Лекция 6. Немного про джойнинги

Праздный факт:

Теорема 1 (Рохлин)**.** *Любое пространство Лебега (конечной меры) без атомов (точек ненулевой меры) изоморфно* $[0;1]$*.*

Рассмотрим множество всех джойнингов $J_{T,S}$. Оно выпукло и компактно (множество всех мер компактно в силу слабой компактности шара в гильбертовом пространстве, а замкунтое подмножество компакта компактно). Всякий джойнинг может быть тогда выражен как

$$\eta = \int\limits_{\partial J_{T,S}} \alpha d\xi_{(\eta)}.$$

Утверждается, что $\partial J_{T,S}$ представляет собой все эргодические джойнинги.

Пусть есть две эргодические системы T и S с общим дискретным спектром Λ. Тогда $J_{T,S}$ непусто и компактно, то есть имеет границу. Значит существует какой-то эргодический джойнинг η.

$L^2(\mu) = Span\{\varphi_\lambda(x) : \lambda \in \Lambda\}$, $L^2(\nu) = Span\{\psi_\lambda(x) : \lambda \in \Lambda\}$.

$(\hat{T} \times \hat{S})\varphi_{\lambda_1}(x)\psi_{\lambda_2}(y) = \lambda_1\lambda_2\varphi_{\lambda_1}\psi_{\lambda_2}$. $L^2(\eta) = \langle \varphi_{\lambda_1} \otimes \psi_{\lambda_2} \rangle$.

Утверждается, что канонические вложения $\hat{\pi}_1 : L^2(\mu) \to L^2(\eta), \hat{\pi}_2 : L^2(\nu) \to L^2(\eta)$ являются изоморфизмами.