选择题

①

得分	

二、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. $f'(x_0)=0$是$f(x)$在x_0处取得极值的（　）

(A) 充分但非必要条件；　(B) 必要但非充分条件；

(C) 充分必要条件；　(D) 既非充分也非必要条件．

2. 当$x\to 0$时，$x-\sin x$是关于x^2的（　）

(A) 高阶无穷小；(B) 低阶无穷小；(C) 等价无穷小；(D) 同阶但非等价无穷小．

3. 设函数$f(x)$在$x=a$的某个领域内有定义，则$f(x)$在$x=a$处可导的一个充分条件是（　）

(A) $\lim\limits_{h\to+\infty} h[f(a+\frac{1}{h})-f(a)]$存在；　(B) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$存在；

(C) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$存在；　(D) $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(a)-f(a-h)}{h}$存在.

4. 定积分$\int_0^{3\pi/4}|\sin 2x|dx$的值是（　）

(A) $\frac{1}{2}$；　(B) $-\frac{1}{2}$；　(C) $\frac{3}{2}$；　(D) $-\frac{3}{2}$.

5. 已知$y=f(\sin x)$，则$dy=$（　）

(A) $f'(\sin x)\cos xdx$；　(B) $f'(\sin x)dx$；

(C) $f'(\sin x)\sin xdx$；　(D) $f'(\sin x)\cos x$.

6. 设$f'(\sin^2 x)=\cos^2 x$，则$f(x)=$（　）

(A) $\sin x-\frac{1}{2}\sin^2 x+C$；　(B) $x-\frac{1}{2}x^2+C$；

(C) $\sin x-\cos x+C$；　(D) $\frac{1}{2}x^2-x+C$.

7. 设函数$F(x)=\int_0^x f(t)dt$，则$\Delta F(x)$为（　）

(A) $\int_0^x[f(t+\Delta t)-f(t)]dt$；　(B) $\int_0^{x+\Delta x} f(t))dt$；

(C) $f(x)\cdot\Delta x$；　(D) $\int_0^{x+\Delta x} f(t)dt-\int_0^x f(t)dt$.

8. 设$f(x)$连续，则$\lim\limits_{x\to a}\frac{x}{x-a}\int_a^x f(t)dt=$（　）

(A) $af(a)$；　(B) $f(a)$；　(C) a；　(D) 0 .

②

得分	

一、选择题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. $f'(x_0)=0$ 是 $f(x)$ 在 x_0 处取得极值存在的（　　）

(A) 充分条件；　(B) 必要条件；　(C) 充分必要条件；　(D) 既非充分也非必要条件 .

2. 设函数 $y=(\sin x^4)^2$，则导数 $\dfrac{dy}{dx}=$（　　）

(A) $4x^3\cos(2x^4)$；(B) $2x^3\cos(2x^4)$；(C) $4x^3\sin(2x^4)$；(D) $2x^3\sin(2x^4)$.

3. 设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，$\Delta y=f(a+h)-f(a)$，则当 $h\to 0$ 时必有（　　）

(A) dy 是 h 的等价无穷小量；　(B) $\Delta y-dy$ 是 h 的同阶无穷小量；

(C) dy 是 h 的高阶无穷小量；　(D) $\Delta y-dy$ 是 h 的高阶无穷小量.

4. 当 $x\to 3^-$ 时，下列函数中为无穷小量的是（　　）

(A) $f(x)=e^{\frac{1}{x-3}}$；(B) $f(x)=\ln(3-x)$；(C) $f(x)=\sin\dfrac{1}{x-3}$；(D) $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2-9}$.

5. $x=0$ 是 $f(x)=\arctan\dfrac{1}{x}$ 的（　　）

(A) 连续点；(B) 可去间断点；(C) 跳跃间断点；(D) 第二类间断点.

6. 下列反常积分中收敛的是（　　）

(A) $\int_e^{+\infty}\dfrac{1}{x\ln x}dx$；　(B) $\int_e^{+\infty}\dfrac{1}{x(\ln x)^2}dx$；(C) $\int_e^{+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}dx$；　(D) $\int_e^{+\infty}\dfrac{\ln x}{x}dx$.

③

1. 设 L 是从 $A(1,0)$ 到 $B(-1,2)$ 的直线段，则 $\int_L (x+y)ds =$

(A) $\sqrt{2}$；　　(B) $2\sqrt{2}$；　　(C) 2；　　(D) 0.

2. 函数 $f(x)=x^2e^{x^2}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内展开为 x 的幂级数为(

(A) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n}}{n!}$；　　(B) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+2}}{n!}$；　　(C) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2(n+1)}}{n!}$；　　(D) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n-1}}{(2n-1)!}$.

3. 函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $F(xy,z)=x$ 所确定，其中 $F(u,v)$ 具有连续的一阶偏导数，则 z_x+z_y 等于(　. .

(A) $\frac{1-yF_1-xF_1}{F_2}$;　　(B) $\frac{1-yF_x-xF_y}{F_2}$;　　(C) 0;　　(D) 1.

4. 设 L 是圆域 $D: x^2+y^2\le -2x$ 的正向周界，则 $\oint_L (x^3-y)dx+(x-y^3)dy$ 等于(

(A) -2π；　　(B) 0；　　(C) $\frac{3}{2}\pi$；　　(D) 2π.

5. 设 Σ 为柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=0$ 与 $z=1$ 所围立体的外侧，则 $\oiint_{\Sigma} z\,dxdy =$

(A) 3π；　　(B) π；　　(C) -2π；　　(D) 2π

6. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n(x+1)^n$ 在 $x=1$ 处发散，则该级数在 $x=-4$ 处的敛散性为(

(A) 绝对收敛;　　(B) 条件收敛;　　(C) 发散;　　(D) 敛散性无法判定.

分]下列级数中收敛的是(

(A) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n+1}{n(n+2)}$;　　(B) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{3^n}{n2^n}$；

(C) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n\sqrt[n]{n}}$;　　(D $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin na}{n^2}$，其中 $0<a<1$. .

8. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_1^2 dx\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)dy$ 的积分次序交换后为(

(A) $\int_0^1 dy\int_{2-y}^{2} f(x,y)dx$；　　(B) $\int_0^1 dy\int_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$；

(C) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$；　　(D) $\int_0^1 dy\int_1^{2-y} f(x,y)dx$.

④

1．下列各式中正确的是：

(A) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=1$

(B) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=1$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}=-e$

(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x}=e$

2．当$x\to 0$时，$(1-\cos x)^2$与x^n是同阶无穷小，则n为（ ）

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

3．设函数$f(x)$在点$x=a$处可导，则$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(a-x)-f(a)}{x}=$（ ）

(A) $2f'(a)$

(B) $-f'(a)$

(C) $f'(2a)$

(D) 0

4．若$f(x)=\begin{cases}\ln(1+x^2),x>1\\ x+b,x\le 1\end{cases}$在$x=1$处连续，则（ ）

(A) $b=-1$

(B) $b=\ln 4-1$

(C) $b=\ln 3-1$

(D) $b=\ln 2-1$

5．设函数$y=f(x)$由方程$e^y=y\sin x+1$所确定，则$y'(0)=$（ ）

(A) 1

(B) -1

(C) 0

(D) $\frac{1}{2}$

6．下列反常积分中收敛的是（ ）

(A) $\int_e^{+\infty}\frac{\ln x}{x}dx$

(B) $\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\ln x}dx$

(C) $\int_e^{+\infty}\frac{1}{x\sqrt{\ln x}}dx$

(D) $\int_e^{+\infty}\frac{1}{x(\ln x)^2}dx$

⑤

1. 若函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的导数 $f'(x_0)=0$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_0 f(x_0))$ 处的法线 (　　)

(A) 与 x 轴相平行; (B) 与 x 轴相垂直;

(C) 与 y 轴相垂直; (D) 与 x 轴既不平行也不垂直.

2. 当 $x\to 0$ 时，arctan3x 与 $\dfrac{ax}{\cos x}$ 是等阶无穷小，则 $a=$ (　　)

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

3. $y=f(\sin x)$，则 $dy=$ (　　).

(A) $f'(\sin x)(\sin x)'dx$; (B) $f'(\sin x)dx$;

(C) $f'(\sin x)\sin xdx$; (D) $f'(\sin x)\cos x$.

4. 下列等式中正确的是 (　　)

(A) $\dfrac{d}{dx}\int_a^b f(x)dx=f(x)$; (B) $\dfrac{d}{dx}\int_a^x f(x)dx=f(x)$;

(C) $\dfrac{d}{dx}\int_x^b f(x)dx=f(x)$; (D) $\int f'(x)dx=f(x)$.

5. 若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\dfrac{\ln x}{x}$，则 $\int xf'(x)dx=$ (　　)

(A) $\dfrac{\ln x}{x}+C$; (B) $\dfrac{1+\ln x}{x^2}+C$; (C) $\dfrac{1}{x}+C$; (D) $\dfrac{1-2\ln x}{x}+C$.

6. 下列反常积分中发散的是 (　　)

(A) $\int_0^{+\infty}\dfrac{1}{1+x^2}dx$; (B) $\int_0^{+\infty}\dfrac{\ln x}{x}dx$; (C) $\int_0^1\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$; (D) $\int_0^{+\infty}e^{-x}dx$.

⑥

1. 当$x\to 0$时,下列函数中（　　）是$f(x)=x^2$的同阶但非等价无穷小.

(A)$\sin x$；　(B)$1-\cos x$；　(C)$\arctan 2x$；　(D)$\tan x^2$.

2. 下列结论不正确的是（　　）.

（A）若$f(x)$在区间I内连续，则$f'(x)$在区间I内连续；

（B）若$f'(x)$在区间I内连续，则$f(x)$在区间I内连续;

(C) 若$f(x)$在区间I内等于常数，则$f'(x)$在区间I内等于零;

（D）若$f'(x)$在区间I内等于零. 则$f(x)$在区间I内等于常数.

3. $x=0$是函数$f(x)=\arctan\frac{1}{x}$ 的（　　）.

(A)连续点;　(B)可去间断点;　(C)跳跃间断点;　(D) 无穷间断点.

4. 定积分$\int_0^{\pi}|\sin 2x|dx$的值是（　　）.

（A）0;　（B）2;　（C）-2;　（D）4.

5. 函数$f(x)=x-\ln(1+x)$在区间$[0,1]$上满足拉格朗日定理的点$\xi=$（　　）.

(A) $1-\ln 2$；　(B)$\frac{1}{\ln 2}-1$；　(C) $1-\frac{1}{\ln 2}$；　(D)$\frac{1}{\ln 2}$.

6. $\int(\frac{1}{\cos^2 x}+\frac{1}{\sin^2 x})dx=$（　　）.

(A) $-2\cot x+C$；(B) $2\cot x+C$；(C) $-\cot x+\tan x+C$；(D) $\cot x-\tan x+C$.

7. $\frac{d}{dx}\int_a^x \arcsin t dt=$（　　）.

(A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$；　(B)0；　(C)$\arcsin x-\arcsin a$；　(D)$\arcsin x$.

8. 曲线$y=e^x$与该曲线过原点的切线及y轴所围的平面图形面积为（　　）.

(A) $\int_0^1(e^x-ex)dx$；　(B) $\int_1^e(e^x-xe^x)dx$；

(C) $\int_1^e(\ln y-y\ln y)dy$；　(D) $\int_0^1(\ln y-y\ln y)dy$.

⑦

1. 设常数 $k>0$，则函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x}{e}+k$ 在 $(0,+\infty)$ 内零点的个数为（　　）.

(A) 3个；　(B) 2个；　(C) 1个；　(D) 0个.

2. 微分方程 $y''+4y=3\cos 2x$ 的特解形式为（　　）.

（A） $y^*=A\cos 2x$；　（B） $y^*=Ax\cos 2x$；

（C） $y^*=Ax\cos 2x+Bx\sin 2x$；　（D） $y^*=A\sin 2x$.

3. 下列结论不一定成立的是（　　）.

（A）若 $[c,d]\subseteq[a,b]$，则必有 $\int_c^d f(x)dx\le\int_a^b f(x)dx$；

（B）若 $f(x)\ge 0$ 在 $[a,b]$ 上可积，则 $\int_a^b f(x)dx\ge 0$；

（C）若 $f(x)$ 是周期为 T 的连续函数，则对任意常数 a 都有 $\int_a^{a+T} f(x)dx=\int_0^T f(x)dx$；

（D）若可积函数 $f(x)$ 为奇函数，则 $\int_0^x tf(t)dt$ 也为奇函数.

4. 设 $f(x)=\dfrac{1+e^{\frac{1}{x}}}{2+3e^{\frac{1}{x}}}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）.

(A) 连续点；　(B) 可去间断点；

(C) 跳跃间断点；　(D) 无穷间断点.

填空题

①

得分	

一、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 不定积分 $\int (x-\sin x)dx =$ ________.

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\arcsin(\dfrac{\tan x}{2x}), & x<0\\ a, \ x\ge 0\end{cases}$，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________.

3. 若积分 $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^q}$ 收敛，则 q 的取值范围是________.

4. 设 $f(x)=\int_0^{x^2}\sin\sqrt{t}\,dt$，则 $f'(\frac{\pi}{4})=$ ________.

5. 微分方程 $y'x=y\ln y$ 满足 $y(1)=e^{-2}$ 的特解为________.

6. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}(\frac{1}{x}-\cot x)=$ ________.

②

得分	

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

1. 设 $y=e^{x\sin x}$，则 y 在 $x=\frac{\pi}{2}$ 处的微分等于________ .

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln(1-x)}{2x}, & x<0\\ a+e^{2x}, \ x\ge 0\end{cases}$，且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ ________.

3. 不定积分 $\int \frac{1}{x^2}\cos\frac{1}{x}dx=$ ________.

4. 微分方程 $y''+\frac{1}{x}y'-x=0$ 的通解为________.

③

1. 平面 $\Pi_1: x-y+2z-6=0$ 和平面 $\Pi_2: 2x+y+z-5=0$ 的夹角为_ 6.

2. 设 L 是从 $A(1,\frac{1}{2})$ 沿曲线 $2y=x^2$ 到 $B(2,2)$ 的弧段，则 $\int_L \frac{2x}{y}dx-\frac{x^2}{y^2}dy=$ _ ;

3. 设 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 2x\}$，则 $\iint\limits_D(1+2y)dxdy=$ _ _;

4. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$ 在 $(0,\pi)$ 内的和函数为 $S(x)=1+x$，则此级数在 $x=3\pi$ 处收敛于________ ___ .

④

1．设曲线$y=2x^2+bx$和直线$y=2x$相切于原点，则$b=$________

2．若$f(x)=x^2e^{-x}$，则$f(x)$的极大值等于________________

3．微分方程$\frac{dy}{dx}=(y+3)\sin x$的通解是________________________

4．曲线$y=4+x^2$在$(0,4)$处的曲率等于____________________

⑤

得分	

1. 函数 $y=x+2\cos x$ 在闭区间$[0,\frac{\pi}{2}]$上的最大值是__________.

2. 函数 $y=\ln(4-x^2)$ 的单调减少区间是______________.

3. 微分方程 $(x+1)y'-2y=0$ 的满足 $y(1)=\frac{1}{4}$ 的特解是________________.

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x+\cos x)\sin x dx=$______________.

⑥

1．若$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax+\sin x}{x}=2$，则$a=$ ________.

2．设$y=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，则$dy=$______________.

3．$\int(e^{-2x}+1)dx=$______________________.

4．微分方程$y'x=y$满足$y(1)=3$的特解为______________.

5.设函数$f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{2x}}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$，且$f(x)$在$x=0$处连续，则$a=$________.

6．$y=\ln(1-x)$的带佩亚诺余项的n阶麦克劳林表达式为________________.

⑦

1．$\lim\limits_{x\to 0}(e^x-x)^{\frac{1}{x^2}}=$____________________.

2．$\int_{-1}^{1}x\left(1+x^{2005}\right)\left(e^x-e^{-x}\right)dx=$______________________.

3．设函数$y=y(x)$由方程$\int_1^{x+y}e^{-t^2}dt=x$确定，则$\frac{dy}{dx}\Big|_{x=0}=$____________________.

4．设$f(x)$可导，且$\int_1^x tf(t)dt=f(x)$，$f(0)=1$，则$f(x)=$____________________.

5．微分方程$y''+4y'+4y=0$的通解为________________________.

计算题

①

三、计算题（共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

得分	

1．设 $y = e^{2x} - \ln\cot x$，求 dy.

得分	

2． $y = \arctan x + x\ln\sqrt{x}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=1}$ 的值

得分	

3. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{x-k}{x})^{-2x} = \lim\limits_{x\to\infty} x\sin\frac{2}{x}$，求 k 的值.

得分	

4．求函数 $f(x) = (x-2)^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ 的极值.

得分	

5. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln\sin x$，求 $\int x f(1-x^2)dx$.

得分	

6. 计算 $\int_0^2 (1+\frac{x}{2})\sqrt{2x-x^2}\,dx$.

得分	

四、[本题 10 分]

1. [4 分]方程 $\ln(x^2+y)=x^3y+\cos x$ 确定隐函数 $y=y(x)$，求 $y'(0)$.

2. [6 分] 求微分方程 $y''+2y'-3y=xe^{-3x}$ 的通解.

②

三、小型计算题（共 3 小题，每小题 4 分，共 12 分）

得分	

1. 求曲线 $y = 2\ln x + x^2 + 3$ 平行于直线 $y = 4x + 1$ 的切线方程

得分	

2. 隐函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^x - e^y = \sin(xy)$ 确定，求 $y'(0)$.

得分	

3. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{2}{x}}$.

四、计算题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

得分	

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\ln(\sin x)}{(\pi-2x)^2}$.

得分	

2. $y=\cos\dfrac{x^2}{1+x}$，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$ 的值.

得分	

3. 求曲线 $y=\dfrac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}-\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 的凹凸区间和拐点.

得分	

4. 求定积分 $\int_0^a x^2\sqrt{a^2-x^2}\,dx$.

五、计算题（共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）.

得分	

1. 求定积分 $\int_0^1 \dfrac{\ln(1+x)}{(2+x)^2}dx$.

得分	

2. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 内的连续函数，且满足 $\int_0^x tf(x-t)dt = e^{2x}-2x-1$，求 $f(x)$ 的表达式.

六、(共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分).

得分	

1. 设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\int_0^{2x}(e^{t^2}-1)dt}{x^2}, & x\neq 0 \\ a, & x=0 \end{cases}$，问 a 取何值时 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，并求 $f'(0)$.

得分	

2. 求微分方程 $y''-3y'+2y=xe^{2x}$ 的通解.

③

得分	

1. 设 $f(x,y)=x\ln(x+\ln y)$，求 $\frac{\partial f}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial f}{\partial y}$.

得分	

2. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n^2)}{n\sqrt{n}}$ 的敛散性，并给出理由（若是收敛，要说明是条件收敛还是绝对收敛）。

3. 计算 $\iint\limits_{D} xydxdy$，其中 D 是由曲线 $y^2 = x$ 及直线 $y = x - 2$ 所围成的闭区域

4. 立体 Ω 由曲面 $x^2 + y^2 = 4z$ 和平面 $z = 4$ 所围成，求其表面积.

得分	

5. 求 $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} e^{x^2+y^2} dx$.

得分	

6. 求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的收敛域和它的和函数.

④

1．求极限 $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)$

2．设$y = ln(1 + \sin x)$，求y在$x = 0$处的微分

3．求曲线$y = ln(3 + x^2)$的凹凸区间和拐点

4. $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$，求$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=0}$

5．求极限$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\int_0^x \arctan t \, dt}{x^2}$

6．求定积分$\int_{-2}^{2} \left(\frac{x}{1+x^2} + \sqrt{4 - x^2}\right) dx$

6．求不定积分$\int \frac{1}{x(4+ln^2 x)} dx$

⑤

1. 求极限$\lim\limits_{x \to 1}(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{\ln x})$.

2. 设函数$y=f(x)$由方程$e^{y}=y\sin x+1$所确定，求 $y'(0)$.

3. 求$f(x)=2x^2-\ln x$的极值.

4. 求曲线$\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=t^3 \end{cases}$在$t=2$对应点处的切线方程.

5. 求微分方程$y''-4y'+4y=0$的通解.

6. 设$\lim\limits_{x \to \infty}(\frac{x-k}{x})^{-2x}=\lim\limits_{x \to \infty}x\sin\frac{2}{x}$，求$k$的值.

1. 求不定积分 $\int x(1+\cos 2x)dx$.

2. 计算 $I=\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^{2}\sqrt{x^{2}+1}}$.

得分	

1. $f(x)=\begin{cases} \frac{\int_{0}^{x}\sin 2t dt}{x} & x>0 \\ a+e^{x} & x\le 0 \end{cases}$，(1) 当 a 取何值 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续？(2) $f(x)$ 在 $x=0$ 是否可导？

得分	

2. $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 连续，证明 $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx=\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$，并由此计算积分 $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{3} x}{\sin x+\cos x}dx$ 的值.

⑥

1．求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{x-\sin x}$.

2．设$y=\ln\sqrt{4-x^2}$，求$\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=1}$的值.

3．求函数$f(x)=x^2+\dfrac{1}{4x}$的极值.

4．已知$\begin{cases}x=e^{-t}\cos t\\ y=e^{-t}\sin t\end{cases}$，求$\dfrac{dy}{dx}$.

5．求$\int\arcsin x dx$.

6．计算$I=\int_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}dx$.

1. [4 分]方程$xy+e^{y^2}-x=0$确定隐函数$y=y(x)$，求曲线$y=y(x)$在点$(1,0)$处的切线方程.

2．[6 分] 求微分方程$y''+5y'-6y=xe^{-2x}$的通解.

⑦

1. 计算定积分 $\int_0^{\sqrt{2}} x^3 e^{-x^2} dx$.

2. 计算不定积分 $\int \frac{x\sin x}{\cos^5 x} dx$.

3. 求摆线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{2}$ 处的切线的方程.

4. 设 $F(x) = \int_0^x \cos(x^2 - t) dt$，求 $F'(x)$.

5. 设 $x_n = \frac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2)(n+3)\cdots(2n)}}{n}$，求 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

应用题

①

得分	

五、应用题[本题 7 分]

已知平面区域 D 由抛物线 $y=1-x^2$ 和 x 轴、y 轴及直线 $x=2$ 围成，试求（1）平面区域 D 的面积；

（2）平面区域 D 绕 y 轴旋转一周生成的旋转体的体积.

②

得分	

七、应用题[本题 9 分]

已知平面区域 D 由抛物线 $y=1-x^2$ 及其在点 $(1,0)$ 处的切线和 y 轴围成，试求（1）平面区域 D 的面积；

（2）平面区域 D 分别绕 x 轴、y 轴旋转一周生成的旋转体的体积.

③

四、应用题[本题共 15 分]

得分	

1.（5 分）求曲线 $x=t$，$y=-t^2$，$z=3t-1$ 上一点处与平面 $x+2y+z=4$ 平行的切线方程.

2.（10 分）设曲面 S：$\dfrac{x^2}{2}+y^2+\dfrac{z^2}{4}=1$ 和平面 π：$2x+2y+z+5=0$，

（1） 试求曲面 S 上平行于平面 π 的切平面方程；

（2） 试求曲面 S 和平面 π 之间的最短距离。

④

得分	

求由曲线 $xy=1$，直线 $y=x, y=2$ 所围成的平面图形的面积以及该平面图形绕 x 旋转一周生成的旋转体的体积.

⑤

已知平面图形由直线 $y=x+2$ 和曲线 $y=x^2$ 围成，试求该平面图形的面积以及它绕 x 轴旋转一周生成的旋转体的体积.

⑥

1．求由曲线 $y=\sqrt{x-2}$ 与该曲线过坐标原点的切线及 x 轴所围图形的面积.

2．设平面图形 D 由 $x^2+y^2\le 2x$ 与 $y\ge x$ 所确定，试求 D 绕直线 $x=2$ 旋转一周所生成的旋转体的体积.

3． 设 $a>1$, $f(t)=a^t-at$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内的驻点为 $t(a)$. 问 a 为何值时 $t(a)$ 最小？并求最小值.

证明题

①

得分

八、证明题 [本题 5 分]

设 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 具有连续的导函数 $f'(x)$，且 $f(a)=f(b)=0$，试证明不等式

$$4\int_a^b |f(x)|dx \le M(b-a)^2 \qquad （其中 M=\max_{a\le x\le b}|f'(x)|）.$$

②

得分

六、证明题 [本题 5 分]

设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 满足 $\frac{u_{n+1}}{u_n}\le\frac{v_{n+1}}{v_n}$，证明：当级数 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 收敛时，$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 也收敛。

③

得分

设 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上连续，且 $\int_0^{\pi}f(x)\cos x dx=0$．试证明：存在两点 $\xi_1\in(0,\pi)$，$\xi_2\in(0,\pi)$，$\xi_1\ne\xi_2$，使得 $f(\xi_1)=f(\xi_2)$．

④

设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上连续，且满足：

(1) 当 $x\in[a,b)$ 时，$\int_a^x f(t)dt\ge\int_a^x g(t)dt$；

(2) $\int_a^b f(t)dt=\int_a^b g(t)dt$．

试证明：$\int_a^b xf(x)dx\le\int_a^b xg(x)dx$．

⑤

设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导且 $f(0)=f(1)=0, f(\frac{1}{2})=1$，

试证明至少存在一点 $\xi\in(0,1)$，使得 $f'(\xi)=1$.