一、 选择题

1、若 A 为 n 阶方阵，且A^3=0，则矩阵$(E\text{-}A)^{-1}$=(　)

(A)E+A+A^2　　(B)E-A-A^2

(C)E+A-A^2　　(D)E-A-A^2

2、线性方程组$A_{m\times n}X = b$有解的充分必要条件是（ ）

（A）b=0　(B)m<n　(C) m=n　(D)秩(A)=秩(A|b)

3、下列命题中正确的是（ ）

（A）两个同阶单位矩阵的和、差、乘积仍是单位矩阵

（B）两个同阶对角矩阵的和、差、乘积仍是对角矩阵

（C）两个同阶对称矩阵的和、差、乘积仍是对称矩阵

（D）两个同阶反对称矩阵的和、差、乘积仍是反对称矩阵

4、若 A 是一个 n 阶可逆矩阵，则下列等式中（ ）不成立

（A）（$(A^T)^T$=A　(B) $(A^{-1})^{-1} = A$　(C) $(A^*)^*=A$　(D) $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

5、对于 n 阶方阵 A，若 $AA^T = 3E$，则|A|=（ ）

（A）±3　（B）$\pm\sqrt{3}$　（C）$\pm 3^n$　(D)$\pm 3^{\frac{n}{2}}$

6、设 A 是 n 阶对称矩阵，B 是 n 阶反对称矩阵，则下列矩阵中为反对称矩阵的是

（A）AB-BA　（B）AB+BA　（C）$(AB)^2$　(D)BAB

7、设 A 和 B 均为 n 阶方阵，A$\neq 0$且 AB=0，则（ ）

（A）B=0　（B）BA=0

（C）|A|=0 或|B|=0　（D）$(A\text{-}B)^2 = A^2 + B^2$

8、设 A 为 n 阶方阵，且|A|=a,则$||A|A^*|$ =(　)

(A) a^n　(B) $a^{n(n-1)}$　(C) a^{2n}　(D) a^{2n-1}

.

9、四阶行列式$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & b_3 & a_3 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & a_4 \end{vmatrix}$的值等于（ ）

（A）$a_1a_2a_3a_4\text{-}b_1b_2b_3b_4$　(B) $a_1a_2a_3a_4 + b_1b_2b_3b_4$

(C) $(a_1a_2 - b_1b_2)(a_3a_4 - b_3b_4)$　(D) $(a_2a_3 - b_2b_3)(a_1a_4 - b_1b_4)$

10.设 A 为 n 阶反对称矩阵，且 A 可逆，则有（ ）

（A）$A^TA^{-1} = \text{-}E$（B）$AA^T = \text{-}E$　(C) $A^{-1} = \text{-}A^T$　(D) $|A^T| = \text{-}|A|$

11.对于 n 阶可逆矩阵 A、B，则下列等式中（　）不成立

（A）$|(AB)^{-1}| = |A^{-1}||B^{-1}|$　(B)$|(AB)^{-1}| = \frac{1}{|A^{-1}|}\frac{1}{|B^{-1}|}$

(C) $|(AB)^{-1}| = |A|^{-1}|B|^{-1}$　（D）$|(AB)^{-1}|=\frac{1}{|AB|}$

12.设 A、B 均为 n 阶方阵，则必有（ ）

（A）$|A+B| = |A|+|B|$　　（B）$AB = BA$

（C）$|AB|=|A||B|$　　（D）$(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

13.下列矩阵中，不是初等矩阵的是（ ）

（A）$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　（B）$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　（C）$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$　（D）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

14.设 a,b,c 两两互不相同，则$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = 0$的充要条件是（ ）

（A）abc=0　(B)a+b+c=0　(C) a=1,b=-1,c=0　(D) $a^2 = b^2, c = 0$

二、 填空题

1、D= $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ =____________

2、设 A 是五阶方阵，|A|=-1，A^*是 A 的伴随矩阵，则$|A^*|$ =______

3、当λ_____时，线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$一定只有零解

4、设 n 阶行列式 D=a≠ 0，且 D 的每行元素之和为 b，则$A_{11} + A_{21} + \dots + A_{n1} =$

5、设 A= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$，$A^*$是 A 的伴随矩阵，则$(A^*)^{-1}$=

6、已知 A 为三阶方阵且|A|=$-\frac{1}{8}$，则||$(2A)^{-1}$|=_______

7、设 A 是4×3矩阵，且 R（A）=2，而 B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，则 R（AB）=_______

8、若齐次线性方程组$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = 0 \end{cases}$ 有非零解，则 k________

9、$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$ = ________________

10、$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$ = ________

11、设 A=$\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 5 & \lambda\\ 1 & 1 & -6\end{pmatrix}$，R（A））=2，则λ=______

12、若齐次线性方程组$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=0\\ x_1+\lambda x_2-x_3=0\\ 2x_1-x_2+x_3=0\end{cases}$ 有非零解，则λ=______

13、设 A 为 3 阶方阵，B 为 5 阶方阵，且|A|=a,|B|=b，C=$\begin{bmatrix}0 & A\\ B & 0\end{bmatrix}$,则|C|=

14、设 A 是 3 阶方阵，|A|=-2，A^*是 A 的伴随矩阵，则$|A^*-\frac{1}{2}A^{-1}|$ = ______

15、设 A=$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & 6\end{pmatrix}$，$A^*$是 A 的伴随矩阵，则$(A^*)^{-1}$ = ______

三、计算题

1、计算 D= $\begin{vmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4\\ 0 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & x_4^2\end{vmatrix}$

2、求多项式 f(x)= $\begin{vmatrix}1 & 1 & 2 & 3\\ 1 & 2-x^2 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1 & 5\\ 2 & 3 & 1 & 9-x^2\end{vmatrix}$的根

3、设 f(x)=$3x^3+2x+1$,而 A=$\begin{bmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$，求 f(A)

4、设矩阵 A=$\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$，矩阵 X 满足 AX+E=$A^2+X$，求矩阵 X

5、设矩阵 A=$\begin{bmatrix}\lambda & 3 & 3 & 3\\ 3 & \lambda & 3 & 3\\ 3 & 3 & \lambda & 3\\ 3 & 3 & 3 & \lambda\end{bmatrix}$，且秩（A）=3，求λ的值

6、设 A=$\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$，试确定所有与 A 乘法可换的矩阵，即求满足条件 AX=XA 的矩阵 X

7、设 n 阶方阵 A 和 B 满足 A+B=BA

（1）证明：A-E 为可逆矩阵

（2）已知 B=$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，求 A

8、设 3 阶方阵 A、B 满足$A^{-1}BA = 6A + BA$，且 A=diag($\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{7}$),求|B|

9、已知线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 4 \\ -x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda^2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$，讨论λ取何值时，方程组无解，有唯一解，有无穷多解？当方程组有无穷多解的时候，写出方程组的通解。

10、求四阶行列式 D= $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$;

11、求矩阵 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$的逆矩阵

12、设 f(x)=a$x^2 + bx + c$,当 A 为 n 阶矩阵，E 为 n 阶单位矩阵时，定义 f(A)=a$A^2 + bA + cE$,先若 f(x)=x^2-3x-2,而 A=$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$，试求 f(A)

13、设四阶行列式 D=$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$，求$A_{13} + A_{23} + A_{43}$

14、设矩阵 A=$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & \lambda \\ 2 & 5 & \lambda & -1 \\ 1 & 1 & -6 & 10 \end{pmatrix}$，且 R（A）=3，求λ的值

15、设矩阵 A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 X 满足 AX+E=$A^2 + X$，试求|X|

16、设矩阵 A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$，矩阵 X 满足$A^* X = A^{-1} + 2X$，*试求矩阵X*

17、试问λ，μ取何值时，齐次线性方程组$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \mu x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2\mu x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$有非零解

18、问λ取何值时，线性方程组$\begin{cases} -x + \lambda y + 2z = 1 \\ x - y + \lambda z = 2 \\ -5x + 5y + 4z = -1 \end{cases}$ 无解，有唯一解，或有无穷多解？并在有无穷多解时求出其通解。

19、已知$\begin{cases} (1+\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = -\lambda-1 \end{cases}$，问λ取何值时，方程组无解，有唯一解，有无穷多解？当方程组有无穷多解时，求出方程组的通解。

20、讨论矩阵 A=$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & t \\ 2 & 3 & k & 4 \end{bmatrix}$的秩

21、设 3 阶方阵 A、B 满足$A^2B-A-B=E$，E 为 3 阶单位矩阵，若 A=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，求|B|

22、设 f(x)=x^2-x-2,而 A=$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{bmatrix}$，求 f(A)

23、已知矩阵方程 B+AX=X，且 A=$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，B=$\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$，求 X

四、证明

1、证明：若a_1,a_2,a_3,a_4两两不相等，则线性方程组$\begin{cases} x_1 + a_1x_2 + a_1^2x_3 = a_1^3 \\ x_1 + a_2x_2 + a_2^2x_3 = a_2^3 \\ x_1 + a_3x_2 + a_3^2x_3 = a_3^3 \\ x_1 + a_4x_2 + a_4^2x_3 = a_4^3 \end{cases}$无解

2、设 A、B、C 均为 n 阶方阵，且$|E-A|\neq 0$，如果 C=A+CA，B=E+AB。证明 B-C=E

3、设 n 阶方阵 A 满足$A^2-3A=0$，证明 A-2E 可逆，并求$(A-2E)^{-1}$

4、设 A 是$n \times \mathrm{m}$矩阵，B 是$m \times n$矩阵，其中 $n<m$,若 AB=E，其中 E 为 n 阶单位矩阵，证明齐次线性方程组 BX=O 只有零解。

5、设 A、B 均为 n 阶对称矩阵，证明 AB 为对称矩阵$\Leftrightarrow$ AB=BA

6、设 A 为 n 阶（n≥ 2）可逆方阵，证明$(A^*)^* = |A|^{n-2}A$

7、已知 n 阶方阵 A 满足$A^3 = 3A(A-E)$，证明：A-E 可逆，并求 A-E 的逆