Logic Gate Fundamentals Part- 3.2

Topics to cover:-

1. **Boolean Algebra & Characteristics**
2. **Boolean Variable and Constant**
3. **Boolean Postulates- OR, AND**
4. **Boolean Complements**
5. **Boolean Duality Principle**
6. **Fundamental Operations of Boolean Algebra**
7. **Truth Table**
8. **Boolean Theorem**

Boolean Algebra

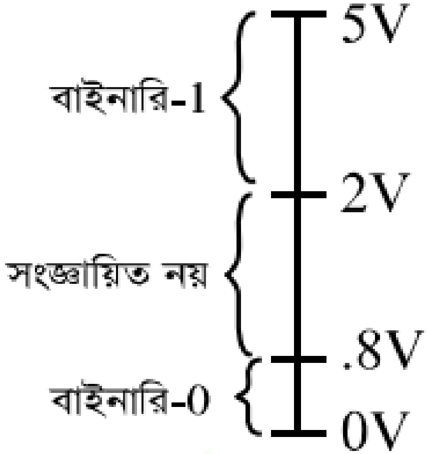
01. বুলিয়ান অ্যালজেবরা (Boolean Algebra)

বুলিয়ান অ্যালজেবরার উদ্ভাবক হলেন ইংল্যান্ডের একটি বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রখ্যাত ইংরেজ গণিতবিদ জর্জ বুলি (George Boole)। ১৮৫৪ সালে জর্জ বুলি সর্বপ্রথম আবিষ্কার করেন যে, গণিত ও যুক্তির মধ্যে সুস্পষ্ট সম্পর্ক রয়েছে। গণিত ও যুক্তির যোগসূত্র প্রমাণের জন্য গেইট ও যুক্তি বর্তনী ব্যবহার করা হয়।

চিত্র: জর্জ বুলি

জর্জ বুলি æMathematics of logic” নামে তাঁর গবেষণা গ্রন্থ প্রকাশ করেন। ঐ গবেষণা গ্রন্থে যুক্তির যে ধারণা পাওয়া যায় তার উপর ভিত্তি করে গড়ে উঠলো নতুন অ্যালজেবরা। তাঁর নাম অনুসারে এ অ্যালজেবরাকে নামকরণ করা হয় বুলিয়ান অ্যালজেবরা। এটি যুক্তি অ্যালজেবরা বা বুলিয়ান বীজগণিত নামেও পরিচিত। বুলিয়ান অ্যালজেবরা মূলত লজিকের সত্য অথবা মিথ্যা- এ দুটি স্তরের উপর ভিত্তি করে তৈরি করা হয়েছে। বুলিয়ান অ্যালজেবরার এ দুটি অবস্থার (State) জন্য পরবর্তী সময়ে যখন কম্পিউটারে বাইনারি সংখ্যা পদ্ধতি ব্যবহার শুরু হয়, তখন বুলিয়ান অ্যালজেবরার সত্য ও মিথ্যাকে বাইনারির "1" এবং “0” দ্বারা পরিবর্তন করে নিতেই কম্পিউটারের সমস্ত গাণিতিক সমস্যা বুলিয়ান অ্যালজেবরার সাহায্যে করা সম্ভব হয়।

কোনো সার্কিটে বিদ্যুতের উপস্থিতিকে 1 ধরা হয় এবং বিদ্যুতের অনুপস্থিতিকে 0 ধরা হয়। ডিজিটাল সিস্টেমে ভোল্টেজ লেভেল 0 থেকে .8 ভোল্টকে লজিক 0 ধরা হয় এবং ভোল্টেজ লেভেল 2 থেকে 5 ভোল্টকে লজিক 1 ধরা হয়। ডিজিটাল সিস্টেমে +0.8 ভোল্ট থেকে +2 ভোল্ট লেভেল সংজ্ঞায়িত নয় বিধায় ব্যবহার করা হয় না।



বুলিয়ান চলকের দুটি মান থাকায় বুলিয়ান অ্যালজেবরা দশমিক অ্যালজেবরার তুলনায় অনেক সহজ পদ্ধতি। বুলিয়ান অ্যালজেবরার কোনো ধরনের ভগ্নাংশ, লগারিদম, বর্গ, ঋণাত্মক সংখ্যা, কাল্পনিক সংখ্যা ইত্যাদি ব্যবহার করা হয় না।

বুলিয়ান অ্যালজেবরার তিন ধরনের মৌলিক ক্রিয়া সম্পাদন করে। ক্রিয়াগুলো হলো—

১. অর অপারেশন (OR Operation) বা যৌক্তিক যোগ (Logical Addition)
২. অ্যান্ড অপারেশন (AND Operation) বা যৌক্তিক গুণ (Logical Multiplication)
৩. নট অপারেশন (NOT Operation) বা যৌক্তিক উল্টানো (Logical Inversion)

এ তিনটি মৌলিক ক্রিয়ার জন্য তিন ধরনের লজিক বর্তনী ব্যবহার করা হয়। এ লজিক বর্তনীগুলো হলো অর (OR), অ্যান্ড (AND) এবং নট (NOT)। এসব লজিক বর্তনীগুলো মৌলিক লজিক গেইট নামে পরিচিত।

বুলিয়ান অ্যালজেবরার বৈশিষ্ট্য (Characteristics of Boolean Algebra)

১. বুলিয়ান অ্যালজেবরায় মাত্র দুটি অঙ্ক '0' এবং '1' ব্যবহৃত হয়।
২. বুলিয়ান চলকের দুটি মান থাকায় বুলিয়ান অ্যালজেবরা দশমিক অ্যালজেবরার তুলনায় অনেক সহজ পদ্ধতি।
৩. বুলিয়ান অ্যালজেবরায় কোনো ধরনের ভগ্নাংশ, লগারিদম, বর্গ, ঋণাত্মক সংখ্যা, কাল্পনিক সংখ্যা ইত্যাদি ব্যবহার করা যায় না।
৪. বুলিয়ান অ্যালজেবরায় শুধুমাত্র যোগ ও গুণের মাধ্যমে সমস্ত গাণিতিক কাজ করা যায়।
৫. বুলিয়ান অ্যালজেবরায় কোনো ধরনের জ্যামিতিক বা ত্রিকোণমিতিক সূত্র ব্যবহার করা যায় না।

02. বুলিয়ান চলক ও ধ্রুবক (Boolean Variable and Constant)

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় দুটি বাইনারি অঙ্ক 0 এবং 1 ব্যবহার করা হয়। ডিজিটাল ইলেকট্রনিক্সে ব্যবহৃত বৈদ্যুতিক সংকেতকে দুটি পৃথক বিদ্যুৎ প্রবাহ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। অর্থাৎ ডিজিটাল বর্তনীর কোনো স্থানের প্রবাহিত বিদ্যুৎ বা ভোল্টেজের পরিমাণের ভিত্তিতে বলা যায় যে, স্থানটি উচ্চ স্তরে প্রবাহিত হচ্ছে অথবা নিম্ন স্তরের ভোল্টেজ প্রবাহিত হচ্ছে। এ দুটি স্তরকে নির্দিষ্ট করা হয় যথাক্রমে '1' এবং '0' দ্বারা। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যার মান সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে বুলিয়ান ধ্রুবক বলে। যেমন- $A = 0 + 1$, এখানে 0 এবং 1 হচ্ছে বুলিয়ান ধ্রুবক। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যার মান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় তাকে বুলিয়ান চলক বলে। যেমন- $C = A + B$, এখানে A ও B হচ্ছে বুলিয়ান চলক। ধ্রুবকের মান সব সময় অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু চলকের মান সময়ের সাথে সাথে পরিবর্তিত হয়। বিভিন্ন ইলেকট্রনিক বর্তনীর ইনপুট ও আউটপুটের লজিক অবস্থা নির্দিষ্ট করার জন্য বুলিয়ান চলক ও ধ্রুবক ব্যবহার করা হয়।

03. বুলিয়ান স্বত্বঃসিদ্ধ (Boolean Postulates)

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় সমস্ত গাণিতিক কাজ করা হয় যৌক্তিক যোগ এবং যৌক্তিক গুণের সাহায্যে। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় শুধুমাত্র যৌক্তিক যোগ ও যৌক্তিক গুণের নিয়মগুলোকে বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধগুলোকে দুভাগে ভাগ করা যায়। যথা:

১. যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of OR)
২. গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of AND)

যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of OR)

যোগের সময় বুলিয়ান অ্যালজেবরা যেসব নিয়ম মেনে চলে তাকে যোগের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। যোগের সময় বুলিয়ান চলকগুলোর মানের মধ্যে যে যোগ চিহ্ন (+) ব্যবহার করা হয় তা প্রচলিত যোগের চিহ্ন নয়। বুলিয়ান অ্যালজেবরায় এ যোগ চিহ্নকে লজিক্যাল যোগ বা (Logical OR) হিসেবে ব্যবহার করা হয়। যোগের চারটি নিয়ম প্রচলিত। যথা–

(1) $0 + 0 = 0$
(2) $0 + 1 = 1$
(3) $1 + 0 = 1$
(4) $1 + 1 = 1$

প্রথম তিনটি সমীকরণ সাধারণ বীজগণিতের নিয়ম মেনে চলছে কিন্তু 4নং সমীকরণ $1+1=1$ এর সাথে সাধারণ বীজগণিতের কোনো মিল নেই। সুতরাং প্রতীয়মান হচ্ছে যে, বুলিয়ান যোগ (+) চিহ্ন এবং সাধারণ + চিহ্নকে বুঝায় না। বুলিয়ান যোগকে বলা হয় লজিক্যাল অ্যাডিশন (Logical Addition) অথবা লজিক্যাল অর অপারেশন (Logical OR Operation)।

উপরের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ থেকে বলা যায় যে, বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যোগের (OR) ক্ষেত্রে যেকোনো একটির মান 1 হলে যোগফল 1 হবে, অন্যথায় 0 হবে।

গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ (Boolean Postulates of AND)

গুণের সময় বুলিয়ান অ্যালজেবরা যেসব নিয়ম মেনে চলে তাকে গুণের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলে। গুণের সময় বুলিয়ান চলকগুলোর মানের মধ্যে গুণ চিহ্ন (.) ব্যবহার করা হয়। লজিক গুণের চারটি নিয়ম প্রচলিত। যথা:

(1) $0 . 0 = 0$
(2) $0 . 1 = 0$
(3) $1 . 0 = 0$
(4) $1 . 1 = 1$

উপরের বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ বলা যায় যে বুলিয়ান অ্যালজেবরায় গুণের (AND) ক্ষেত্রে যেকোনো একটির মান 0 হলে গুণফল 0 হবে, অন্যথায় 1 হবে। বুলিয়ান গুণকে লজিক্যাল মাল্টিপ্লিকেশন (Logical Multiplication) অথবা লজিক্যাল অ্যান্ড অপারেশন (Logical AND Operation) বলা হয়।

04. বুলিয়ান পূরক (Boolean Complement)

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় যেকোনো চলকের মান 0 অথবা 1 হয়। এ 0 এবং 1 কে একটি অপরটির বুলিয়ান পূরক বলা হয়। বুলিয়ান পূরকে ' – ' বা ' ' ' চিহ্নের মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। যেমন: 0 এর বুলিয়ান পূরক 1 এবং 1 এর বুলিয়ান পূরক 0। গণিতের ভাষায় লেখা হয়

A এর পূরক $\overline{A}$ বা A'

যদি A এর মান 0 হয় তবে $\overline{A} = 1$

যদি A এর মান 1 হয় তবে $\overline{A} = 0$

বুলিয়ান বীজগণিতে পূরকের ব্যবহার খুবই গুরুত্বপূর্ণ। বুলিয়ান বীজগণিতে অঙ্ক করতে গেলে প্রায়ই পূরক নির্ণয় করতে হয়।

বুলিয়ান পূরকের সূত্র:

1. $\overline{0} = 1$
2. $\overline{1} = 0$
3. $\overline{\overline{A}} = A$

05. বুলিয়ান দ্বৈত নীতি (Boolean Duality Principle)

বুলিয়ান অ্যালজেবরায় ব্যবহৃত সকল উপপাদ্য বা সমীকরণ যে দুটি নিয়ম মেনে একটি বৈধ সমীকরণ থেকে আর একটি বৈধ সমীকরণ নির্ণয় করা যায় তাকে বুলিয়ান দ্বৈত নীতি বলে। অর্থাৎ বুলিয়ান অ্যালজেবরায় অর (OR) এবং অ্যান্ড (AND) সাথে সম্পর্কযুক্ত সকল উপপাদ্য বা সমীকরণ দ্বৈত নীতি মেনে চলে। এ নিয়ম দুটি হলো–

১. 0 এবং 1 পরস্পর বিনিময় করে অর্থাৎ 0 এর পরিবর্তে 1 এবং 1 এর পরিবর্তে 0 ব্যবহার করে।

২. অর (+) এবং অ্যান্ড (.) পরস্পর বিনিময় করে অর্থাৎ অর (+) এর পরিবর্তে অ্যান্ড (.) এবং অ্যান্ড (.) এর পরিবর্তে অর (+) ব্যবহার করে।

উদাহরণ: $1 + 1 = 1$ সমীকরণে

1 এর পরিবর্তে 0 এবং (+) এর পরিবর্তে (.) বসিয়ে পাই

$0.0 = 0$ এটাও একটি বৈধ সমীকরণ।

আবার, $0.1 = 0$ সমীকরণে 0 এর পরিবর্তে 1 ও 1এর পরিবর্তে 0 এবং (.) এর পরিবর্তে (+) বসিয়ে পাই $1 + 0 =1$ এটাও একটি বৈধ সমীকরণ।

06. বুলিয়ান অ্যালজেবরায় মৌলিক যুক্তিমূলক অপারেশনসমূহ (Fundamental Operations of Boolean Algebra)

যৌক্তিক চলকের বেলায় তিন ধরনের ক্রিয়া বা অপারেশন হয়। এদেরকে যুক্তিমূলক অপারেশন বলে। যুক্তিমূলক অপরেশনসমূহ হলো অর (OR), অ্যান্ড (AND) এবং নট (NOT)। অর এবং অ্যান্ড কাজ করে একের অধিক চলকের মধ্যে আর নট অপারেশন কাজ করে শুধু একটি চলক নিয়ে। অপারেশনসমূহ বোঝানোর জন্য যে চিহ্ন ব্যবহৃত হয় তাকে অপারেটর বলে।

অর (OR) অপারেশন: দুটি বুলিয় চলক A ও B কে অর করলে, অর অপারেশনে প্রাপ্ত রাশির মান সত্য হবে যদি ও কেবল যদি A ও B এর অন্তত একটির মান সত্য হয়। A ও B উভয়ের মান মিথ্যা হলে, অর অপারেশনে প্রাপ্ত রাশির মান মিথ্যা হবে। দুইয়ের অধিক চলকের বেলায় যেকোনো একটি চলক সত্য হলে অর অপারেশন-এর ফল সত্য হয়। ফলাফল মিথ্যা হতে হলে সবগুলো চলকের মান মিথ্যা হতে হয়। দুটি চলকের জন্য পাশের সত্যক সারণির মাধ্যমে অর অপারেশন দেখানো হলো।

সত্যক সারণি

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

অর অপারেশনকে অনেক সময় বুলিয়/যুক্তিমূলক যোগ বলা হয় এবং + চিহ্ন দিয়ে নির্দেশ করা হয়। অর্থাৎ A অর B কে A + B লেখা হয়। যোগ চিহ্ন দিয়ে প্রকাশ করলেও যুক্তিমূলক যোগ প্রচলিত বীজগাণিতিক যোগের মতো নয়। অরকে $\vee$ চিহ্ন দিয়েও প্রকাশ করা হয়।

সত্যক সারণি

A	B	A*B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

অ্যান্ড (AND) অপারেশন: দুটি বুলিয় চলক A ও B কে অ্যান্ড করলে, অ্যান্ড অপারেশনে প্রাপ্ত রাশির মান সত্য হবে যদি ও কেবল যদি A ও B এর উভয়ের মান সত্য হয়। A ও B এর যেকোনো একটির মান মিথ্যা হলে অ্যান্ড অপারেশনে প্রাপ্ত রাশির মান মিথ্যা হবে। দুয়ের অধিক চলকের ক্ষেত্রে সবগুলো চলক সত্য হলে অ্যান্ড অপারেশন-এর ফল সত্য হয়। ফলাফল মিথ্যা হতে হলে যেকোনো একটি চলকের মান মিথ্যা হতে হয়। দুটি চলকের জন্য পাশের সত্যক সারণির মাধ্যমে অ্যান্ড অপারেশন দেখানো হলো। অ্যান্ড অপারেশনকে অনেক সময় বুলিয়/যুক্তিমূলক গুণ বলা হয় এবং * চিহ্ন দিয়ে নির্দেশ করা হয়। অর্থাৎ A অ্যান্ড B কে A * B লেখা হয়। সংক্ষেপ করার জন্য A*B কে AB লেখা হয়। অ্যান্ডকে ∧ চিহ্ন দিয়েও প্রকাশ করা হয়।

সত্যক সারণি

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

নট (NOT) অপারেশন: নট কেবল একটি মাত্র চলকের ওপর কাজ করে। মিথ্যাকে নট করলে সত্য এবং সত্যকে নট করলে মিথ্যা হয়। সারণিতে নট অপারেশন দেখানো হলো। নট অপারেশন বোঝানোর জন্য চলকের উপরে বার ($\bar{A}$) অথবা চলকের পাশে প্রাইম (A') চিহ্ন দেওয়া হয়। নটকে ~ চিহ্ন দিয়েও প্রকাশ করা হয়।

07. সত্যক সারণি (Truth Table)

কোনো বুলিয় স্বাধীন চলকগুলোর মানের সম্ভাব্য সব বিন্যাসের জন্য ফাংশনের যে মান হয় তা টেবিল আকারে দেখানো যায়। এরূপ টেবিলকে ঐ ফাংশনের সত্যক সারণি বলে। সত্যক সারণিতে বুলিয়ান অ্যালজেবরা বা লজিক্যাল অপারেশন গেইট-এর মাধ্যমে input মানের ওপর ভিত্তি করে output মান প্রকাশ করা হয়। পাশের সত্যক সারণিতে A ও B দুটি চলকের জন্য 2^n কম্বিনেশনে একসেট মানের (4টি) জন্য লজিক ফাংশন $Y = f(A, B)$ সত্যক সারণিতে প্রকাশ করা হলো। তেমনি ৩টি ইনপুট থাকলে $2^3 = 8$টি ধাপ হবে। এ রকম সত্যক সারণি ব্যবহার করে তোমরা বিভিন্ন লজিক্যাল অপারেশন ও লজিক বর্তনী, উপপাদ্যসমূহ যাচাই করবে।

সত্যক সারণি (Truth Table)

ইনপুট		আউটপুট
A	B	$Y = f(A, B)$

08. ## বুলিয়ান উপপাদ্য (Boolean Theorem)

যেসব উপপাদ্য ব্যবহার করে জর্জ বুল (George Boole) সকল প্রকার যুক্তিসজ্ঞাত বিষয়ের গাণিতিক রূপ প্রদান করেন সেগুলোই মূলত বুলিয়ান উপপাদ্য। বুলিয়ান অ্যালজেবরার সাধারণ উপপাদ্যগুলো নিচে লেখা হলো।

মৌলিক উপপাদ্য (Basic Theorem):

যোগের ক্ষেত্রে	গুণের ক্ষেত্রে
১. $A + 0 = A$	১. $A \cdot 0 = 0$
২. $A + 1 = 1$	২. $A \cdot 1 = A$
৩. $A + A = A$	৩. $A \cdot A = A$
৪. $A + \bar{A} = 1$	৪. $A \cdot \bar{A} = 0$

সহায়ক উপপাদ্য (Secondary Theorem):

১. $A(A+B) = A$

২. $A + AB = A$

৩. $A + \bar{A}B = A + B$

৪. $\bar{A} + AB = \bar{A} + B$

৫. $A + \bar{A}\bar{B} = A + \bar{B}$

৬. $\bar{\bar{A}} = A$

বিনিময় উপপাদ্য (Commulative Theorem):

১. $A + B = B + A$

২. $A \cdot B = B \cdot A$

অনুষঙ্গ উপপাদ্য (Associative Theorem):

১. $A + (B + C) = (A + B) + C$

২. $A(BC) = (AB)C$

বিভাজন উপপাদ্য (Distributed Theorem):

১. $A(B + C) = AB + AC$

২. $A + BC = (A + B)(A + C)$

৩. $\bar{A} + A\bar{B} = \bar{A} + \bar{B}$

৪. $A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$

৫. $\overline{A \oplus B} = AB + \bar{A}\bar{B}$

সংক্ষিপ্ত শোষণসূত্র (Absorptive law):

1. $A + AB = A$
2. $A.(A + B) = A$
3. $A.(\bar{A} + B) = B$

উপরোক্ত উপপাদ্যসমূহে চলকের মান 0 বা 1 ধরে যেকোনো উপপাদ্য প্রমাণ করা যায়। আবার সত্যক সারণির সাহায্যেও সূত্রগুলো প্রমাণ করা যায়।

বুলিয়ান অ্যালজেবরা যোগের নিয়ম:

i. $0 + 0 = 0$ ii. $0 + 1 = 1$

iii. $1 + 0 = 1$ iv. $1 + 1 = 1$

বুলিয়ান অ্যালজেবরা গুণের নিয়ম:

i. $0.0 = 0$ ii. $0.1 = 0$

iii. $1.0 = 0$ iv. $1.1 = 1$

Ex- **প্রমাণ কর,** $A.\bar{A} = 0$

প্রমাণ: যদি $A = 1$ হয় তবে $\bar{A} = 0$

বামপক্ষ $= A.\bar{A}$

$= 1.0$

$= 0$

$=$ ডানপক্ষ

যদি $A = 0$ হয় তবে $\bar{A} = 1$

বামপক্ষ $= A.\bar{A}$

$= 0.1$

$= 0$

$=$ ডানপক্ষ

$\therefore$ বুলিয়ান চলক A এর যেকোনো মানের জন্য $A.\bar{A} = 0$ (প্রমাণিত)

১. $A + \bar{A} = 1$

$A = 0$ হলে $\bar{A} = 1$

অথবা $A = 1$ হলে $\bar{A} = 0$

বামপক্ষ $= A + \bar{A}$

$= 0 + 1$

$= 1 =$ ডানপক্ষ

অথবা, $A + \bar{A}$

$= 1 + 0$

$= 1$

$\therefore$ বামপক্ষ $=$ ডানপক্ষ

২. $A + AB = A$

বামপক্ষ $= A + AB$

$= A \,.\, 1 + AB$

$= A(1 + B)$

$= A.\,1$

$= A$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৩. $A(\overline{A} + B) = AB$

বামপক্ষ $= A(\overline{A} + B)$

$= A \,.\, \overline{A} + AB$

$= 0 + AB$

$= AB$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৪. $A + B.C = (A + B).(A + C)$

ডানপক্ষ $= (A + B).(A + C)$

$= A.A + A.C + B.A + B.C$

$= A + A.C + A.B + B.C$

$= A(1 + C + B) + B.C$

$= A \,.\, 1 + B.C$

$= A + B \,.\, C$

= বামপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৫. $(A + B)(A + \overline{B}) = A$

বামপক্ষ $= (A + B)(A + \overline{B})$

$= AA + A\overline{B} + BA + B \,.\, \overline{B}$

$= A + A \,.\, \overline{B} + B.\,A + 0$

$= A(1 + \overline{B} + B)$

$= A$ = ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৬. $A + \overline{A}B = A + B$

বামপক্ষ $= A + \overline{A}B$

$= A.\,1 + \overline{A}B$

$= A(1 + B) + \overline{A}B$

$= A + AB + \overline{A}B$

$= A + B(A + \overline{A})$

$= A + B.\,1$ [$\because A + \overline{A} = 1$]

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৭. $\overline{A} + A\overline{B} = \overline{A} + \overline{B}$

বামপক্ষ $= \overline{A} + A\overline{B}$

$= \overline{A}.\,1 + A\overline{B}$

$= \overline{A}(1 + \overline{B}) + A\overline{B}$

$= \overline{A} + \overline{A}\overline{B} + A\overline{B}$

$= \overline{A} + \overline{B}(\overline{A} + A)$

$= \overline{A} + \overline{B} \,.\, 1$

$= \overline{A} + \overline{B}$ = ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৮. $\overline{A \oplus B} = AB + \overline{A}\overline{B}$

বামপক্ষ $= \overline{A \oplus B} = \overline{\overline{A}B + A\overline{B}}$

[$\because A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$]

$= \overline{\overline{A}B} \,.\, \overline{A\overline{B}}$

$= (\overline{\overline{A}} + \overline{B})(\overline{A} + \overline{\overline{B}})$

$= (A + \overline{B}).(\overline{A} + B)$

$= A \,.\, \overline{A} + AB + \overline{A}\overline{B} + B\overline{B}$

$= 0 + AB + \overline{A}\overline{B} + 0$

$= AB + \overline{A}\overline{B}$ = ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

৯. $\overline{\overline{A}} = A$ যদি, $A = 0;\ \overline{A} = 1$

অথবা, $A = 1;\ \overline{A} = 0$

∴ $\overline{\overline{A}} = A$