

代 号 10701
分类号 F224.34

学 号 0623421749
密 级 公开

西安电子科技大学
硕士学位论文



题 (中、英文) 目 基于排队论的公共交通系统运营优化研究
The Optimization of Public Traffic System Operation
Based on Queuing Theory

作 者 姓 名 胡兵 指导教师姓名、职务 施宏伟 副教授

学 科 门 类 管理学 学科、专业 管理科学与工程

提交论文日期 二〇〇九年一月

西安电子科技大学

学位论文独创性（或创新性）声明

秉承学校严谨的学风和优良的科学道德，本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢中所罗列的内容以外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果；也不包含为获得西安电子科技大学或其它教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中做了明确的说明并表示了谢意。

申请学位论文与资料若有不实之处，本人承担一切的法律责任。

本人签名： 胡兵

日期 2019.3.4

西安电子科技大学

关于论文使用授权的说明

本人完全了解西安电子科技大学有关保留和使用学位论文的规定，即：研究生在校攻读学位期间论文工作的知识产权单位属西安电子科技大学。学校有权保留送交论文的复印件，允许查阅和借阅论文；学校可以公布论文的全部或部分内容，可以允许采用影印、缩印或其它复制手段保存论文。同时本人保证，毕业后结合学位论文研究课题再撰写的文章一律署各单位为西安电子科技大学。

（保密的论文在解密后遵守此规定）

本人签名： 胡兵

日期 2019.3.4

导师签名： 施永清

日期 2019.3.4

摘要

公共交通系统中乘客的到达和乘客的运送都是复杂的随机过程,因此,公共交通系统是一个典型的提供成批服务的随机服务系统。本文在分析有关城市交通可持续发展理论的背景下,运用随机理论,对城市公共交通系统的运营进行了优化研究。

乘客在站台排队等候上车是公交系统服务的重要一环,是整个公交系统的重要组成部分,故需要对公交车停靠站时间消耗进行研究。公交排队系统的随机性很大程度上表现在其输入过程——交通流的随机性上。因此首先对公交车交通流情况进行统计分析,并用 χ^2 拟合检验法验证了乘客到达时间服从的分布规律。

对每一个站台的排队系统用典型的随机服务系统模型 $M|M|n$ 进行描述,并进行计算,求取 $M|M|n$ 队列的平均队长,平均等待时间,乘客平均数等系统指标。根据随机理论,建立了一般排队系统优化模型与公交系统排队系统模型,通过调整和控制排队系统使其处于最佳的运营状态,通过实例运用证实了本模型的合理性,运用此模型,可找到公交公司与乘客需求的平衡点,并制定相应的行车计划。

最后运用生灭过程理论,建立公共交通系统发展控制模型,并对其进行分析,得出在一定的乘客需求下,系统中空闲车辆和服务车辆之比,为合理规划公交运营系统以及评价城市公交车的发展规模是否合理提供可靠的理论依据。

总之,本文基于排队理论建立公交系统的排队模型,并将此模型应用于公交系统的优化调度与公交系统资源配置中,通过仿真验证,既验证了该模型的有效性,又取得了良好的效果。

关键词: 公共交通系统 排队模型 χ^2 拟合检验 生灭过程

Abstract

In public traffic systems, passengers' arrival and passengers' transport are very complicated stochastic process. Therefore, public traffic system is a greatly typical bulk-service queuing system. Under analysis related municipal traffic continuable development theory background, by using stochastic theory, the urban public traffic system's operation is conducted the optimized research.

Passengers waiting in line in platform is an important part in public traffic systems, so we need to analyze the bus anchors the platform time consumption. The randomness of the public traffic queuing system is mainly expressed by the randomness of its input process: passenger traffic flow. This paper first analyzes the situation of the public traffic flow. χ^2 hypothesis testing method is used to estimate what distribution passenger arrival time subject to.

Describing each platform's queuing system with model stochastic service system model $M|M|n$, and account it, we acquire the system target like average line length, average waiting time, and so on.

According to random theory, we build common system queuing mode and public traffic flow queuing mode, through the adjustment and the control queuing system to be at the best operation condition. Confirmed this model rationality by the example utilization, Using this model we can find the demand balance point between public transportation company and the passengers, and work out the corresponding driving plan.

Finally, by using the birth-death process theory, we establish the public traffic system development control model, and obtains the ratio of idle vehicles and the service vehicles under certain passengers demanded through analysis it. That can be provide the reliable theory basis for program the public system as well as appraises the urban public transportation's development scale.

In sum, by applying public traffic flow queuing model to optimize and configure public traffic system, we not only have tested the validity of the model but also gained favorable results by simulation.

**Keyword: Public traffic system Markov Queuing Theory Hypothesis Testing
Queuing Model**

目录

第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 国外研究现状	2
1.2.2 国内研究现状	3
1.3 主要研究内容	4
1.3.1 城市公共交通概念及其构成	4
1.3.2 研究的主要内容	5
1.3.3 本文章节安排	6
第二章 公共交通系统的马尔可夫过程评析	7
2.1 几种重要的概率分布	7
2.1.1 输入分布与输出分布	7
2.1.2 指数分布	8
2.2 马尔可夫性及其状态分类	9
2.2.1 马尔可夫过程	9
2.2.2 生灭过程	9
2.3 公交系统排队特征分析	10
2.3.1 排队论简介	10
2.3.2 公交排队系统	11
2.3.3 公交排队系统的特征	12
第三章 公交系统中车辆停靠时间特征分析	13
3.1 问题描述	13
3.2 公交车辆在公交站点消耗时间构成分析	13
3.3 进出站时间特征分析	14
3.4 驻车时间影响因素分析	16
3.4.1 上下车人数对停靠时间的影响特征	17
3.4.2 车辆开关门时间	18
3.4.3 车型对停靠时间的影响分析	18
3.4.4 付费方式对停靠时间的影响分析	18
3.4.5 车内拥挤度对停靠时间影响特征	19
3.5 公交车辆在公交站点排队等待时间分析	19
3.5.1 排队系统组成	19
3.5.2 排队论适用性分析	20

3.6 公交站点排队系统特征分析	23
3.6.1 乘客数的平稳分布	23
3.6.2 排队系统特征	26
第四章 公交系统中车辆运行排队优化模型	29
4.1 拟合检验判断交通流的分布规律	29
4.1.1 假设检验的其本思想与一般步骤	29
4.1.2 拟合检验过程	30
4.1.3 利用拟合检验法判断公共交通分布规律	32
4.2 一般排队系统优化模型	34
4.3 公交车排队系统优化模型	36
4.3.1 模型假设及符号	36
4.3.2 问题分析与模型建立	37
4.4 模型求解与仿真	41
第五章 公交系统发展规模优化配置分析	45
5.1 公交系统发展规模控制模型——生灭过程理论	45
5.2 公交系统发展规模的优化配置	46
5.2.1 公交系统发展规模的生灭过程分析	46
5.2.2 公交系统发展规模控制指标的确定	49
第六章 结论与展望	51
6.1 论文的主要研究成果	51
6.2 进一步研究方向	51
致谢	53
参考文献	55
附录 A	59
研究成果	63

第一章 绪论

1.1 研究背景

城市是人类社会发展到一定历史阶段的产物,随着社会生产力的不断发展和文明社会的不断进步,世界各国的城市化水平也越来越高。近二十年来,在改革开放政策的指引下,我国的城市化进程一直呈现快速发展的态势。城市化水平从1990年的18.96%提高到2000年的36.1%,预计到2010年及21世纪中叶将分别达到45%和65%^[1]。城市化的一个显著特点就是城镇人口的增加。当前随着我国城市化进程的加快和私人小汽车的迅速增长,城市的交通需求急剧上升,交通供给和交通需求之间的矛盾也日益突出,也给当前我国城市交通的发展提出了新的要求。

随着经济的快速发展及城市化进程的推进,我国交通事业也在快速地发展。就城市来说,一方面是机动车与非机动车数量的逐年猛增;另一方面是道路等基础设施建设的突飞猛进,但很明显后者的增长速度跟不上前者的增长速度。这就造成了城市日前普遍存在的交通拥挤、交通事故频繁和环境污染等问题。这些问题不仅影响城市居民的生活、也制约了城市及经济的发展。究其原因,除城市交通基础设施建设不能满足快速增长的交通需求外,城市交通结构不合理,公共交通服务水平低,竞争力不强,以及私人小汽车数量猛增都促使了城市交通问题的日益严重。随着经济的增长我国的机动车拥有量将进一步增长,在机动化交通迅速发展的背景下,城市交通需求和基础设施供给之间的矛盾将更加突出。公共交通是城市发展的必然产物,也是城市赖以生存的重要基础设施之一,公交优先已经成为国内外城市交通发展的目标和方向,发展公共交通是缓解城市交通问题的首选途径。

从国内外城市发展经验来看,在有限的资金、资源投入条件下优先进行公共交通建设是从二十世纪六十年代以来世界各大城市普遍采用的一项有效的城市交通政策。实践证明,公共交通是一种大运量、高效、节能、少污染、安全的集约式城市交通客运方式。它有效的解决了城市交通“人多车少、车多路少、路多地少”的供求矛盾。如以每平方米道路每小时通行人数为标准来衡量道路的使用率,公共汽车是小汽车的10-15倍;在相同客运量条件下,公共交通与小汽车交通相比,分别节省土地资源的3/4,建筑材料的4/5,投资的5/6,污染程度只占小汽车的1/10,事故率仅为小汽车的1/100^[2]。可见,大力发展城市公共交通可以很好的解决城市交通问题,满足现代城市交通需求。

我国目前的公路以及城市道路建设进入了快车道。在城市道路建设中联系城市各功能组团的高等级公路以及城市快速干道的建设投入特别显著。由此造成了周边组团与中心城市区的交通量显著加大,但是城市内部道路网络水平没有显著

提高,从而造成了市区的交通拥堵。另外根据当斯(Downs)定律,仅仅依靠单纯的增加道路供给并不能够满足由于社会经济发展而产生的交通需求,道路交通的设施建设将会诱发潜在的交通需求,而这部分潜在的交通需求将很快占有新增的道路空间。从而抵消供给增长的作用。因此,城市交通的可持续发展依赖于两方面——适当的道路设施资源和交通系统有效的管理。即硬件和软件两方面的建设。

目前,国际比较认可的一个解决城市交通拥堵问题的途径就是公交优先发展。通过城市公共交通的优先发展,合理引导城市居民的出行模式的改变,从而有效的调整城市居民出行交通方式结构^{[2][3]}。有效的提高低道路资源占有率的公共交通工具在整个城市居民出行中的占有率。

本论文所要研究的公共交通系统主要指城市公共交通系统。公共交通系统运行时涉及到公共汽车的数量,额定容量,运行路线,运行时间等参数,这些也是公共交通分析所以研究的内容。要想使一座城市的公共交通系统获得良好的服务性能,就必须建立一套好的公共交通服务系统去解决公交的配置与调度问题。首先,要了解公共交通的特点及其变化规律,然后根据公共交通进行合理的公交配置,最后针对给定的公交配置情况和不同的公交运行状况采取相应的调度方法,以满足要求的服务性能指标。因此,对公共交通进行合理且有效的分析是进行公交优化配置的基础和关键。

1.2 国内外研究现状

我国城市公共交通发展历程与国外城市发展历程相比,既存在相似之处,又各具有不同的特点。相似之处表现在我国的机动化发展进程重复着以前国外城市的机动化发展过程,而不同之处表现在城市交通发展背景、交通发展战略以及交通发展的结构特征等方面。因此,对于城市交通系统发展的研究,国外研究与国内研究既具有共同点,又具有不同点。

1.2.1 国外研究现状

国外学者,特别是欧美一些发达国家的学者对城市交通的研究主要侧重于从经济发展的角度,即从交通运输业与经济发展之间的联系,关注交通运输业的发展;重视交通系统与社会经济之间、以及各交通方式之间的协调,重视整体化交通的系统研究^[4]。而这些方面的研究又主要体现于对城市交通系统与土地利用关系的研究方面。

自 20 世纪 20 年代以来,经济学家、城市地理学家、城市规划师们对“城市交通系统与土地利用二者之间复杂的互动关系”进行了持续的探讨和研究,简要回顾了 1920-1990 年期间西方国家对这一方面的研究进展情况。根据该文献,可

将 1920-1990 年的关于“城市交通系统——土地利用关系”研究划分为两个阶段:

1. 对交通系统-土地利用关系的早期探讨阶段, 主要在 20 世纪中叶以前。这一阶段的探讨主要集中于城市交通方式与城市发展、公路交通与城市发展、城市交通问题的解决方法等方面。

2. 对城市交通系统-土地利用关系的理论探讨及模型模拟并进行实证研究的阶段, 主要在 20 世纪中叶以后。这一阶段对城市交通系统与城市形态的关系、城市交通系统与土地利用的互动关系进行了相关探讨, 并用建立在消费者行为学说基础之上的经济学概念建立了关于城市交通系统与土地利用关系的基本理论, 并建立了有关模型。这一时期所开展实证研究, 主要侧重于公共基础设施投资与城市发展的互动关系、城市交通建设对地价的影响以及土地利用对城市交通系统的作用与影响等方面。

综合来看, 西方发达国家目前非常重视对城市交通系统的研究, 其研究的重点主要为城市交通系统与土地利用关系、城市交通系统发展策略以及如何构建可持续化发展的城市综合交通系统结构。无论这些研究的具体出发点如何, 我们都可以将其归结为对城市交通系统发展模式的研究与探讨, 都是在寻找一个更适合于城市发展的城市交通系统政策、管理策略以及解决交通拥堵问题的良方。尽管国外的城市交通发展背景与我国的交通发展背景不一样, 但我们仍可以从其中借鉴一些经验, 促进我国城市交通系统的良好发展。

1.2.2 国内研究现状

与国外的有关研究相比, 国内对公共交通系统的研究开展比较晚, 并且主要集中于交通规划、交通运输发展等方面的理论研究。在城市交通方式的发展方面, 针对我国大中城市人口密度高、出行需求大与道路设施不足的矛盾, “公交优先”逐渐成为共识。虽然, 早在 80 年代中期国务院在有关文件中就提出了优先发展公共交通的政策, 但直到经过 1994 年的“轿车大论战”后, 才引起对“公交能否优先”的讨论。1995 年在北京联合主办的“中国城市交通发展战略研讨会”通过的《北京宣言》阐明了城市公共交通的地位。1997 年 6 月, 北京市率先开辟的公交专用车道在社会上产生了广泛的影响, 为“公交优先”战略实施提供了示范。

国内不少学者也对介于公共交通发展战略与策略等方面进行了研究。研究成果主要有: 张晓斌学者就如何将公交优先发展落实到实处, 从转变运营机制、公交专用道设计以及相关技术指标等方面谈了一些想法, 并对公共交通在城市交通发展中的位置进行了探讨。张南^[5]从路段公交优先、路口公交优先和公交优先通行网络的设计三个方面对公交优先通行系统进行了研究。王亚飞^[6]从宏观的角度研究了我国公交优先的理论与实践, 从公共交通政策和发展公共交通的技术措施角度,

论述了如何落实公交优先。东南大学的陈学武^[7]通过对我国公共交通现状分析和德国城市实施公交优先的实践,阐述了城市公交优先权的目标、效果和措施。李京^[8]结合广州市实施公交优先的实际情况,提出了实施公共交通优先的策略。徐慰慈^[9]从公共交通的政策保障角度出发,认为公交优先要能真正实施必须要有政策扶持并实施公交专营权制度。韩皓^[10]通过对发达国家城市交通发展战略和政策研究,提出公共交通优先发展策略包括公共交通优先政策、重视换乘枢纽设施建设并与土地利用相结合、推行政企分离的公交运行机制等方面。李林波^[11]分析了我国城市公共交通发展现状和影响中国城市公共交通系统发展的基本要素,提出了城市公共交通的发展战略。张林峰^[12]运用电力系统分析中的负荷持续时间曲线和盈亏平衡点理论建立了公共交通工具最优组合模型,给出了相应的算法。北方交通大学的刘维宁^[13],探讨了在我国发展中等运量的轨道交通系统的总体思路。白李妍^[13]提出了进行客流量预测和经济评估的城市公共交通系统方案比选的简便方法。

总的来说,国内外对于城市公共交通系统方面策略的研究以比较分析的居多,运用定量模型进行分析研究的偏少。

1.3 主要研究内容

1.3.1 城市公共交通概念及其构成

1982年沃尔夫冈(Wolfgang)就城市公共交通的定义^[14]为:城市中供公众使用的经济方便的各种客运交通方式的总称,狭义的公共交通是指在规定的路线上,按固定的时刻表,以公开的费率为城市公众提供短途客运服务的系统。广义的公共交通是指所有供公众使用的交通方式,包括客运和货运、市内和区域间运输的总体。而本文主要研究的是狭义的公共交通系统,即城市公共客运交通系统。

城市公共客运交通系统主要由三个基本要素构成:人、车(交通工具)、路(交通工具载体)。其结构见图 1.1。

图 1.1 可以看出,城市公共客运交通系统涉及的因素比较复杂,在最底层的构成成分又可以各自成为一个体系,并且各自有相关指标来描述其特性。总的城市公共交通系统就是由各个子系统来构成的,只有在各个子系统具有一定的协调性、系统性时,才能形成一个有机的整体从而保证了城市公共交通系统的高效率。

我国作为发展中国家,目前的公共交通系统主要还是依赖常规公共交通系统。故本文的研究对象为以公共汽车为运载工具,并考虑相关的公交运行控制手段的公共交通系统。

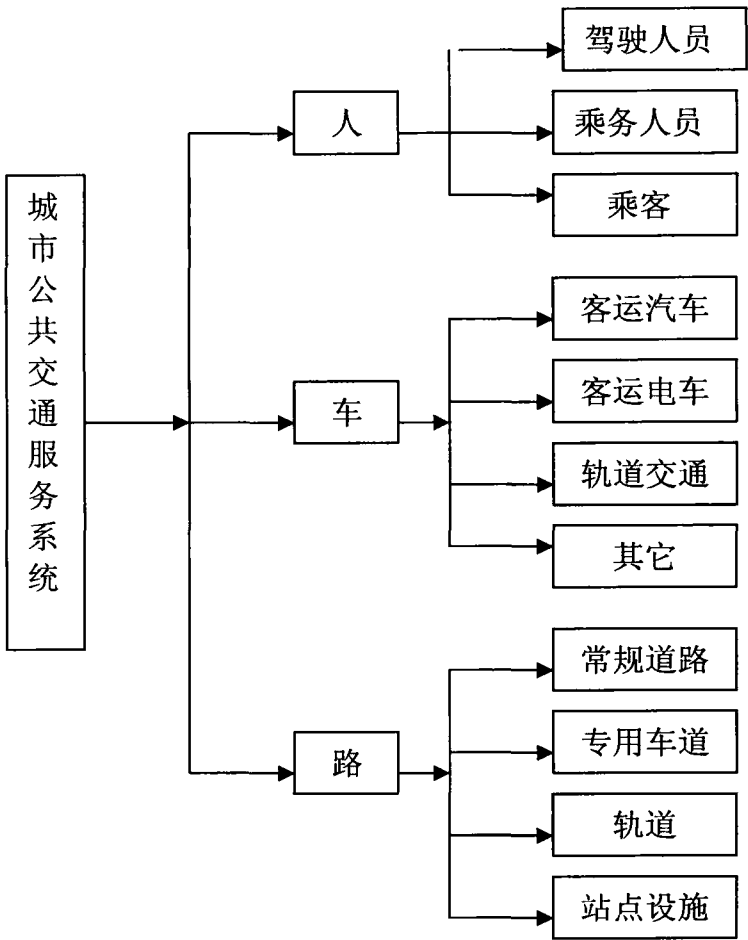


图 1.1 城市公共交通系统构成

1.3.2 研究的主要内容

考虑公共交通系统时，比较全面的刻画公共交通流规律应该了解以下几点：公交车到达站台时间服从的分布、公交车服务时间、乘客总数的期望、乘客到达时间间隔的分布规律、乘客到达率随时间的变化、乘客到达规律等。这些特点具有重要一点就是随机性，马尔可夫排队论是研究随机离散系统的有效工具，能够较好的解决复杂的随机服务系统的排队问题，本文应用马尔可夫排队理论对公共交通系统运行进行分析，以便能够更好地对城市公共交通系统进行优化，更具有现实的指导意义。

本课题完成的主要内容如下：

1. 首先对公交车站的总消耗时间 T 消耗进行分析，包括公交车辆进站停车用时间 t_i 、公车辆的驻车时间 t_j 、公交车辆排队时间 t_p 、以及清场时间 t_q ，并对各个消耗时间特征进行了分析。
2. 应用 χ^2 检验法判断实际交通流的分布规律，包括乘客到达时间分布，乘客到达时间间隔分布等，这是进行交通分析的前提。本论文进行交通分析是在乘客

到达时间服从 poisson 分布的前提下推导实现的, 然后在此基础上进行优化配置。

3. 将每一个站台的排队系统用典型的随机服务系统模型 $M|M|n$ 进行描述, 并进行计算, 求取 $M|M|n$ 队列的平均队长, 平均等待时间, 乘客平均数等系统指标, 该模型的计算结果是进行公交系统排队优化的基础。

4. 应用排队论有关知识, 建立了一般排队系统优化模型与公交排队系统模型, 通过调整和控制排队系统使其处于最佳的运营状态, 如果从费用考虑, 要求顾客等待损失费用与服务机构的支出费用之和达到最低。运用此模型, 找到公交公司与乘客需求二者的平衡点, 并制定相应的行车计划。

5. 建立公共交通系统发展控制模型。运用随机系统理论中的生灭过程对其进行分析, 得出在一定的乘客需求下, 系统中行驶车辆和载客车辆的合理比例, 为评价城市现状公交车的发展规模是否合理提供可靠的理论依据。

1.3.3 本文章节安排

论文各章节安排如图 1.2 所示。

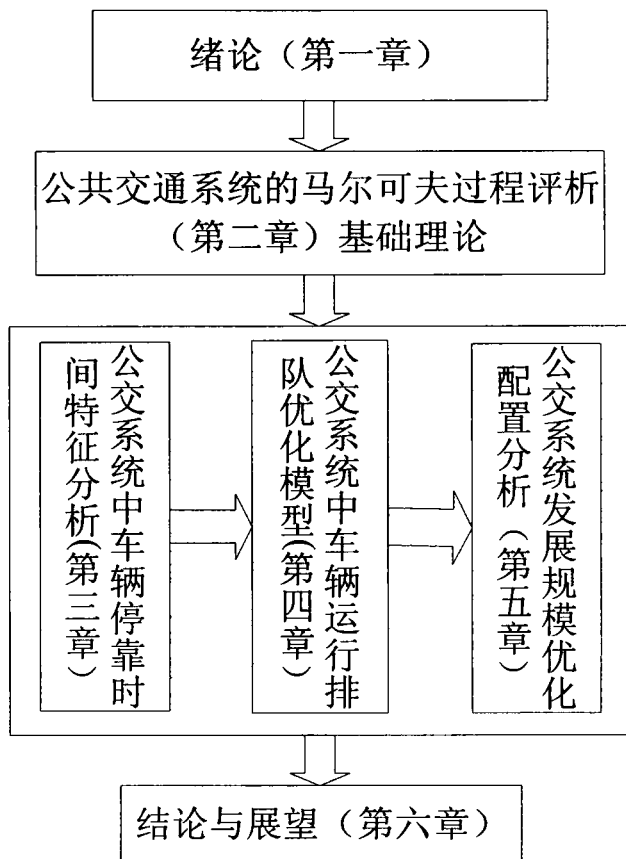


图 1.2 本文各章节安排

第二章 公共交通系统的马尔可夫过程评析

公交车是城市市民出行的最广泛的交通工具,是一个典型的提供成批服务的随机服务系统。公共交通系统是一个城市基础设施的重要组成部分,它运行的优劣对人们的生活产生深刻的影响。良好的公共交通系统不仅方便整个城市居民的出行,改善城市的交通状况,而且又起着绿色环保的作用。

在公交随机服务系统的交通流的研究中,可以把乘客排队等候的站台看成是若干个互相联系的阶段,即从排队论的角度来说,可以看成是若干个相互联系又相对独立的排队系统。随着交通状况的变化,各个前后相连的时间段彼此影响,若上一时间段没有服务完的乘客需要在下一个时间段内得到服务,乘客到达站台,若公交车未到,乘客到达强度较大,则必然会形成排队。公共交通服务系统是一种复杂的提供批量服务的排队系统,传统的公交系统排队计算,只是利用概率论进行粗略的运算,估计乘客的平均候车时间,而对于系统队长、等待时间等评价指标的分布和精确的均值则无法求出。为了求出这些主要指标的分布和较精确的均值,则必须利用马尔可夫理论和排队理论建立公交服务系统的数学模型。

2.1 几种重要的概率分布

公交排队系统的随机性很大程度上表现在其输入过程——交通流的随机性上,因此需要对交通流进行研究。描述交通流的主要特征表现为它的输入分布与输出分布。

2.1.1 输入分布与输出分布

在排队系统中,设 $c_n (n=1,2,\dots)$ 表示到达系统的第 n 个顾客,其到达时刻为 t_n , 则 $\tau_n = t_n - t_{n-1}$, 表示 c_n 与 c_{n-1} 的时间间隔。我们假定 $t_0 = 0$, 则 $\tau_1 = t_1$, 如果顾客到达是相互独立的,则 $\{\tau_n\}$ 是独立的随机变量序列,假定它们有相同的分布函数,此分布函数记为 $A(t)$, 称它为输入分布也称为到达间隔时间分布^{[15][16]}, 设 $N_1(t)$ 表示 $(0, t]$ 时间内到达的顾客数, 它称为输入流。 $N_1(t)$ 与 t_n 的关系为

$$N_1(t) = \{n | t_n \leq t \leq t_{n+1}\} \quad (2-1)$$

于是,知道了 $\{t_n\}$ 的分布就可以求得 $N_1(t)$ 的分布。反之,如果已经知道 $N_1(t)$ 的分布便可求得 $\{t_n\}$ 的分布。

输入分布为 $A(t) (t \geq 0)$, 如果其概率密度函数存在且用 $a(t)$ 表示, 平均到达间隔时间用 λ^{-1} 表示, 则有

$$\frac{1}{\lambda} = \int_0^{\infty} t dA(t) = \int_0^{\infty} t \alpha(t) dt \quad (2-2)$$

这里, λ 为到达率 (输入率), 它表示单位时间内平均到达的顾客数。

设第 n 个顾客 c_n 接受服务的时间是 V_n , 服务台为每一个顾客服务的时间是独立的。则 $\{V_n\}$ 是独立的随机变量, 假定他们有相同的分布函数 $B(t)$, 则它称为输出分布。设 $N_2(t)$ 表示 $(0, t]$ 时间内服务完离开服务系统的顾客数, 它称为输出流。

设输出分布为 $B(t)(t > 0)$, 如果概率密度函数存在, 用 $b(t)$ 表示, 平均服务时间用 $\frac{1}{\mu}$ 表示, 则有

$$\frac{1}{\mu} = \int_0^{\infty} t dB(t) = \int_0^{\infty} t b(t) dt \quad (2-3)$$

这里, μ 称为服务率, 它表示单位时间内平均服务完的顾客数。

2.1.2 指数分布

一个随机变量 ξ , 它的分布密度函数为:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} (\lambda > 0, \text{常数}) \quad (2-4)$$

称 ξ 服从指数分布^{[15][17]}, 分布函数为:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (2-5)$$

ξ 的期望为 $E(\xi) = \frac{1}{\lambda}$, 方差为 $D(\xi) = \frac{1}{\lambda^2}$

指数分布具有一个重要的性质^[18]: 无记忆性。它的意义用概率公式表示为

$$P(\xi > t + x | \xi > t) = P(\xi > x) \quad (2-6)$$

指数分布具有无记忆性, 即设 ξ 是随机变量, 服从指数分布, 参数 $\lambda > 0$, 设 $t, x > 0$, 则

$$P(\xi > t + x | \xi > t) = P(\xi > t) = e^{-\lambda x} \quad (2-7)$$

从而可得如下定理^[15]:

定理 2.1: 假设随机变量 ξ 是非负连续型变量, 它的分布具有无记忆性, 则 ξ 服从指数分布。

指数分布的无记忆性给排队问题的数学处理带来了很大的方便, 如果输入分布或服务分布是负指数分布, 则不管实际排队过程已进行多长时间, 要研究从现

在起以后的情况,就好像过程刚开始一样,只要知道当前系统处的状态就够了,在此以前的经历可以不考虑。这种无记忆性也叫做无后效性,也叫马尔可夫性。

定理 2.2: 设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是参数为 λ 的 poisson 过程, $\{\tau_n, n=1,2,\dots\}$ 是其到达时间间隔序列, 则 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n, \dots$ 相互独立且服从参数为 λ 的指数分布。

2.2 马尔可夫性及其状态分类

马尔可夫过程是无后效性的随机过程, 马尔可夫过程的理论在管理科学, 信息处理, 数字计算等方面有着重要的应用。排队模型中经常要用到马尔可夫过程的相关概念, 下面作一简单的介绍。

2.2.1 马尔可夫过程

定义 2.1^[17]: 设 $\{X(t), t \in T\}$ 是一个随机过程, 如果 $\{X(t), t \in T\}$ 在 t_0 时刻所处的状态为已知时, 它在时刻 $t > t_0$ 所处状态的条件分布与其在 t_0 之前所处的状态无关。通俗的说, 就是知道“现在”的条件下, 其“将来”的条件分布不依赖于“过去”, 则称 $\{X(t), t \in T\}$ 具有马尔可夫 (Markov) 性, 亦称无后效性。

定义 2.2^[18]: 设 $\{X(t), t \in T\}$ 的状态空间是 S , 如果 $\forall n \geq 2, \forall t_1 < t_2 < \dots < t_n \in T$, 在条件 $X(t_i) = x_i, x_i \in S, i = 1, 2, \dots, n-1$ 下, $X(t_n)$ 的条件分布函数恰好等于在条件 $X(t_{n-1}) = x_{n-1}$ 下的条件分布函数, 即

$$p(X(t_n) \leq x_n | X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}) \quad (2-8)$$

$$= p(X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}), \quad x_n \in R$$

则称 $\{X(t), t \in T\}$ 为马尔可夫过程。

定义 2.3: 参数集和状态空间都是离散的马尔可夫过程称为马尔可夫性链。

2.2.2 生灭过程

连续时间马尔可夫链的一类重要特殊情形是生灭过程^{[19][20]}, 一些著名的学者如 D.G.Kendall, G.E.H.Reuter, W.Feller, 特别是 S.Karlin, J.McGregor 以及我国学者王梓坤、杨向群等人, 在这方面做过许多深入而重要的研究。生灭过程在物理、生物、医学、运筹学与工程技术等方面有许多应用。从理论上讲, 它的结构比较简单, 所以在某些问题上可以取得彻底的结果, 因而可以作为一般理论的先导。这类过程的特征是在很短的时间内, 系统的状态只能从状态 i 转移到 $i-1$ 或 $i+1$ 或保持不变, 其基本定义和原理如下。

定义 2.4: 设 $\{X_t, t \geq 0\}$ 是状态离散参数连续的齐次马尔可夫链, 其状态空间为 $S = \{0, 1, 2, \dots\}$, 如果它的转移概率矩阵 $p_{ij}(t)$, $t \geq 0$, $i, j \in S$ 满足:

$$\begin{cases} p_{i+1}(h) = \lambda_i h + o(h), \lambda_i > 0 \\ p_{i-1}(h) = \mu_i h + o(h), \mu_i > 0, \mu_0 = 0 \\ p_{ii}(h) = 1 - (\lambda_i + \mu_i)h + o(h) \\ p_{ij}(h) = o(h), |i - j| \geq 2 \end{cases} \quad (2-9)$$

则称该马尔可夫链 $\{X_t, t \geq 0\}$ 为生灭过程。

于是一个生灭过程是一个连续时间马尔可夫链, 具有状态 $0, 1, \dots$ 。过程的状态通常看作某个群体的总量, 当状态增长 1 时, 我们就说生了一个; 而当它减少 1 时, 我们就说死了一个。值 $\{\lambda_i, i \geq 0\}$ 和 $\{\mu_i, i \geq 1\}$ 分别称为生长率与死亡率。因此, 生灭过程可作如下概率解释得到, 若以 X_t 表示一个生物群体在 t 时刻的大小, 则在很短的时间 h 内(不计高阶无穷小), 群体变化有三种可能:

- (1) 状态由 i 变到 $i+1$, 即增加一个个体, 其概率为 $\lambda_i h$;
- (2) 状态由 i 变到 $i-1$, 即减少一个个体, 其概率为 $\mu_i h$;
- (3) 群体大小不增不减, 其概率为 $1 - (\lambda_i + \mu_i)h$ 。

生灭过程系统状态转移图如图 2.1 所示。

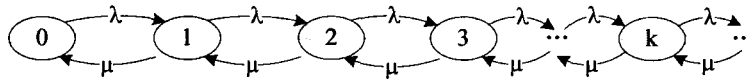


图 2.1 生灭过程系统状态转移图

每当系统状态为 i 个时, 直到下一次出生的时间服从参数为 λ_i 的指数分布, 且独立于直到下一次死亡的时间, 它服从参数为 μ_i 的指数分布。

2.3 公交系统排队特征分析

2.3.1 排队论简介

根据公交车在公交车站的服务特点, 乘客的到达是随机的, 公交车辆的到达也是随机的。在公交车站处该服务可以利用排队论(随机服务系统理论)的相关知识加以描述分析。

排队论^[21]起源于 20 世纪初的电话通话。1909-1920 年丹麦数学家、电气工

程师爱尔朗(A. K. Erlang)用概率论方法研究电话通话问题，从而开创了这门应用数学学科，并为这门新学科建立了许多基本规则。20 世纪 30 年代中期，当费勒(W.Feller)引进了生灭过程时，排队论才被数学界承认为一门重要的学科。

在二战期间和二战以后，排队论在运筹学这个新领域中成了一个重要内容。20 世纪 50 年代初肯德尔(D.G.Kendall)对排队论作了系统的研究，他用嵌入马尔可夫(A.Markov)链方法研究排队论，使排队论得到了进一步发展。20 世纪 60 年代起，排队论研究的课题日趋复杂，很多问题不是很难求得其精确解，就是求得的解非常复杂，不便于应用，因而开始了近似方法的研究。

排队论的产生与发展来自实际的需要。实际的需要也必将决定它今后的发展方向。排队论应用范围很广。它应用于一切服务系统，尤其在通信系统、交通系统、计算机、存储系统、生产管理等方面应用得最多。

一般排队系统由三个基本组成部分^[22]：1、输入过程；2、排队规则；3、服务机构。基本结构见示意图 2.2。

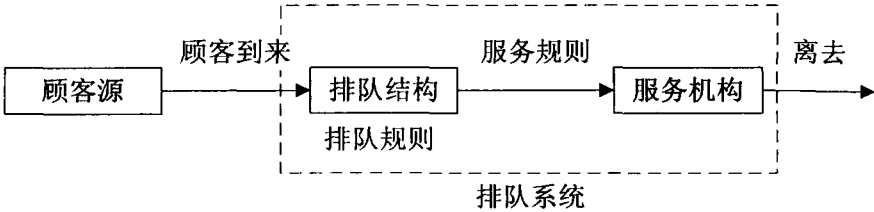


图 2.2 排队系统结构示意图

2.3.2 公交排队系统

排队论是研究排队现象的理论和应用的学科，是专门研究由于随机因素的影响而产生的拥挤现象的科学。排队系统有很多种形式，如单服务台排队系统、多服务台单队列排队系统、网络排队系统等。很难笼统的说，公共交通服务系统属于哪一种排队系统，其具体服务形式依赖于具体车的情况和客流情况。举例来说，一个站台往往有数个不同路线的公交车经过，可以看作是多服务台排队系统，但对顾客来说，他们可以选择一种公交线路，即单服务台排队系统，有些乘客可以选择若干个路线，即多服务台单队列排队系统，个别乘客需乘坐某线路公交车，到达某个站台后再转乘其它线路公交车，这样系统由可以看成是是多服务台网络排队系统。

公共交通系统看成多个相互独立的排队系统^{[23][24]}，这样就形成了一个排队网络。排队网络是指由一些服务站和联结它们的路径所构成的总体，其中每个服务站相当于一个单台或多台的排队系统，顾客在一个服务站接受完服务到站后离开或继续等待接受其它公交车辆服务。

2.3.3 公交排队系统的特征

对于一个排队系统,乘客和服务台关心的是队长、等待队长、顾客在系统中的等待时间和平均花费时间。对于公交排队系统来说,等待时间是指从乘客抵达站台时刻直到开始上车这段时间。平均等待时间是指所有乘客的候车时间之和与乘客数的比值,用符号 W_q 表示。花费时间是乘客的候车时间与乘车时间之和,也就是指从乘客到达站台的时刻到乘客到达目的的离开公交车的时刻这段时间。乘客平均花费时间是所有的乘客的花费时间之和与乘客总数的比值,用符号 W 表示。设乘客的平均乘车时间为 W_p , 则

$$W = W_q + W_p \quad (2-10)$$

当排队系统能够进入统计平衡状态后,系统内顾客平均数 L (平均队长)和系统内顾客所花费时间的平均值 W 有以下 Little 公式^[18]: $L = \lambda W$ 。类似地,系统内顾客花在排队等候时间的平均值 W_q 与系统内排队等候顾客的平均数 L_q 也有以下 Little 公式: $L_q = \lambda W_q$ 。

第三章 公交系统中车辆停靠时间特征分析

乘客在站台排队等候上车是公交系统服务的重要一环,是整个公交系统的重要组成部分。因此,需要对公交车停靠时间消耗进行研究,同时也为建立公交排队系统优化模型提供了条件。

3.1 问题描述

城市公共交通系统中公交站点作为其网络中的节点,由于其站点形式以及车站的设计等因素的影响,使得公交车辆在公交站点消耗的时间也不尽相同。由于公交车辆在公交线路中有较多的公交车站需要停靠,造成了沿途公交车站的累计时间消耗对于公交车辆的运营时间具有较大的影响。公交车辆在站台的停靠时间主要表现为对乘客的服务时间,为了提高公交系统的运行效率,首先有必要对于公交站点的时间消耗进行相关的分析。

3.2 公交车辆在公交站点消耗时间构成分析

公交车辆在公交车站的总消耗时间^[23] T 包括:公交车辆进站停车时间 t_i 、公交车辆的驻车时间 t_j 、公交车辆排队时间 t_p 、以及清场时间 t_q 。即:

$$T = t_i + t_j + t_p + t_q \quad (3-1)$$

定义 3.1: 驻车时间^[25](dwell time), 即为公交车辆从开门、乘客上下车、到关门为乘客提供服务的持续时间。

定义 3.2 清场时间^[26](clearanceTime), 即为公交车辆关门离开公交车站的一段时间。

根据《公共运输能力与服务品质手册》(Transit Capacity and Quality of Service Manual)^[27]的研究成果驻车时间的计算公式如下:

$$t_j = p_a v_a + p_b v_b + t_{oc} \quad (3-2)$$

式中:

t_j ——驻车时间(s);

p_a ——上车乘客数 (p);

v_a ——乘客上车平均速率(s/p);

p_b ——下车乘客数 (p);

v_b ——乘客下车平均速率(s/p);

t_{oc} ——公交车开关门时间 (s);

当公交车的车型确定之后, 上式中的 v_a 、 v_b 、 t_{oc} 均可以看作常量。因此驻车时间的主要由 p_a 、 p_b 决定。而 p_a 、 p_b 均具有随机性。

同时, 考虑到目前我国城市公交中很多线路采用了投币式的前门上车、后门下车的服务模式。则公式 3-2 应该修正为

$$t_j = \max(p_a v_a, p_b v_b) + t_{oc} \quad (3-3)$$

结合以上两种情况驻车时间计算公式为:

$$t_j = \begin{cases} p_a v_a + p_b v_b + t_{oc} \\ \max(p_a v_a, p_b v_b) + t_{oc} \end{cases} \quad (3-4)$$

因为 t_j 是车辆平均服务时间, 令 $\mu = 1/t_j$ 为公交车辆的服务率, 即公交车服务时间服从参数为 μ 的指数分布。

3.3 进出站时间特征分析

公交站点的公交车辆进站停车用时间 t_i 和清场时间 t_q 主要有以下几个方面因素影响该值:

- 1、公交车站是在线公交车站还是离线公交车站, 离线公交车站相对于在线公交车站而言多一个重新汇入机动车车流的时间;
- 2、公交车辆在公交站点是否受非机动车流干扰;
- 3、纵向公交车站与交叉口的位置关系。

3.3.1 进站时间分析

公交车辆在进入公交车站时主要有两种状态: 受非机动车干扰与不受非机动

车干扰的两种状况^{[28][29][30]}。由于进站没有出站时复杂，在此仅仅按照这两种状况来分析。

(1) 进站不受非机动车干扰的公交车辆进站时间

由于公交车辆不受非机动车干扰，此时的进站时间可以运用以下计算公式^[23]计算。即

$$t_{i1} = \sqrt{2l/b} \quad (3-5)$$

式中：

t_{i1} ——公交车辆进站不受非机动车干扰的进站时间(s)；

l ——公交车辆驶入停车站时车辆之间的最小间隔，可取车辆长度(s)；

b ——进站时刹车减速度，一般取 1.5 m/s^2 。

(2) 进站受非机动车干扰的公交车辆进站时间

该类公交车站的公交车辆受非机动车干扰，此时的进站时间应该在不受干扰的公交车站的进站时间上修正，其计算公式如下

$$t_{i2} = k_1 \sqrt{2l/b} \quad (3-6)$$

式中：

t_{i2} ——公交车辆进站受非机动车干扰的进站时间(s)；

k_1 ——受非机动车干扰的公交车辆进站时间修正系数；

l ——公交车辆驶入停车站时车辆之间的最小间隔，可取车辆长度(s)；

b ——进站时刹车减速度，一般取 1.5 m/s^2 。

3.3.2 清场时间特征分析

从公交车站的设计来看，西安公交车停靠站主要有以下几种形式。见示意图 3.1 所示：

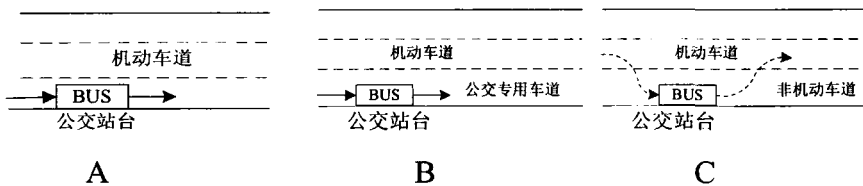


图 3.1 公交站点形式示意图

图 3.1 中 3 类公交车辆在公交站点的行驶路线的不同造成了公交车辆由公交站点返回正常行驶状态的过程的不同，这一过程的不同造成了公交车辆的清场时

间的差异。

为了便于分析,将以上的3种公交站点形式分为2类:

I类公交车站包括A,B两种在线公交车站形式;

II类公交车站为C车站形式,为在线公交车站受非机动车干扰的形式。

3.5.1 I类公交车站清场时间

该类型的公交站点由于具有形式简单、便于设置的特点,在目前城市公交站点中占有极大比重。

由于该类型公交站点直接占用一条车道,公交车辆启动时前方无障碍或车辆干扰,因此在线式公交车站的公交车辆的清场过程可以简化为一个加速过程。则其清场时间^{[25][28][29]}为

$$t_{q1} = \sqrt{2l/a} \quad (3-7)$$

式中:

t_{q1} ——第I类公交车站公交车辆清场时间(s);

l ——车辆之间的最小间隔,可以取车辆长度(m);

a ——公交车辆离开公交车站时的加速度(m/s^2),可取 $1.0m/s^2$ 。

3.5.2 II类公交车站清场时间

这类公交车站在实际运营中比例较大,针对这类公交车站的公交车辆的出站时间与I类公交车站相比较而言较大。则其清场时间见下式:

$$t_{q2} = k_2 \sqrt{2l/a} \quad (3-8)$$

式中:

t_{q2} ——第II类公交车站公交车辆清场时间(s);

k_2 ——受非机动车干扰的公交车辆出站时间修正系数;

l ——车辆之间的最小间隔,可以取车辆长度(s);

a ——公交车辆离开公交车站时的加速度(m/s^2),可取 $1.0m/s^2$ 。

其中 k , 为调查分析值,与非机动车道的非机动车流量有关。

3.4 驻车时间影响因素分析

从乘客的角度讲,驻车时间(dwell time)是公交车辆的停车为其提供服务的时间,但是从公交车站的排队系统的角度,公交车辆的驻车时间就是公交站点为公

交车辆(公交车站排队系统中的顾客)提供服务的时间。由此，研究公交车辆在公交车站的驻车时间(dwell time)规律就是相当于研究公交车站排队系统的服务时间规律。

驻车时间由车辆开门、乘客上下车、车辆关门三部份时间构成，通过对这三阶段内公交车运行情况的观测调查和大量数据资料统计分析，影响公共汽车驻车时间的因素有上下车人数、公交车型(包括公交车容量、公交车门数、车门宽、公交地板高度)、上下客方式(前门上客后门下客或者前后门均可上下客)、售票方式(无人售票或专人售票)、车内拥挤度、站点受干扰程度，以及上下车乘客本身的特性(即老人等行动不便者，行李较多乘客)等。

驻车时间的变化特征必须通过实地测量的数据加以统计分析来研究。因此，本人对西安科技路沿线的徐家庄—科技路小区—高新路三个公交站点处公交停靠进行了详细调查，根据调查所得的数据，统计分析各个因素相对于停靠时间的变化特征。

3.4.1 上下车人数对停靠时间的影响特征

目前，西安地区大部分使用的是 12m 长的公交车，上下客方式包括前门上车后门下车，前后门均可上下车 2 种方式^[31-34]。本文对这 2 种方式下单位乘客上下车时间特征进行统计分析，具体分析结果如下：

(1) 经统计，西安地区单位乘客平均上车时间约为 1.7s/人，单位乘客平均下车时间约为 1.1s/人，下车时间明显小于上车时间。

(2) 在同一站点上下同一辆公交车，单位乘客的平均上下车时间随上下车人数的增加而减小。具体如表 3.1 所示。

表 3.1 两种方式下单位乘客上下车时间变化情况

总上下客人数	单位乘客上下车时间 (s/人)	
	前上后下	前后均可上下
<=5	2.16	2.1
6—10	1.75	1.2
11—15	1.47	1.1
16—20	1.25	0.91
21—30	0.98	0.98

31—40	0.74	0.98
>40	0.71	0.84

(3) 从表 3-1 可以看出，在总上下客人数较少情况下 (≤ 20 人)，单位乘客上下车时间采用前上后下的方式比前后门均可上下要多 0.1—0.5s，但当总上下客人数较多时 (>20 人)，前上后下的方式较前后门均可上下少了 0.1—0.2s。这是因为当上下客人数较少时，前上后下较易出一个车门空闲，而另一个车门较拥挤的不平衡结果。当上下客人数较多时，前后门均可上下方式使得上下车乘客之家干扰凸显出来，在公交车门处容易出现拥堵状况，反而减少了车门通道处乘客的通行能力，乘客平均上下车时间时间相应增加。

(4) 由于公交车一次停靠总上下车人数一般 ≤ 20 人（本次数据采集一次停靠上下车总人数 ≤ 20 人占 80% 以上），采用采用前上后下方式的乘客平均花费时间会比前后均可上下所花费时间要多。如表 3.2 所示。

表 3.2 单位乘客上下车时间表

乘客类别	单位乘客上下车时间(s)	
	前上后下	前后均可上下
上车乘客	2.3	1.3
下车乘客	1.2	1.0

3.4.2 车辆开关门时间

据相关统计资料，公交车开关门引起的时间损耗为 1—3s，这部分时间也记录到公交车停靠时间内。

3.4.3 车型对停靠时间的影响分析

公交车型对乘客上下车的影响主要有车门的宽度、车门踏板的高度及踏板的数量。据相关公交车型的研究^[34-37]表明，低地板的公交车更能节省乘客上下车的时间。公交车一般的地板高度为 800——900mm，目前最低的地板高度可达 350mm。研究发现，地板高度降低 57% 时，乘客上下车时间可节省 50%。据调查发现，在不拥挤的情况下，公交车踏板数量少一级，单位乘客上下车时间将节省 0.2—0.4s。

3.4.4 付费方式对停靠时间的影响分析

乘客付费消耗的时间^[23]在每一个上车的乘客花费的时间中是一个主要因

素。不同的付费方式以及不同的车型将造成每个乘客的上车时间不同。根据西安市部分车辆的乘客上下车时间调查统计见表 3.3。

表 3.3 西安市不同车型的典型乘客上下车时间调查统计表

车型	可利用车门或通道		典型上车服务时间(s)		典型下车服务时间
	数量	位置	投币	卖票	
常规	1	前	——	2.2—2.7	1.8—1.9
	2	前	2.6	2.4	1.6—1.8
	3	前，后	——	2.4	1.8—2.0
铰接车	3	前，后，中	——	1.1	0.9
注：当车上乘客较多，每个乘客上车时间增加 0.5s，下车时间增加 1.8-2.0s					

3.4.5 车内拥挤度对停靠时间影响特征

公交车内乘客的数量，座位的有余，对乘客上下车时间有一定影响。当车内有少量剩余座位时，上车乘客大都会由于想坐而加快上车速度，单位乘上车时间相应减少；而当车内比较拥挤时，上车及下车乘客受到车内其他乘客影响较大，出入不太方便，单位乘客上下车时间相应增加。

3.5 公交车辆在公交站点排队等待时间分析

根据公交车在公交车站的服务特点，乘客的到达是随机的，公交车辆的到达也是随机的。在公交车站处该服务可以利用排队论（随机服务系统理论）的相关知识加以描述分析。

3.5.1 排队系统组成

排队系统尽管千差万别，但都可以抽象为顾客到达服务台前，服务台有空闲便立刻得到服务，若服务台不闲，则需要等待服务台出现空闲时再接受服务，服务完后离开服务台^[38-40]。因此排队模型可用图 3.2 表示。图中虚线框图为排队系统。乘客要求得到服务，不断到达服务台，服务台不闲便形成排队，等待服务。排队与服务台组成一个排队系统。乘客到达，排队等待，服务台给予服务以满足乘客的需求，乘客离开服务机构，这四个环节组成了一个排队模型。任何一个排队模型都可以用上述抽象的方法进行表示。

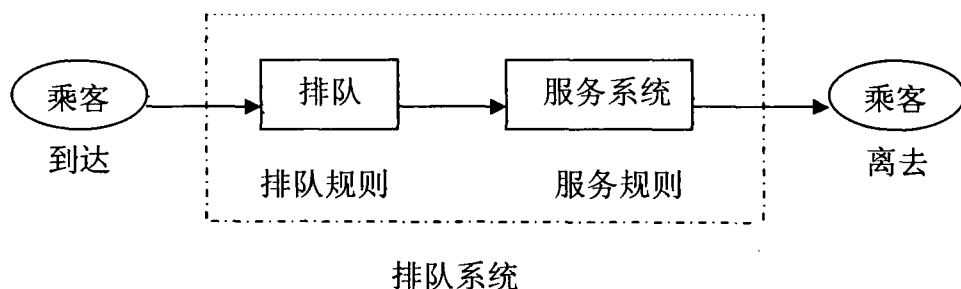


图 3.2 排队系统构成

从图 3.2 可知，尽管排队系统是各式各样的，但从决定排队系统进程的因素来看，它是由三个基本部分组成的，这就是输入过程、排队规则及服务机构。输入过程是描述乘客来源及乘客是按怎样的规律抵达排队系统的，对公交排队系统来说就是指交通流。公交排队系统是一种等待制系统，其排队规则为先到先服务。排队系统的随机性表现在顾客（对公交系统来说是乘客）的到达情况（包括相继到达的时间间隔、每到达时刻到达的人数等）和每个顾客接受服务的时间的不确定性上。但对于公交系统来说，公交服务的时间不仅与道路特点、车本身的特性有关，还与交通流和乘客人数有关，给定乘客人数及公交车特性就可以计算出乘客接受服务的时间。由于公交系统的运行依赖于系统中乘客的情况，所以公交排队系统的随机性在很大程度上取决于其输入过程（即交通流）的随机性。因此，研究公交系统的优化配置的前提是对公交系统的输入过程（即交通流）进行计算和分析。服务机构主要是指服务台的数目，服务台服务的方式，接受服务的乘客是成批到达还是单个达到等。

3.5.2 排队论适用性分析

从排队系统的角度来分析公交站点的公交车辆的服务过程^{[21][41]}，其结构示意图见图 3.3。

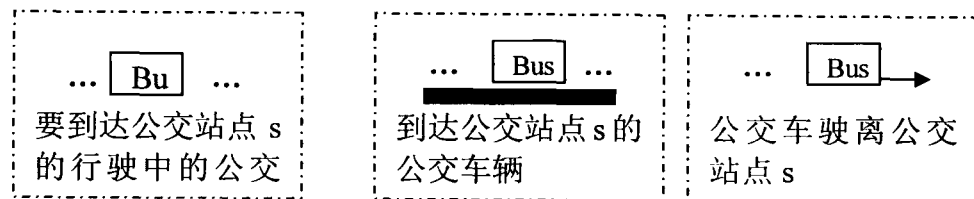


图 3.3 公交站点排队系统结构示意图

(1) 输入过程（公交车辆到达）的随机性分析

现有的公交车辆的运营管理主要是针对线路上的发车频率的控制，通过线路上运营车辆的准点率来控制线路的运营质量。但是，在这种模式下的公交停靠站

的公交车的到达是随机的，即公交站点排队系统的输入过程具有随机性。理由如下：

①公交车辆在线路运行中由于路段的交通流从时间的变化上看具有随机性，使得在交通流中的公交车在路段之间的行程时间是一个随机变量。因此，公交车辆的到达时间具有随机性。

②在一个公交车站上通常具有多路公交线路，由于各个公交线路的车辆之间没有协调性，使得相对于一个公交站点而言公交车辆的到达具有随机性。

③即使在某一个公交车站只有一条公交线路也会由于①缘故使得车辆的到达具有随机性。

④即使在公交站点之间设置了公交专用车道，也会由于公交车辆不可能严格的匀速行驶以及多条公交线路共线等缘故，造成公交车辆的到达具有随机性。

(2) 排队规则

现行公交车站呈条状布局，先到的公交车先停靠上下客，即接受公交站点的服务。由此其排队规则为先到先服务(FCFS)。

(3) 服务机构的结构

公交车站作为一个排队系统其服务机构就是公交站点的公交车停靠位置。由于公交车站的设计不同造成了公交车站的服务台的数量、质量上的差异。但是，所有的公交站点均可以看作有限个服务台的服务机构。

(4) 服务时间的随机性

服务时间是指系统服务一个顾客所用的时间。则在公交车站排队系统中就是公交车辆需要在公交车站停靠的时间。而公交车辆需要在公交车站停靠的时间与这一辆公交车的上下乘客的数量成正比。乘客的到达具有随机性，因此其服务时间也具有随机性。

根据以上的分析可以认为在公交站点采用排队论进行分析是合适的。以下就排队论分析中的相关参数进行分析。

输入过程一般是用乘客到达间隔时间来描述的。根据到达时间间隔所服从的分布，在输入过程中常用的有 poisson 分布，指数分布等，以下分析该输入的相关特性

设 $N(t)$ 表示在时间区间 $[0, t)$ 内到达的顾客数 ($t > 0$)，则在时间区间 $[t_1, t_2)$ ($t_2 > t_1$) 内有 n 个顾客到达的概率为

$$p_n(t_1, t_2) = p\{N(t_2) - N(t_1) = n\} \quad (t_2 > t_1, n \geq 0) \quad (3-9)$$

而乘客到达形成泊松流必须符合以下三个条件：

(1) 在不相重叠的时间区间内顾客到达数是相互独立的，即无后效性

(2) 对充分小的 Δt , 在时间区间 $[t, t+\Delta t)$ 内有一个顾客的概率与 t 无关, 而与区间长 Δt 成正比, 即

$$p_1(t, t + \Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t) \quad (3-10)$$

式中当时 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $o(\Delta t)$ 是关于 Δt 的高阶无穷小, $\lambda > 0$ 是常数, 它表示单位时间内平均到达的顾客数, 称为到达强度。

(3) 对于充分小的 Δt , 在时间 $[t, t+\Delta t)$ 区间内有 2 个或者 2 个以上的顾客到达的概率极小, 可以忽略, 即

$$p_n(t, t + \Delta t) = o(\Delta t) \quad (n = 2, 3, \dots) \quad (3-11)$$

满足以上三个条件的顾客到达数 n 的分布满足泊松分布, 其的概率分布为

$$p\{N(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t} \quad k = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0 \quad (3-12)$$

对于顾客到达数是强度为 λ 的泊松分布, 设 $\{\tau_n, n \geq 1\}$ 和 $\{T_n, n \geq 1\}$ 分别为事件到达时间间隔序列和到达时间序列, 则:

(1) τ_n ($n \geq 1$) 相互独立, 且都服从参数为 λ 的指数分布, 既有密度函数

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (\lambda > 0, \text{常数}) \quad (3-13)$$

(2) T_n ($n \geq 1$) 服从参数为 n, λ 的 Γ 分布 $\Gamma(n, \lambda)$, 既有密度函数

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{\Gamma(n)} t^{n-1} e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (3-14)$$

公交车站只对在该站停留的公交车辆提供服务, 而且所有的公交线路的发车频率之和可以表征该站的公交车辆平均到达率, 则有:

$$\lambda = \sum_{i=1}^m p_i / 3600 \quad (3-15)$$

式中:

λ ——研究站点的公交车辆到达率(veh/s);

p_i ——经过研究站点的第 i 条公交线路的发车频率(veh/h);

m ——经过研究站点的公交线路总数;

根据交通流理论的研究成果^{[28][29][42][43]}, 该输入过程适用于车辆到达是随机的、有充分超车机会的单列车流和密度不大的多列车流的情况。以上的结论是针对的道路的交通流的结论, 在公交车辆到达公交车站的排队系统中分析的是公交车车辆的到达情况。

3.6 公交站点排队系统特征分析

在以上的分析中对于公交站点排队系统的输入过程以及服务时间进行了的分析。根据分析结论输入过程 $N(t)$ 为到达率为 λ 的泊松过程, 服务时间 Z 服从服务率为 μ 的指数分布。排队规则为先到先服务的等待制, 乘客源源不断到来, 系统容量为无限。公交车站的 n 个停靠泊位数可以看作公交车站的 n 个服务台。则公交站点的排队系统可以用 $M|M|n$ 系统进行近似分析。

3.6.1 乘客数的平稳分布

设 $X(t)$ 为 t 时刻系统中的乘客数, $\{t < X_i < t + \Delta t\}$ 表示 k 个服务台在 $\{t, t + \Delta t\}$ 时间间隔内结束服务 ($0 \leq k < n$)。则一个服务台在 t 时刻服务, 在 $t + \Delta t$ 时刻没有结束服务的概率为

$$p\{Z > t + \Delta t \mid Z > t\} = p\{Z > \Delta t\} = e^{-\mu\Delta t} = 1 - \mu\Delta t + o(\Delta t) \quad (3-16)$$

则它结束的概率为

$$p\{Z \leq t + \Delta t \mid Z > t\} = 1 - p\{Z > t + \Delta t \mid Z > t\} = 1 - e^{-\mu\Delta t} = \mu\Delta t + o(t) \quad (3-17)$$

系统中乘客数增加一个的概率:

$$\begin{aligned}
p_{i,i+1}(\Delta t) &= p\{X(t+\Delta t) = i+1 \mid X(t) = i\} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t, N(t+\Delta t) - N(t) = k+1 \mid X(t) = i\} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot p\{N(t+\Delta t) - N(t) = k+1\} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot e^{-\lambda\Delta t} \frac{(\lambda\Delta t)^{k+1}}{(k+1)!} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot \frac{(\lambda\Delta t)^{k+1} - \mu\lambda^{k+1}\Delta t^{k+2} + o(\Delta t)(\lambda\Delta t)^{k+1}}{(k+1)!} \\
&= p\{t < X_0 < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot (\lambda\Delta t + o(\Delta t)) \\
&= (e^{-\mu\Delta t})^{\min(i,n)} (\lambda\Delta t + o(\Delta t)) \\
&= (1 - \mu\Delta t + o(\Delta t))^{\min(i,n)} (\lambda\Delta t + o(\Delta t)) \\
&= \lambda\Delta t + o(\Delta t)
\end{aligned} \tag{3-18}$$

系统中乘客数减小一个的概率:

$$\begin{aligned}
p_{i,i+1}(\Delta t) &= p\{X(t+\Delta t) = i+1 \mid X(t) = i\} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t, N(t+\Delta t) - N(t) = k-1 \mid X(t) = i\} \\
&= \sum_{k=0}^{\min(i,n)} p\{t < X_k < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot p\{N(t+\Delta t) - N(t) = k-1\} \\
&= p\{t < X_1 < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot p\{N(t+\Delta t) - N(t) = 0\} + \\
&\quad p\{t < X_2 < t+\Delta t \mid X(t) = i\} \cdot p\{N(t+\Delta t) - N(t) = 1\} + o(\Delta t) \\
&= C_{\min(i,n)}^1 (1 - e^{-\mu\Delta t})(e^{-\mu\Delta t})^{\min(i,n)-1} e^{-\lambda\Delta t} + \\
&\quad C_{\min(i,n)}^2 (1 - e^{-\mu\Delta t})^2 (e^{-\mu\Delta t})^{\min(i,n)-2} e^{-\lambda\Delta t} (\lambda\Delta t + o(\Delta t)) \\
&= C_{\min(i,n)}^1 \mu\Delta t (1 - \mu\Delta t + o(\Delta t))^{\min(i,n)-1} (1 - \lambda\Delta t + o(\Delta t)) + \\
&\quad C_{\min(i,n)}^2 (\mu\Delta t)^2 (1 - \mu\Delta t + o(\Delta t))^{\min(i,n)-2} e^{-\lambda\Delta t} (\lambda\Delta t + o(\Delta t)) \\
&= \min(i,n) \mu\Delta t + o(\Delta t) \\
&= \begin{cases} i\mu\Delta t, & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ n\mu\Delta t, & i = n, n+1, \dots \end{cases}
\end{aligned} \tag{3-19}$$

同理可以得到

$$p_{ij}(\Delta t) = p\{X(t+\Delta T) = j \mid X(t) = i\} = o(\Delta t), \quad |j-i| \geq 2 \tag{3-20}$$

所以

$$\begin{aligned}
p_{ij}(\Delta t) &= p\{X(t+\Delta T) = i \mid X(t) = i\} \\
&= \begin{cases} 1 - \lambda\Delta t - i\mu\Delta t + o(\Delta t), & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1 - \lambda\Delta t - n\mu\Delta t + o(\Delta t), & i = n, n+1, \dots \end{cases}
\end{aligned} \tag{3-21}$$

由以上的推导可知, 转移概率满足生灭过程定义, 所以 $\{X_i, t \geq 0\}$ 是生灭过程且出生率 λ_i 为

$$\lambda_i = \lambda, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3-22)$$

灭亡率为 μ_i 为

$$\mu_i = \begin{cases} i\mu, & i = 1, 2, \dots, n-1 \\ n\mu, & i = n, n+1, \dots \end{cases} \quad (3-23)$$

由于该过程是一个生灭过程, 则生灭过程的平稳分布存在即

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_k} < \infty \quad (3-24)$$

而

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{k-1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_k} &= \frac{\lambda_0}{\mu_1} + \frac{\lambda_0 \lambda_1}{\mu_1 \mu_2} + \dots + \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \mu_n} + \dots \\ &= \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2! \mu^2} + \dots + \frac{\lambda^n}{n! \mu^n} + \frac{\lambda^{n+1}}{n! \mu^{n+1}} + \dots \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \sum_{k=n}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \left(\frac{\lambda}{n\mu}\right)^k \end{aligned} \quad (3-25)$$

由 3-23 成立可得

$$\rho = \frac{\lambda}{n\mu} < 1 \quad (3-26)$$

此时, 该生灭过程存在平稳分布, 其分布为

$$\pi_k = \begin{cases} \frac{(n\rho)^k \pi_0}{k!}, & k = 1, 2, \dots, n-1 \\ \frac{n^n \rho^k \pi_0}{n!}, & k = n, n+1, \dots \end{cases} \quad (3-27)$$

$$\pi_0 = \left[\sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n\rho)^k}{k!} + \frac{(n\rho)^n}{n!(1-\rho)} \right]^{-1} \quad (3-28)$$

其中 π_k 表示系统处于平衡后系统中有 k 个乘客的概率。

3.6.2 排队系统特征

设该排队系统的队长为 X ，系统的等待队长为 X_q ，

则该排队系统的平均队长为

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{k=0}^{\infty} k\pi_k = \left(\sum_{k=0}^{n-1} \frac{k(n\rho)^k}{k!} + \sum_{k=n}^{\infty} \frac{kn^n\rho^k}{n!} \right) \pi_0 \\ &= \left(\sum_{k=0}^{n-1} \frac{k(n\rho)^k}{k!} + \frac{(n\rho)^n[\rho + n(1-\rho)]}{n!(1-\rho)^2} \right) \pi_0 \end{aligned} \quad (3-29)$$

而等待队长 X_q 的分布为

$$\begin{cases} p(X_q = k) = \pi_{n+k} = \frac{n^n \rho^{n+k}}{n!} \pi_0 \\ p(X_q = 0) = \sum_{j=0}^n \pi_j = \sum_{j=0}^n \frac{(n\rho)^j}{j!} \pi_0 \end{cases} \quad (3-30)$$

平均等待队长为

$$E(X_q) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k(n\rho)^k}{n!} \pi_0 = \frac{(n\rho)^n \rho}{n!(1-\rho)^2} \pi_0 = \frac{\rho\pi_n}{(1-\rho)} \quad (3-31)$$

平均占用服务台数 K 为

$$\begin{aligned} K &= E(X) - E(X_q) = \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n\rho)^k}{(k-1)!} + \frac{(n\rho)^n[\rho + n(1-\rho)]}{n!(1-\rho)^2} \right\} \pi_0 - \frac{(n\rho)^n \rho}{n!(1-\rho)^2} \pi_0 \\ &= \left\{ \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n\rho)^k}{(k-1)!} + \frac{(n\rho)^n}{(n-1)!(1-\rho)} \right\} \pi_0 \\ &= n\rho\pi_0 \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n\rho)^k}{(k-1)!} + \frac{(n\rho)^n}{n!(1-\rho)} \right\} \\ &= n\rho = \frac{\lambda}{\mu} \end{aligned} \quad (3-32)$$

$$E(X) = E(X_q) + K = \frac{\rho\pi_n}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \quad (3-33)$$

乘客的平均等待时间为

$$E(W) = \frac{E(X_q)}{\lambda} = \frac{\rho\pi_n}{\lambda(1-\rho)^2} \quad (3-34)$$

乘客在系统中的平均逗留时间 $T=W+Z$ ，则

$$E(T) = E(W) + E(Z) = \frac{\rho\pi_n}{\lambda(1-\rho)^2} + \frac{1}{\mu} \quad (3-35)$$

即公交车辆的排队时间为

$$t_p = \frac{\rho\pi_n}{\lambda(1-\rho)^2} \quad (3-36)$$

其中

$$\rho = \frac{\lambda}{n\mu}, \quad \lambda = \sum_{i=1}^n p_i / 3600, \quad \mu = 1/t_j \quad (3-37)$$

$$t_j = \begin{cases} p_a t_a + p_b t_b + t_{oc}, & \text{任意车门均可以上下乘客} \\ \max(p_a t_a, p_b t_b) + t_{oc}, & \text{前上后下} \end{cases} \quad (3-38)$$

式中：

t_j ——驻车时间(s)；

p_a ——下车的乘客人数；

t_a ——乘客单位下车时间(s/p)；

p_b ——上车的乘客人数；

t_b ——乘客单位上车时间(s/p)；

t_{oc} ——开关门时间(s)。

第四章 公交系统中车辆运行排队优化模型

4.1 χ^2 拟合检验判断交通流的分布规律

按照排队论的思想研究公交随机服务系统,研究输入过程的规律是提出好的服务机制的前提^{[44][45]}。因此,在有效的进行公交系统排队优化之前,必须对实际乘客交通流进行仔细分析。现在的问题是如何通过统计分析,找出输入过程的分布规律,包括乘客到达时间间隔的统计规律、每个到达时刻到达人数的统计规律等等;以及如果已知五分钟内乘客到达人数的数据,如何获取乘客的百分比到达率。本节研究如何判断交通流分布规律。

判断乘客到达规律是否服从某种分布是对该交通流按照排队论的方法进行交通分析和研究公交系统优化的基础。乘客到达站台是随机的,一般可看成是服从参数为 λ 的泊松分布。而且实际公交排队系统中,交通流大多数近似符合这种分布规律。本文以泊松分布的判断为例,利用 χ^2 的拟合检验法判断交通流分布规律的方法,这种方法同样适用判断其他分布规律的交通流。

4.1.1 假设检验的其本思想与一般步骤

1. 假设检验的基本思想及推理方法^[46]

对总体 X 的概率分布或分布参数作某种假设,然后根据抽样得到的样本观测值,运用数理统计的分析方法,检验这种假设是否正确,从而决定接受或拒绝假设,这样的统计推断过程就是假设检验。

上述分析推断运用了反证法的思想,但与纯数学上的反证法有所不同,这里的“不合理”不是逻辑上的绝对矛盾,而是基于经验“小概率事件在一次观测中可以认为基本不会发生”。假设检验把这条经验作为一条原则,根据这条原则,如果小概率事件在一次实验中发生了,则认为原来假设不成立。因此关于假设检验的基本思想是“概率性质的反证法”。

2. 显著性假设检验的一般步骤

(1) 根据实际问题要求提出原假设 H_0 与备择假设 H_1 , 即说明要检验的假设的内容。关于参数的假设检验的统计假设 H_0 , 用参数 θ 的等式、 \geq 、 \leq 来表示, 而相应的备择假设 H_1 可分别用参数的用参数 θ 的等式、 $>$ 、 $<$ 来表示, 通常等号只出现在 H_0 中;

(2) 在总体表达式为已知时, 选取一个合适的检验统计量 $T=T(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, 并在统计假设 H_0 成立的条件下确定该统计量 T 的精确分布或渐进分布;

(3) 根据统计量 T 的分布及给定的显著性水平 α ，以及

$$P_{H_0}(T \in C) = \alpha, \quad (4-1)$$

通过查有关分布的分位数值表，设检验的临界值，从而确定处检验的拒绝域 C ；

(4) 将实测样本值 (x_1, x_2, \dots, x_n) 代入统计量 T 中计算，得统计量的实测值 $T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ；

(5) 根据统计量的实测值 $T(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是否落入拒绝域 C 中而就拒绝 H_0 或接受 H_0 作出判断，从而结合专业分析，得出符合实际的结论。

注：在一个确定的检验法中，判断结果一是与显著性水平 α 的选取有关，二是与抽取的样本 $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ 有关。

4.1.2 χ^2 拟合检验过程

本文采用 χ^2 拟合检验法判断公交排队系统乘客到达人数是否服从 poisson 分布。

设公交排队系统乘客到达时间间隔服从分布函数为 $F(x)$ ， (x_1, x_2, \dots, x_n) 为取自总体的样本。

$H_0: F(x)=F_0(x)$ ($F_0(x)$ 为给定的指数分布函数。 H_0 为原假设)，

对 H_0 进行 χ^2 拟合检验的过程如下：

(1) 划分区间:首先用分点 $-\infty = t_0 < t_1 < t_2 \cdots t_{k-1} < t_k = +\infty$ 把母体 X 的值域分成 k 个互不相容的区间 $(-\infty, t_1], (t_1, t_2] \cdots (t_{k-1}, +\infty)$ ；(每个划分的区间包含不少于 5 个个体，若个体数少于 5 个时，则可以把这种区间并入相邻的区间，或者把几个频数都小于 5，但不一定相邻的区间合并成一个区间 i)

(2) 统计频数：设 (x_1, x_2, \dots, x_n) 是容量为 n 的样本的一组观测值， v_i 为样本观测值 (x_1, x_2, \dots, x_n) 中落入 $(t_{i-1}, t_i]$ 的频数，显然 $\sum_{i=1}^k v_i = n$ ，则 $\frac{v_i}{n}$ 是样本观测值落入 $(t_{i-1}, t_i]$ 的频数；

(3) 计算理论概率：求出 X 在 H_0 成立之下落在各组内的概率

$$p_i = F_0(t_i) - F_0(t_{i-1}) \quad (4-2)$$

并且算出理论频数 np_i ；

(4) 计算统计量：由 Borel 强大数定律知

$$P(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_i}{n} = p_i) = 1, \quad (4-3)$$

因此当 n 充分大时，可用

$$T := \sum_{i=1}^k c_i \left(\frac{n_i}{n} - p_i \right)^2, \quad (c_i \text{ 待定}) \quad (4-4)$$

来刻划 $F(x)$ 与 $F_0(x)$ 之间的差异且

若 T 较大，就拒绝 H_0 ；若 T 较小，就接受 H_0 。

取 $c_i = \frac{n}{p_i}$ ，则得

$$\chi^2 := \sum_{i=1}^k \frac{n}{p_i} \left(\frac{n_i}{n} - p_i \right)^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (4-5)$$

作为检验用的统计量，皮尔逊(K.pearson)证明了当 n 趋于无穷时，无论 $F(x)$ 是什么分布， χ^2 极限分布是自由度为 $k-1$ 的 χ^2 分布；

(5) 计算拒绝域：对于给定的显著性水平 α ，可以从 χ^2 分布表中查得分位点满足公式得到拒绝域 $P(\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2(k-1)) = \alpha$ ，得到拒绝域

$$W = (\chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(k-1)) \quad (4-6)$$

将样本观测值代入 (4-5) 计算得到的值，若 $\chi^2 \geq \chi_{1-\alpha}^2$ 则拒绝 H_0 ，若 $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2$ 则接受 H_0 。

使用上述 χ^2 拟合检验方法时，样本容量要大。划分区间时，每个区间包含的样本个数不能太少，太少时可通过并组的方法使 $np_i \geq 5$ 。在计算 $p_i = F_0(t_i) - F_0(t_{i-1})$ 时， $F_0(x)$ 必须完全确知才行，如果中 $F_0(x)$ 有 r 个参数未知，可用这些参数的极大似然估计量来代替，使得分布函数 $F_0(x)$ 完全确定，再按上

述方法进行检验, 不过此时 χ^2 的自由度为 $k-r-1$ 。

4.1.3 利用 χ^2 拟合检验法判断公共交通分布规律

采用上面介绍的 χ^2 拟合检验法来分析西安某站台某时刻的实际交通流数据, 通过调查统计 63 个半分钟内, 每半分钟内到达站台的乘客人数, 来检验每半分钟到达站台的乘客数服从泊松分布。

记 ξ 为每半分钟内到达站台的乘客数。

(1) 作统计假设 $H_0: \xi \sim P(\lambda)$, 或

$$H_0: F_{\xi}(x) = \sum_{k \leq x} \frac{\hat{\lambda}^k}{k!} e^{-\hat{\lambda}}$$

其中 $\hat{\lambda}$ 是 λ 的极大似然估计量, 即:

$$\hat{\lambda} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{180}{63} = 2.587$$

(2) 列表计算:

根据分组原则, 将 ξ 的一切可能取值 $\xi = 0, 1, 2, \dots$ 分为以下七组:

$$\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6, 7, 8, 9, \dots\}$$

然后计算出在 H_0 成立时的 $p_0, p_1, p_2, \dots, p_6$ 值如下:

$$p_1 = \frac{(2.8571)^0}{0!} e^{-2.8571} = 0.0574$$

$$p_2 = \frac{2.8571}{1!} e^{-2.8571} = 1.1641$$

$$p_3 = \frac{(2.8571)^2}{2!} e^{-2.8571} = 0.2344$$

$$p_4 = \frac{(2.8571)^3}{3!} e^{-2.8571} = 0.2233$$

$$p_5 = \frac{(2.8571)^4}{4!} e^{-2.8571} = 0.1595$$

$$p_6 = \frac{(2.8571)^6}{6!} e^{-2.8571} = 0.0911$$

$$p_7 = \sum_{k=6}^{\infty} \frac{(2.8571)^k}{k!} e^{-2.8571} = 1 - \sum_{k=1}^6 p_i = 0.0702$$

在此基础上列出下表 4.1:

组数 i	半分钟内 到达的乘 客数	实际分 钟数 n_k	假 设 概 率 P_k	期望分 钟数 $63P_k$	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
1	0	4	0.0574	3.62	0.0399
2	1	8	0.1641	10.34	0.5296
3	2	14	0.2344	14.77	0.0401
4	3	19	0.2233	14.07	1.7274
5	4	10	0.1595	10.05	0.0002
6	5	4	0.0911	5.74	0.5275
7	$\left\{ \begin{matrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ \geq 9 \end{matrix} \right\}$	$\left\{ \begin{matrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} \Bigg\} 4$	0.0702	4.42	0.0399
合计		63	1	63.00	2.9046

表 4.1 χ^2 拟合检验表

此时有

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^r \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k} \sim \chi^2(f) \quad f=7-1-1=5, \quad n=63. \tag{4-7}$$

(3) 给定显著性水平 $\alpha = 0.05$ ，由自由度 $f=5$ 以及

$$P_{H_0}(\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(5)) = \alpha \tag{4-8}$$

查 χ^2 分布上侧分位值表得这时检验的临界值 $\chi^2_{0.95}(5) = 11.07$ ，于是拒绝域为

$$C = \{\chi^2 \geq 11.07\}$$

(4) 由于实测值

$$\chi^2 = 2.9046 \notin C,$$

故不能拒绝 H_0 ，即可认为半分钟内到达该站台的人数 ξ 服从参数为 $\hat{\lambda}$ 的泊松分布。

以后在对论文交通流分析和交通系统优化计算所使用的交通流都是假定乘客到达率服从 poisson 分布规律。

4.2 一般排队系统优化模型

排队系统的最优化就是通过调整和控制排队系统使其处于最佳的运营状态。排队系统的最优化分为设计最优化和控制最优化两类^[48]。设计最优化也称为静态最优化，是指在一定质量指标下要求机构最经济，如输入结构与服务系统的最优设计、排队规则的最优设计等。控制最优化也称为动态最优化，是指对给定的系统，如何经营可使目标函数达到最优值。排队系统由两个方面组成，即顾客与服务机构，由服务机构把双方联合起来组成一个系统。顾客方总希望能够进入服务系统并能立刻得到服务，而且在系统中逗留的时间越短越好，因而服务台越多越好，服务效率越高越好，这样，顾客花费时间少遭受的损失就小。从服务一方考虑，当服务机构增加时就会增加投资，服务率提高也会增加开支，当服务机构空闲还会造成设备浪费，通常来说，服务部门有预算限制，因此设备增加也是有条件的。由此可见，对于一个排队系统的设计与运营管理，就需要考虑顾客与服务双方的利益，以便在某种合理指标上使系统达到最优化。对大多数实际问题来说，输入可以看作是由客观条件决定的，不受控制的，因此，解决这种问题的关键是确定服务率或服务台或选取顾客的服务规则或这几个量的组合，使之在某种意义下系统达到最优。最优化可以从服务一方考虑，也可从顾客、服务机构双方综合考虑（社会效益），优化指标可以是时间，也可以是费用。

如果从费用考虑，要求顾客等待损失费用与服务机构的支出费用之和达到最小值为最优，即最优的服务水平^{[49][50]}。排队损失费用是服务水平的函数，而且是减函数，服务费用则是服务水平的增函数。总费用=服务费用+排队损失费，当总费用最小时，他对应的服务水平即为最优服务水平。最优问题也可以从服务一方考虑，比如一个损失制服务系统，服务一个顾客，服务方面就得到一定的收入，服务率越高，损失的顾客就越少，则收入越多；另一方面，服务率越高，支出就越大。这时就求最优的服务率，使服务方纯收入达到最大。

假如设每个顾客在系统内逗留单位时间的损失费用为 ω 元，每个服务台单位

时间服务成本为 h 元, 则单位时间内平均损失总费用为

$$f(n) = \omega L_s(n) + hn \quad (4-9)$$

其中 $L_s(n)$ 表示开放 n 个服务台时系统中的等待队长。则使等待费用最小的 n 即为应开放的最优服务台数。为求最优的 n , 可采用边际分析法, 即所求的 n^* 必须同时满足

$$\begin{cases} f(n^*) < f(n^* - 1) \\ f(n^*) < f(n^* + 1) \end{cases} \quad (4-10)$$

即:

$$\begin{cases} \omega L_s(n^*) + hn^* < \omega L_s(n^* - 1) + h(n^* - 1) \\ \omega L_s(n^*) + hn^* < \omega L_s(n^* + 1) + h(n^* + 1) \end{cases} \quad (4-11)$$

整理化简得:

$$L_s(n^*) - L_s(n^* + 1) < \frac{h}{\omega} < L_s(n^* - 1) - L_s(n^*) \quad (4-12)$$

由上式即可求出 n^* , 即最优的服务台数。

在实际问题中要估计费用, 特别是顾客等待的损失费用是非常困难的, 因此发展出来一种愿望模型^{[51][52]}, 即根据意向水平来决定模型的最佳状态。例如确定模型中的最佳服务台数 n , 涉及互为矛盾的两项指标:

- (1) 顾客在系统中的平均等待时间 W_q ;
- (2) 服务台空闲时间的比例 I ;

对这两项指标, 决策者可以分别确定其意向的水平 α 和 β , 作为上述两项指标的上界值。对满足

$$W_q \leq \alpha, I \leq \beta \quad (4-11)$$

的 n 值即被看作是最佳的服务台数。愿望模型的求解思想可用图 4.1 来表示。从图中可以看出, n 可以在某个区间范围内取值。若 α 和 β 值定的过低时, 有可能发生无可行解的情况, 这时可以分别或同时提高 α 和 β 的值。

一个服务系统管理者的任务, 就在于依照顾客流到达的规律, 控制和调节服务系统, 使之处于最佳的运营状态, 既要适应满足顾客的要求, 又要使社会总费用 (或服务方纯收入) 最小 (最大), 或使其他指标达到最优, 这是动态最优化问题。依照顾客流到达的规律进行设计, 使一个服务系统具有最优性质, 这是静态最优化。所以, 服务系统的管理人员和设计人员要利用排队论的知识, 不断调查顾客到达的规律, 用调查的数据和排队论知识进行设计或调节服务水平以及其

他指标，使服务机构达到最佳状态。

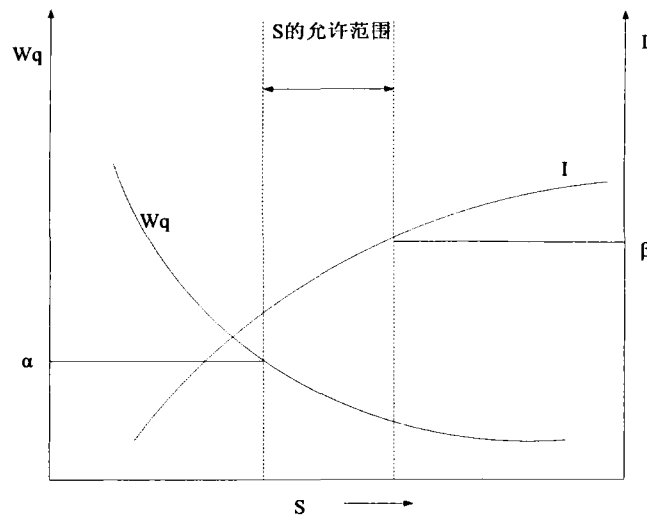


图 4.1 愿望模型求解思想图

4.3 公交车排队系统优化模型

公共交通是劳动密集型行业，决定了企业运作的成本是非常高的。企业每年要承担车辆的投入、维修、保养、人员工资、企业管理费用等一系列费用，而主要收益只来自乘客的票款收入。公交是一种面向工薪阶层的大众交通方式，其票价是按低标准确定的。要提高企业的效益，只能通过降低成本，主要是减少车辆、人员的投入，但又是以牺牲一定的乘客利益为代价的。

综上所述，乘客需求和公交企业需求是一对矛盾，满足乘客需求会牺牲企业利益,以企业利益为重又会损失乘客利益。因此，找到二者的平衡点，制定相应的行车计划，是调度优化的关键^[53-57]。

4.3.1 模型假设及符号

根据排队理论，对模型提出如下假设：

- （1）每个乘客来到站台是相互独立的，乘客到达站台后开始排队，在各站台候车乘客的人数服从参数为的 λ 的 Poisson 分布；
- （2）当车辆到达时，排队候车的乘客按照先到先上的原则按顺序上车，下车乘客也按照顺序先后下车，乘客上下车时间服从参数为 μ 的指数分布；
- （3）公交车安匀速运动（平均时速 20km），不考虑堵车或交通事故等情况；
- （4）公交车票价是固定不变的，不管哪站上车，票价都相同，公交车的每公里的成本是固定的；
- （5）该线路或该车次的所有公交车容量均相同。

模型中使用的参数符号和变量约定如下:

- K 起点站到终点站的总站数;
- S 起点站到终点站的距离 (km);
- S_k 第 k 站与第 $k+1$ 站之间的距离 (km), $k=1,2,\dots,K$;
- N_i 第 i 时段上车乘客数, $i=1,2,\dots,I$;
- n_{oik} 第 i 时段第 k 站候车乘客数, $i=1,2,\dots,I$;
- n_{1ik} 第 i 时段第 k 站上车乘客数, $i=1,2,\dots,I$;
- n_{2ik} 第 i 时段第 k 站下车乘客数, $i=1,2,\dots,I$;
- M 每辆公交的标准载客人数;
- M_{\max} 每辆公交的最大载客人数;
- M_{ik} 第 i 时段该公交从第 k 站开到第 $k+1$ 站期间在车上的乘客数;
- X_i 第 i 时段公交公司的发车数量;
- x 在时刻发出的第 x 辆车;
- T_i 第 i 时段起点站的发车周期 (min/辆);
- t 乘客候车时间 (min);
- t_i 第 i 时段乘客在站台的平均候车时间, 包括等候时间与上车时间;
- $t_{i\max}$ 第 i 时段乘客在站台的最长候车时间;
- λ 乘客平均到达率 (人/min);
- μ 乘客平均上下车时间 (min/人);
- π 总效益;
- U 公交公司收益;
- C_0 公交公司的总运营成本;
- C_1 因乘客流失而造成的损失;
- C_2 乘客因等车而造成的社会效益损失;
- C_H 公交公司每天固定成本;
- C_V 公交车运行每公里的单位成本;
- A 每天人均生产值;
- P 车票价格 (元)。

4.3.2 问题分析与模型建立

以兼顾公交公司的经营效益和其服务的社会效益为基础, 本节的讨论从建立包含公交公司的经营效益和其服务的社会效益的总效益函数开始。

为使公交公司在制定车辆调度计划时既考虑公司的利益又兼顾社会效益, 按

式(1)构造总效益函数:

$$\pi = U - C_0 - C_1 - C_2 \quad (4-12)$$

其中 U 为公交公司的每天运营收入, 则

$$U = p \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K n_{1ik} \quad (4-13)$$

C_0 为公交公司的运营成本, 由运行总距离乘以单位成本, 每天固定成本构成。

$$C_0 = \left(\sum_{k=1}^K S_k \right) \left(\sum_{i=1}^I X_i \right) C_V + C_H \quad (4-14)$$

C_1 为公交公司因乘客候车离去而造成的损失, 等于总候车人数与上车人数之差乘以票价。

$$C_1 = P \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (n_{0ik} - n_{1ik}) \quad (4-15)$$

C_2 为乘客因等车而造成的损失 (机会成本), 候车时间越长, 损失越大。它等于所有人的候车时间总和折合成标准工作日 (8h/日) 再乘上该地区人均生产值。

$$C_2 = \frac{A}{8 \times 60} \sum_{i=1}^I (t_i \sum_{k=1}^K n_{0ik}) \quad (4-16)$$

式(5)中 t_i 为乘客候车时间的期望值, 即乘客的平均候车时间。

定理 4.1: 在一个 poisson 过程里, 假定 t 以前有 n 个事件发生, 则这 n 个事件发生时刻为均匀随机变数, 分布在 $(0, t)$ 之间。

证明: 令 $H(t_1, \dots, t_n, h_1, \dots, h_n) = p[t_i \leq T_i \leq t_i + h_i, i = 1, \dots, n | N(t) = n]$

$$H(t_1, \dots, t_n, h_1, \dots, h_n) = \frac{p[\text{在 } (t_i, t_i + h_i) \text{ 中恰有一件事发生, 其他区间则无}]}{p(N(t) = n)} \quad (4-17)$$

在上式中我们假定

(i) $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$,

(ii) $\{h_i | i = 1, \dots, n\}$ 为 n 个小数

因而 $(t_i, t_i + h_i)$ (其中 $i = 1, \dots, n$) 互不相互交叠。由于 $N(t)$ 为泊松过程, 在 $(t_i, t_i + h_i)$

中恰有一件事情发生的概率为 $\lambda h_i e^{-\lambda h_i}$ ，而在 $(t_i + h_i, h_{i+1})$ 之间没有时间发生的概率为 $e^{-\lambda(t_{i+1} - t_i - h_i)}$ ，所以上式的分子就等于

$$\prod_{i=1}^n \lambda h_i e^{-\lambda h_i} \cdot e^{-\lambda(t - \sum_{i=1}^n h_i)} \quad (4-18)$$

而这个结果与 $p[N(t) = n] = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!}$ 的比值却是

$$H(t_1, \dots, t_n, h_1, \dots, h_n) = h_1 \cdots h_n \frac{n!}{t^n}, \quad 0 < t_1 < \cdots < t_n \quad (4-19)$$

按照 H 的定义可知， $\tau_1 < \tau_2, \dots < \tau_n$ 的联合密度函数为

$$f(t_1, \dots, t_n) = \lim_{\substack{h_i \rightarrow 0 \\ i=1, \dots, n}} \frac{H(t_1, \dots, t_n, h_1, \dots, h_n)}{h_1 \cdots h_n} = \frac{n!}{t^n} \quad 0 < t_1 < \cdots < t_n < t \quad (4-20)$$

而这正是 n 个定义在 $(0, t)$ 上的随机变数在按大小排列后的密度函数，因此保证 $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ 为均匀随机变数。（如果不依大小次序排列则 n 个事件的时刻的联合密度函数就是 $1/t^n$ ）证毕。

根据以上定理，乘客于第 i 时段第 x 辆车进站前的到达时间是一个分布在 $(xT_i, (x+1)T_i)$ 之间的均匀随机变量， $x=1, 2, \dots, x_i$ ，即乘客候车的平均期望为

$$E(t - xT_i) = E(t) - E(xT_i) = \frac{(x+1)T_i + xT_i}{2} - xT_i = \frac{T_i}{2} \quad (4-21)$$

当车到达时，乘客开始上车和下车，这个服务过程服从参数为 μ 的指数分布，则每个乘客上下车时间的期望为 $1/\mu$ ，故每个乘客的平均逗留时间等于排队时间加上下车时间，即

$$t_i = \frac{T_i}{2} + \frac{1}{\mu} \quad (4-22)$$

将 (4-22) 式代入 (4-16) 式中有

$$C_2 = \frac{A}{8 \times 60} \sum_{i=1}^I \left(\left(\frac{T_i}{2} + \frac{1}{\mu} \right) \sum_{k=1}^K n_{0ik} \right) \quad (4-23)$$

把式 (4-13)，(4-14)，(4-15) 和 (4-23) 代入式 (1)，得

$$\pi = p \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (2n_{1ik} - n_{0ik}) - ((\sum_{k=1}^K s_i)(\sum_{i=1}^I \frac{60}{T_i})C_V + C_H) - \frac{A}{480} \sum_{i=1}^I \left(\left(\frac{T_i}{2} + \frac{1}{\mu} \right) \sum_{k=1}^K n_{0ik} \right) \quad (4-24)$$

由于第 i 时段发车次数 $X_i = 60/T_i$ ，带入上式整理得：

$$\pi = p(2N_1 - N_0) - ((\sum_{i=1}^I X_i)SC_V + C_H) - (\frac{A}{16} \sum_{i=1}^I \frac{N_{0i}}{X_i} + V_0) \quad (4-25)$$

$$\text{其中: } V_0 = \frac{N_0 I A}{480 \mu}, \quad N_1 = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K n_{1ik}, \quad N_0 = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K n_{0ik}, \quad S = \sum_{i=1}^I s_i, \quad N_{0i} = \sum_{k=1}^K n_{0ik},$$

将式 (4-25) 作为目标函数，其中有几个约束条件，为了使乘客得到满意的服务，乘客的等待时间不能太长，即乘客于第 i 时段在第 k 站的等待时间应小于 $t_{i\max}$ ，即

$$\frac{T_i}{2} + \frac{1}{\mu}(n_{1ik} + n_{2ik}) \leq t_{i\max} \quad (4-26)$$

其中 $(n_{1ik} + n_{2ik})$ 为第 i 时段在第 k 站上下车的人数， $t_{i\max}$ 为最大候车时间，这个可以由实际情况给定。第 i 时段发车次数 $X_i = 60/T_i$ ，带入式 (4-26) 得

$$X_i \geq \frac{1}{t_{i\max}} \left(\frac{n_{1ik} + n_{2ik}}{\mu} + 30 \right) \quad (4-27)$$

此外，公交车的载客量有一定的限制，第 i 时段公交车从第 k 站开往第 $k+1$ 站期间车上的乘客数与该时段的发车次数有关，即

$$m_{ik} = m_{ik-1} + \frac{n_{1ik} - n_{2ik}}{X_i}, \quad k=1,2,\dots,K \quad (4-28)$$

故第 i 时段的载客容量对发车次数的限制条件为

$$\frac{m_{ik}}{M_{\max}} \leq X_i, \quad k=1,2,\dots,K \quad (4-29)$$

其中 M_{\max} 为车辆载客人数上限。综合式 (4-25)、(4-26) 和 (4-29)，建立在式

(4-26) 和 (4-29) 约束条件下，求目标函数 (4-25) 的最大的规划模型，即

$$\max \pi = p(2N_1 - N_0) - ((\sum_{i=1}^I X_i)SC_V + C_H) - (\frac{A}{16} \sum_{i=1}^I \frac{N_{0i}}{X_i} + V_0); \quad (4-30)$$

$$\text{S.t. } X_i \geq \max \left\{ \frac{1}{ti \max} \left(\frac{n_{1ik} + n_{2ik}}{\mu} + 30 \right), \frac{m_{ik}}{M_{\max}} \right\}; \quad (4-31)$$

$$k = 1, 2, \dots, K; i = 1, 2, \dots, I$$

式 (4-30) 可以分解为时段子模型, 第 i 时段的子模型为

$$\max \pi_i = p(2N_{li} - N_{oi}) - (SX_i C_v + \frac{C_H}{I}) - (\frac{A}{16} \frac{N_{oi}}{X_i} + \frac{V_0}{I}); \quad (4-32)$$

$$\text{S.t. } X_i \geq \max \left\{ \frac{1}{ti \max} \left(\frac{n_{1ik} + n_{2ik}}{\mu} + 30 \right), \frac{m_{ik}}{M_{\max}} \right\}; \quad (4-33)$$

$$k = 1, 2, \dots, K; i = 1, 2, \dots, I;$$

式 (4-32) π_i 可以整理为

$$\pi_i = (p(2N_{li} - N_{oi}) + \frac{C_H}{I} - \frac{V_0}{I}) - SX_i C_v - \frac{A}{16} \frac{N_{oi}}{X_i} \quad (4-34)$$

式 (4-34) 中 π_i 中第一部分为常数, 第二部分为 X_i 的单调递增函数, 第三部分为 X_i 的单调递减函数。因此 π_i 是关于发车次数 X_i 的单峰函数。通过带入满足式 (4-33) 所定下界的正函数, 不难求出最优车次数 X_i 。

4.4 模型求解与仿真

参数 S_k 、 n_{oik} 、 n_{1ik} 、 n_{2ik} 、 m_{ik} 为实际统计数据, 根据统计可以得出。在求解上述模型时, 我们假定 $n_{oik} = n_{1ik}$, 即在站台候车的乘客都上车, 无人离开。 n_{1ik} 和 n_{2ik} 根据实际统计数据给定。

以下模型参数按照题设要求给定或实际情况推算。

每辆公交车载客量: $M=100$ 人 (标准), $M_{\max}=120$ 人 (最大容量);

乘客最大等待时间: 上下班高峰期 $t_{\max}=5$ (分钟), 非高峰期 $t_{\max}=10$ (分钟);

乘客平均上下车时间: $\mu=15$ 人/min;

该线路运营固定成本: $C_H=3600$ 元/日 (包括工资等其他费用);

公交车运行单位成本： $C_v=10$ 元/km（包括油耗，折旧等费用）。

人均产值：假定该城市人均生产总值为 60000 元，则 $A=60000/365=164$ （元/日）；

车票价格： $p=1$ 元。

下面考虑一条公交线路上公交车的调度问题，其数据来自我国一座特大城市某条公交线路的客流调查和运营资料^[58]（资见附录 A）。

该条公交线路上行方向共 14 站，下行方向共 13 站，第 3-4 页给出的是典型的一个工作日两个运行方向各站上下车的乘客数量统计。公交公司配给该线路同一型号的大客车，每辆标准载客 100 人，据统计客车在该线路上运行的平均速度为 20 公里/小时。运营调度要求，乘客候车时间一般不要超过 10 分钟，早高峰时一般不要超过 5 分钟，车辆满载率不应超过 120%，一般也不要低于 50%。

根据这些资料和要求，为该线路设计一个便于操作的全天（工作日）的公交车调度方案，包括两个起点站的发车时刻表；一共需要多少辆车；这个方案以怎样的程度照顾到了乘客和公交公司双方的利益。

假定该线路公交车上下行方向共 13 站，对模型（4-32）、（4-33）和（4-34），根据附录 A 给出的数据和以上参数，分别对上行方向和下行方向逐段求解，所得的车辆调度方案在表 4.2 中列出。

表 4.2 各时段发车周期表及利润估算

时段	上行方向A0⇒A13			下行方向A13⇒A0		
	发车周期/min	利润/元	发车数量/辆	发车周期/min	利润/元	发车数量/辆
5:00-6:00	8	-186	7	10	-1027	6
6:00-7:00	2	2016	29	6	357	10
7:00-8:00	1.2	2223	50	1.2	1198	28
8:00-9:00	2.2	1737	27	1.9	1204	32
9:00-10:00	4	1084	15	3.3	637	18
10:00-11:00	5	649	12	5.5	408	11
11:00-12:00	4.3	712	14	6	215	10
12:00-13:00	5	619	12	7.5	221	8

13:00-14:00	6	601	10	6.7	167	9
14:00-15:00	6	423	9	6	276	10
15:00-16:00	6	413	9	6	408	13
16:00-17:00	2.9	1371	21	2.7	878	22
17:00-18:00	2.1	1725	28	1.7	1676	36
18:00-19:00	6	584	9	6	1272	24
19:00-20:00	10	-24	6	5.5	375	11
20:00-21:00	10	-212	6	7.5	213	8
21:00-22:00	10	-458	6	7.5	171	8
22:00-23:00	10	-1018	6	10	-698	6
合计		12259	276		7955	270

如按表 4.2 发车，行车时间加上乘客上下车时间，从起点站到终点站平均需要 70min，一天最多可走 17 次，上下行线路至少需要 32 辆公交车，平均候车时间为 5 分钟，公交公司在一个工作日的利润为 20214 元，计算中不同的地区参数会有所差异，可根据实际情况调整。该模型兼顾公司利益与社会利益，保证乘客满意的基础上实现了公司的最大利润。

第五章 公交系统发展规模优化配置分析

对一个城市公交系统来说,其发展规模与控制是十分重要的方面,也是急需解决的问题,它的实施对公共交通行业的资源优化配置,城市公共交通体系的协调发展有着非常重要的意义。

本章主要从宏观的角度,把城市某条线路的公交车运营看作为一个随机系统^{[59][60]},将公交车处于服务状态时当作一个“生”的过程,而停靠始发站等待发车的公交车当作一个“灭”的过程,运用随机系统理论中的生灭过程对其进行分析,从而得出在一定的乘客需求下,系统中服务车辆和空闲车辆的合理比例。

5.1 公交系统发展规模控制模型——生灭过程理论

设 $X(t)$ 是一个有限状态的生灭过程^[18],在状态 i 具有参数“出生率” λ_i 和“灭亡率” μ_i , ($i=1,2,\dots,N$), 状态转移概率矩阵 $p_{ij}(t)$ 是平稳的。即对全部 $i, j=0,1,2,\dots,N$, 有:

$$p_{ij}(t) = p\{X(t+s) = j \mid X(s) = i\} \quad s \geq 0 \quad (5-1)$$

式中, N 是过程 $X(t)$ 的状态数, S 表示系统的初始时刻。由生灭过程的马尔可夫性知, 当 $|i-j| \geq 2$ 时, $p_{ij}(t)$ 满足 Kolmogorove 方程:

$$\dot{p}_{i0}(t) = -\lambda_0 p_{i0}(t) + \mu_1 p_{i1}(t) \quad (5-2)$$

$$p'_{ij}(t) = -p_{ij}(t)(\lambda_i + \mu_i) + p_{i-1}(t)\lambda_{i-1} + p_{i+1}(t)\mu_{i+1} \quad (5-3)$$

其边界条件为

$$p_{ij}(0) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (5-4)$$

对一般不具有吸引态的生灭过程^[59], 可以证明存在一个极限分布 $\{\pi_j\}$ 独立于初始状态 i , 即:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_j(t) = \sum_{i \in S} p_i p_{ij}(t) = \pi_j \quad (5-5)$$

这里 π_j 的含义是指, 在过程趋于平衡时系统处于状态 j 的概率。令 $t \rightarrow \infty$,

根据式 (5-4) 和 (5-5), 对式 (5-2)、(5-3) 两边取极限得:

$$0 = -\lambda_0 \pi_0 + \mu_1 \pi_1 \quad j = 0 \quad (5-6)$$

$$0 = -\pi_j (\lambda_j + \mu_j) + \pi_{j-1} \lambda_{j-1} + \pi_{j+1} \mu_{j+1} \quad j \geq 1$$

用递推方法可以得到式 (5-6) 的解, 令:

$$\theta_0 = 1$$

$$\theta_j = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{j-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_j} \quad j \geq 1 \quad (5-7)$$

则有: $\pi_1 = \frac{\lambda_0 \pi_0}{\mu_1} = \theta_1 \pi_0$ 。不妨令: $\pi_k = \theta_k \pi_0$, $k = 1, 2, \dots, j$, 则有:

$$\mu_{j+1} \pi_{j+1} = \lambda_j \theta_j \pi_0; \quad \pi_{j+1} = \theta_{j+1} \pi_0 \quad (5-8)$$

若序列 $\{\pi_j\}$ 满足概率分布, 则有 $\sum_{j=0}^N \pi_j = 1$ 。如果 $\sum_{j=0}^N \theta_j < \infty$, 则对上式求和得:

$$\sum_{j=0}^N \pi_j = \sum_{j=0}^N \theta_j \pi_0 = 1, \text{ 由前面假设有: } \pi_0 = 1 / \sum_{k=0}^N \theta_k, \text{ 则有:}$$

$$\pi_j = \theta_j \pi_0 = \theta_j / \sum_{k=0}^N \theta_k \quad j = 0, 1, \dots, N \quad (5-9)$$

5.2 公交系统发展规模的优化配置

假设在公交路网系统某条线路上, 有一定数量的公交车在运行。公交车自始发站发车后即认为该辆公交车处于服务状态; 反之, 在始发站等待发车的公交车即认为处于空闲状态。在整条线路中所有公交车始终处于服务和空闲两个状态上不断变换, 该线路上公交车总数量保持不变。一段时间后, 如果乘客的需求量和路网的通行能力是平稳的, 则该线路公交车运营必达到一种平衡状态^[61-63]。即该线路上服务车辆与空闲车辆之比为常数。

5.2.1 公交系统发展规模的生灭过程分析

不妨将这条线路上所有公交车在公交路网上运行看做是一个生灭过程。如果公交车从服务状态变为空闲状态, 则称为“生”的过程; 反之, 从空闲状态变为服务状态, 则称为“灭”的过程, 我们运用上一节的生灭过程来描述和研究公交

车运行系统特征。

令：N 表示该条公交路线上公交车的数量；

$X(t)$ 表示在时间 t 时刻处于空闲状态的公交车数量；

$Y(t) = N - X(t)$ 表示 t 时刻处于服务状态的公交车数量；

λ 表示平均“出生率”，即公交车从服务状态变为空闲状态所需的平均速率，
则 λ^{-1} 表示公交车从服务状态变为空闲状态所需平均时间；

μ 表示平均“灭亡率”，即公交车从空闲状态变为服务状态所需的平均速率，
则 μ^{-1} 表示公交车从空闲状态变为服务状态所需的平均时间。

对有限状态的生灭过程 $X(t)$ 而言，每一个状态值都对应公交系统中空闲的公交车数量。当 $X(t) = n$ 时：

$$\text{系统出生率: } \lambda_n = \lambda(N-n) \quad n=1,2,\dots,N;$$

$$\text{系统灭亡率: } \mu_n = \mu n \quad n=1,2,\dots,N$$

根据式 (5-7) 可知：

$$\theta_0 = 1, \quad \theta_1 = N/\mu, \quad \theta_2 = \lambda N \lambda(N-1)/\mu(2\mu), \quad \dots$$

$$\theta_k = \frac{N(N-1)\cdots(N-K+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdots K} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) = \binom{N}{k} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \quad (5-10)$$

令 $x = \frac{\lambda}{\mu}$ ，有二项公式 $(1+x)^N = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} x^k$ 得：

$$\sum_{k=0}^N \theta_k = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)^N \quad (5-11)$$

因此，

$$\pi_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)^{-N} = \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^N \quad (5-12)$$

$$\pi_k = \binom{N}{k} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^N = \binom{N}{k} \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^k \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^{N-k} \quad (5-13)$$

这里， π_k 即是在系统趋于平衡时，公交系统中正处于空闲的公交车数为 k

的概率。

上式说明 π_k 是服从二项分布，故其期望为

$$E(X) = \sum_{k=1}^N k\pi_k = \sum_{k=1}^N k \binom{N}{k} \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu} \right)^k \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right)^{N-k} = \frac{N\lambda}{\lambda + \mu} \quad (5-14)$$

相应的停靠站台等候乘客上车的公交车数期望为

$$E(Y) = N - E(x) = N - \frac{N\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{N\mu}{\lambda + \mu} \quad (5-15)$$

显然， λ 是与公交路网通行能力有关的参数， λ^{-1} 表示公交车从服务状态变为空闲状态所需的平均时间。因此，路网通行能力越好， λ 越大， λ^{-1} 越大。由式（5-15）可见，公交系统中处于服务状态的车辆数的均值随 λ 的增大而减少，亦即随路网通行能力的增大而减少。非高峰期，路网通行能力好， λ 变大， λ^{-1} 变小，即服务时间变小；上下班高峰期，路网通行能力差， λ 变小， λ^{-1} 变大，即服务时间变大。另一方面，参数 μ 与该线路候车人数有关， μ^{-1} 表示公交车从空闲状态变为服务状态所需平均时间，表现为发车时间间隔。非高峰期，该线路上总候车人数变少，即 μ 变小， μ^{-1} 变大，即发车时间间隔变大；上下班高峰期，总候车人数变多，即 μ 变大， μ^{-1} 变小，即发车时间间隔变小。由式（5-14）可见，公交系统中处于空闲状态的公交车数随 μ 的增大而减小，亦即随候车人数的增大而减小。

令公交系统中处于空闲状态与处于服务状态的公交车数之比为 σ ，则

$$\sigma = \frac{E(x)}{E(Y)} = \frac{\lambda}{\mu} \quad (5-16)$$

由此可见， σ 随 λ 增大而增大，随 μ 增大而减小。根据 λ 和 μ 的含义可知， σ 随路网通行能力增大而增大，随乘客需求增大而减少。 σ 值大小可间接反映出某条线路公交系统运行是否合理。 σ 值过大，乘客满意，公交公司花费成本变大而不满意，相反 σ 值过小，公交公司满意，乘客等待时间长而不满意。因此，合理制定 σ 值，对这条线路的公交系统来说很重要。在不同时间段，路网的通行能力和乘客需求量（候车人数）是不同的。在上下班高峰期，路网通行能力差而乘客需求又大， σ 变小；非高峰期，路网通行能力好，乘客需求小， σ 变大；在平稳时期，公交系统中处于空闲状态与处于服务状态的车辆数保持相对稳定，即

σ 值保持不变。

5.2.2 公交系统发展规模控制指标的确定

对不同规模的城市, σ 一般不同。城市规模小, 出行距离短, 乘客需求相对较小, σ 较小; 城市规模大, 出行距离长, 乘客需求相对较大, σ 较大。 σ 值与参数 λ 和 μ 有关, 而式 (5-16) 可改为:

$$\sigma = \frac{E(x)}{E(Y)} = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\mu^{-1}}{\lambda^{-1}} \quad (5-17)$$

λ^{-1} 表示公交车从服务状态变为空闲状态所需平均时间, 即行车时间 (包括站台载客时间); μ^{-1} 表示公交车从空闲状态变为服务状态所需的平均时间, 即发车间隔时间。在不同时间段, λ^{-1} 、 μ^{-1} 不同, 公交公司应在不同时间段, 调查计算 λ^{-1} 、 μ^{-1} 值, 从而得出不同时间段的 σ 值。不同线路的公交车, 由于乘客需求不同, 线路长短不同, 故 σ 值不尽相同。一般情况下采用交通平稳期的 σ 值可作为评价该线路公交系统发展规模是否合理的理论依据, 从而为公交部门的管理者制订下一步的发展规划提供方向。

但是此理论有其自身的局限性, 这个理论的整个过程只考虑到乘客的等待及乘车时间因素, 没有考虑其他的影响因素。而公共交通系统的影响因素除乘客外, 城市的交通结构、城市公共交通发展水平、城市规模和城市化水平、城市政府的交通发展目标和管理方式等, 也都会对公交车的需求产生重要影响。公交车的需求实际上是经济发展水平、居民收入、公交价格、公共交通水平以及城市规模、政府政策等诸多影响因素的函数^[60]。所以运用生灭过程理论确定的结果要结合其他的影响因素综合考虑, 才能客观地评价一个城市现状的公交车规模是否合理, 从而确定公交车未来的发展方向。

第六章 结论与展望

6.1 论文的主要研究成果

大城市的发展和城市居民生活水平的提高,刺激了交通需求的极速膨胀,城市机动化给城市居民带来了交通的自由、方便与灵活,但同时大城市交通问题已成为世界各国大城市经济发展中面临的一个共同难题。为了缓解交通拥挤许多大城市不惜耗巨资加大道路建设力度虽然暂时缓和了某些路段,却诱发了小汽车数量的再次增加,进一步刺激了交通需求的增长,使交通更加拥挤甚至瘫痪,从而城市又陷入了“拥挤—建设—缓和—一再拥挤”积重难返的怪圈。公共交通发展问题,其理论研究已经很多,而基于排队论方法的公共交通系统运营优化问题是一个崭新的课题,本文应用马尔可夫排队理论对公共交通系统运营进行分析,以便能够更好地对解决城市公共交通问题,更具有现实的指导意义。

由于公交系统是一个极其复杂的离散事件系统(DES),对其分析和建模十分困难。本文研究的重要内容就是提出一套简单、实用的公交系统的分析和建模方法。本文主要取得了以下几方面的研究成果:

1. 本文对公交车辆在公交车站的消耗时间进行了详细的分析。采用排队论来定量分析公交车站的车辆排队等待时间,并且就我国目前的机非混合行驶造成的延误时间加大的现象也通过相关的参数表征。该成果对于公交车站的改造和该车站公交线路的调整前后对比分析具有较高的参考价值,也为公交系统运营优化提供了基础。

2. 应用 χ^2 检验法判断实际交通流的分布规律,包括乘客到达时间分布,乘客到达时间间隔分布等。建立了一般排队系统运营的优化模型,通过调整和控制排队系统使其处于最佳的运营状态,如果从费用考虑,要求顾客等待损失费用与服务机构的支出费用之和达到最低。

3. 通过建立公交系统运营的马尔可夫排队模型,使其公交公司的经营效益和其服务的社会效益的总效益达到最大。通过实例运用证实了本模型的合理性,运用此模型,可找到公交公司需求与乘客需求的平衡点,并制定相应的行车计划。

4. 本文对公交系统发展规模运用生灭过程理论进行了分析,得出在一定的乘客需求下,系统中服务车辆和空闲车辆的合理比例,为合理规划公交运营系统以及评价城市公交车的发展规模是否合理提供可靠的理论依据。

6.2 进一步研究方向

公共交通是社会经济发展的一项基础设施,也是社会经济全面发展的需要。

由于时间和本人水平有限, 还存在许多不足, 在进一步研究中需要关注的方向:

1. 本文提出的公交系统排队模型, 在乘客数据统计方面, 除收集乘客上下车外, 还应收集各站台的候车人数, 确定客源流失情况。此外如对高峰期时段的统计时间间隔可以再分细些, 可以更准确的反映客流变化的实际情况。

2. 考虑更为全面的影响因素进一步完善文中提出的公交系统发展规模控制模型, 更加合理的确定城市公交车发展规模的 σ 值, 并对城市的公共交通发展现状进行评价, 确定未来的发展方向。

最后敬请各位老师、专家们批评指正。谢谢

致谢

光阴荏苒，西电的研究生生活也将随着论文完成而接近尾声。回首这两年半宝贵的，快乐的求学生活，不禁感慨万千！

本文从选题到定稿都得到了导师施宏伟教授的多次指导。两年半的研究生学习生活中，导师在学业上悉心指导，在生活上给予了很多的关心和帮助，并给予许多的实践机会。导师渊博的知识、严谨的治学态度、宽广坦荡的胸怀、洒脱的为人处世态度、甘为人梯的精神是我一生学习之楷模。在此谨向导师致以衷心的感谢，并祝愿我的导师科研更上一层楼，桃李誉满天下！

感谢经济管理学院赵捧未教授，李华教授，于江霞老师以及其他老师们，使我在读研期间有幸聆听他们的教诲，感谢各位同学在学业和生活上对我的关心和鼓励。

深深感谢我得父母和家人，正是你们二十多年的默默付出和无私的奉献，使我能够顺利的完成自己的学业，追求自己的理想。

再一次向所有关心、支持和帮助我的老师、同学、朋友和亲人表示衷心的感谢！

参考文献

- [1] 吴良铺. 纵论城市化与城市现代化[R]. 大众科技报, 2002.
- [2] 李春明、龚乐群. 公交优先解决长沙市交通拥堵的战略决策[J]. 城市公交规划与管理, 2000. 1.
- [3] TCRP. Operation Analysis of Bus Lanes on Arterials Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., 1997.
- [4] Transportation Research Board, National Research Council Highway Capacity Manual Special Report 209. Third Edition. Washington, DC: Transportation Research Board, 1994.
- [5] 张南. 公交优先通行系统研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2003. 4.
- [6] 王亚飞. 关于优先发展我国城市公共交通的研究[D]. 西安: 长安大学, 2001. 4.
- [7] 陈学武、李淑娟. 城市公共交通优先权的目标、效果与措施[J]. 中国市政工程, 2001. 6.
- [8] 李京、王伟. 对城市“公共交通优先”的思考[J]. 广东公安科技, 1998(4).
- [9] 徐慰慈. 城市交通规划论[M]. 同济大学出版社, 1998, 3.
- [10] 韩皓、哈斯、杨东援. 国内外大城市交通发展战略及政策研究[J]. 内蒙古工业大学学报(社会科学版), 2001. 1.
- [11] 李林波、万燕花. 关于城市公共交通系统发展的思考[J]. 综合运输, 2003. 5.
- [12] 张林峰、范炳全、吕智林. 公共交通工具最优组合模型及算法研究[J]. 上海理工大学学报, 2003. 2.
- [13] 白李妍、张弥. 城市公共交通系统方案比选的简便方法[J]. 北方交通大学学报, 1999. 10.
- [14] 李媛媛. 城市公共交通建设策略研究—以西安市为例[D]. 西安: 长安大学, 2004. 1.
- [15] 孟玉珂. 排队论基础及应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 1989.
- [16] 陆大淦. 随机过程及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1986. 8.
- [17] 徐光辉. 随机服务系统(第二版)[M]. 北京: 科学出版社, 1988. 9.
- [18] 张卓奎, 陈慧婵. 随机过程[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2003. 5.
- [19] 侯振挺, 郭先平著. 马尔可夫决策过程[M]. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1998. 3.
- [20] 王梓坤. 生灭过程与马尔科夫链[M]. 北京: 科学出版社, 1980. 1.
- [21] 孙荣恒、李建平. 排队论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2002, 10.
- [22] 姜紫峰. 高速公路动态交通流的建模与控制策略[J]. 信息与控制, 1996,

- 25(4):224-232.
- [23]刘锐. 城市公共交通网络容量研究[D]. 西安: 长安大学, 2004. 1.
- [24]朱补、陈学武. 多线路公交停靠站点车辆延误分析与对策[J]. 中国市政工程, 2002(2):63-67.
- [25]Department for international development:World bank urban Transport strategy review-mass rapid transit in developing contries, Final report,July 2000,Halcrow group limited united states general accounting office.MASS TRANSIT:bus rapid transit shows promise.GAO-01-984, September 2001
- [26]TCRP, Transit Capacity and Quality of Service Manual: First Edition, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D,C. 1999.
- [27]TCRP.Operational Analysis of Bus Lanes on Arterials. Transportation Research Board, National Research Council, Washington,D.C,1997.
- [28]Finn B.public Transport and ihtermodal Transport[C].EU-China Conference on ITS and Transport Telematics Applications.Beijing.China.1997.
- [29]王伟、过秀成等. 交通工程学[M]. 南京:东南大学出版社. 2000. 10.
- [30]李作敏. 交通工程学[M]. 北京:人民交通出版社. 2002 年 4 月第 2 版.
- [31]城市伟, 李刚炎. 城公交停靠时间延误分析与对策[J]. 公路与汽车, 2006(12)
- [32]朱祿, 陈学武. 多线路公交停靠站车辆延误分析与对策[J]. 中国市政工程, 2002(6).
- [33]郭四玲, 韦艳芳. 公交车停靠时间的统计分析[J]. 广西师范大学学报:自然科学版, 2006(6).
- [34]彭庆艳, 郭冠英. 公共汽车停靠时间研究[J]. 城市公交规划与管理, 2002(2).
- [35]彭庆艳, 杨东援. 公共汽车中途站停靠时间模型[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2002(22):60-62.
- [36]陈茜, 牛学勤, 陈学载等. 公交线路发车频率优化模型[J]. 公路交通科技, 2004. 21(2):103~105.
- [37]郭四玲, 韦艳芳. 公交车停靠时间的统计分析[J]. 广西师范大学学报{自然科学版}, 2006(6).
- [38]周志中, 周亚平. 一类批量服务排队系统的求解[J]. 运筹与管理, 2000, 19(1), 21-25.
- [39]刘沃野, 吴洪臣, 吴振宇. 排队论在交通控制中的应用[J]. 数理统计与管理, 1998(10):33-36.
- [40]王思明. 一类多站服务系统的状态与状态转移[J]. 运筹与管理,

- 1999, 18(3):53-57.
- [41] 《运筹学》教材编写组. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社, 1990, 2.
- [42] 卜月华、吴建专等. 图论及其应用[M]. 南京:东南大学出版社, 2002. 7.
- [43] 丹尼尔 L. 鸿洛夫、马休 J, 休伯著. 交通流理论 (美国运输科学研究所专题报告 65 号). 北京:人民交通出版社. 1983 年 7 月. 第 1 版.
- [44] 王振世. 基于马尔可夫排队论的电梯高峰期群控方法的研究[D]. 天津:天津大学, 2002. 1.
- [45] 宋军远. 基于马尔可夫络排队论的电梯优化配置方法的研究[D]. 天津大学, 2003. 6.
- [46] 魏宗舒等. 概率论与数理统计教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982. 3.
- [47] Wolfgang S. Homburger, (editor), *Transportation and traffic engineering hand book, second edition*, 1982, Institute of transportation engineers.
- [48] 官建成. 随机服务过程及其在管理中的应用[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 1994.
- [49] 麦宇雄, 卢永昌, 覃杰. 排队服务系统 (排队论) 在集装箱码头中的应用[J]. 水运工程, 2007(5): 39-42.
- [50] 范文宇, 苑辉. 基于排队论的银行客户服务系统问题研究[J]. 价值工程, 2005(12): 52-56.
- [51] 于由. 服务营销中的排队问题分析[J]. 华东经济管理, 2002(3):70-75.
- [52] 李季涛. 铁路车站售票窗口排队系统模拟优化[J]. 铁道运输与经济, 2007(12)
- [53] 何宝泉, 吴斯浩, 陆文辉等. 公交车调度优化模型[J]. 暨南大学学报 (自然科学版), 2003(10):65-70
- [54] 贾青, 谢剑英. 离散随机事件优化控制在电梯群控系统中的应用[J]. 信息与控制, Vol. 23, No. 3, June, 1994.
- [55] 牛雪琴, 陈茜, 王伟. 城市公交线路调度发车频率优化模型[J]. 交通运输工程学报, 2003(12):68-72.
- [56] 陈茜. 城市常规公交线路车辆调度发车优化研究[D], 南京: 东南大学, 2002.
- [57] 陈茜, 牛雪琴, 陈学武等. 公交线路发车频率优化模型[J]. 公路交通科技, 2004(2): 105-108.
- [58] 2001 年全国数学模型竞赛 B 题. www.csiam.edu.cn.
- [59] 周晶, 何健敏, 盛昭瀚. 城市出租车运营系统的随机分析[J]. 管理工程学报, 2000(1):63-66.
- [60] 胡军红. 城市出租汽车交通发展策略研究[D]. 南京: 东南大学. 2005. 3.
- [61] Fernandez Rodrigo. Expert system for the preliminary design and location of

high-capacity bus-stops. *Traffic Engineering & Control*, 1993, 34(11): 533-539.

[62]R.E. Allsop. University of London Center for Transport Studies Report. *Traffic Engineering & Control*, 1997. Feb.

[63]Alan T, Murray R, Davis R.J., Stimson L. Ferreira. Public transportation access. *Transportation Research Part D*, 1998, 3(5): 319-328.

附录 A

某路公交汽车各时组每站上下车人数统计表										上行方向：A13 开往 A0					
站名		A13	A12	A11	A10	A9	A8	A7	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
站间距 (公里)			1.6	0.5	1	0.73	2.04	1.26	2.29	1	1.2	0.4	1	1.03	0.53
5:00-6:00	上	371	60	52	43	76	90	48	83	85	26	45	45	11	0
	下	0	8	9	13	20	48	45	81	32	18	24	25	85	57
6:00-7:00	上	1990	376	333	256	589	594	315	622	510	176	308	307	68	0
	下	0	99	105	164	239	588	542	800	407	208	300	288	921	615
7:00-8:00	上	3626	634	528	447	948	868	523	958	904	259	465	454	99	0
	下	0	205	227	272	461	1058	1097	1793	801	469	560	636	1871	1459
8:00-9:00	上	2064	322	305	235	477	549	271	486	439	157	275	234	60	0
	下	0	106	123	169	300	634	621	971	440	245	339	408	1132	759
9:00-10:00	上	1186	205	166	147	281	304	172	324	267	78	143	162	36	0
	下	0	81	75	120	181	407	411	551	250	136	187	233	774	483
10:00-11:00	上	923	151	120	108	215	214	119	212	201	75	123	112	26	0
	下	0	52	55	81	136	299	280	442	178	105	153	167	532	385
11:00-12:00	上	957	181	157	133	254	264	135	253	260	74	138	117	30	0
	下	0	54	58	84	131	321	291	420	196	119	159	153	534	340
12:00-13:00	上	873	141	140	108	215	204	129	232	221	65	103	112	26	0
	下	0	46	49	71	111	263	256	389	164	111	134	148	488	333
13:00-14:00	上	779	141	103	84	186	185	103	211	173	66	108	97	23	0
	下	0	39	41	70	103	221	197	297	137	85	113	116	384	263
14:00-15:00	上	625	104	108	82	162	180	90	185	170	49	75	85	20	0
	下	0	36	39	47	78	189	176	339	139	80	97	120	383	239
15:00-16:00	上	635	124	98	82	152	180	80	185	150	49	85	85	20	0

	下	0	36	39	57	88	209	196	339	129	80	107	110	353	229
16:00-17:00	上	1493	299	240	199	396	404	210	428	390	120	208	197	49	0
	下	0	80	85	135	194	450	441	731	335	157	255	251	800	557
17:00-18:00	上	2011	379	311	230	497	479	296	586	508	140	250	259	61	0
	下	0	110	118	171	257	694	573	957	390	253	293	378	1228	793
18:00-19:00	上	691	124	107	89	167	165	108	201	194	53	93	82	22	0
	下	0	45	48	80	108	237	231	390	150	89	131	125	428	336
19:00-20:00	上	350	64	55	46	91	85	50	88	89	27	48	47	11	0
	下	0	22	23	34	63	116	108	196	83	48	64	66	204	139
20:00-21:00	上	304	50	43	36	72	75	40	77	60	22	38	37	9	0
	下	0	16	17	24	38	80	84	143	59	34	46	47	160	117
21:00-22:00	上	209	37	32	26	53	55	29	47	52	16	28	27	6	0
	下	0	14	14	21	33	78	63	125	62	30	40	41	128	92
22:00-23:00	上	19	3	3	2	5	5	3	5	5	1	3	2	1	0
	下	0	3	3	5	8	18	17	27	12	7	9	9	32	21

某路公交汽车各时组每站上下车人数统计表 下行方向：A0 开往 A13														
站名		A0	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13
站间距(公里)			1.56	1	0.44	1.2	0.97	2.29	1.3	2	0.73	1	0.5	1.62
5:00-6:00	上	22	3	4	2	4	4	3	3	3	1	1	0	0
	下	0	2	1	1	6	7	7	5	3	4	2	3	9
6:00-7:00	上	795	143	167	84	151	188	109	137	130	45	53	16	0
	下	0	70	40	40	184	205	195	147	93	109	75	108	271
7:00-8:00	上	2328	380	427	224	420	455	272	343	331	126	138	45	0
	下	0	294	156	157	710	780	849	545	374	444	265	373	958
8:00-9:00	上	2706	374	492	224	404	532	333	345	354	120	153	46	0
	下	0	266	158	149	756	827	856	529	367	428	237	376	1167

9:00-10:00	上	1556	204	274	125	235	308	162	203	198	76	99	27	0
	下	0	157	100	80	410	511	498	336	199	276	136	219	556
10:00-11:00	上	902	147	183	82	155	206	120	150	143	50	59	18	0
	下	0	103	59	59	246	346	320	191	147	185	96	154	438
11:00-12:00	上	847	130	132	67	127	150	108	104	107	41	48	15	0
	下	0	94	48	48	199	238	256	175	122	143	68	128	346
12:00-13:00	上	706	90	118	66	105	144	92	95	88	34	40	12	0
	下	0	70	40	40	174	215	205	127	103	119	65	98	261
13:00-14:00	上	770	97	126	59	102	133	97	102	104	36	43	13	0
	下	0	75	43	43	166	210	209	136	90	127	60	115	309
14:00-15:00	上	839	133	156	69	130	165	101	118	120	42	49	15	0
	下	0	84	48	48	219	238	246	155	112	153	78	118	346
15:00-16:00	上	1110	170	189	79	169	194	141	152	166	54	64	19	0
	下	0	110	73	63	253	307	341	215	136	167	102	144	425
16:00-17:00	上	1837	260	330	146	305	404	229	277	253	95	122	34	0
	下	0	175	96	106	459	617	549	401	266	304	162	269	784
17:00-18:00	上	3020	474	587	248	468	649	388	432	452	157	205	56	0
	下	0	330	193	194	737	934	1016	606	416	494	278	448	1249
18:00-19:00	上	1966	350	399	204	328	471	289	335	342	122	132	40	0
	下	0	223	129	150	635	787	690	505	304	423	246	320	1010
19:00-20:00	上	939	130	165	88	138	187	124	143	147	48	56	17	0
	下	0	113	59	59	266	306	290	201	147	155	86	154	398
20:00-21:00	上	640	107	126	69	112	153	87	102	94	36	43	13	0
	下	0	75	43	43	186	230	219	146	90	127	70	95	319
21:00-22:00	上	636	110	128	56	105	144	82	95	98	34	40	12	0
	下	0	73	41	42	190	243	192	132	107	123	67	101	290
22:00-23:00	上	294	43	51	24	46	58	35	41	42	15	17	5	0
	下	0	35	20	20	87	108	92	69	47	60	33	49	136

研究成果

在硕士研究生期间取得的科研成果如下：

一、参加科研情况

1. 参与由导师主持的科研项目“渭河流域水资源和环境可持续发展”。(项目编号: 06Jk075)
2. 参与由西安高新区管理委员会发展策划局主持的科研项目“西安高新区企业发展状况调查研究”。

二、发表论文情况

1. 施宏伟, 胡兵. 基于生灭过程特征分析的公共服务系统运作决策[J]. 统计与决策. 已录用. 2009 年 3 月发表.
2. 施宏伟, 胡兵. 基于公共资源优化配置的城市公共服务系统选址决策与评价模型研究[J]. 中国人口资源与环境. 2008, 18(1):105-108.
3. 戴继龙, 胡兵, 赵静. 矩阵方程 $XAX=A$ 的解的讨论[J]. 临沂师范学院学报. 2008, 22(6):15-18.
4. 施宏伟, 胡兵. 乡镇企业在西部新农村建设中的产业化效用[J]. 体改委员会论文集. 2007.