

杭州电子科技大学学生考试卷（期末）样卷 2

考试课程	线性代数		考试日期	年 月 日		成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年 级		专 业	

题号	一	二			三		四	五	六	七	八	总分
		1	2	3	1	2						
得分												

一、 填空题 （每小题 3 分，共 18 分）

得分

1. [3 分]

行列式
$$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & a_2 & 0 & 9 \\ 1 & 0 & a_3 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & a_4 \end{vmatrix}$$
中 a_4 的代数余子式的值等于_____；

2. [3 分]

设 A, B 是两个 3 阶方阵, 且 $|A|=\frac{2}{3}, |B|=2$, 则 $\left|\frac{1}{3}(A^{-1} \cdot B)\right|$ =_____；

3. [3 分]

设向量组 $\alpha_1=[1,1,1]^T, \alpha_2=[1,2,1]^T, \alpha_3=[2,3,t]^T$ 则当 t =_____时, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关；

4. [3 分]

若 A 的阶数为 4×5 , 而 A 的秩为 3, 则齐次线性方程组 $AX=0$ 的基础解系所含解向量个数为 _____；

5. [3 分]

设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, 则 A 的特征值为_____；

6. [3 分]

二次型 $f(x_1, x_2, x_3)=5x_1^2+x_2^2+4x_3^2+4x_1x_2-8x_1x_3-4x_2x_3$ 的矩阵为 _____, 其秩为_____。

二、 试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

得分

1. [6 分] 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 & 7 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ ；

得分

2. [6 分] 设 $A=\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}$, 试求 A^{-1} ；

得分

3. [6 分] 求齐次线性方程组_____的基础解系。

三、试解下列各题（本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

得分	
----	--

1. [6 分] 将向量 β 表示为向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性组合，
其中 $\beta = [3, 5, -6], \alpha_1 = [1, 0, 1], \alpha_2 = [1, 1, 1], \alpha_3 = [0, -1, -1]$ ；

得分	
----	--

四、[本题 8 分]

设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，求 X 使 $AX=B-X$ 。

得分	
----	--

2. [6 分] t 取什么值时，二次型
 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2 + 2x_1x_3$ 是正定的二次型。

得分	
----	--

五、[本题 12 分]

设 R^4 中的向量组 $\alpha_1 = [1, 1, 0, 0], \alpha_2 = [1, 1, 0, 1], \alpha_3 = [0, 1, \lambda, 1], \alpha_4 = [2, \lambda, -1, 0]$, 讨论 λ 的取值, 确定该向量组何时线性相关, 何时线性无关? 当线性相关时, 确定该向量组的秩及一个极大线性无关组, 并用该极大线性无关组表示向量组中其余向量.

得分	
----	--

六、[本题 12 分]

设有方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = k \end{cases}$ 讨论当 k 取何值时方程组有唯一解, 有无穷多解或无解? 且在无穷多解时求出其通解。

得分	
----	--

七、[本题 10 分]

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & x & -2 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 5 & & \\ & y & \\ & & -4 \end{pmatrix}$ 相似, 试求 x, y 的值,

并求出 $A^2 - 5E$ 的特征值及行列式 $|A^2 - 5E|$ 的值。(其中 E 为 3 阶单位阵)

得分	
----	--

八、证明题(本题共 2 小题, 每题 5 分, 共 10 分)

1. [5 分] 若 n 阶方阵 A 满足关系式 $A^2 - 3A + 2E = 0$, 其中 E 为单位阵, 试证 A 为可逆, 并求 A^{-1} .

得分	
----	--

2. [5 分] 设 A 是 n 阶矩阵, 若存在正整数 K , 使线性方程组 $A^K x = 0$ 有解向量 α , 且 $A^{K-1}\alpha \neq 0$, 证明向量组 $\alpha, A\alpha, \dots, A^{K-1}\alpha$ 是线性无关的。