TIN

2016/2017

ÚLOHA 1

FILIP GULÁN
XGULAN00
XGULAN00@STUD.FIT.VUTBR.CZ

OBSAH

FILIP GULÁN
XGULAN00

ÚLOHA 1

BOD A:

GRAMATIKA GENERUJÚCA JAZYK L_1 JE G_1

$G_1 = (\{S, A, B, C, D, E, F, G, H\}, \{a, b, c\}, P, S)$

$P = \{$

$S \to A \mid B \mid CDE \mid \varepsilon,$

$A \to aAF \mid aG,$

$B \to HBc \mid Gc,$

$C \to aC \mid \varepsilon,$

$D \to bbD \mid \varepsilon,$

$E \to Ec \mid \varepsilon,$

$F \to c \mid \varepsilon,$

$G \to bG \mid \varepsilon,$

$H \to a \mid \varepsilon$

$\}$

BOD B:

G_1 JE TYPU 2 PRETOŽE PRAVIDLÁ SÚ TVARU $A \to \gamma$, $A \in N$, $\gamma \in (N \cup \Sigma)^*$

TYP 3 NEMÔŽE BYŤ PRETOŽE PRAVIDLÁ NESPLŇUJÚ TVAR $A \to xB$ alebo $A \to x$; $A, B \in N$, $x \in \Sigma^*$

L_1 JE TYPU 2 PRETOŽE SI DO PAMÄTE MUSÍME UKLADAŤ POČTY SYMBOLOV.

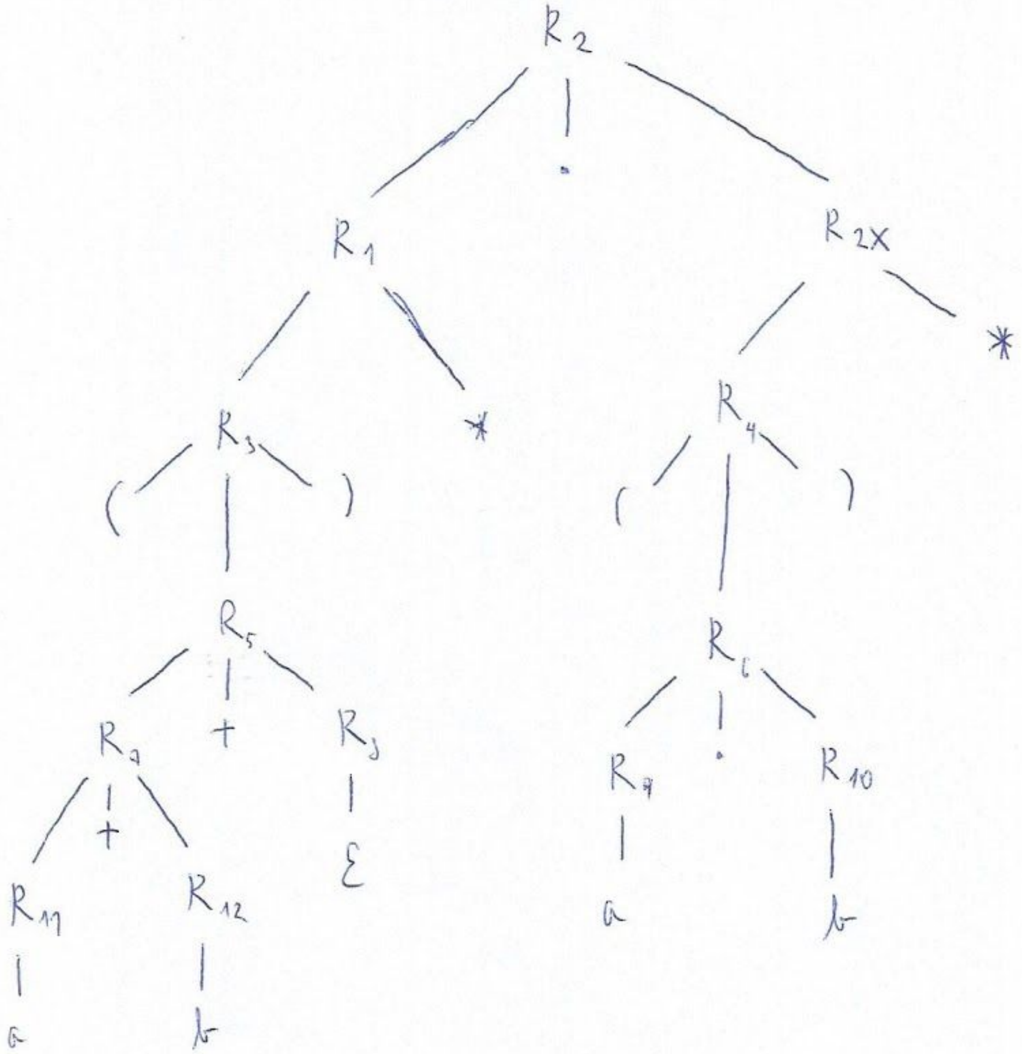
TO KA NEDOKÁŽE, POTREBUJEME NA TO ZA.

- TYP GRAMATIKY A JAZYKA SA MÔŽE VO VŠEOBECNOSTI LÍŠIŤ. JAZYK MÔŽE BYŤ ROVNAKÉHO, ALEBO NIŽŠIEHO TYPU AKO GRAMATIKA, KTORÁ JAZYK GENERUJE. $(0 > 1 > 2 > 3)$

FILIP GULÁN
XGULAN00

ÚLOHA 2

BOD A: REGULÁRNY VÝRAZ ROZLOŽÍM NA PRIMITÍVNE ZLOŽKY A ROZKLAD VYJADRÍM STROMOM



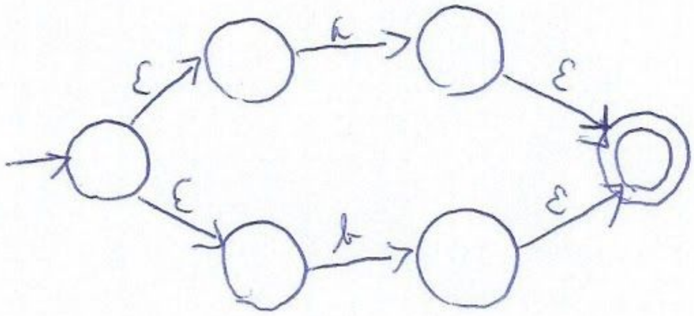
ZO STROMU VYPLÝVA: $R_{11} = R_9$

$R_{12} = R_{10}$

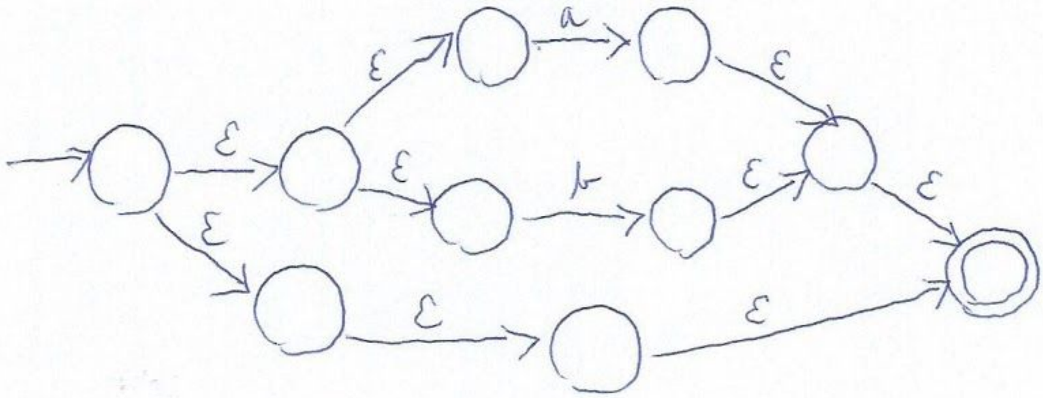
PODĽA STROMU ZOSTOJÍM KONEČNÉ AUTOMATY

KA PRE R_{11} KA PRE R_{12} KA PRE R_8

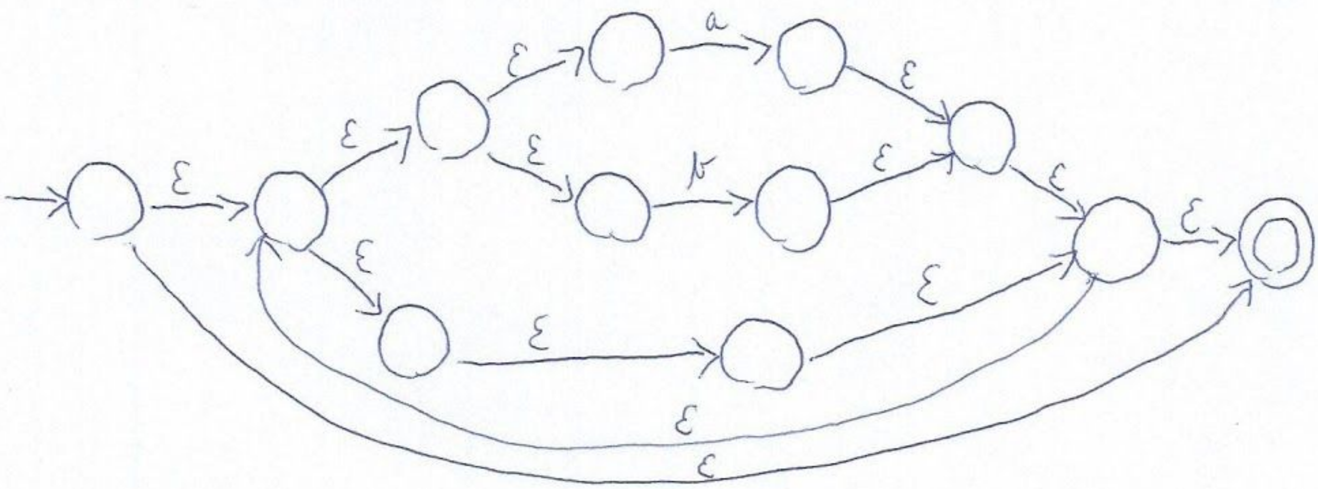
FILIP GULÁŇ
xGULAN00



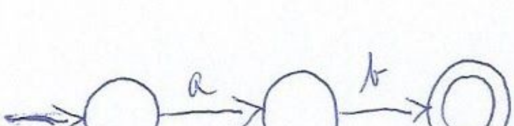
KA PRE R7



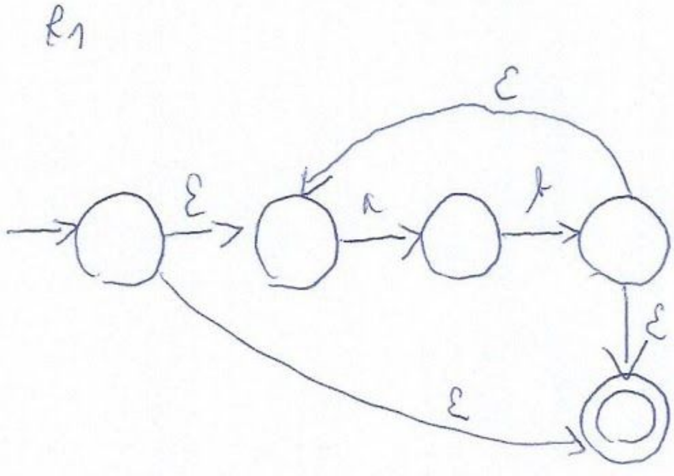
KA PRE R_5 a R_3



KA PRE R_1

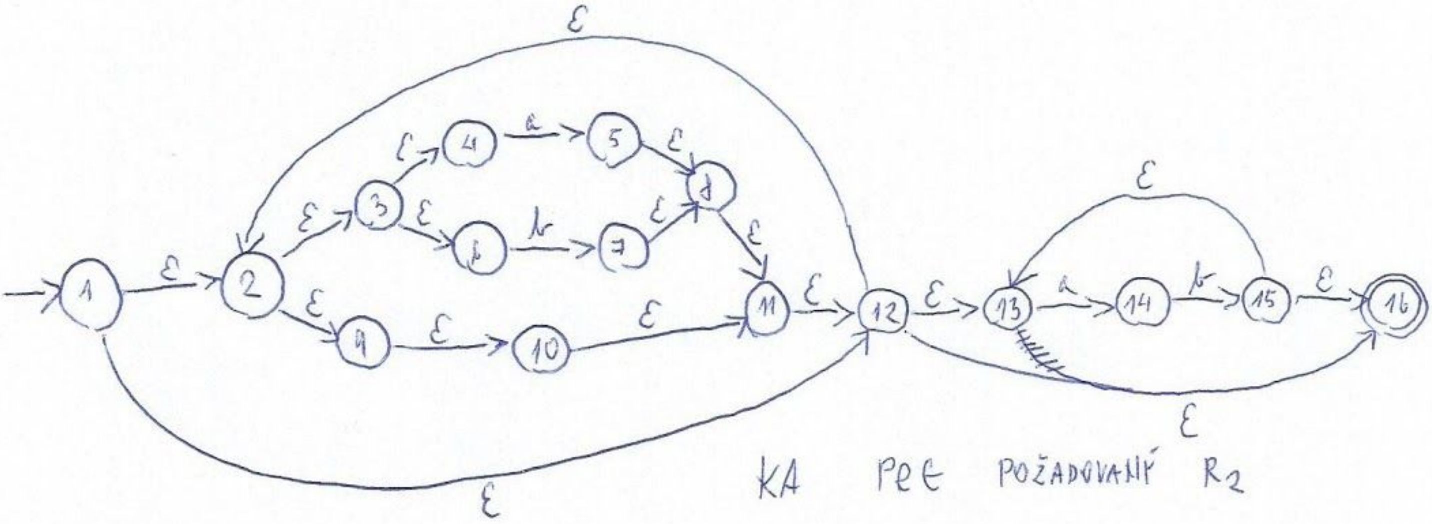


KA PRE R_6 a R_4



KA PRE R_{2X}

FILIP GULÁN
XGULAN00



KA PRE POŽADOVANÝ R_2

– POTOM RKA PREVEDIEM NA DKA. DKA ZOSTROJÍM POMOCOU ODSTRANENIA ε PRECHODOV

$q^0 = \varepsilon\text{-uzáver}(1) = \{1,2,3,4,6,9,10,11,12,13,16\} = A$

$\delta(A,a) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{5,14\}) = \{2,3,4,5,6,8,9,10,11,12,13,14,16\} = B$

$\delta(A,b) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{7\}) = \{2,3,4,6,7,8,9,10,11,12,13,16\} = C$

$\delta(B,a) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{5,14\}) = B$

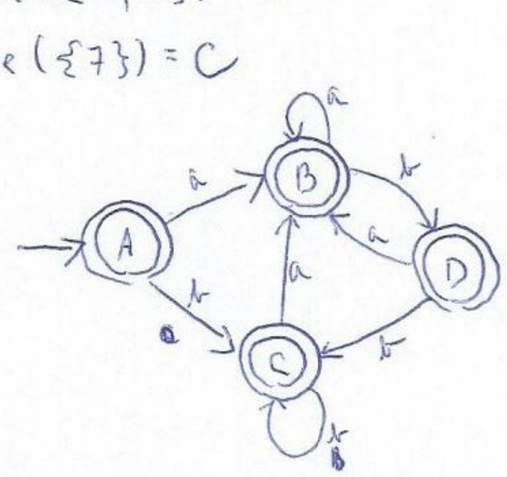
$\delta(B,b) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{7,15\}) = \{2,3,4,6,7,8,9,10,11,12,13,15,16\} = D$

$\delta(C,a) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{5,14\}) = B$

$\delta(C,b) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{7\}) = C$

$\delta(D,a) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{5,14\}) = B$

$\delta(D,b) = \varepsilon\text{-uzáver}(\{7\}) = C$

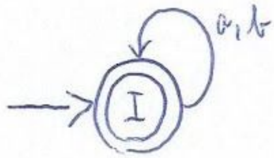


FILIP GULÁN
xGULAN00

- VZNIKNUTÝ DKA JE ZÁROVEŇ AJ ÚPLNÝ (ÚPLNE DEFINOVANÝ)
MÔŽEME TEDA VYKONAŤ PREVOD Z DKA NA REDUKOVANÝ DKA
HĽADÁM NEROZLIŠITELNÉ STAVY

	$\overset{0}{\equiv}$	a	b
I	A	B (I)	C (I)
	B	B (I)	D (I)
	C	B (I)	C (I)
	D	B (I)	C (I)

- TRIEDY EKVIVALENCIE SA ĎALEJ NEŠTEPIA
VYTVORÍM Z TÝCHTO TRIED EKVIVALENCIE NOVÉ STAVY REDUKOVANÉHO DKA



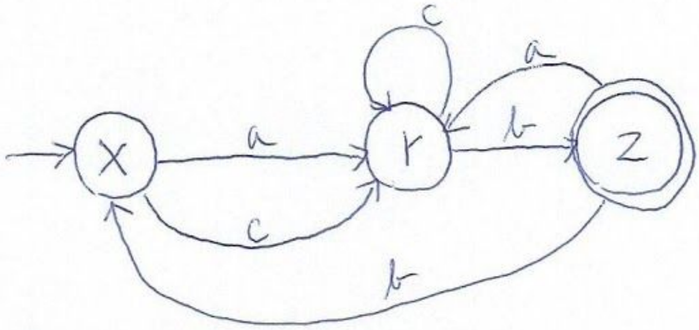
BOD B: POČET TRIED EKVIVALENCIE RELÁCIE $\sim_L$ JE ROVNAKÝ
AKO POČET STAVOV REDUKOVANÉHO KA, KTORÝ SOM ZOSTROJIL

$$L^{-1} = (a+b)^*$$

FILIP GULÁN
XGULAN00

ÚLOHA 3

- STAVY AUTOMATU SI OZNAČÍM ZĽAVA DOPRAVA X, Y, Z



- Z AUTOMATU VYTVORÍM ROVNICE:

$$X = aY + cY = (a+c)Y \qquad (1)$$
$$Y = cY + bZ = c^*bZ \qquad (2)$$
$$Z = aY + bX + \varepsilon \qquad (3)$$

- SNAŽÍM SA ZÍSKAŤ RIEŠENIE PRE POČIATOČNÝ STAV X. DOSADÍM Z Z ROVNICE (3) DO ROVNICE (2) A UPRAVÍM

$$Y = c^*bZ$$
$$Y = c^*b(aY + bX + \varepsilon)$$
$$\cancel{Y = (c^*ba)^*(c^*bb}$$
$$Y = c^*baY + (c^*bbX + c^*b)$$
$$Y = (c^*ba)^*(c^*bbX + c^*b) \qquad (4)$$

- DOSADÍM Y Z ROVNICE (4) DO ROVNICE (1) A UPRAVÍM

$$X = (a+c)Y$$
$$X = (a+c)((c^*ba)^*(c^*bbX + c^*b))$$
$$X = (a+c)((c^*ba)^*c^*bbX + (c^*ba)^*c^*b)$$
$$X = (a+c)((c^*ba)^*c^*bbX) + ((a+c)(c^*ba)^*c^*b)$$
$$X = ((a+c)(c^*ba)^*c^*bb)^*((a+c)(c^*ba)^*c^*b) \qquad (5)$$

- ROVNICA (5) PREDSTAVUJE EKVIVALENTNÝ REGULÁRNY VÝRAZ K NKA M_3.

FILIP GULÁN
XGULAN00

ÚLOHA 4

VSTUP: KA $M_1 = (Q_1, \{a, b, c\}, \delta_1, q_1^0, F_1)$

KA $M_2 = (Q_2, \{0, 1\}, \delta_2, q_2^0, F_2)$

VÝSTUP: $M_f = (Q_f, \Sigma_f, \delta_f, q_f^0, F_f)$ TAKÝ ŽE

$L(M_f) = \{w \mid w \in L(M_1) \wedge bin(w) \in L(M_2)\}$

ALGORITMUS: $Q_f = Q_1 \times Q_2$

$\Sigma_f = \{a, b, c\}$

δ_f: $\forall q_{11}, q_{12} \in Q_1 \ \forall q_{21}, q_{22}, q_{23} \in Q_2 \ \forall x \in \Sigma_f$:

$$(q_{12}, q_{23}) \in \delta_f((q_{11}, q_{21}), x) \iff$$

$$((q_{12} \in \delta_1(q_{11}, a) \wedge q_{22} \in \delta_2(q_{21}, 0) \wedge q_{23} \in \delta_2(q_{22}, 0)) \vee$$

$$(q_{12} \in \delta_1(q_{11}, b) \wedge q_{22} \in \delta_2(q_{21}, 0) \wedge q_{23} \in \delta_2(q_{22}, 1)) \vee$$

$$(q_{12} \in \delta_1(q_{11}, c) \wedge q_{22} \in \delta_2(q_{21}, 1) \wedge q_{23} \in \delta_2(q_{22}, 1)))$$

$q_f^0 = (q_1^0, q_2^0)$

$F_f = F_1 \times F_2$

FILIP GULÁN
XGULAN00

5 ÚLOHA

- MÁM JAZYK $L = \{a^i b^j c^k \mid i > k \wedge j \geq 1\}$, PREDPOKLADÁM, ŽE JAZYK L JE REGULÁRNY A VYKONÁM DÔKAZ SPOROM
- POTOM PODĽA PUMPING LEMMY PLATÍ:
$\exists k > 0: \forall w \in L \wedge |w| \geq k \Rightarrow w = xyz \wedge y \neq \varepsilon \wedge |xy| \leq k \wedge xy^iz \in L$ PRE $i \geq 0$.
- UVÁŽIM ĽUBOVOĽNÉ K TAKÉ ŽE $k > 0$
- UVÁŽIM ĽUBOVOĽNÉ W TAKÉ, ŽE $w = a^k b c^{k-1}$, $|w| = 2k$ $\quad 2k \geq k$
- UVÁŽIM ĽUBOVOĽNÉ $x, y, z \in \Sigma^*$ TAKÉ, ŽE $w = xyz$, $y \neq \varepsilon$, $|xy| \leq k$, $\forall i \geq 0: xy^iz \in L$
- Z LEMMY, KONKRÉTNE Z $|xy| \leq k$ A $y \neq \varepsilon$ PLYNIE ŽE y MUSÍM ZVOLIŤ JEDINE V PREFIXE REŤAZCA w, KTORÝ JE TVORENÝ IBA SYMBOLMI a.
- POTOM PRE $i = 0$ REŤAZCA xy^iz NEBUDE PLATIŤ, ŽE $\#_a(w) > \#_c(w)$
$\Rightarrow$ SPOR
- TÝM TEDA PREDPOKLAD, ŽE JAZYK L JE REGULÁRNY NEBOL SPRÁVNY. JAZYK L NIE JE REGULÁRNYM JAZYKOM.

FILIP GULÁN
XGULAN00

ÚLOHA 6

1.) NECH L JE JAZYK TYPU 3. POTOM EXISTUJE KONEČNÝ AUTOMAT M TAKÝ, ŽE $L = L(M)$. (DEF. ZÍSKANÁ ZO SKRÍPT VETA 3.6)

2.) NECH $L = L(M)$ PRE NEJAKÝ KONEČNÝ AUTOMAT M. POTOM EXISTUJE GRAMATIKA G TYPU 3 TAKÁ ŽE $L = L(G)$. (DEF. ZÍSKANÁ ZO SKRÍPT VETA 3.7)

3.) Z DÔKAZU PRE VETU 3.7 VIEM, ŽE KONEČNÝ AUTOMAT M SA DÁ PREVIESŤ NA DETERMINISTICKÝ KONEČNÝ AUTOMAT M

4.) ZA PREDPOKLADU ŽE GRAMATIKA G JE VIACZNAČNÁ VYKONÁM DÔKAZ SPOROM.

5.) NECH G JE GRAMATIKA. HOVORÍME, ŽE VETA w GENEROVANÁ GRAMATIKOU G JE VIACZNAČNÁ, AK EXISTUJÚ ASPOŇ 2 RÔZNE DERIVAČNÉ STROMY S KONCOVÝMI UZLAMI TVORIACIMI VETU w. GRAMATIKA G JE VIACZNAČNÁ, AK GENERUJE ASPOŇ JEDNU VIACZNAČNÚ VETU. V OPAČNOM PRÍPADE HOVORÍME O JEDNOZNAČNEJ GRAMATIKE. (DEF. ZÍSKANÁ ZO SKRÍPT VETA 4.5)

6.) Z KROKU 5 TEDA PLATÍ $\exists q \in Q \; \exists a \in \Sigma : |q \rightarrow aR| > 1$ PRE $\forall R \in \Sigma$ PLATÍ $\exists q \in Q \; \exists a \in \Sigma : |\delta(q, a)| > 1$ TEDA K ODVODZOVACIEMU PRAVIDLU GRAMATIKY EXISTUJE EKVIVALENTNÝ PRECHOD KA.

7.) Z KROKU 2-3 VIEM, ŽE PRE KA MUSÍ EXISTOVAŤ VIAC AKO 1 PRECHOD PRE DANÝ STAV A SYMBOL $\Rightarrow$ SPOR!!! PRETOŽE PODĽA DEFINÍCIE DETERMINISTICKÉHO KA PLATÍ ŽE $\forall q \in Q \; \forall a \in \Sigma :$ $|\delta(q, a)| \leq 1$ A TEDA GRAMATIKA G NIEJE VIACZNAČNÁ

8.) Z KROKU 5 VIEME, ŽE AK GRAMATIKA NIEJE VIACZNAČNÁ, TAK MUSÍ BYŤ TEDA JEDNOZNAČNÁ. GRAMATIKA G JE JEDNOZNAČNÁ A PRE KAŽDÝ REGULÁRNY JAZYK EXISTUJE JEDNOZNAČNÁ GRAMATIKA.