Problem maksymalnego przepływu w sieci

Krótki rys historyczny:

Problem maksymalnego przepływu w sieci po raz pierwszy sformułowano w 1954 roku przez T.E. Harrisa jako uproszczony model radzieckiego przepływu ruchu kolejowego. W 1955 roku, Lester R. Ford i Delbert R. Fulkerson stworzyli pierwszy znany algorytm, nazwany algorytmem Forda-Fulkersona .

Później zostały odkryte inne ulepszone rozwiązania problemu maksymalnego przepływu w sieci, szczególnie algorytm najkrótszej ścieżki powiększającej ścieżki Edmondsa i Karpa, algorytm Dinitza blokowania przepływu, algorytm „push-relabel" Goldberga i Tarjana oraz algorytm binarnego blokowania przepływu Goldberga i Rao. Elektryczny algorytm przepływu Christiano, Kelnera, Madry'ego i Spielmana znajdzie przybliżony optymalny maksymalny przepływ, ale zadziała tylko na grafach niekierunkowych.

Źródło: http://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_flow_problem

Istota problemu:

Niech dany będzie graf zorientowany, ważony $G=<V, E, u>$, z nieujemnymi wagami u_{ij} określonymi dla wszystkich krawędzi (i, j) ze zbioru E. Wartość u_{ij} będziemy nazywali przepustowością krawędzi (i, j).

Przepustowość danej krawędzi może mieć wartość nieskończenie dużą. Niech $U = max\{u_{ij}: u_{ij} < \infty \text{ i } (i,j) \in \text{E}\}$ (U - maksymalna skończona przepustowość)

W grafie wyróżnione są dwa wierzchołki: s – źródło oraz t – ujęcie.
Graf G z węzłami s oraz t będziemy nazywali siecią przepływu.

Rozwiązaniem problemu jest maksymalna wartość v dla wszystkich funkcji $f: E \to R_+ \cup \{0\}$ spełniających następujące warunki:

a) $\sum_{\{j:(i,j)\in E} f_{ij} - \sum_{\{j:(j,i)\in E} f_{ji} = \begin{cases} v & dla\ i = s \\ 0 & dla\ i \in V - \{s,t\} \\ -v & dla\ i = t \end{cases}$

b) $0 \leq f_{ij} \leq u_{ij}$ dla każdej krawędzi $(i,j) \in E$

Funkcja f to funkcja przepływu, a v to wartość tego przepływu.