

### Задача 1

$$g \in H(A) \Rightarrow g + A = A \Rightarrow g + A + B = A + B \Rightarrow g \in H(A + B).$$

### Задача 2

Пусть  $A < G$ . Тогда если  $g \in H(A) \Rightarrow g + A = A \Rightarrow g + 0 \in A \Rightarrow g \in A$ .

Пусть  $H(A) = A$ . Рассмотрим  $a \in H(A) = A, b \in A \Rightarrow a + A = A \Rightarrow a + b \in A$ . Теперь рассмотрим  $-a$ . В силу того, что множество  $A$  замкнуто по сложению и конечно, приходим к выводу, что  $a$  имеет конечный порядок, то есть  $k \cdot a = 0 \Rightarrow -a = a + \dots + a \in A$ .

### Задача 3

По теореме Кнезера:  $|A_1 + \dots + A_h| \geq |A_1 + \dots + A_{h-1}| + |A_h| - |H(A_1 + \dots + A_h)| \geq \dots \geq |A_1| + \dots + |A_h| - |H(A_1 + A_2)| - \dots - |H(A_1 + \dots + A_h)|$ . Так как  $H(A_1 + A_2) < \dots < H(A_1 + \dots + A_h)$ , можем оценить последнее выражение как  $\sum_{i=1}^h |A_i| - (h-1)|H(A_1 + \dots + A_h)|$ .