《现代控制理论》第1章作业讲解

1.以下对状态空间表达式描述正确的是（　）。

A. 状态方程和输出方程的总和；

B. 由系统状态变量构成的描述系统动态过程的一阶微分方程组；

C. 描述系统输入引起系统状态变化的一阶微分方程组；

D. 描述系统输出与系统输入及系统状态之间的一个关系表达式；

2. 建立实际物理系统状态方程时，应按原则（　）确定状态变量个数。

A. 每一个动态环节对应一个状态变量；

B. 状态变量的个数应大于等于独立储能元件的个数；

C. 每一个储能元件对应一个状态变量；

D. 每一个积分环节对应一个状态变量；

3. 下列关于线性定常控制系统说法错误的是（　　）。

A. 同一动态系统的状态空间表达式是唯一的；

B. 同一动态系统的特征根是唯一确定的；

C. 同一动态系统的状态向量的维数是唯一的；

D. 同一动态系统的传递函数矩阵是唯一的；

4.由系统的框图建立系统状态空间表达式，需将方框图化为只包含（　　）的方框图。

A. 比例环节、积分环节和加法器

B. 比例环节和积分环节

C. 积分环节

D.一阶惯性环节和二阶振荡环节

E. 加法器和积分器

5. 对线性系统的状态空间表达式进行非奇异线性变换 $x = Pz$，下面说法错误的是（　　）。

A. 非奇异线性变化不改变系统的特征值;

B. 非奇异线性变换不改变系统的传递函数矩阵；

C. 非奇异线性变换不改变系统的状态空间描述；

D. 矩阵P是同一线性空间两组不同状态变量之间的线性变换矩阵；

6. 下列关于非奇异线性变换说法错误的是（   ）。

A. 合理地选取非奇异变换矩阵一定能将系统矩阵化为对角规范型；

B. 同一系统不同状态向量之间存在非奇异线性变换关系；

C. 非奇异线性变化不改变系统的特征值；

D. 非奇异线性变换不改变系统的传递函数矩阵；

7. 由系统的传递函数得到系统的状态空间表达式，若直接传输矩阵不等于零，则有（　）。

A. 传递函数分子的阶数等于分母的阶数；

B. 传递函数分子的阶数小于分母的阶数；

C. 传递函数分子的阶数小于等于分母的阶数；

D. 传递函数分子的阶数大于分母的阶数；

8. 二个子系统可并联的条件为（ ）

A. 二个子系统输入维数相等、输出维数也相等；

B. 前一个系统输入的维数与后一个子系统输出的维数相等；

C. 前一个系统输出的维数与后一个子系统输入的维数相等；

D. 一个子系统输入的维数等于另一个子系统输出的维数；

9. 如下输入输出描述 $\dddot{y} + 2\ddot{y} + 6\dot{y} + 3y = 5u$ 的一个状态空间表达式为（ ）

解：对等式两边取拉氏变换可得： $Y(s) = \frac{5}{s^3+2s^2+6s+3}U(s)$

设： $\tilde{Y}(s) = \frac{1}{s^3+2s^2+6s+3}U(s)$ **可得：** $(s^3 + 2s^2 + 6s + 3)\tilde{Y}(s) = U(s)$ $Y(s) = 5\tilde{Y}(s)$

取拉氏反变换可得： $\dddot{\tilde{y}} + 2\ddot{\tilde{y}} + 6\dot{\tilde{y}} + 3\tilde{y} = u$ ， $y = 5\tilde{y}$

取状态变量： $x_1 = \tilde{y}$, $x_2 = \dot{\tilde{y}}$, $x_3 = \ddot{\tilde{y}}$

故可得状态方程为：

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= \dddot{\tilde{y}} = -2\ddot{\tilde{y}} - 6\dot{\tilde{y}} - 3\tilde{y} + u = -3x_1 - 6x_2 - 2x_3 + u \end{aligned}$$

输出方程为： $y = 5\tilde{y} = 5x_1$

写成矩阵的形式：

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u ,$$

$$y = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

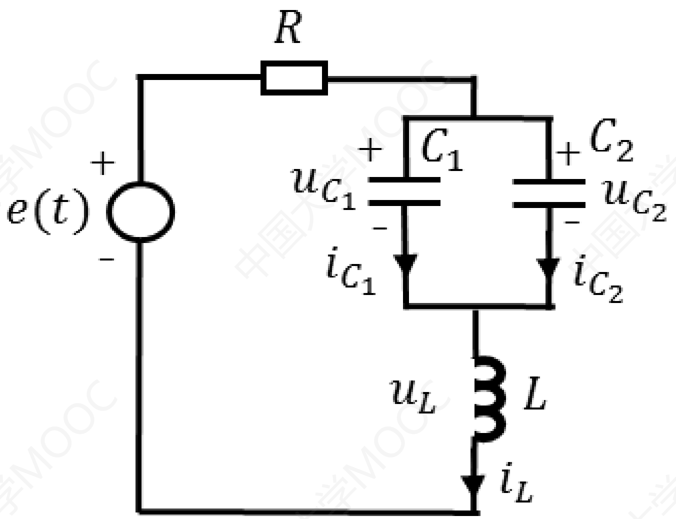
A. $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$,　　$y = [5 \quad 0 \quad 0]x$

B. $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$,　　$y = [5 \quad 0 \quad 0]x$

C. $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$,　　$y = [0 \quad 0 \quad 5]x$

D. $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & -6 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} u$,　　$y = [5 \quad 0 \quad 0]x$

10. 对于如图所示RLC电路，列写状态方程，状态变量选取正确的是（ ）



A. $x_1 = u_{C_1}$, $x_2 = i_L$

B. $x_1 = u_{C_2}$, $x_2 = i_L$

C. $x_1 = u_{C_1}$, $x_2 = i_{C_2}$, $x_3 = i_L$

D. $x_1 = u_{C_2}$, $x_2 = i_{C_1}$, $x_3 = i_L$

E. $x_1 = i_{C_1}$, $x_2 = i_{C_2}$, $x_3 = i_L$

11. 系统的状态空间表达式为：$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -4\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}u$ ，$y=\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix}x$

对系统进行非奇异线性变换 $z=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}x$ 系统的状态空间表达式为( )

A. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-8 & -17\\ 2 & 4\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}2\\ 10\end{bmatrix}u$ ，$y=\begin{bmatrix}-3 & 1\end{bmatrix}z$

B. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-8 & -17\\ 2 & 4\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}u$ ，$y=\begin{bmatrix}2 & 6\end{bmatrix}z$

C. $\dot{z}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & -4\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}u$ ，$y=\begin{bmatrix}2 & 6\end{bmatrix}z$

D. $\dot{z}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & -4\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}2\\ 10\end{bmatrix}u$ ，$y=\begin{bmatrix}-3 & 1\end{bmatrix}z$

解：$x=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}^{-1}z$

$$\dot{z}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}^{-1}z+\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}u=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & -4\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}2\\ 10\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 4\end{bmatrix}^{-1}z=\begin{bmatrix}-3 & 1\end{bmatrix}z$$

12. 已知系统的微分方程为 $\dddot{y}+2\ddot{y}+3\dot{y}+5y=5\ddot{u}+7u$,其所对应的状态空间表达式为：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\-5&-3&-2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u\,,\qquad y=\begin{bmatrix}7&0&5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}$$

则列写该状态空间表达式所选取的状态变量为( )

A. $x_1=L^{-1}\left[\frac{U(s)}{s^3+2s^2+3s+5}\right]$, $x_2=\dot{x}_1$, $x_3=\dot{x}_2$；

B. $x_1=L^{-1}\left[\frac{Y(s)}{s^3+2s^2+3s+5}\right]$, $x_2=\dot{x}_1$, $x_3=\dot{x}_2$；

C. $x_1=y$, $x_2=\dot{y}-5u$, $x_3=\ddot{y}-5\dot{u}+10u$；

D. $x_1=u$, $x_2=\dot{u}-5y$, $x_3=\ddot{u}-5\dot{y}+10y$；

13. 系统的状态空间表达式为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}-4 & -3\\ -1 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}u$ 其所对应的对角规范型为（ ）

A. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}3/4\\ -5/4\end{bmatrix}u$

B. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}5/4\\ -3/4\end{bmatrix}u$

C. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}3/4\\ -5/4\end{bmatrix}u$

D. $\dot{z}=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -5\end{bmatrix}z+\begin{bmatrix}5/4\\ -3/4\end{bmatrix}u$

解：由 $|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda+4 & 3\\ 1 & \lambda+2\end{vmatrix}=\lambda^2+6\lambda+5=0$ 解得 $\lambda_1=-5,\ \lambda_2=-1$

$(A-\lambda_1 I)P_1=0,\ \begin{bmatrix}1 & -3\\ -1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11}\\ p_{12}\end{bmatrix}=0$ 解得: $\begin{bmatrix}p_{11}\\ p_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\ 1\end{bmatrix}$

$(A-\lambda_2 I)P_2=0,\ \begin{bmatrix}-3 & -3\\ -1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{21}\\ p_{22}\end{bmatrix}=0$ 解得: $\begin{bmatrix}p_{21}\\ p_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}$

故有：$P=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}$，$P^{-1}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -3\end{bmatrix}$

$\bar{A}=P^{-1}AP=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & -3\\ -1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

$\bar{B}=P^{-1}B=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3/4\\ -5/4\end{bmatrix}$

14. 系统的状态空间表达式为 $\dot{x} = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$，$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} x$ 其所对应的传递函数矩阵为（ ）

A. $G(s) = \frac{4s+13}{s^2+6s+8}$

B. $G(s) = \frac{4s+21}{s^2+6s+8}$

C. $G(s) = \frac{4s+11}{s^2+6s+8}$

D. $G(s) = \frac{4s+13}{s^2+6s+8}$

解：$G(s) = C(sI - A)^{-1}B$

$$(sI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} s+5 & 1 \\ -3 & s+1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(s+2)(s+4)} \begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ 3 & s+5 \end{bmatrix}$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{1}{(s+2)(s+4)} \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & -1 \\ 3 & s+5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{4s+11}{s^2+6s+8}$$

15. 系统的状态方程为 $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 2\\-2 & -4\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}u$，其所对应的约当规范型为（ ）

A. $\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\0 & -2\end{bmatrix}\bar{x}+\begin{bmatrix}-5\\6\end{bmatrix}u$

B. $\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}-2 & 0\\0 & -2\end{bmatrix}\bar{x}+\begin{bmatrix}-5\\6\end{bmatrix}u$

C. $\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\0 & -2\end{bmatrix}\bar{x}+\begin{bmatrix}6\\-5\end{bmatrix}u$

D. $\dot{\bar{x}}=\begin{bmatrix}-2 & 0\\0 & -2\end{bmatrix}\bar{x}+\begin{bmatrix}5\\-6\end{bmatrix}u$

解：由 $|\lambda I-A|=\begin{vmatrix}\lambda & -2\\2 & \lambda+4\end{vmatrix}=\lambda^2+4\lambda+4=0$　解得 $\lambda_{1,2}=-2$

几何重数：$\alpha=2-rank(\lambda I-A)=2-rank\begin{bmatrix}-2 & -2\\2 & 2\end{bmatrix}=1$

设 $P_1=\begin{bmatrix}p_{11}\\p_{12}\end{bmatrix}$　则有：$(A-\lambda_1 I)P_1=0,$ $\begin{bmatrix}2 & 2\\-2 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11}\\p_{12}\end{bmatrix}=0$　解得: $\begin{bmatrix}p_{11}\\p_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$

$P_2=\begin{bmatrix}p_{21}\\p_{22}\end{bmatrix}$　则有：$(A-\lambda_2 I)P_2=P_1,$ $\begin{bmatrix}2 & 2\\-2 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{21}\\p_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$　解得: $\begin{bmatrix}p_{21}\\p_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\-1/2\end{bmatrix}$

故有：$P=\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & -1/2\end{bmatrix}$，$P^{-1}=\begin{bmatrix}-1 & -2\\2 & 2\end{bmatrix}$

$\bar{A}=P^{-1}AP=\begin{bmatrix}-1 & -2\\2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 2\\-2 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & -1/2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\0 & -2\end{bmatrix}$

$\bar{B}=P^{-1}B=\begin{bmatrix}-1 & -2\\2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5\\6\end{bmatrix}$