杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	线性代数 甲		考试日期	年 月 日		成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8位）		年级		专业	

题号	一	二	三			四		五	六	七	八	总分
			1	2	3	1	2					
得分												

一、 单项选择题 （每小题 3 分，共 15 分）

得分	

1.［3 分］

行列式 $D_1=\begin{vmatrix}1&3&1\\2&2&3\\3&1&5\end{vmatrix}, D_2=\begin{vmatrix}\lambda&0&-1\\0&\lambda-1&0\\-1&0&\lambda\end{vmatrix}$，若 $D_1=D_2$，则 λ 的值为( ).

(A) 0，1; (B) 0，2; (C) 1，-1; (D) 2，-1

2. ［3 分］

设 A，B为n阶方阵，满足等式AB=0，则必有( ).

(A) A=0 或 B=0; (B) $A+B$=0; (C) $|A|=0$或$|B|=0$; (D) $|A|+|B|=0$.

3. ［3 分］

设$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+3x_4=4\\x_1+x_2-3x_3+5x_4=5\\x_2+2x_3-2x_4=2\lambda\end{cases}$，当$\lambda$取( )时，方程组有解.

(A) $-\frac{1}{2}$; (B) $\frac{1}{2}$; (C) -1; (D) 1.

4. ［3 分］

二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+6x_1x_2+4x_1x_3+x_2^2+2x_2x_3+tx_3^2$，当 $t=$（ ）时，其秩为2.

(A) 0; (B) 2; (C) $\frac{7}{8}$; (D) 1.

5. ［3 分］

已知矩阵$\begin{bmatrix}22&30\\-12&x\end{bmatrix}$，有一个特征向量$\begin{bmatrix}-5\\3\end{bmatrix}$，则 $x=$（ ）.

(A) -18; (B) -16; (C) -14; (D) -12.

二、填空题 （每小题 3 分，共 15 分）

1. ［3 分］

设向量组 $\alpha_1=[1,1,1]^T,\alpha_2=[1,2,1]^T,\alpha_3=[2,3,t]^T$ 则当 t =________时，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关.

2. ［3 分］

设 A，B 为 n 阶可逆矩阵，若$|A|=3$，则$|B^{-1}A^kB|=$__________（其中k为正整数）.

3. ［3 分］

设 A为 4 阶方阵, A^*为 A的伴随矩阵, 且 A的秩为 2, 则 A^*的秩为_________.

4. ［3 分］

若 A 的阶数为 4×5, 而 A 的秩为 2, 则齐次线性方程组 AX=0 的基础解系所含解向量个数为 _____________.

5. ［3 分］

设 $A=\begin{bmatrix}1&2&0\\2&1&0\\0&0&3\end{bmatrix}$，则 A的特征值为___________.

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分	

1.［6 分］计算行列式 .

得分	

2. [6 分] 设 $A=\begin{bmatrix}5 & 2 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -2\\ 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$，试求 A^{-1}.

得分	

3. [6 分] 将向量 β 表示为向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 的一个线性组合，其中 $\beta=[3,5,-6]$, $\alpha_1=[1,0,1]$, $\alpha_2=[1,1,1]$, $\alpha_3=[0,-1,-1]$.

四、、试解下列各题（本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

得分	

1. [6分] 设R^3的两组基为 Ⅰ：$\alpha_1=[1,1,1]^T$，$\alpha_2=[1,0,-1]^T$，$\alpha_3=[1,0,1]^T$ ；Ⅱ：$\beta_1=[1,2,1]^T$，$\beta_2=[2,3,4]^T$，$\beta_3=[3,4,3]^T$.试求： 从基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$到基$\beta_1,\beta_2,\beta_3$的过渡矩阵.

得分	

2. [6分] 若二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2tx_1x_2+2x_1x_3$是正定的，试确定参数$t$.

得分	

五、［本题 8 分］

设 $A=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&3&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，而 B 满足关系式 AB=A+B,试求矩阵 B ．

得分	

六、［本题 12 分］

设有方程组 $\begin{cases}x_1+4x_2-3x_3=0\\3x_1+2x_2+x_3=10b\\x_2+ax_3=-2\end{cases}$ 讨论当常数 a ，b 取何值时方程组有唯一解, 有无穷多解或无解?且在无穷多解时求出其通解.

得分	

七、[本题 12 分]

已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & 0\\ 2 & x & 2\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & y & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$ 相似，求 x 与 y 的值，并求可逆矩阵 P，使 $P^{-1}AP=B$.

八、证明题(本题共 2 小题，每题 4 分，共 8 分)

得分	

1．[4 分] 若 n 阶方阵 A 满足关系式 $A^2-2A+2E=0$，其中 E 为单位阵，试证 $A-E$ 为可逆，并求 $(A-E)^{-1}$.

2．[4 分] 设线性方程组

得分	

$$\begin{cases}x_1+a_1x_2+a_1^2x_3=a_1^3\\ x_1+a_2x_2+a_2^2x_3=a_2^3\\ x_1+a_3x_2+a_3^2x_3=a_3^3\\ x_1+a_4x_2+a_4^2x_3=a_4^3\end{cases}$$

证明：若 a_1,a_2,a_3,a_4 两两不相等，则此线性方程组无解.