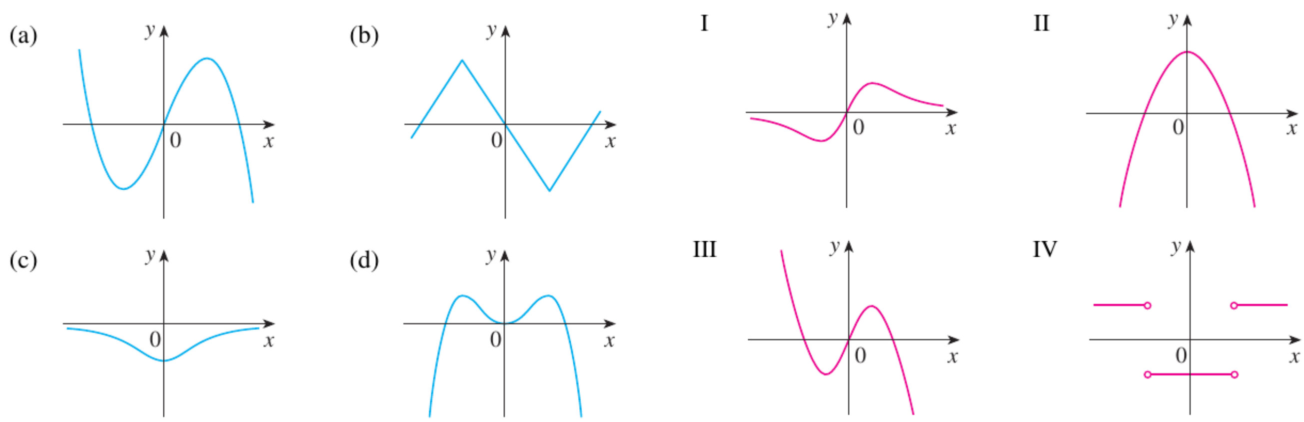
Cálculo diferencial e integral

Derivadas: parte II

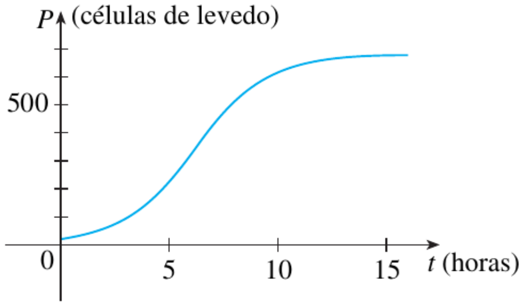
Thiago de Paula Oliveira

24 de Outubro de 2018

1. (Stewart, 2010) Associe o gráfico de cada função em (a)-(d) com o gráfico de sua derivada em I-IV. Dê razões para suas escolhas.



2. (Stewart, 2010) O gráfico mostrado corresponde ao da função população $P(t)$ de cultura em laboratório de células de levedo. Obtenha o gráfico da derivada $P'(t)$ a partir do gráfico da função $P(t)$. O que o gráfico de P' nos diz sobre a população de levedo?



3. (Stewart, 2010) A equação de movimento de uma partícula é $s = 2t^3 - 5t^2 + 3t + 4$, onde s é medida em centímetros e t, em segundos. Encontre a aceleração como uma função do tempo. Qual é a aceleração depois de 2 segundos?

4. (Stewart, 2010) Se $f(x) = e^x - x$, determine f' e f''. Compare os gráficos de f' e f''.

5. (Stewart, 2010) Em que ponto da curva $y = e^x$ sua reta tangente é paralela à reta $y = 2x$?

6. (Stewart, 2010) Derive a função $f(t) = \sqrt{t}\,(a + bt)$.

7. (Stewart, 2010) Se $f(x) = \sqrt{x}g(x)$, sendo $g(4) = 2$ e $g'(4) = 3$, determine $f'(4)$.

8. (Stewart, 2010) Determine uma equação da reta tangente à curva $y = \dfrac{e^x}{1+x^2}$ no ponto $P(1, \frac{1}{2}e)$.

9. (Stewart, 2010) Se $g(x) = xf(x)$, em que $f(3) = 4$ e $f'(3) = -2$, determine uma equação da reta tangente ao gráfico de t no ponto onde $x = 3$.

10. (Stewart, 2010) Determine as derivadas de primeira e segunda ordem das funções a seguir:

$$(a)\ f(x) = x^4 e^x \qquad (b)\ f(x) = x^{5/2} e^x \qquad (c)\ f(x) = \frac{x^2}{1+2x}$$

$$(d)\ f(x) = \frac{x}{x^2-1} \qquad (e)\ f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \qquad (f)\ f(x) = \frac{A}{B+Ce^x}$$

11. (Stewart, 2010) Calcule a derivada da função $f(x) = \dfrac{\sec x}{1 + \operatorname{tg} x}$

12. (Stewart, 2010) Um objeto na extremidade de uma mola vertical é esticado 4 cm além de sua posição no repouso e solto no tempo $t = 0$. (Veja a Figura 1 e observe que o sentido positivo é para baixo.) Sua posição no tempo t é $s = f(t) = \cos t$. Determine a velocidade e a aceleração no tempo t e use-as para analisar o movimento do objeto.

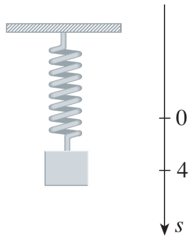


Figura 1: Mola vertical

13. (Stewart, 2010) Demonstre, pela definição de derivadas, que se $f(x) = \cos x$, então $f'(x) = -\operatorname{sen} x$.

14. (Stewart, 2010) Se $H(\theta) = \theta \operatorname{sen} \theta$, determine $H'(\theta)$ e $H''(\theta)$.

15. (Stewart, 2010) Se $f(t) = \operatorname{cossec} t$, determine $f''(\pi/6)$.

16. (Stewart, 2010) Um objeto de massa m é arrastado ao longo de um plano horizontal por uma força agindo ao longo de uma corda atada ao objeto. Se a corda faz um ângulo u com o plano, então a intensidade da força é

$$F = \frac{\mu m g}{\mu \operatorname{sen} \theta + \cos \theta}$$

em que μ é uma constante chamada coeficiente de atrito.

(a) Determine a taxa de variação de F em relação a θ.

(b) Quando essa taxa de variação é igual a 0?

(c) Se $m = 20$ kg, $g = 9,8\ m/s^2$ e $\mu = 0,6$, faça o gráfico de F como uma função de u e use-o para encontrar o valor de u para o qual $\frac{dF}{d\theta} = 0$. Esse valor é consistente com a resposta dada na parte (b)?

17. (Stewart, 2010) Derive as funções $f(x) = \operatorname{sen}(x^2)$ e $g(x) = \operatorname{sen}^2 x$.

18. Derive $f(x) = \left(x^3 - 15\right)^{100}$, $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 1)$ e $f(x) = e^{x^4 - x^3}$.

19. (Stewart, 2010) Um fabricante produz peças de tecido com tamanho fixo. A quantidade q de cada peça de tecido (medida em metros) vendida é uma função do preço p (em dólares por metro); logo, podemos escrever $q = f(p)$. Então, a receita total conseguida com o preço de venda p é $R(p) = pf(p)$.
    (a) O que significa dizer que $f(20) = 10.000$ e $f'(20) = -350$?

    (b) Tomando os valores da parte (a), encontre $R'(20)$ e interprete sua resposta.

20. (Stewart, 2010) Escreva a função composta na forma $f(g(x))$. [Identifique a função de dentro $u(x)$ e a de fora $y = f(u)$.] Então, encontre a derivada $\frac{dy}{dx}$.

    (a) $f(x) = \operatorname{sen}(4x)$ (b) $f(x) = \left(1 - x^2\right)^{10}$ (c) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

    (d) $f(x) = \sqrt{4 + 3x}$ (e) $f(x) = \operatorname{tg}(\operatorname{sen} x)$ (f) $f(x) = \sqrt{2 - e^x}$

21. (Stewart, 2010) Determine a derivada de cada função a seguir:

    (1) $f(x) = \left(x^4 + 3x^2 - 2\right)^5$ (2) $f(x) = \left(4x - x^2\right)^{100}$ (3) $f(x) = \sqrt[4]{1 + 2x + x^3}$

    (4) $f(x) = \left(1 + x^4\right)^{\frac{2}{3}}$ (5) $f(x) = \dfrac{1}{\left(t^4 + 1\right)^3}$ (6) $g(t) = \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg} t}$

    (7) $f(x) = \cos\left(a^3 + x^3\right)$ (8) $f(x) = a^3 + \cos^3 x$ (9) $f(x) = xe^{-kx}$

    (10) $f(t) = e^{-2t}\cos(4t)$ (11) $f(x) = (2x - 3)^4\left(x^2 + x + 1\right)^5$ (12) $g(x) = \left(x^2 + 1\right)^3\left(x^2 + 2\right)^6$

    (13) $h(t) = (t + 1)^{\frac{2}{3}}\left(2t^2 - 1\right)^3$ (14) $h(x) = \left(\dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}\right)^3$ (15) $f(s) = \sqrt{\dfrac{s^2 + 1}{s^2 + 4}}$

    (16) $g(x) = \sqrt{1 + 2e^{3x}}$ (17) $f(x) = 10^{1 - x^2}$ (18) $r(x) = 5^{-\frac{1}{x}}$

    (19) $f(x) = \dfrac{(x - 1)^4}{\left(x^2 + 2x\right)^5}$ (20) $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{tg}(2x))$ (21) $w(x) = \cos\left(\dfrac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}\right)$

    (22) $f(x) = \sqrt{1 + xe^{-2x}}$ (23) $f(\theta) = \sec^2(m\theta)$ (24) $f(x) = e^{k\operatorname{tg}\left(\sqrt{x}\right)}$

    (25) $f(t) = \operatorname{tg}\left(e^t\right) + e^{\operatorname{tg} r}$ (26) $f(x) = \operatorname{sen}(\operatorname{sen}(\operatorname{sen} x))$ (27) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

    (28) $f(x) = \left[x + \left(x + \operatorname{sen}^2 x\right)^3\right]^4$ (29) $f(x) = \cos\sqrt{\operatorname{sen}(\operatorname{tg}(\pi x))}$ (30) $f(x) = \left(2ra^{rx} + n\right)^p$

22. (Stewart, 2010) Determine uma equação da reta tangente à curva $y = \dfrac{2}{1 + e^{-x}}$ no ponto $(0, 1)$. Ilustre fazendo o gráfico da curva e da tangente na mesma tela.

23. (Stewart, 2010) Seja $r(x) = f(g(h(x)))$, em que $h(1) = 2$, $g(2) = 3$, $h'(1) = 4$, $g'(2) = 5$ e $f'(3) = 6$. Determine $r'(1)$.

24. (Stewart, 2010) O deslocamento de uma partícula em uma corda vibrante é dado pela equação $s(t) = 10 + \dfrac{1}{4}\operatorname{sen}(10\pi t)$, em que s é medido em centímetros e t, em segundos. Determine a velocidade da partícula após t segundos.

25. (Stewart, 2010) Se a equação de movimento de uma partícula for dada por $s = A\cos(wt + \delta)$, dizemos que a partícula está em movimento harmônico simples.

    (a) Determine a velocidade da partícula no tempo t.

    (b) Quando a velocidade é zero?

26. (Stewart, 2010) Uma partícula se move ao longo de uma reta com deslocamento $s(t)$, velocidade $v(t)$ e aceleração $a(t)$. Mostre que
$$a(t) = v(t)\frac{dv}{ds}.$$
Além disso, explique o significado das derivadas $\frac{dv}{dt}$ e $\frac{dv}{ds}$.

27. (Stewart, 2010) Determine as derivadas primeira ($f'(x)$) e segunda ($f''(x)$) das seguintes funções:

    (a) $f(x) = \left(x^2 - 3\right)^3$ (b) $f(x) = \cos\left(x^2\right)$ (c) $f(x) = \cos^2 x$

    (d) $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ (e) $f(x) = e^{e^x}$ (f) $f(x) = e^{ax}\operatorname{sen}(\beta x)$

    (g) $f(x) = \dfrac{1}{e^{2x+1}}$ (h) $f(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ (i) $f(x) = \ln\left(x^2 - 2x + 1\right)$

28. (Stewart, 2010) Um caminho de aproximação para uma aeronave pousando é mostrado na Figura 2 e satisfaz as seguintes condições:

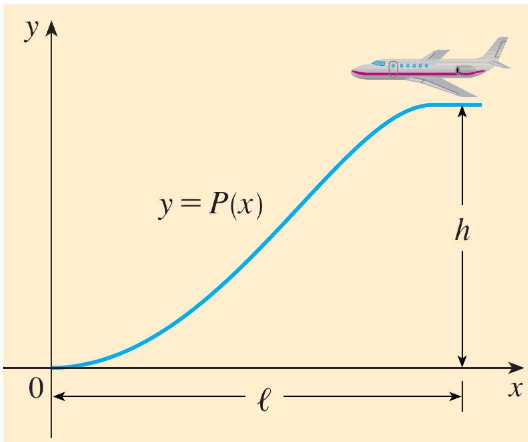


Figura 2: Caminho de aproximação da aeronave pousando

    i) A altitude do voo é h, quando a descida começa a uma distância horizontal ℓ do ponto de contato na origem.

    ii) O piloto deve manter uma velocidade horizontal constante v em toda a descida.

iii) O valor absoluto da aceleração vertical não deve exceder uma constante k (que é muito menor que a aceleração da gravidade).

Dadas essas condições, pede-se:

(a) Determine um polinômio cúbico $P(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ que satisfaça a condição (i), impondo condições adequadas a $P(x)$ e $P'(x)$ no início da descida e no ponto de contato.

(b) Use as condições (ii) e (iii) para mostrar que

$$\frac{6hv^2}{\ell^2} \leq k$$

. Suponha que uma companhia aérea decida não permitir que a aceleração vertical do avião exceda $k = 1385$ km/h^2.

(c) Se a altitude de cruzeiro do avião for 11.000 m e a velocidade for 480 km/h, a que distância do aeroporto o piloto deveria começar a descer?

(d) Trace o caminho de aproximação se as condições dadas nos items (b) e (c) forem satisfeitas.

29. (Stewart, 2010) Determine a derivada das seguintes funções:

(a) $f(x) = x\ln x - x$ (b) $w(x) = \operatorname{sen}(\ln x)$ (c) $f(x) = \sqrt[5]{\ln x}$

(d) $h(x) = \ln\sqrt[5]{x}$ (e) $f(x) = \operatorname{sen} x \ln(5x)$ (f) $f(u) = \dfrac{u}{1+\ln u}$

(g) $g(x) = \ln\left(x\sqrt{x^2-1}\right)$ (h) $f(x) = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ (i) $f(x) = \ln\left(\dfrac{(2x+1)^5}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

(j) $w(x) = a\ln(bx+c)$ (k) $f(r) = r^2\ln(2r+1)$ (l) $f(t) = \ln|1+t+t^3|$

(m) $f(x) = \ln\left(e^{-x}+xe^{-x}\right)$ (n) $r(x) = 2x\log_{10}\sqrt{x}$ (o) $f(x) = \log_2\left(e^{-x}\cos(\pi x)\right)$

(p) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$ (q) $h(x) = \ln\left(1+e^{2x}\right)$ (r) $f(x) = \ln\left(x^3+x^2-4x-10\right)$

30. (Stewart, 2010) Determine as derivadas de primeira e segunda ordem das funções a seguir:

(a) $f(x) = \dfrac{x}{1-\ln(x-1)}$ (b) $f(x) = \ln\left(x^2-2x\right)$ (c) $f(x) = \sqrt{2+\ln x}$

(d) $f(x) = \ln(\ln x)$ (e) $f(x) = \sqrt{x}+\ln x$ (f) $f(x) = x\ln x$

31. Se $y = 2x^2?2$ calcule Δy e dy para $x = 1$ e $\Delta x = 0,01$.

32. Calcule $\sqrt{19}$ usando o conceito de diferencial.

33. (Gomes e Nogueira, pág.98) Suponha que $y = 1200 + 6,2x - 0,015x^2$ seja a equação que dá a produção de milho, em kg/ha, obtida em função da quantidade x de fertilizante fosfatado adicionado

ao solo (por exemplo x pode ser expresso em kg de P_2O_5 por hectare). De acordo com esta função para $x = 50$ kg/ha tem-se $y = 1.472,5$ kg/ha. A partir dessa quantidade, se for adicionado mais um quilograma por hectare de nutriente, qual é o aumento de produção que se pode prever?

34. A produção y, em toneladas por hectare, de uma cultura é dada como uma função de um nutriente x adicionado ao solo, sendo a função que relaciona a produção com o nutriente dada por:

$$y = -\frac{1}{20000}x^2 + \frac{10}{450}x + 6, \text{ tal que } 0 \leq x \leq 100.$$

Determine:

(a) a taxa de variação média entre $x = 20$ e $x = 80$;

(b) a taxa de variação instantânea em $x = 20$.

35. Determine a derivada da função implícita $f(x) = (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

36. Determine a derivada da função implícita $xy - \cos y = 0$.

37. Obtenha a derivada de ordem n das funções a seguir:

(a) $f(x) = 2x^4 + 4x^2 - 3x + 1$, para $n = 3$ (b) $f(x) = 2x^2 + \ln x$, para $n = 2$

(c) $f(x) = \cos x$, para $n = 500$ (d) $f(x) = e^{3x^2}$, para $n = 2$

(e) $f(x) = e^x$, para $n = 100$ (f) $f(x) = e^x + \operatorname{sen} x$, para $n = 1000$

38. Usando o conceito de diferencial determine $\sqrt{31}$.

39. Determine a derivada das funções a seguir:

(a) $f(x) = (2x-1)^3$ (b) $f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + e^{2x^2+2}$ (c) $f(x) = \left(\frac{1}{x^2 - 3x - 2}\right)^5$

(d) $f(x) = \ln\left(x^2 - 3x + 6\right)$ (e) $f(x) = 2^x$ (f) $f(x) = e^x + 3^x$

(g) $f(x) = e^x - e^{-x}$ (h) $f(x) = \sqrt{2x+1}$ (i) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

(j) $f(x) = (2x-1)^4$ (k) $f(x) = 5^x$ (l) $f(x) = e^{x^2-2x+1}$

(m) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ (n) $f(x) = \sqrt{\frac{\ln x}{e^x}}$ (o) $f(x) = \frac{ae^x}{b - e^x}$

(p) $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ (q) $f(x) = v^2 - 5^x$ (r) $f(x) = c^x - d^{-x}$

40. (Modificado de Stewart, 2010) Uma reação química resulta na formação de uma ou mais substâncias (conhecidas como produtos) a partir de um ou mais materiais iniciais (ditos reagentes). Por exemplo, a "equação"

$$2\mathrm{H_2} + \mathrm{O_2} \longrightarrow 2\mathrm{H_2O}$$

indica que duas moléculas de hidrogênio e uma molécula de oxigênio formam duas molécu- las de água. Consideremos a reação

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} \longrightarrow \mathrm{C}$$

em que A e B são reagentes e C é o produto. A concentração de um reagente A é o número de mols (1 mol $= 6,022 \times 10^{23}$ moléculas) por litro e é denotada por [A]. A concentração varia durante a reação, logo [A], [B] e [C] são funções do tempo (t). A taxa média da reação do produto C sobre um intervalo de tempo $t_1 \leq t \leq t_2$ é

$$\frac{\Delta[C]}{\Delta t} = \frac{[C](t_2) - [C](t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Mas os químicos estão mais interessados na taxa de reação instantânea. Assim, obtenha essa taxa fazendo o limite da taxa de reação média quando o intervalo de tempo Δt tende a 0 e considere que $[C] = \ln(t+1)$.

41. (Stewart, 2010) Em uma fazenda de piscicultura, uma população de peixes é colocada dentro de um pequeno lago e removida regularmente. Um modelo para a taxa de variação da população é dado pela equação

$$\frac{dP}{dt} = r_0 \left(1 - \frac{P(t)}{P_c}\right) P(t) - \beta P(t)$$

em que r_0 é a taxa de nascimento dos peixes, P_c é a população máxima que o pequeno lago pode manter (ou seja, sua capacidade de suporte) e β é a porcentagem da população que é recolhida.

(a) Qual o valor de $\frac{dP}{dt}$ que corresponde à população estável?

(b) Se o pequeno lago pode manter 10.000 peixes, a taxa de nascimento é 5% e a taxa de colheita, 4%, encontre o nível estável da população.

(c) O que acontece se β for aumentada para 5%?

42. (Stewart, 2010) No estudo de ecossistemas, o modelo predador-presa é muitas vezes usado para estudar a interação entre as espécies. Considere uma população de lobos da tundra, dada por $W(t)$, e caribus, dada por $C(t)$, no norte do Canadá. A interação foi modelada pelas equações:

$$\frac{dC}{dt} = aC - bCW \qquad \frac{dW}{dt} = -cW + dCW$$

(a) Que valores de $\frac{dC}{dt}$ e $\frac{dW}{dt}$ correspondem às populações estáveis?

(b) Como representar matematicamente a afirmação: "O caribu está extinto."?

(c) Suponha que $a = 0,05$, $b = 0,001$, $c = 0,05$, e $d = 0,0001$. Determine todos os pares (C, W) que levam a populações estáveis. Segundo esse modelo, é possível para as espécies viverem em equilíbrio, ou uma ou as duas espécies acabarão por se extinguir?

43. (Stewart, 2010) A lei dos gases para um gás ideal à temperatura absoluta T (em kelvins), pressão P (em atmosferas) e volume V (em litros) é $PV = nRT$, em que n é o número de mols de gás e $R = 0,0821$ é a constante do gás. Suponha que, em um certo instante, $P = 8,0$ atm, sendo que P está crescendo a uma taxa de 0,10 atm/min, e $V = 10$ L, sendo que V está decrescendo a uma taxa de $0,15$ L/min. Determine a taxa de variação de T em relação ao tempo naquele instante, se $n = 10$ mols.

44. Suponha que uma bebida gelada é tirada da geladeira e que sua temperatura inicial é de 5° C. Depois de 25 minutos em uma sala a 20° C, sua temperatura terá aumentado para 10° C.

(a) Determine uma função que descreva o aquecimento da bebiba em função do tempo.

(b) Qual é a temperatura da bebida depois de 50 minutos?

(c) Qual é a velocidade de aquecimento da bebida após 15 min? E após 50 minutos?

(d) Quando a temperatura da bebida será de 15° C?

Respostas de alguns exercícios

1. (a)-II; (b)-IV; (c)-I e (d)-III

3. $a(2) = 14$ cm/s^2

4. $f'(x) = e^x - 1$ e $f''(x) = e^x$.

5. $a = \ln 2$

6. $\dfrac{a + 3bt}{2\sqrt{t}}$

7. $f'(4) = 6,5$

8. $y = \dfrac{1}{2}e$

9. $y = -2x + 18$

10. (a) $f'(x) = x^3 e^x (x + 4)$ $\quad f'' = x^2 e^x \left(x^2 + 8x + 12\right)$

    (b) $f'(x) = \dfrac{1}{2} x^{3/2} e^x (2x + 5)$ $\quad f'' = \dfrac{1}{4}\sqrt{x} e^x \left(4x^2 + 20x + 15\right)$

    (c) $f'(x) = \dfrac{2x(x + 1)}{(1 + 2x)^2}$ $\quad f'' = \dfrac{2}{(1 + 2x)^3}$

    (d) $f'(x) = -\dfrac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$ $\quad f'' = \dfrac{2x\left(x^2 + 3\right)}{(x^2 - 1)^3}$

    (e) $f'(x) = \dfrac{ad - bc}{(cx + d)^2}$ $\quad f'' = \dfrac{2c(bc - ad)}{(cx + d)^3}$

    (f) $f'(x) = -\dfrac{ACe^x}{(B + Ce^x)^2}$ $\quad f'' = \dfrac{ACe^x(Ce^x - B)}{(B + Ce^x)^3}$

11. $f'(x) = \dfrac{\sec x(\operatorname{tg} x - 1)}{(1 + \operatorname{tg} x)^2}$

12. $v(t) = -4 \operatorname{sen} t$ e $a(t) = -4 \cos t$. O objeto oscila desde o ponto mais baixo ($s = 4$ cm) até o mais alto ($s = -4$ cm). O período de oscilação é 2π.

14. $H'(\theta) = \operatorname{sen}\theta + \theta\cos\theta$ e $H''(\theta) = 2\cos\theta - x\operatorname{sen}\theta$

15. $f''(\pi/6) = 14$

16. (a) $F'(\theta) = -\dfrac{gmu\,(u\cos(x) - \operatorname{sen}(x))}{(u\operatorname{sen}(x) + \cos(x))^2}$; (b) quando $g = 0$, ou $m = 0$, ou $u = 0$, ou $u = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$; (c) O valor de u é consistente com a resposta dada na parte (b).

17. $f'(x) = 2x\cos(x^2)$ e $g'(x) = 2\operatorname{sen} x\cos x$

18. $f'(x) = 300x^2\left(x^3 - 15\right)^{99}$; $f'(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x+1}$; $f'(x) = e^{x^3(x-1)}x^2\,(4x-3)$

20. (a) $f'(x) = 4\cos(4x)$; (b) $f'(x) = -20x\left(1 - x^2\right)^9$; (c) $f'(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$.

21. Verificar pelo Wolfram|Alpha.

22. A reta tangente é dada por $y = \frac{1}{2}x + 1$.

23. $r'(1) = 120$

24. $v(t) = \frac{5}{2}\pi\cos(10\pi t)$

25. (a) $v(t) = -Aw\operatorname{sen}(wx + \delta)$; (b) quando $A = 0$, ou quando $w = 0$, ou quando $w = -\frac{\delta}{t}$

27. (*a*) $f'(x) = 6x\left(x^2 - 3\right)^2 \quad f''(x) = 6\left(5x^4 - 18x^2 + 9\right)$

(*b*) $f'(x) = -2\operatorname{sen}\left(x^2\right) \quad f''(x) = -2\left(\operatorname{sen}\left(x^2\right) + 2x^2\cos\left(x^2\right)\right)$

(*c*) $f'(x) = -2\operatorname{sen} x\cos x \quad f''(x) = 2\operatorname{sen}^2 x - 2\cos^2 x$

(*d*) $f'(x) = \dfrac{2}{(x+1)^2} \quad f''(x) = -\dfrac{4}{(1+x)^3}$

(*e*) $f'(x) = e^{x+e^x} \quad f''(x) = e^{e^x+x}\left(e^x + 1\right)$

(*f*) $f'(x) = e^{ax}\left(a\operatorname{sen}(\beta x) + \beta\cos(\beta x)\right) \quad f''(x) = e^{ax}\left[\left(a^2 - \beta^2\right)\operatorname{sen}(\beta x) + 2a\beta\cos(\beta x)\right]$

(*g*) $f'(x) = -2e^{-2x-1} \quad f''(x) = 4e^{-2x-1}$

(*h*) $f'(x) = \dfrac{4x}{(x^2+1)^2} \quad f''(x) = \dfrac{4 - 12x^2}{(1+x^2)^3}$

(*i*) $f'(x) = \dfrac{2}{x-1} \quad f''(x) = -\dfrac{2}{(x-1)^2}$

29.

$(a) f'(x) = \ln x$

$(b) w'(x) = \dfrac{\cos(\ln x)}{x}$

$(c) f'(x) = \dfrac{1}{5x \ln^{4/5} x}$

$(d) h'(x) = \dfrac{1}{5x}$

$(e) f'(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x} + \ln(5x)\cos x$

$(f) f'(u) = \dfrac{\ln u}{(1+\ln u)^2}$

$(g) g'(x) = \dfrac{1-2x^2}{x-x^3}$

$(h) f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

$(i) f'(x) = \dfrac{8x^2 - x + 10}{2x^3 + x^2 + 2x + 1}$

$(j) w'(x) = \dfrac{ab}{bx+c}$

$(k) f'(r) = 2r\left(\dfrac{r}{2r+1} + \ln(2r+1)\right)$

$$(l) f'(t) = \begin{cases} \dfrac{3t^2+1}{t^3+t+1}, & \text{para } t^3+t+1 \geq 0 \\ -\dfrac{3t^2+1}{-t^3-t-1}, & \text{para } t^3+t+1 < 0 \end{cases}$$

$(m) f'(x) = -\dfrac{x}{x+1}$

$(n) r'(x) = \dfrac{\ln x + 1}{\ln 10}$

$(o) f'(x) = \dfrac{\pi \operatorname{tg}(\pi x) + 1}{\ln 2}$

$(p) f'(x) = \dfrac{1 - 2\ln x}{x^3}$

$(q) h'(x) = \dfrac{2e^{2x}}{1+e^{2x}}$

$(r) f'(x) = \dfrac{3x^2 + 2x - 4}{x^3 + x^2 - 4x - 10}$