

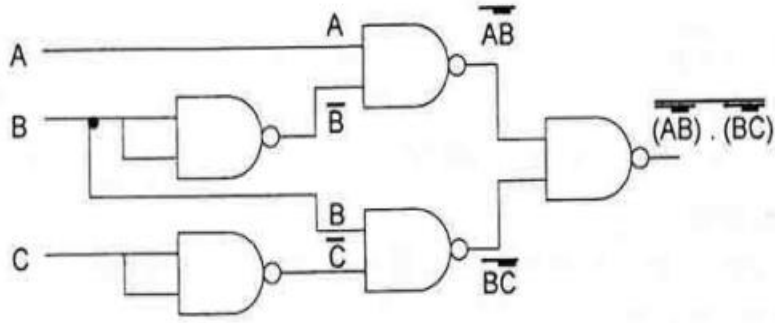
All logic gates part-3

- Universality of NAND
- Universality of NOR
- XOR using Fundamental Gates
- Establish XOR gate using NAND
- Establish XOR gate using NOR
- XNOR using Fundamental Gates
- Establish XNOR gate using NAND
- Establish XNOR gate using NOR
- NAND to NOR
- NOR to NAND
- Logic function \rightarrow logic circuit convert
- Logic circuit \rightarrow logic function convert

(খ) শুধুমাত্র ন্যান্ড গেইট দিয়ে
 $F(A,B,C) = A\bar{B} + B\bar{C}$ লজিক
 ফাংশনটির বাস্তবায়ন লজিক চিত্রের
 মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান:
 কাজের সুবিধার্থে লজিক ফাংশনটিকে ডি-মরগ্যানের সূত্র অনুসারে নিচের মত করে লিখা যায়। এই সমীকরণ
 পর্যবেক্ষণ করে নিচের লজিক চিত্র বাস্তবায়ন করা হলো।

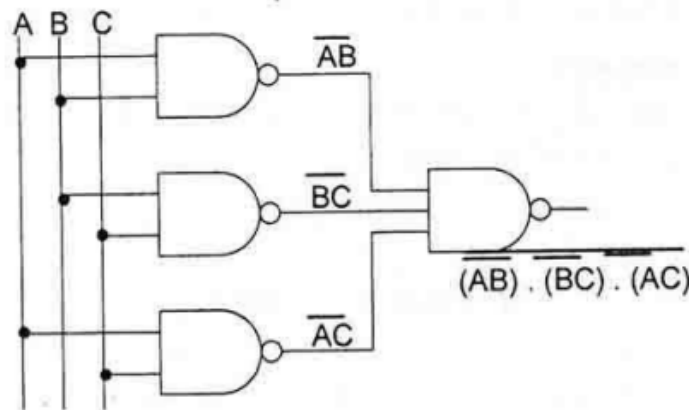
$$\begin{aligned} F(A,B,C) &= A\bar{B} + B\bar{C} \\ &= \overline{\overline{A\bar{B} + B\bar{C}}} \\ &= \overline{(AB) \cdot (BC)} \end{aligned}$$



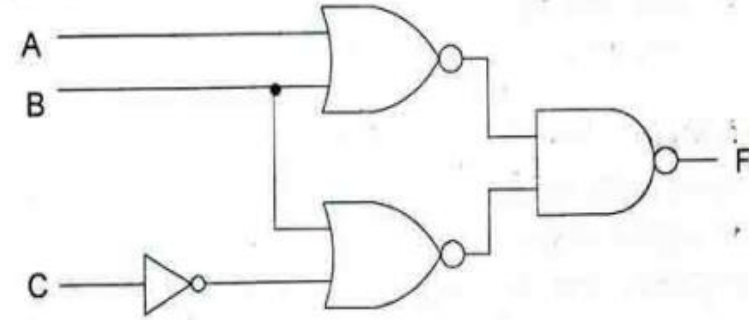
(গ) শুধুমাত্র ন্যান্ড গেইট দিয়ে $F=AB+BC+AC$ লজিক ফাংশনটির বাস্তবায়ন লজিক চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।

সমাধান:
 কাজের সুবিধার্থে লজিক ফাংশনটিকে ডি-মরগ্যানের সূত্র অনুসারে নিচের মত করে লিখা যায়। এই সমীকরণ পর্যবেক্ষণ করে পাশের
 লজিক চিত্র বাস্তবায়ন করা হলো।

$$\begin{aligned} F &= AB + BC + AC \\ &= \overline{\overline{AB + BC + AC}} \\ &= \overline{(\bar{AB}) \cdot (\bar{BC}) \cdot (\bar{AC})} \end{aligned}$$

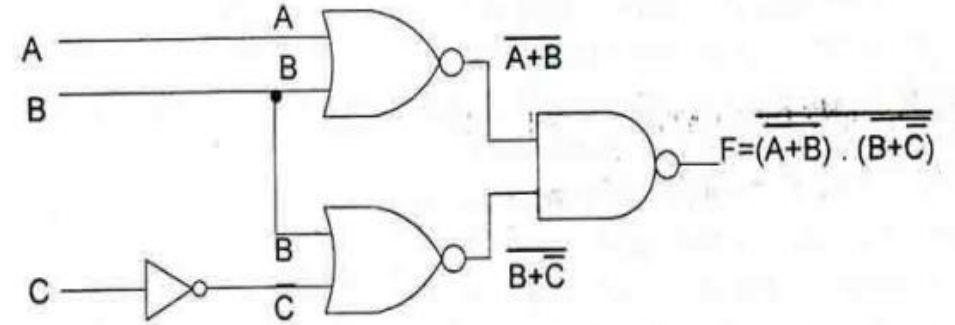


(ক) নিচের লজিক সার্কিটের আউটপুট ফাংশন F লিখ। F কে সরলীকরণ করে সরলীকৃত ফাংশনটির বাস্তবায়ন লজিক চিত্রের মাধ্যমে দেখাও।



সমাধান:

ধাপে ধাপে গেইটগুলোর আউটপুট লিখে F এর মান বের করা হলো।

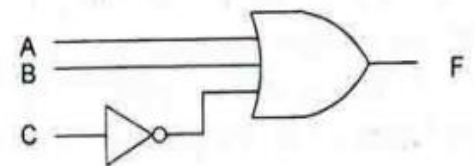


$$\begin{aligned} F &= \overline{(\overline{A+B}) \cdot (\overline{B+\bar{C}})} \\ &= \overline{\overline{A+B}} + \overline{\overline{B+\bar{C}}} \\ &= (A+B) + (B+\bar{C}) \\ &= A+B+\bar{C} \end{aligned}$$

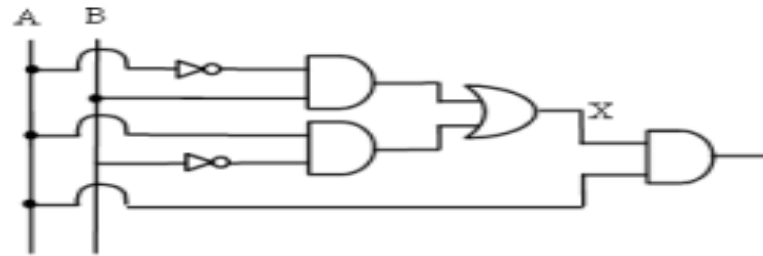
সুতরাং সরলীকৃত লজিক ফাংশনটি নিম্নরূপ-

$$F = A+B+\bar{C}$$

নিচে লজিক সার্কিট বাস্তবায়ন দেখানো হলো-



৭. নিচের সার্কিট থেকে Y এর মান বের কর এবং মানকে NAND গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন কর।



$$Y = (\bar{A}B + A\bar{B})A$$

$$= A\bar{A}B + AAB\bar{B}$$

$$= 0.B + A\bar{B} \quad [\because P.P = 0, P.P = P]$$

$$= A\bar{B}$$

অধুনা NAND গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন :



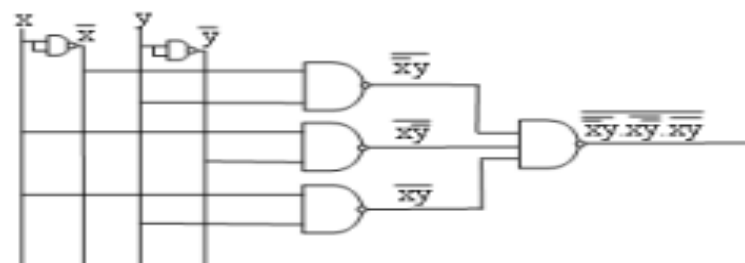
৯. “অধু NAND গেইট দ্বারা প্রাপ্ত সমীকরণ বাস্তবায়ন সম্ভব”— সমীকরণটি হলো : $F = \bar{x}y + x\bar{y} + xy$

$$F = \bar{x}y + x\bar{y} + xy$$

$$= \overline{\overline{\bar{x}y + x\bar{y} + xy}}$$

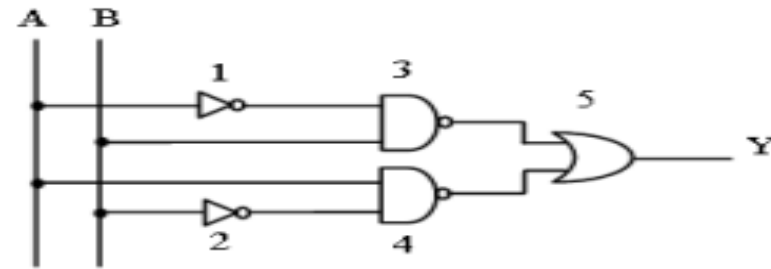
$$= \overline{\bar{x}y} \overline{x\bar{y}} \overline{xy}$$

NAND গেইট দ্বারা F এর প্রাপ্ত সমীকরণ বাস্তবায়ন :



সুতরাং, উক্তিটির সত্যতা যাচাই করা হলো।

৮. নিচের সার্কিটের ৩, ৪ ও ৫ নং গেইটে কী পরিবর্তন করলে Y এর মান X-NOR গেইটের আউটপুটের সমতুল্য হবে?



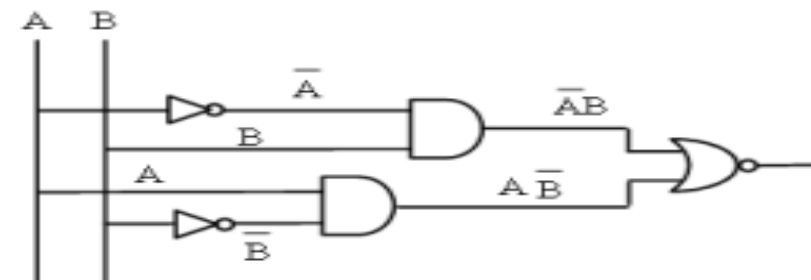
XNOR গেইটের দুইটি ইনপুট A, B এবং আউটপুট Y হলে—

$$Y = A \oplus B = \overline{AB} + A\bar{B}$$

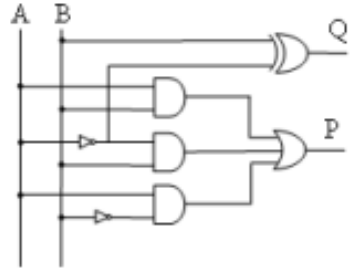
সার্কিটটির ৩, ৪ ও ৫ নং গেইটের আউটপুট যথাক্রমে $\bar{A}B$, $A\bar{B}$ এবং $\bar{A}B + A\bar{B}$ ।

XNOR গেইট বাস্তবায়নের জন্য ৩, ৪ ও ৫ নং গেইটের আউটপুট যথাক্রমে $\bar{A}B$, $A\bar{B}$ ও $\bar{A}B + A\bar{B}$ হওয়া প্রয়োজন। একারণে ৩ ও ৪ নং এ NAND গেইটের পরিবর্তে দুইটি AND গেইট এবং ৫ নং OR গেইটের পরিবর্তে NOR গেইট ব্যবহার করতে হবে।

Y এর মান XNOR গেইটের আউটপুটের সমতুল্য হওয়ার পরিবর্তিত সার্কিট হলো—



১০. নিচের সার্কিটে P ও Q কে ইনপুট হিসাবে ব্যবহার করে A.B আউটপুট পেতে হলে কী ব্যবস্থা নিতে হবে?



এখানে,

$$\begin{aligned} P &= AB + \bar{A}B + A\bar{B} \\ &= B(A + \bar{A}) + A\bar{B} \\ &= B.1 + A\bar{B} = B + A\bar{B} \\ &= (B + A)(B + \bar{B}) \\ &= (A + B).1 \\ &= A + B \end{aligned}$$

AB একটি AND গেইটকে নির্দিষ্ট করে।

$$P = A + B$$

$$Q = \bar{A} \oplus B$$

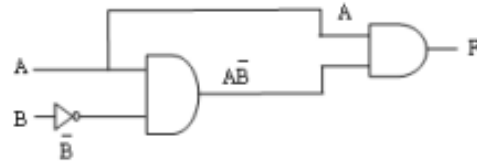


এ ক্ষেত্রে, $Y = PQ$

$$\begin{aligned} &= (A+B)(\bar{A} \oplus B) \\ &= (A+B)(\bar{A}B + A\bar{B}) \\ &= (A+B)(AB + \bar{A}B) \\ &= AAB + A\bar{A}B + BAB + B\bar{A}B \\ &= AB + 0 + AB + 0 \\ &= AB \end{aligned}$$

অতএব, P ও Q কে ইনপুট হিসেবে বিবেচনা করে AND গেইটের মধ্য দিয়ে চালনা করলে আউটপুট AB পাওয়া যায়।

১১. নিচের সার্কিটে কী ধরনের পরিবর্তন আনলে আউটপুট $F = A + A\bar{B}$ পাওয়া যাবে?



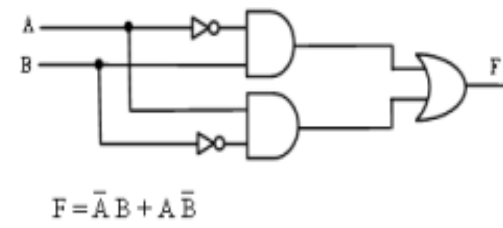
সমীকরণ অনুযায়ী অজিক সার্কিট



$F = A + A\bar{B}$ সমীকরণটি সরলীকরণ করে যে সমীকরণ পাওয়া গেল তার অজিক সার্কিট অংকন করে দেখা গেল যে, সার্কিটটির দ্বিতীয় AND গেইটের পরিবর্তে OR গেইট ব্যবহার করলে

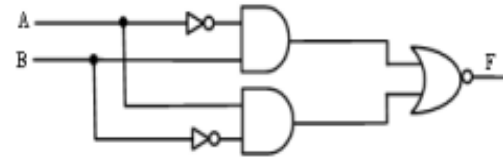
সমীকরণটি $F = A + A\bar{B}$ পাওয়া যায়।

১২. $F = ?$ OR গেইটের পরিবর্তে কোন গেইট স্থাপন করলে X-NOR গেইট পাওয়া যাবে?



$$F = \bar{A}B + A\bar{B}$$

OR গেইটের পরিবর্তে NOR গেইট স্থাপন করলে সার্কিটটি হবে-



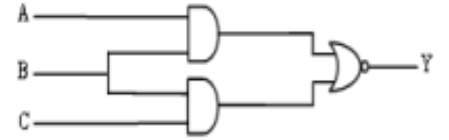
এক্ষেত্রে-

$$\begin{aligned} F &= \overline{AB + A\bar{B}} = \overline{(AB) \cdot (A\bar{B})} \quad [\because A+B = \overline{\bar{A}\bar{B}}] \\ &= \overline{(A+B)(\bar{A}+\bar{B})} \quad [\because AB = \overline{\bar{A}\bar{B}}] \\ &= \overline{(A+B)(\bar{A}+\bar{B})} \\ &= \overline{A\bar{A} + AB + \bar{A}\bar{B} + B\bar{B}} \quad [\because A\bar{A} = 0] \\ &= \overline{0 + AB + \bar{A}\bar{B} + 0} \\ &= \overline{0 + AB + \bar{A}\bar{B} + 0} \\ &= \overline{AB + \bar{A}\bar{B}} \\ &= \overline{A \oplus B} \end{aligned}$$

যা X-NOR গেইটের সমীকরণ

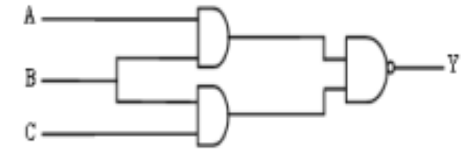
সুতরাং OR গেইটের পরিবর্তে NOR গেইট স্থাপন করলে X-NOR গেইট পাওয়া যাবে।

১৩. Y এর মান কত? Y এর মান $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$ পেতে হলে NOR গেইটের পরিবর্তে কোন গেইট ব্যবহার করতে পারি?



$$Y = \overline{AB + BC}$$

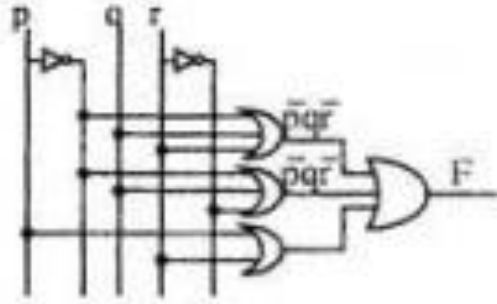
NOR গেইটের পরিবর্তে NAND গেইট ব্যবহার করলে সার্কিটটি হবে নিম্নরূপ-



এক্ষেত্রে-

$$\begin{aligned} Y &= \overline{AB \cdot BC} \\ &= \overline{ABC} \\ &= \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} \end{aligned}$$

সুতরাং, Y এর মান $\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}$ পেতে হলে NOR গেইটের পরিবর্তে NAND গেইট ব্যবহার করতে হবে।



/ডা. বো. ২০১৭/

- ক. বুলিয়ান স্বতঃসিদ্ধ কী? ১
- খ. যান্ত্রিক ভাষাকে মানুষের ভাষায় বোঝানোর উপযোগী লজিক সার্কিটটি ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকের লজিক সার্কিটের আউটপুট সমীকরণ সরলীকরণ কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের F এর মান NAND গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন করে NAND গেইটের গুরুত্ব উল্লেখ কর। ৪

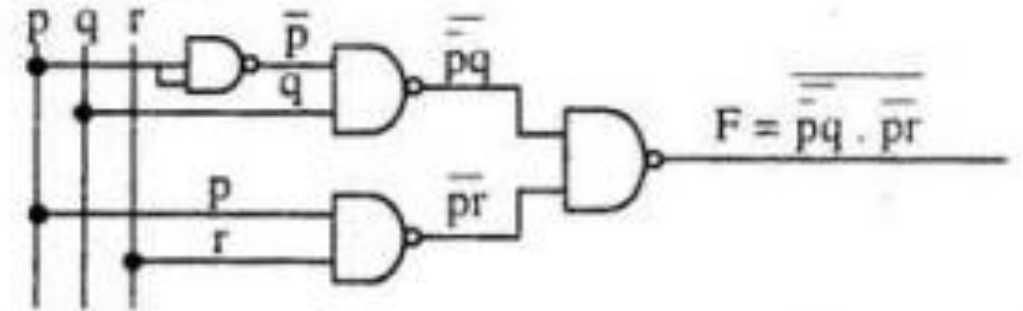
গ. উদ্দীপকের লজিক সার্কিটের আউটপুট সমীকরণ হলো—

$$\begin{aligned} F &= \bar{p}qr + \bar{p}q\bar{r} + pr \\ &= \bar{p}q(r + \bar{r}) + pr \\ &= \bar{p}q.1 + pr \end{aligned}$$

$$\therefore F = \bar{p}q + pr$$

ঘ. উদ্দীপকের F এর মান NAND গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন করা হলো—

$$\begin{aligned} F &= \overline{\bar{p}q + pr} \quad [\bar{\bar{A}} = A] \\ &= \overline{\bar{p}q} \cdot \overline{pr} \end{aligned}$$



ইনপুট		আউটপুট
P	Q	R
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

সত্যক সারণি-১

ইনপুট		আউটপুট
P	Q	R
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

সত্যক সারণি-২

[স্বা. বো. ২০১৭]

গ. সত্যক সারণি-১ NAND গেইটকে প্রতিনিধিত্ব করে— প্রমাণ কর। ৩

ঘ. সত্যক সারণি-২ দ্বারা প্রতিনিধিত্বকারী গেইট দিয়ে কি সত্যক সারণি-১ দ্বারা প্রতিনিধিত্বকারী গেইট বাস্তবায়ন করা সম্ভব? বিশ্লেষণ করে দেখাও। ৪

গ. NAND Gate হলো AND গেইট ও NOT গেইটের সমন্বয়ে গঠিত। AND গেইটের আউটপুটকে NOT গেইট দিয়ে প্রবাহিত করলে NAND গেইট পাওয়া যায়। অর্থাৎ AND Gate + NOT Gate = NAND Gate।

যদি P এবং Q দুটি ইনপুট হয় তাহলে ন্যান্ড গেইটের আউটপুট $R = \overline{PQ}$ । ন্যান্ড গেইটের ক্ষেত্রে যে কোনো একটি ইনপুটের মান ০ হলে আউটপুট ১ হবে। ন্যান্ড গেইটের আউটপুট সংকেত এ্যান্ড গেইটের আউটপুট সংকেতের বিপরীত। নিচে দুটি ইনপুট বিশিষ্ট ন্যান্ড গেইটের সত্যক সারণি দেখানো হলো:

ইনপুট			আউটপুট
P	Q	PQ	$R = \overline{PQ}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

উদ্বীপকে NAND গেইটের আউটপুট $R = \overline{PQ}$ এর মান ইনপুট PQ এর মানের বিপরীত। যা NAND গেইটকে প্রতিনিধিত্ব করে।

ঘ. উদ্বীপকে সত্যক সারণি-২ এর ইনপুট সংকেতের মান বিজোড় সংখ্যক '১' হলে আউটপুট সংকেত '০' হয়েছে অন্যথায় আউটপুট সংকেত '১' হয়েছে। অর্থাৎ উদ্বীপকে সারণি-২ এ ব্যবহৃত গেইট হচ্ছে এক্স-নর গেইট। এই গেইটের মাধ্যমে বিভিন্ন বিট তুলনা করে আউটপুট সংকেত পাওয়া যায়।

উদ্বীপকে সত্যক সারণি-১ এর সত্যক সারণি গেইট হচ্ছে NAND গেইট। নিচে NAND গেইট এর সাহায্যে X-NOR গেইট এর বাস্তবায়ন দেখানো হলো-

এক্স-নর গেইটের ক্ষেত্রে আমরা জানি,

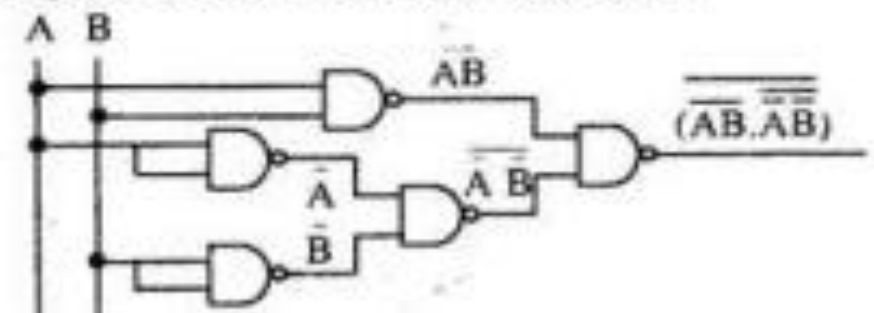
$$Y = \overline{A \oplus B}$$

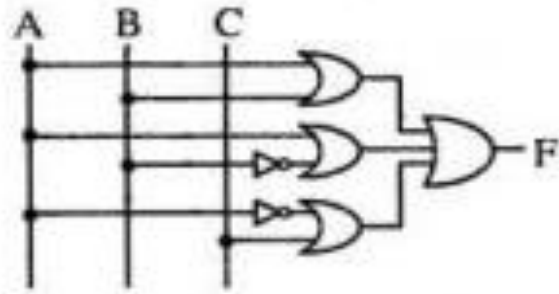
$$= AB + \overline{A} \overline{B}$$

$$= \overline{\overline{AB} + \overline{\overline{A} \overline{B}}} \text{ [বুলিয়ান জ্যামিতির অনুসারে]}$$

$$= \overline{(\overline{AB}) \cdot \overline{\overline{A} \overline{B}}} \text{ [ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য অনুসারে]}$$

উপরের এক্স-নর ফাংশনটি পর্যবেক্ষণ করে শুধু ন্যান্ড গেইট দ্বারা নিচে এক্স-নর গেইটের লজিক সার্কিট তৈরি করা হলো:-





/দি. বো. ২০১৭/

- ক. কম্পিউটার কোড কী? ১
- খ. ২-এর পরিপূরক গঠনের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকের F-এর মান সরল কর। ৩
- ঘ. "F-এর সরলীকৃত মান NOR gate দ্বারা বাস্তবায়ন করা সম্ভব"—চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর। ৪

গ. উদ্দীপকের F এর মান হচ্ছে,

$$\begin{aligned}
 F &= (A + B) \cdot (A + \bar{B}) \cdot (\bar{A} + C) \\
 &= (AA + A\bar{B} + AB + B\bar{B}) (\bar{A} + C) \\
 &= (A + A\bar{B} + AB + 0) (\bar{A} + C) \\
 &= (A + A\bar{B} + AB) (\bar{A} + C) \\
 &= A(1 + \bar{B} + B) (\bar{A} + C) \\
 &= A \cdot 1 (\bar{A} + C) \\
 &= A (\bar{A} + C) \\
 &= A \cdot \bar{A} + A \cdot C \\
 &= 0 + AC
 \end{aligned}$$

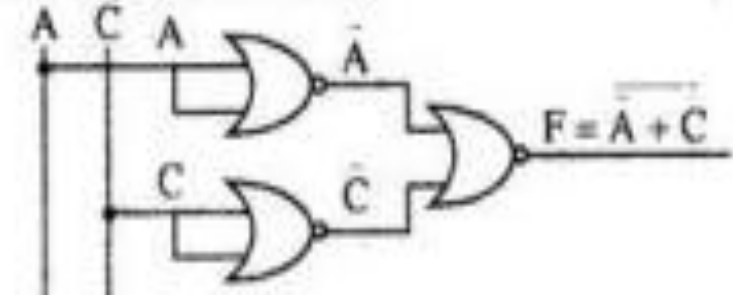
$$\therefore F = AC$$

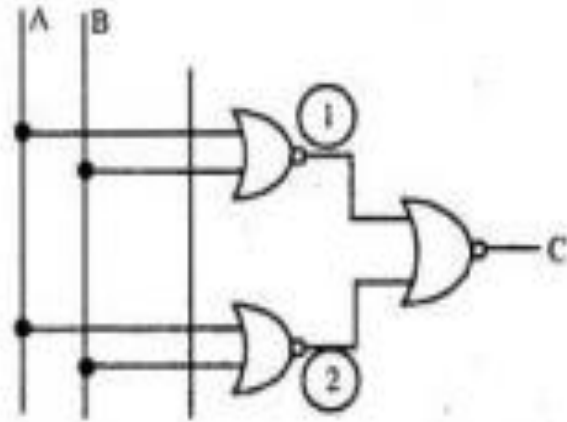
ঘ. F এর সরলীকৃত মান NOR Gate দ্বারা বাস্তবায়ন নিচে দেওয়া হলো—

$$F = AC$$

$$= \overline{\overline{AC}} \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$$

$$\therefore F = \overline{\overline{A} + \overline{C}} \quad [\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}]$$





- ক. রেজিস্টার কী? ১
- খ. 'Output, Input-এর যৌক্তিক বিপরীত'—ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকে C এর সরলীকৃত মান নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. 'উদ্দীপকে ব্যবহৃত ১নং গেইট দ্বারা মৌলিক গেইটগুলো বাস্তবায়ন করা সম্ভব'— ব্যাখ্যা কর। ৪

/কৃ. বো. ২০১৭/

গ. উদ্দীপকে লজিক বর্তনীর আউটপুট

$$C = \overline{\overline{A + B + A + B}}$$

$$= \overline{\overline{A + B}} \quad [\because A + A = A]$$

$$C = A + B \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$$

$$\therefore C = A + B$$

ঘ. উদ্দীপকে ব্যবহৃত ১ নং গেইট হচ্ছে নর গেইট।

এই নর গেইট দ্বারা মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন নিচে দেওয়া হলো-
নট গেইট:

চিত্রে নর গেইটের দুটি ইনপুট (A) সমান। সুতরাং,

$$A \longrightarrow \text{NOT Gate} \longrightarrow Y = \overline{A + A} = \overline{A}$$

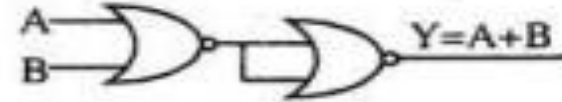
ফলে নর গেইটটি একটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

অর গেইট:

চিত্রে দুটি নর গেইটের সংযোগে একটি অর গেইট তৈরি করা হয়েছে।
এখানে আউটপুট,

$$Y = \overline{\overline{A + B}}$$

$$= A + B$$



উল্লেখ্য যে নর গেইটটি একটি অর গেইট হিসেবে কাজ করে।

অ্যান্ড গেইট:

চিত্রে নর গেইট দিয়ে অ্যান্ড গেইটের বাস্তবায়ন দেখানো হয়েছে।

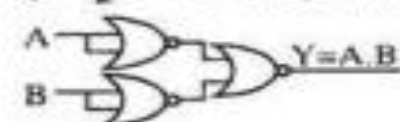
এক্ষেত্রে প্রথমস্তরের নর গেইট দুটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

এখানে,

$$Y = \overline{\overline{A + B}}$$

$$= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

$$= A \cdot B$$



[ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য অনুসারে]

প্রশ্ন ৯ অস্ত্রবিদ জিসান সাহেবের কক্ষটি নিরাপত্তা ব্যবস্থার মধ্যে রাখতে হয়। তাই তার রুমে ঢোকার জন্য ২টি দরজা পার হতে হয়। প্রথম দরজায় ২টি সুইচের মধ্যে যে কোনো একটি অন করলে দরজা খুলে যায়। যদি ২টি সুইচ একসাথে অন বা অফ করা হয়, তবে খোলে না। কিন্তু দ্বিতীয় দরজার ক্ষেত্রে প্রথম দরজার বিপরীত ব্যবস্থা নিতে হয়।

১৫ নং ২০১৭/

- ক. লজিক গেইট কী? ১
- খ. ইউনিকোড বিশ্বের সকল ভাষাভাষী মানুষের জন্য আশীর্বাদ—বুঝিয়ে লিখ। ২
- গ. উদ্দীপকের প্রথম দরজাটি যে লজিক গেইট নির্দেশ করে তার সত্যক সারণি নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের দ্বিতীয় দরজার সত্যতা সত্যক সারণির সাহায্যে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ উদ্দীপকের প্রথম দরজাটি X-OR গেইটকে নির্দেশ করে যা নিচে অংকন করা হলো—
উদ্দীপকের প্রথম দরজাটিতে দুইটি সুইচ এর কথা বলা হয়েছে। এই দুইটি সুইচ এর ইনপুট সংকেত A ও B এবং আউটপুট সংকেত Y হলে বুলিয়ান সমীকরণ হবে:-

$$Y = A \oplus B$$

$$= A \text{ এক্স অর } B$$

সত্যক সারণি (Truth table):

ইনপুট		আউটপুট
A	B	Y
০	০	০
০	১	১
১	০	১
১	১	০

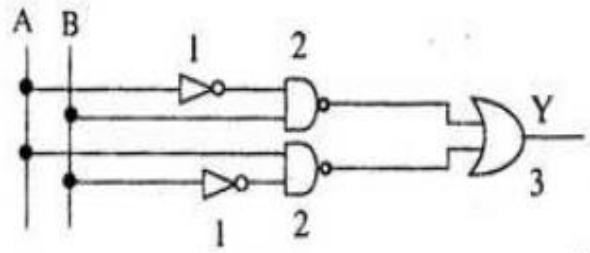
ঘ উদ্দীপকের দ্বিতীয় দরজাটি হচ্ছে প্রথম দরজাটির অর্থাৎ X-OR গেইট এর বিপরীত। যা X-NOR গেইট কে নির্দেশ করে।
উদ্দীপকের দ্বিতীয় দরজাটিতে দুইটি সুইচ এর কথা বলা হয়েছে। এই দুইটি সুইচ এর ইনপুট সংকেত A ও B এবং আউটপুট সংকেত Y হলে বুলিয়ান সমীকরণ হবে:

$$Y = A \oplus B$$

সত্যক সারণি (Truth table):

ইনপুট		আউটপুট	
A	B	$A \oplus B$	$Y = \overline{A \oplus B}$
০	০	০	১
০	১	১	০
১	০	১	০
১	১	০	১

X-NOR গেইটের দুই বা ততোধিক ইনপুট থাকে এবং একটিমাত্র আউটপুট থাকে। এই গেইটের মাধ্যমে বিভিন্ন বিট তুলনা করে আউটপুট সংকেত পাওয়া যায় অর্থাৎ এই গেইটের ইনপুট সংকেতের মান বিজোড় সংখ্যক '১' হলে আউটপুট সংকেত '০' হয় অন্যথায় আউটপুট সংকেত '১' হবে। যা উদ্দীপকে উল্লিখিত প্রথম দরজার বিপরীত অর্থাৎ X-NOR গেইটের সত্যক সারণিকে সমর্থন করে।



(সি. বো. ২০১৭)

- গ. উদ্দীপক অনুসারে y এর সরলীকৃত মান নির্ণয় কর। ৩
 ঘ. উদ্দীপকের ২ ও ৩নং চিহ্নিত গেইটদ্বয়ের পারস্পরিক পরিবর্তনে যে লজিক সার্কিট পাওয়া যায় তা বাইনারি যোগের বর্তনীতে ব্যবহার উপযোগী—মূল্যায়ন কর। ৪

গ. উদ্দীপক অনুসারে y এর মান $= \overline{\overline{A}B} + \overline{A\overline{B}}$

$$y = \overline{\overline{A}B} + \overline{A\overline{B}}$$

$$= \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} + \overline{A} + \overline{\overline{B}} \quad [\overline{\overline{A}B} = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}}]$$

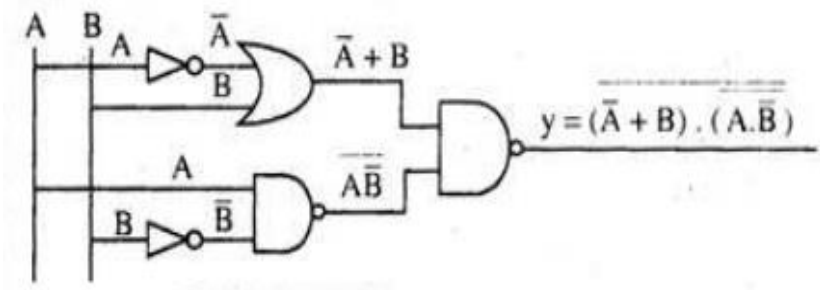
$$= A + \overline{\overline{B}} + \overline{A} + B \quad [\overline{\overline{A}} = A]$$

$$= A + \overline{A} + B + \overline{B}$$

$$= 1 + 1 \quad [A + \overline{A} = 1]$$

$$\therefore y = 1$$

ঘ



$$y = (\overline{\overline{A} + B}) \cdot (\overline{A \cdot \overline{B}})$$

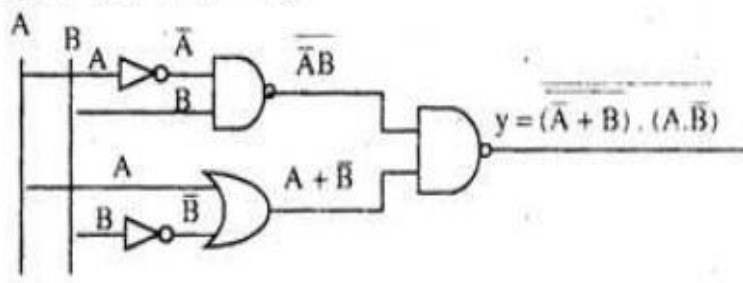
$$= \overline{(\overline{A} + B)} + \overline{A \cdot \overline{B}}$$

$$= (\overline{\overline{A}} \cdot \overline{\overline{B}}) + A \cdot \overline{\overline{B}} \quad [A + \overline{B} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}]$$

$$= A\overline{B} + A\overline{B}$$

$$\therefore y = A\overline{B} \quad [A + A = A]$$

আবার, দ্বিতীয় চিত্র হতে পাই—



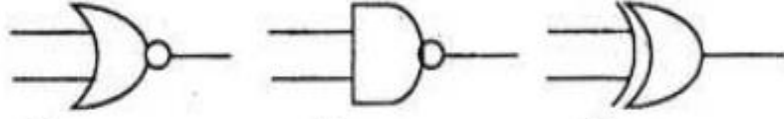
$$y = (\overline{\overline{A} + B}) \cdot (\overline{A \cdot \overline{B}})$$

$$\begin{aligned} y &= (\overline{\overline{A} \cdot B}) (A + \overline{B}) \\ &= \overline{\overline{A} B} + \overline{A + \overline{B}} \quad [\overline{\overline{A} B} = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}}] \\ &= \overline{A} B + \overline{A} \cdot \overline{\overline{B}} \quad [\overline{\overline{A}} = A] \\ &= \overline{A} B + \overline{A} B \end{aligned}$$

$\therefore y = \overline{A} B$
 উদ্দীপকের ব্যবহৃত সমীকরণটি অ্যাডার দ্বারা বাস্তবায়ন করা সম্ভব।
 নিচে তা দেখানো হলো—
 অজেন্ড A, অ্যাডেন্ড B, যোগফল S ও ক্যারি C হলে হাফ-অ্যাডারের সত্যক সারণি থেকে নিম্নের সমীকরণ পাওয়া যায়।
 হাফ অ্যাডারের সত্যক সারণি :

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$\begin{aligned} S &= \overline{A}B + A\overline{B} \\ &= A \oplus B \\ C &= AB \end{aligned}$$



চিত্র-১

চিত্র-২

চিত্র-৩

- ক. বুলিয়ান অ্যালজেবরা কী? ১
- খ. কম্পিউটারের ক্ষেত্রে ডিজিটাল সিগনাল উপযোগী কেন? ২
- গ. চিত্র-১ এবং চিত্র-২ কে কী ধরনের গেট বলা হয়? ব্যাখ্যা কর। ৩
- ঘ. শুধু চিত্র-২ এর গেইট দ্বারা চিত্র-৩ এর গেইট বাস্তবায়ন সম্ভব কি? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও। ৪

গ চিত্র-১ বা নর গেইট এবং চিত্র-২ বা ন্যান্ড গেইট কে সর্বজনীন গেইট বলা হয়। কারণ শুধু ন্যান্ড গেইট দিয়েও যে কোনো সার্কিট তৈরি সম্ভব। এর কারণ ন্যান্ড গেইট দিয়ে অর, অ্যান্ড এবং নট গেইট বাস্তবায়ন সম্ভব। তেমনটি শুধু নর গেইট দিয়েও যে কোনো লজিক সার্কিট বাস্তবায়ন সম্ভব। ফলে এটি ন্যান্ড ও নর গেইটের সর্বজনীনতা নামে পরিচিত। নিচে তা প্রমাণ করে দেখানো হলো-

ন্যান্ড গেইট দিয়ে মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন:

নট গেইট:

চিত্রের দুটি ইনপুট (A) সমান। সুতরাং

$$Y = \overline{A \cdot A} \quad \text{A} \text{---} \text{NAND} \text{---} Y = \overline{A \cdot A} = \overline{A}$$

$$= A$$

ফলে ন্যান্ড গেইটটি একটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

অ্যান্ড গেইট:

চিত্রে দুটি ন্যান্ড গেইটের সংযোগে একটি অ্যান্ড গেইট তৈরি করা হয়েছে। অ্যান্ড গেইটের আউটপুট সংকেত Y হলে-

$$Y = \overline{A \cdot B} \quad \text{A} \text{---} \text{NAND} \text{---} \overline{AB} \text{---} \text{NAND} \text{---} Y = \overline{\overline{AB}} = AB$$

$$= A \cdot B$$

$$= AB$$

উল্লেখ্য যে, দ্বিতীয় ধাপের গেইটটি একটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

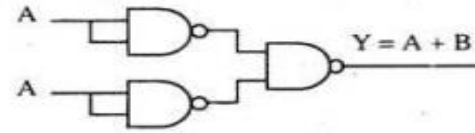
অর গেইট:

চিত্রে ন্যান্ড দিয়ে অর গেইটের বাস্তবায়ন দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে বামের ন্যান্ড গেইট দুটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে। এখানে,

$$Y = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

$$= \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$

$$= A + B$$



সুতরাং চিত্রের সার্কিটটি একটি অর গেইট হিসেবে কাজ করে।

আবার নর গেইট দিয়ে মৌলিক গেইট বাস্তবায়ন:

নট গেইট:

$$Y = \overline{A + A} \quad \text{A} \text{---} \text{NOR} \text{---} Y = \overline{A + A} = \overline{A}$$

$$= A$$

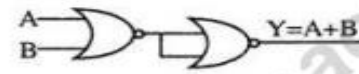
ফলে নর গেইটটি একটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

অর গেইট:

চিত্রে দুটি নর গেইটের সংযোগে একটি অর গেইট তৈরি করা হয়েছে। এখানে আউটপুট,

$$Y = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$

$$= A + B$$



উল্লেখ্য যে পরের নর গেইটটি একটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে।

অ্যান্ড গেইট:

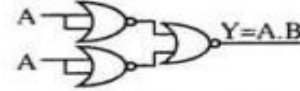
চিত্রে নর গেইট দিয়ে অ্যান্ড গেইটের বাস্তবায়ন দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে প্রথমস্তরের নর গেইট দুটি নট গেইট হিসেবে কাজ করে। এখানে,

$$Y = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$

$$= \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

$$= A \cdot B$$

[ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য অনুসারে]



ঘ উদ্দীপকের চিত্র-২ এর গেইট হচ্ছে ন্যান্ড গেইট এবং চিত্র-৩ এর গেইট হচ্ছে এক্স-অর গেইট। নিচে চিত্র-২ এর সাহায্যে চিত্র-৩ এর গেইট বাস্তবায়ন করা হলো- এক্স-অর গেইটের ক্ষেত্রে আমরা জানি,

$$Y = A \oplus B$$

$$= \overline{AB} + A\overline{B}$$

$$= \overline{\overline{\overline{AB} + A\overline{B}}}$$

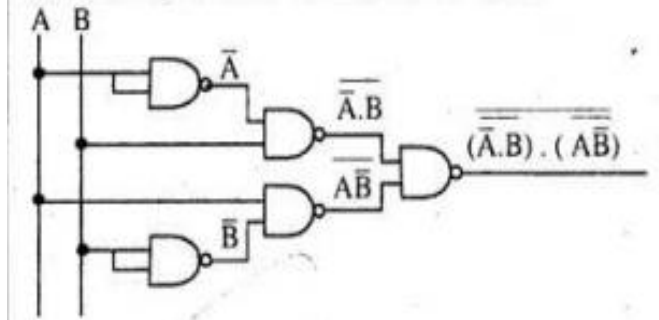
$$= \overline{\overline{AB} + A\overline{B}}$$

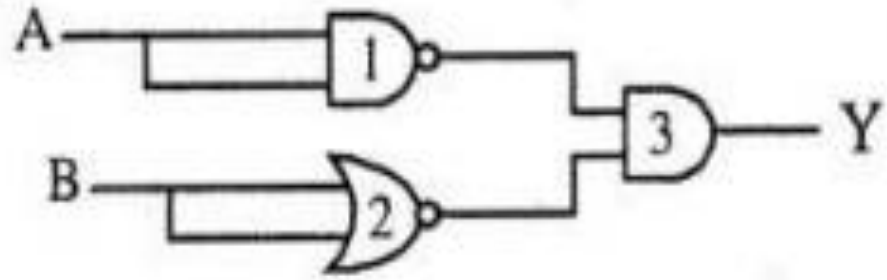
[বুলিয়ান অ্যালজেবরা অনুসারে]

$$= (\overline{\overline{AB}}) \cdot (\overline{A\overline{B}})$$

[ডি-মরগ্যানের উপপাদ্য অনুসারে]

উপরের এক্স-অর ফাংশনটি পর্যবেক্ষণ করে শুধু ন্যান্ড গেইট দ্বারা নিচে এক্স-অর গেইটের লজিক সার্কিট তৈরি করা হলো।





/মাদ্রাসা বোর্ড ২০১৭/

- ক. ডিজিট (অংক) বলতে কী বোঝ? ১
- খ. "BCD কোড কোনো সংখ্যা পদ্ধতি নয়"— বর্ণনা করো। ২
- গ. উদ্দীপকের লজিক গেইটের সমীকরণ ও সত্যক সারণি লিখ। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের গেইটে কী ধরনের পরিবর্তন হলে— $Y = AB + \overline{A+B}$ হবে বিশ্লেষণ করো। ৪

গ উদ্দীপকের লজিক গেইটের সমীকরণ হলো—

$$= \overline{A} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{B}$$

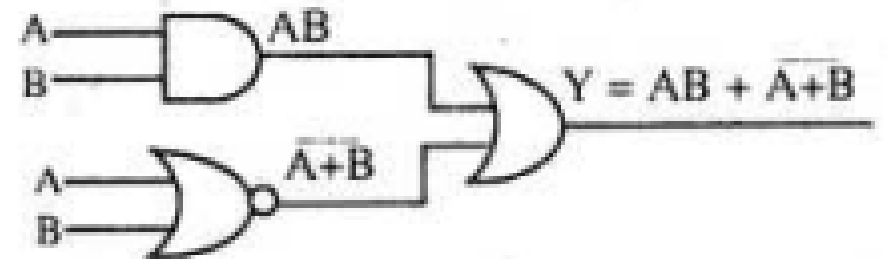
$$= \overline{A} \overline{B}$$

$\overline{A} \overline{B}$ এর সত্যক সারণি হচ্ছে—

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \overline{B}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

ঘ উদ্দীপকের গেইটটির (1), (2), (3) নং এ যথাক্রমে AND, NOR ও OR গেইট যুক্ত করলে $Y = AB + \overline{A+B}$ হবে।

নিম্নে বিশ্লেষণ করা হলো—



প্রশ্ন ► ১৮ $F = \bar{A}B + \bar{B}C$

/জা. বো. ২০১৬/

- ক. BCD কী? ১
- খ. $1 + 1 = 1$ ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. উদ্দীপকের ফাংশনটির আলোকে সত্যক সারণি তৈরি কর। ৩
- ঘ. উদ্দীপকের ফাংশনটি কি শুধু NAND গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন করা সম্ভব? বিশ্লেষণ কর। ৪

গ উদ্দীপকের ফাংশন হচ্ছে, $F = \bar{A}B + \bar{B}C$ । নিচে এর সত্যক সারণি তৈরি করা হলো:

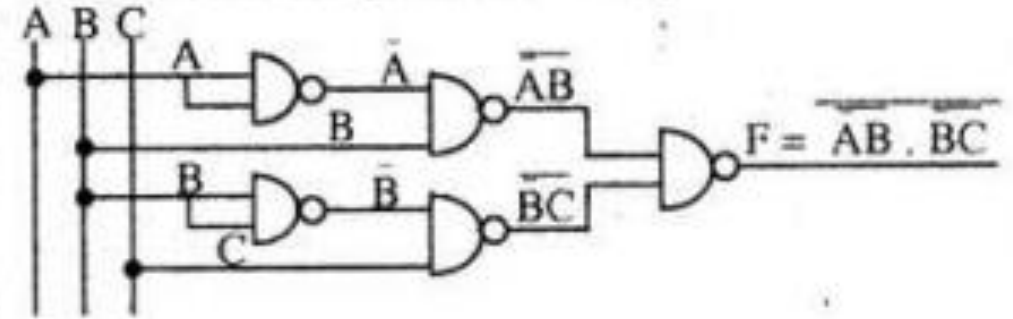
A	B	C	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A}B$	$\bar{B}C$	$F = \bar{A}B + \bar{B}C$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0

ঘ উদ্দীপকের ফাংশনটি শুধু NAND গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন করা সম্ভব। যা নিচে বিশ্লেষণ করা হলো-

$$F = \bar{A}B + \bar{B}C$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}B + \bar{B}C}} \quad [\because \bar{\bar{A}} = A]$$

$$= \overline{\bar{A}B \cdot \bar{B}C} \quad [\because \overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}]$$



প্রশ্ন ১৯ $X = \bar{A}B + BC$, $Y = \bar{A}BC + ABC + AB + B\bar{C}$

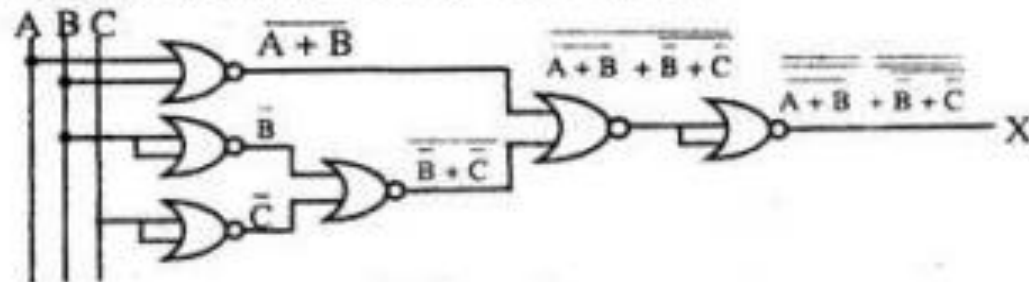
[রা. বো. ২০১৬]

- ক. কোড কী? ১
 খ. বিয়োগের কাজ যোগের মাধ্যমে সম্ভব ব্যাখ্যা কর। ২
 গ. X-কে শুধু NOR গেটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন করে দেখাও। ৩
 ঘ. “Y-কে বুলিয়ান অ্যালজেবরার সাহায্যে সরলীকরণ করার ফলে বর্তনী বাস্তবায়ন সহজ হয়েছে”—বিশ্লেষণপূর্বক উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ উদ্দীপকের বুলিয়ান $X = \bar{A}B + BC$ সমীকরণটিকে শুধু NOR গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন করা সম্ভব। নিচে দেখানো হলো—

$$\begin{aligned} X &= \bar{A}B + BC \\ &= \bar{A} \cdot \bar{\bar{B}} + \bar{\bar{B} + \bar{C}} \quad [\bar{\bar{B} + \bar{C}} = BC] \\ &= \bar{A + B} + \bar{\bar{B} + \bar{C}} \\ &= \overline{\overline{A + B} + \bar{\bar{B} + \bar{C}}} \end{aligned}$$

এখন X এর শুধুমাত্র NOR গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন—

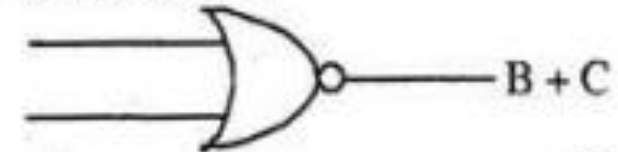


সুতরাং শুধু নর (NOR) গেইট দিয়ে বর্ণিত 'X' কে বাস্তবায়ন সম্ভব হলো।

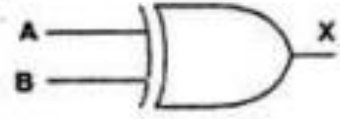
ঘ উদ্দীপকের আলোকে,

$$\begin{aligned} Y &= \bar{A}BC + ABC + AB + B\bar{C} \\ &= C(\bar{A}B + AB) + AB + B\bar{C} \\ &= C \cdot 1 + AB + B\bar{C} \\ &= C + AB + B\bar{C} \\ &= AB + B\bar{C} + C \\ &= AB + B + C \quad [\text{সহায়ক উপপাদ্য, } A + \bar{A}B = A + B] \\ &= B(A + 1) + C \\ &= B + C \quad [A + 1 = 1] \end{aligned}$$

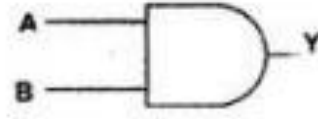
এখন, $Y = B + C$ এর বর্তনী



সুতরাং Y কে বুলিয়ান অ্যালজেবরার সাহায্যে সরলীকরণ করার ফলে বর্তনী সহজে বাস্তবায়ন সম্ভব হয়েছে।



চিত্র-১



চিত্র-২

- ক. BCD কোড কী? ১
- খ. “অষ্টাল তিন বিটের কোড”—বুঝিয়ে লেখ। ২
- গ. চিত্র-১-এর সত্যক সারণি তৈরি কর। ৩
- ঘ. বাইনারি যোগের বর্তনী তৈরিতে চিত্রদ্বয়ের ভূমিকা বিশ্লেষণ কর। ৪

/দি. বো. ২০১৬/

গ. উদ্দীপকের চিত্র-১ এর ইনপুট হচ্ছে দুইটি। যথাক্রমে A, B এবং আউটপুট একটি যা X নামে চিহ্নিত করা হয়েছে। উদ্দীপকে ব্যবহৃত চিত্রটি হচ্ছে XOR gate।

নিচে চিত্র-১ এর সত্যক সারণি দেখানো হলো:

ইনপুট		আউটপুট
A	B	$X = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

ঘ. বাইনারি যোগের কাজ করা হয় অ্যাডারে। উদ্দীপকে চিত্র-১ ও চিত্র-২ তে দুইটি ইনপুট ব্যবহার করা হয়েছে যা হাফ অ্যাডারের বৈশিষ্ট্য বহন করে। দুই বিট যোগ করার জন্য যে সমন্বিত বর্তনী ব্যবহার করা হয়, তাই হাফ অ্যাডার। এর দুটি ইনপুট ও আউটপুট থাকে।

নিচে হাফ অ্যাডারের সত্যক সারণি নির্ণয় করা হলো:

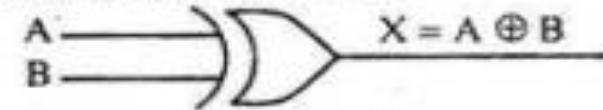
ইনপুট		আউটপুট	
A	B	X	Y
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

সত্যক সারণি হতে X এর সমীকরণ হবে—

$$X = \bar{A}B + A\bar{B}$$

$$\therefore X = A \oplus B$$

সমীকরণটি X-OR গেইটকে নির্দেশ করে

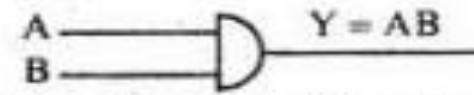


চিত্র-১ দ্বারা বাইনারি যোগের সমীকরণ বাস্তবায়ন করা হয়েছে।

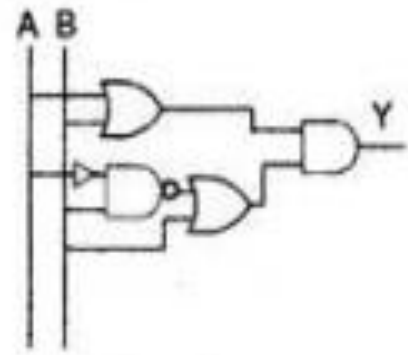
সত্যক সারণি হতে Y এর সমীকরণ হবে—

$$Y = AB$$

সমীকরণটি AND গেইটকে নির্দেশ করছে।



চিত্র-২ দ্বারা বাইনারি যোগের Y এর সমীকরণ বাস্তবায়ন করা হয়েছে।



দৃশ্যকল্প-১

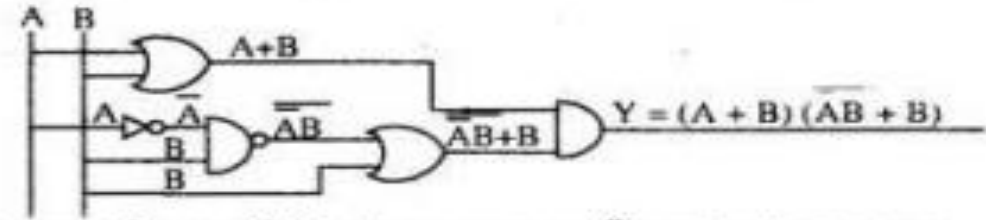
P	Q	R
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

দৃশ্যকল্প-২

১৮. বো. ২০১৬/

- ক. ASCII-এর পূর্ণরূপ কী? ১
- খ. $(267)_{10}$ -সংখ্যাকে কম্পিউটার সরাসরি গ্রহণ করে না— ব্যাখ্যা কর। ২
- গ. Y-এর সরলীকৃত মান নির্ণয় কর। ৩
- ঘ. দৃশ্যকল্প-২ এর সত্যক সারণি থেকে প্রাপ্ত লজিক গেইটটির সাথে Y-এর সরলীকৃত মানের তুলনামূলক বিশ্লেষণ কর। ৪

গ



উদ্দীপকের লজিক সার্কিট থেকে Y এর সমীকরণ পাওয়া যাবে-

$$\begin{aligned}
 Y &= (A + B) (\overline{AB} + B) \\
 &= (A + B) (\overline{A} + \overline{B} + B) \\
 &= (A + B) (A + B + \overline{B}) \\
 &= (A + B) (A + 1) = (A + B) . 1 \\
 &= A + B
 \end{aligned}$$

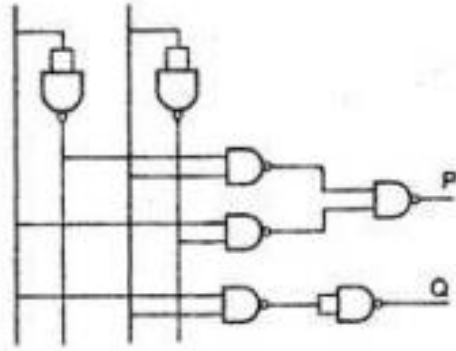
ঘ দৃশ্যকল্প-২ এর সত্যক সারণি থেকে প্রাপ্ত লজিক গেইট হচ্ছে, X-OR Gate
 $R = P \oplus Q$

এখানে, ইনপুট P ও Q এর মানগুলোর মধ্যে তুলনা করা হয়েছে। সাধারণত বিজোড় সংখ্যক ১ এর জন্য X-OR Gate এর আউটপুট ১ হয়। যা সত্যক সারণিতে উল্লেখ করা হয়েছে। অপরদিকে, দৃশ্যকল্প-১ হতে প্রাপ্ত Y এর সমীকরণ হচ্ছে, $Y = A + B$

যা OR গেইটকে নির্দেশ করে। অর গেইটের যেকোনো একটি ইনপুট এর মান ১ হলে আউটপুট ১ হবে। যা নিচের সত্যক সারণিতে দেখানো হলো-

A	B	$Y = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

এখানে, ইনপুট A ও B এর মধ্যে যোগ করা হয়েছে।



[সি. বো. ২০১৬]

- ক. প্রজারিজম কী? ১
খ. $(298)_8$ সংখ্যাটি সঠিক কি-না—ব্যাখ্যা কর। ২
গ. Q এর মানকে NOR গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকে ব্যবহৃত লজিক সার্কিটটি ন্যূনতম সংখ্যক গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন সম্ভব— বিশ্লেষণপূর্বক উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর। ৪

গ. উদ্দীপকের প্রথম সার্কিটকে A এবং দ্বিতীয় সার্কিটকে B ধরলে Q এর মান হবে,

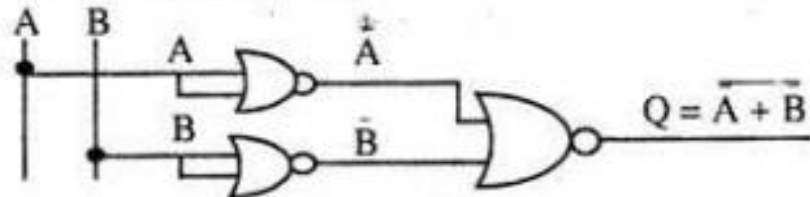
$$Q = AB$$

Q এর মানকে NOR গেইটের মাধ্যমে বাস্তবায়ন নিচে দেখানো হলো—

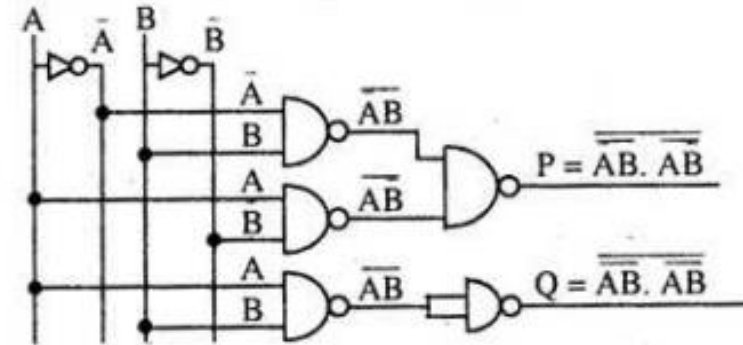
$$Q = AB$$

$$Q = \overline{\overline{AB}} \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$$

$$= \overline{A + B} \quad [\overline{AB} = \overline{A + B}]$$



ঘ. উদ্দীপকে ব্যবহৃত লজিক সার্কিট এ প্রথম গেইট A এবং দ্বিতীয় গেইটকে B ধরলে P ও Q এর আউটপুট হবে—



$$\therefore P = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{AB}}$$

$$= \overline{(\overline{A} + \overline{B})(\overline{A} + \overline{B})} \quad [\overline{AB} = \overline{A + B}]$$

$$= \overline{(A + B)(A + B)}$$

$$= \overline{AA + AB + AB + BB}$$

$$= \overline{AB + AB}$$

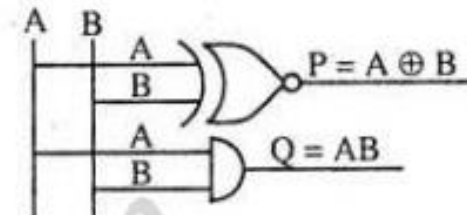
$$= \overline{A \oplus B} \quad [\because \overline{A \oplus B} = AB + \overline{AB}]$$

$$P = A \oplus B \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$$

$$\text{আবার, } Q = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{AB}} = \overline{\overline{AB}}$$

$$Q = AB \quad [\because \overline{\overline{A}} = A]$$

সমাধানকৃত P ও Q এর সমীকরণটি ন্যূনতম সংখ্যক গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন নিচে করা হলো:



প্রশ্ন ২৫ $F = \bar{A}B + \bar{B}C$.

- ক. লজিক গেইট কী? ১
খ. XOR সকল মৌলিক গেইটের সমন্বিত লজিক গেইট— ব্যাখ্যা কর। ২
গ. উদ্দীপকের ফাংশনটির লজিক চিত্র আঁক এবং ব্যাখ্যা কর। ৩
ঘ. উদ্দীপকের ফাংশনটি কী শুধু NAND গেইটের সাহায্যে বাস্তবায়ন করা সম্ভব? বিশ্লেষণ কর। ৪

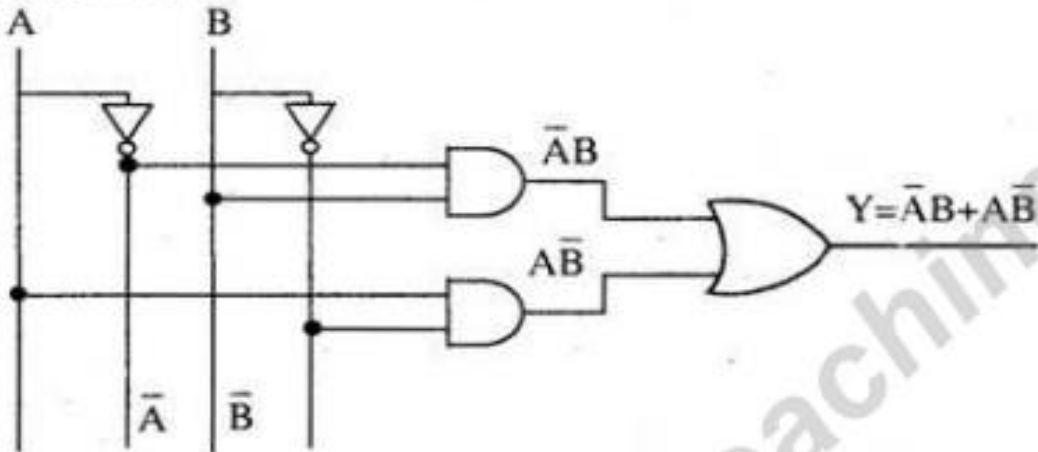
২৫ নং প্রশ্নের উত্তর

ক বুলিয়ান অ্যালজেব্রার ব্যবহারিক প্রয়োগের জন্য যে গাণিতিক ইলেক্ট্রিক সার্কিট ব্যবহার করা হয় তাকে লজিক গেইট বলে।

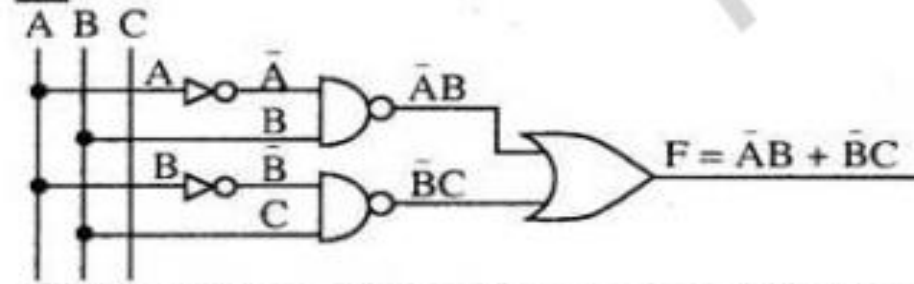
খ XOR গেইট সকল মৌলিক গেইটের সমন্বিত রূপ যা নিচে ব্যাখ্যা করা হলো—

Exclusive OR গেইটকে সংক্ষেপে XOR Gate বলা হয়। ইনপুট A এবং B হলে এ গেইটের আউটপুট যে বুলিয়ান নিয়মটি মেনে চলে তা হলো $X = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$ ।

নিচে $X = \bar{A}B + A\bar{B}$ সমীকরণটি মৌলিক গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন দেখানো হলো—



গ $F = \bar{A}B + \bar{B}C$



এই লজিক চিত্রে তিনটি ইনপুট A, B, C নেওয়া হয়েছে। A এর সাথে NOT Gate যুক্ত করে \bar{A} এবং তার সাথে B কে AND Gate গুণ করে $\bar{A}B$ নির্ণয় করা হয়েছে।

B এর সাথে NOT Gate যুক্ত করে \bar{B} এর সাথে C কে AND Gate গুণ করে $\bar{B}C$ গঠন করা হয়েছে।

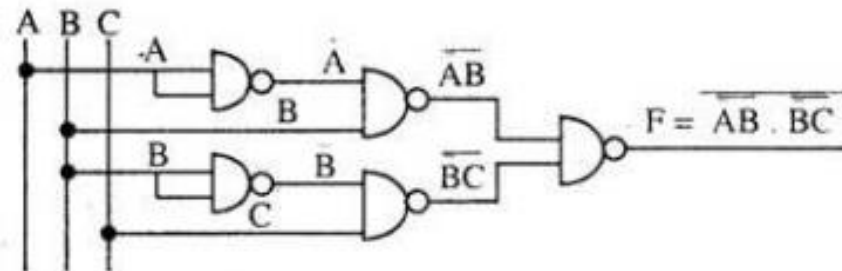
$\bar{A}B$ ও $\bar{B}C$ এই দুইটিকে OR Gate দ্বারা যোগ করে, $F = \bar{A}B + \bar{B}C$ সমীকরণ গঠন করা হয়েছে।

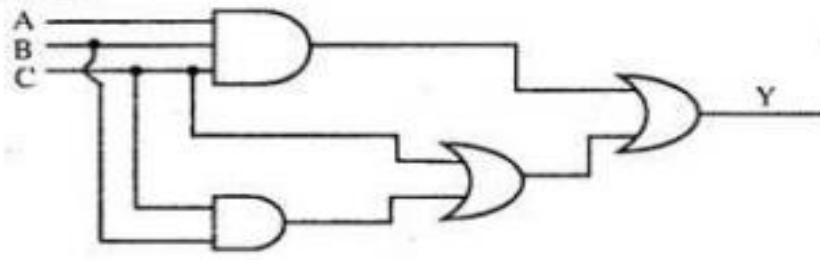
ঘ $F = \bar{A}B + \bar{B}C$ ফাংশনটি শুধু NAND গেইট দ্বারা বাস্তবায়ন সম্ভব।

$$F = \bar{A}B + \bar{B}C$$

$$= \overline{\overline{\bar{A}B + \bar{B}C}} \quad [\because \bar{\bar{A}} = A]$$

$$= \overline{\bar{A}B \cdot \bar{B}C} \quad [\because \overline{\bar{A} + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}]$$





চিত্র: ১

$$\bar{A}C + \bar{B}C/(\bar{A} + \bar{B}) + C$$

চিত্র: ২

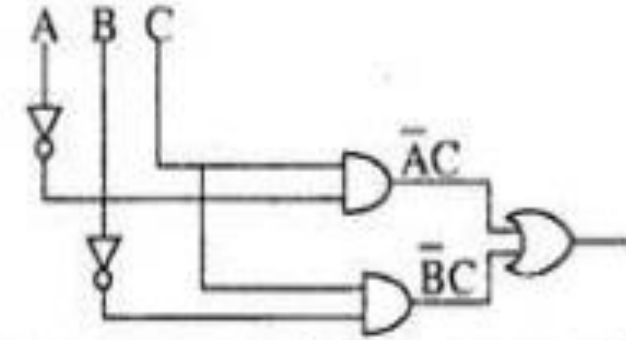
[মাস্টার্স, বো. ২০১৬]

- ক. সংখ্যা পদ্ধতি কী? ১
খ. চিত্রযুক্ত সংখ্যা (Signed Number) বলতে কি বুঝ? ব্যাখ্যা দাও। ২
গ. চিত্র-১ এর লজিক সার্কিটটির আউটপুট সরলীকরণ কর। ৩
ঘ. চিত্র-২ এর মত ফলাফল পেতে হলে চিত্র-১ এর কী ধরনের পরিবর্তন আনতে হবে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ চিত্র-১ এর লজিক সার্কিটটির আউটপুট সরলীকরণ করা হলো—

$$\begin{aligned} Y &= A.B.C + ((B.C) + C) \\ &= ABC + BC + C \\ &= BC(A + 1) + C \\ &= BC.1 + C \quad [\because A + 1 = 1] \\ &= BC + C \quad [\because A.1 = A] \\ &= C(B + 1) \\ &= C.1 \quad [\because A + 1 = 1] \\ &= C \quad [\because A.1 = 1] \end{aligned}$$

ঘ চিত্র-২ এর ফলাফলের লজিক সার্কিট অঙ্কন করা হলো—



এখানে চিত্র থেকে দেখা যাচ্ছে যে চিত্র-২ এর সাথে চিত্র-১ এর মৌলিক পার্থক্য হচ্ছে চিত্র-২ তে A ও B এর সাথে NOT gate-যুক্ত করা হয়নি। তাই চিত্র-২ এর মতো ফলাফল পেতে হলে চিত্র-১ এ A ও B এর সাথে

NOT gate যুক্ত করতে হবে। এছাড়াও চিত্র-১ এ দুইটি অ্যান্ড গেইট এবং দুটি অর গেইট আছে, যার মধ্যে একটি তিন ইনপুটের অ্যান্ড গেট। কিন্তু চিত্র-২ এ দুইটি অ্যান্ড গেইট একটি অর গেইট এবং দুইটি নট গেইট রয়েছে। তাহলে চিত্র-১ থেকে চিত্র-২ পেতে হলে চিত্র-১ এর একটি অর গেইট বাদ দিতে হবে। তিন ইনপুটের অ্যান্ড গেইটের পরিবর্তে দুই ইনপুটের অ্যান্ড গেইট ব্যবহার করতে হবে এবং দুটি নট গেইট ব্যবহার করতে হবে।