Лекция 2. Аменабельные группы

1 Ещё немного о разных группах

Определение 1. Пусть есть последовательность F_n, тогда если $\frac{\lambda(F_n \oplus (\delta + F_n))}{\lambda(F_n)} \to 0$ для всех $z \in K$-компакта, то эти множества называются Фёльнеровскими.

Определение 2. Аменабельная группа G — такая группа, в которой есть «последовательность» Фёльнеровских множеств F_n.

Утверждается, что если вероятность случайного блуждания вернуться в 1 за n шагов стремится к 0 очень быстро, то группа не аменабельна.

С неаменабелностью SO(3) связан парадокс Банаха-Тарского.

Насчёт автоматных групп: их можно представлять как некоторые преобразования бинарного дерева. Необходимым условием обратимости, конечно, является обратимость преобразования дерева.

Такие автоматы порождают 5 интересных групп, которые мы точно будем рассматривать.

Упражнение 1. Дискретное преобразование Фурье в $\mathbb{Z}_2, \mathbb{Z}_3, \mathbb{Z}_4, \mathbb{Z}_8$: спектр, СЗ, СВ, как все устроено.