



《现代控制理论》MOOC课程

1.2 状态空间表达式的建立

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

1.2 状态空间表达式的建立

控制系统的外部描述

描述控制系统的外部特征，即描述系统的输入、输出关系。

控制系统的内部描述

不仅可以描述系统的输入输出关系，而且还能够揭示出系统内部各变量的关联关系。

外部描述



内部描述

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

实现问题

由输入输出描述确定状态空间描述的问题称为**实现问题**。

即若对于单输入、单输出的线性定常系统，已知描述系统动态过程的微分方程为：

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \cdots + a_1y^{(1)} + a_0y = b_mu^{(m)} + b_{m-1}u^{(m-1)} + \cdots + b_1u^{(1)} + b_0u$$

或传递函数：

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1s + b_0}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1s + a_0} \quad m \leq n$$

求出状态空间表达式：

$$\dot{x} = Ax + bu$$

$$y = Cx + du$$

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

关于实现问题的说明

➤ 实现存在的条件: $m \leq n$

$$Y(s) = G(s)U(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} U(s)$$

当 $m < n$ ，输入输出之间不存在比例关系， $D=0$ 。

$$\text{当 } m=n, \quad Y(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} U(s) = \frac{\bar{b}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} U(s) + b_n U(s)$$

输入输出之间存在比例关系， $D=b_n$ 。

当 $m > n$ ，假定 $m=n+1$ ：

$$Y(s) = \frac{b_{n+1} s^{n+1} + b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} U(s) = \frac{\hat{b}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \hat{b}_1 s + \hat{b}_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} U(s) + \bar{b}_n U(s) + b_{n+1} s U(s)$$

输入输出之间存在微分关系。若要表述这一关系，则输出方程为：

$$y = Cx + Du + E\dot{u}$$

三. 依据传递函数或高阶微分方程建立状态空间表达式

关于实现问题的说明

➤ 实现存在的条件: $m \leq n$

当 $m < n$ 时, 直接传输矩阵 $D=0$;

当 $m > n$, 输出将含有输入信号的直接微分项。这在实际系统中是不允许的, 状态空间表达式也无法表示。

➤ 实现的非唯一性;

会有无穷多个状态空间表达式, 实现给定的输入输出关系。

➤ 没有零极点对消的传递函数的实现称为最小实现。

因为没有零、极点对消的传递函数, 求得的状态空间表达式的维数是最小的。