x) = 1 - 3x$ ,  $g(x) = \cos x$       (d)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \sqrt[3]{1 - x}$

(e)  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,  $g(x) = \frac{x+1}{x+2}$       (f)  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ,  $g(x) = \sin 2x$

39. (Stewart, 2010) Determine  $f \circ g \circ h$ .

(a)  $f(x) = 3x - 2$ ,  $g(x) = \sin x$ ,  $h(x) = x^2$       (b)  $f(x) = |x - 4|$ ,  $g(x) = 2^x$ ,  $h(x) = \sqrt{x}$

(c)  $f(x) = \sqrt{x - 3}$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $h(x) = x^3 + 2$       (d)  $f(x) = \operatorname{tg} x$ ,  $g(x) = \frac{x}{x-1}$ ,  $h(x) = \sqrt[3]{x}$

40. (Stewart, 2010) Expresse a função na forma  $f \circ g$ .

(a)  $F(x) = (2x + x^2)^4$       (b)  $F(x) = \cos^2 x$       (c)  $F(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}$

(d)  $F(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{1+x}}$       (e)  $F(x) = \sec(x^2) \operatorname{tg}(x^2)$       (f)  $F(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$

41. (Stewart, 2010) A queda de uma pedra em um lago gera ondas circulares que se espalham a uma velocidade de 60 cm/s.

(a) Expresse o raio  $r$  desse círculo como uma função do tempo  $t$  (em segundos).

(b) Se  $A$  é a área do círculo como uma função do raio, encontre  $A \circ r$  e interprete-a.

42. (Stewart, 2010) Um balão esférico é inflado e seu raio aumenta a uma taxa de 2 cm/s.

(a) Expresse o raio  $r$  do balão como uma função do tempo  $t$  (em segundos).

(b) Se  $V$  for o volume do balão como função do raio, encontre  $V \circ r$  e interprete-a.

43. (Stewart, 2010) Sejam  $f$  e  $t$  funções lineares dadas por  $f(x) = m_1x + b_1$  e  $g(x) = m_2x + b_2$ . A função  $f \circ g$  também é linear? Em caso afirmativo, qual é a inclinação de seu gráfico?

44. (Stewart, 2010)



**Referências**

Stewart, J. **Cálculo: volume 1**. Cengage Learning: São Paulo, Ed. 7, 2014.

## Respostas de alguns exercícios

1.

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad h(x) &= \frac{3x^3 + 5x^2 + 2x + 2}{x + 1}, \text{ para } x \neq -1 & \text{(b)} \quad h(x) &= \frac{x(3x + 2)}{x + 1}, \text{ para } x \neq -1 \\
 \text{(c)} \quad h(x) &= \frac{2x + 5}{(x + 1)^2}, \text{ para } x \neq -1 & \text{(d)} \quad h(x) &= \frac{x(3x + 2)}{(x + 1)^2}, \text{ para } x \neq -1 \\
 \text{(e)} \quad h(x) &= \frac{3x^2 + 3x + 2}{(x + 1)(3x^2 + 2x + 1)}, \text{ para } x \neq -1 & \text{(f)} \quad h(x) &= \frac{1}{x(3x + 2) + 1}
 \end{aligned}$$

2.  $12 + 6h + h^2$ 3. Verificar pelo Wolfram|Alpha. Site: <https://www.wolframalpha.com>.

4.

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad D(f) &= \{x \in \mathbb{R}\}, \text{CD}(f) = \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(b)} \quad D(h) &= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}, \text{Im}(h) = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 2\}, \text{CD}(h) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(c)} \quad D(f) &= \{u \in \mathbb{R}\}, \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq x\}, \text{CD}(f) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(d)} \quad D(f) &= \{z \in \mathbb{R}\}, \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}, \text{CD}(f) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(e)} \quad D(g) &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}, \text{Im}(f) = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq \frac{8\sqrt{2}}{3^{3/4}}\right\}, \text{CD}(f) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(f)} \quad D(f) &= \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}, \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid 0 < y < 1 \cup y > 6\}, \text{CD}(f) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(g)} \quad D(g) &= \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < \sqrt{2} \cup x > \sqrt{2}\}, \text{Im}(g) = \{y \in \mathbb{R}\}, \text{CD}(g) = \{y \in \mathbb{R}\} \\
 \text{(h)} \quad D(f) &= \{x \in \mathbb{R}\}, \text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq \frac{13}{3} \cup y = 9\}, \text{CD}(f) = \{y \in \mathbb{R}\}
 \end{aligned}$$

(a) Função par      (b) Função ímpar      (c) Função par

5.

(d) Função par      (e) Função par      (f) Função ímpar

6. (a) Verificar pelo Wolfram|Alpha.

(b)  $m = \frac{5}{9}$  e intercepto  $-\frac{160}{9}$

7. Verificar pelo Wolfram|Alpha.

8. (a)  $t \approx 9.57$ 

(b)  $f(5.3) \approx 101.21$

(c) Verificar pelo Wolfram|Alpha.

9.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} f \circ g(x) = (x+5)^5 & \text{(b)} f \circ g(x) = \log(x+4) & \text{(c)} f \circ g(x) = |e^{x^3}| \\ \text{(d)} f \circ g(x) = \sqrt{x^2} & \text{(e)} f \circ g(x) = \cos 2x & \text{(f)} f \circ g(x) = \frac{1}{\text{tg}(x)} \end{array}$$

$$10. \text{ (a) } 37 \quad \text{(b) } \log 2 + 4 \quad \text{(c) } e^6 \quad \text{(d) } 2 \quad \text{(e) } 2 \cos 2 \quad \text{(f) } \text{tg } \frac{1}{2}$$

$$11. \text{ (a) } \frac{x^2+2}{x^2} \quad \text{(b) } \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} + 3 \quad \text{(c) } \frac{2 - \cos(2x)}{2 \sin x + 1}$$

12.

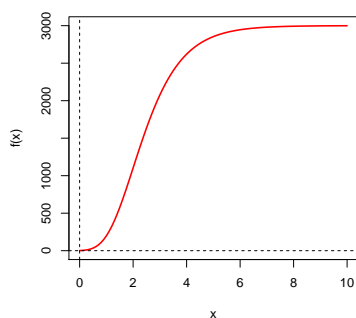
$$\begin{array}{lll} \text{(a)} D(f) = \{x \in \mathbb{R}\} & \text{(b)} D(f) = \{v \in \mathbb{R} | v \neq 0\} & \text{(c)} D(f) = \{x \in \mathbb{R}\} \\ \text{(d)} D(f) = \{x \in \mathbb{R}\} & \text{(e)} D(f) = \{t \in \mathbb{R} | -1 \leq t \leq 1\} & \text{(f)} D(f) = \{x \in \mathbb{R}\} \end{array}$$

13.

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} & \text{(b)} D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} \\ \text{(c)} D(f) = \{x \in \mathbb{R} | x < -1 \cup x > 0\} & \end{array}$$

$$14. \text{ (a) } f(x) = \frac{x^3 + 2x}{|x| + 1}; \quad \text{(b) } f(x) = \log(x) + x; \quad \text{(c) } f(x) = e^{x^2}; \quad \text{(d) } f(x) = \sqrt{x}$$

$$15. \text{ (a) } (f \circ g)(x) = 4x^2 - 8x + 2 \quad \text{(b) } (g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x - 5 \quad \text{(c) } (g \circ g \circ g)(x) = 8x - 21$$

16. (a) Supondo  $t \in [0, 10]$ , temos que o gráfico de  $f(t)$  é dado por:

(b) 1.13008 unidades de tempo.

17.  $\text{Dm}(f) = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq b \forall 0 < a < b\}$  e  $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} | 0 \leq y \leq h\}$ . A função é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{h}{a}x, & \text{para } 0 \leq x < a \\ \frac{a}{a-b}h(x-b), & \text{para } a \leq x \leq b \end{cases}$$

18.

$$(a) f^{-1}(x) = \ln x \quad (b) f^{-1}(x) = \frac{x}{1+x}$$

(c) Para determinar a inversa dessa função deve-se restringir o domínio da mesma em duas partes, que são  $x \in [-1, \infty)$  e  $(-\infty, -1)$ . Assim, temos que  $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1$ , para  $\forall x \geq -1$  ou  $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} - 1$ , para  $\forall x \leq -1$ .

$$(d) f^{-1}(x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}_+ \quad (e) f^{-1}(x) = \frac{bx-a}{x+1}$$

(f) Para determinar a inversa dessa função deve-se restringir o domínio da mesma em  $x \in [0, \pi]$ . Assim, temos que  $f^{-1}(x) = \arccos(x)$ .

23. A coordenada do vértice é  $P = (\frac{3}{2}, -\frac{13}{12})$ 

27. Verificar pelo Wolfram|Alpha.

28. Verificar pelo Wolfram|Alpha

$$29. (a) y = -3x + 1 \quad (b) y = -5 \quad (c) x = 2 \quad (d) y = \frac{1}{2}x - 6$$

$$30. (x+1)^2 + (y-4)^2 = 52$$

31. Centro em  $(3, -5)$  e raio 5.

$$32. (a) -\frac{4}{3} \quad (b) 4x + 3y + 16 = 0, \text{ sendo que existe uma intersecção com o eixo } x \text{ em } -4 \text{ e com o eixo } y \text{ em } -\frac{16}{3} \quad (c) (-1, -4) \quad (d) 20 \quad (e) (x+1)^2 + (y+4)^2 = 100$$

33. Verificar pelo Wolfram|Alpha

$$34. \begin{array}{lll} (a) (-1/2, \infty) & (b) (-\infty, 68/19) & (c) (-5/3, 4/3) \\ (d) [-3, 3] & (e) (-\infty, 1) \cup (2, \infty) & (f) [-1, 1/2] \\ (g) (-\infty, 4] \cup [-1, 1] & (h) (-\infty, -1) \cup \{0\} \cup [1, \infty) & (i) (-\infty, 5) \cup [13/2, \infty) \\ (j) [2/3, \infty) \cup \{1/2\} & (l) (2, \infty) & (k) (-\infty, 3) \cup (4, \infty) \end{array}$$

$$35. \begin{array}{llll} (a) \{-9/5, 3\} & (b) \{-1/4, 11/12\} & (c) \{2/5, 8/9\} & (d) \{4/3, 3\} \\ (e) \{4/11, 4\} & (f) \{-7/2, 3/4\} & (g) \{-11/10, 11/8\} & (h) \{8\} \end{array}$$

$$36. \begin{array}{lll} (a) (-19, -5) & (b) [2/3, 2] & (c) (-\infty, -2/3] \cup [7/3, \infty) \\ (d) (-\infty, 1) \cup (4, \infty) & (e) (-10, -2/3) & (f) (-\infty, -2/3] \cup [10, \infty) \\ (g) (-\infty, -5) \cup (1, \infty) & (h) [9/7, 19] & (i) (-\infty, -5/2] \cup [3/2, \infty) \end{array}$$

$$38. (a) \begin{array}{ll} (f \circ g)(x) = 4x^2 + 4x, (-\infty, \infty) & (g \circ f)(x) = 2x^2 - 1, (-\infty, \infty) \\ (f \circ f)(x) = x^2 - 2x^2, (-\infty, \infty) & (g \circ g)(x) = 4x + 3, (-\infty, \infty) \end{array}$$

$$(c) \quad \begin{aligned} (f \circ g)(x) &= 1 - 3 \cos x, (-\infty, \infty) & (g \circ f)(x) &= \cos(1 - 3x), (-\infty, \infty) \\ (f \circ f)(x) &= 9x - 2, (-\infty, \infty) & (g \circ g)(x) &= \cos(\cos x), (-\infty, \infty) \end{aligned}$$

$$(e) \quad \begin{aligned} (f \circ g)(x) &= \frac{2x^2 + 6x + 5}{(x+2)(x+1)}, \{x|x \neq -2, 1\} & (g \circ f)(x) &= \frac{x^2 + x + 1}{(x+1)^2}, \{x|x \neq -1, 0\} \\ (f \circ f)(x) &= \frac{x^4 + 3x^2 + 1}{x(x^2 + 1)}, \{x|x \neq 0\} & (g \circ g)(x) &= \frac{2x + 3}{3x + 5}, \{x|x \neq -2, -\frac{5}{3}\} \end{aligned}$$

$$39. (a) (f \circ g \circ h)(x) = 3 \operatorname{sen}(x^2) - 2 \quad (b) (f \circ g \circ h)(x) = \sqrt{x^6 + 4x^3 + 1}$$

$$40. (a) g(x) = 2x + x^2 \text{ e } f(x) = x^4 \quad (c) g(x) = \sqrt[3]{x} \text{ e } f(x) = \frac{x}{1+x} \quad (e) g(x) = x^2 \text{ e } f(x) = \sec x \operatorname{tg} x$$

$$41. (a) r(t) = 60t \quad (b) (A \circ r)(t) = 3.600\pi t^2; \text{ a área do círculo como uma função do tempo.}$$

$$43. \text{ Sim, o coeficiente angular é } m_1 m_2.$$