

Imagerie par résonance magnétique (IRM)

Introduction

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est une technique d'exploration non invasive permettant de visualiser les tissus biologiques avec une grande précision. Elle repose sur un principe physique fondamental : les protons présents dans les tissus — principalement ceux contenus dans les molécules d'eau — possèdent un moment magnétique associé à leur spin. Lorsqu'un champ magnétique externe uniforme B_0 est appliqué, ces moments magnétiques se mettent à précesser autour de l'axe du champ à la fréquence de Larmor, définie par

$$\omega_0 = \gamma B_0,$$

où γ est le rapport gyromagnétique du proton.

L'application d'impulsions radiofréquence (RF) permet de perturber l'aimantation à l'équilibre et de basculer les spins hors de leur alignement initial. Le retour progressif vers l'équilibre génère un signal mesurable par les bobines de réception. L'analyse de ce signal constitue la base de la formation de l'image IRM.

Deux mécanismes de relaxation gouvernent l'évolution temporelle du signal :

- **La relaxation longitudinale**, caractérisée par le temps T_1 , décrit le retour de l'aimantation dans la direction du champ principal B_0 . Elle correspond à l'échange d'énergie entre les spins et leur environnement (le *lattice*).
- **La relaxation transversale**, caractérisée par le temps T_2 , décrit la perte de cohérence de phase entre les spins dans le plan perpendiculaire à B_0 . Elle résulte des interactions locales entre spins.

Les valeurs de T_1 et T_2 varient fortement d'un tissu à l'autre (par exemple : substance grise, substance blanche, graisse, liquide céphalorachidien). Ces différences constituent la base du contraste observé en IRM.

L'objectif de ce TP est d'introduire progressivement aux concepts essentiels de la physique de l'IRM, à travers leur mise en œuvre en Python. Les activités proposées incluent :

- le calcul de la fréquence de Larmor pour différents champs magnétiques ;
- la simulation numérique des relaxations T_1 et T_2 ;
- l'analyse d'un signal de type spin-echo ;
- la génération d'images IRM synthétiques comportant plusieurs tissus ;
- l'estimation du temps T_2 par régression linéaire.

Exercice 1 : Calcul de la fréquence de Larmor

Objectif : Comprendre comment la fréquence de Larmor dépend du champ magnétique statique B_0 , et pourquoi cette relation est fondamentale pour l'excitation des spins en IRM.

Lorsque des protons sont placés dans un champ magnétique externe uniforme B_0 , leurs moments magnétiques commencent à précesser autour de l'axe du champ. Cette précession est analogue au mouvement d'une toupie. La vitesse angulaire de ce mouvement est donnée par la **fréquence de Larmor** :

$$\omega_0 = \gamma B_0,$$

où γ est le rapport gyromagnétique du proton. Pour les protons, on utilise typiquement

$$\gamma = 42,58 \text{ MHz/T.}$$

La fréquence de Larmor est un paramètre central en IRM : les impulsions radiofréquence (RF) utilisées pour basculer l'aimantation doivent être appliquées exactement à cette fréquence (ou très proche), sans quoi l'énergie RF ne sera pas absorbée efficacement par les spins. Ainsi, plus le champ B_0 est élevé, plus la fréquence RF nécessaire augmente.

Instructions :

- Utiliser $\gamma = 42.58 \text{ MHz/T}$.
- Calculer la fréquence de Larmor pour les champs $B_0 = 1.5, 3$ et 7 T .
- Expliquer brièvement comment la fréquence évolue lorsque B_0 augmente.

Commentaire : La fréquence de Larmor augmente linéairement avec le champ magnétique B_0 . Lorsque l'on passe de 1.5 T à 3 T , la fréquence est simplement multipliée par deux, ce qui reflète directement la relation $\omega_0 = \gamma B_0$. À des champs plus élevés (comme 7 T), la fréquence devient très grande, ce qui implique l'utilisation d'impulsions RF de plus haute fréquence. Cela influence non seulement la conception des bobines RF, mais aussi les dépôts d'énergie dans le patient (SAR), qui deviennent des contraintes importantes en IRM à haut champ.

Exercice 2 : Simulation de la relaxation T1 et T2

Objectif : Simuler l'évolution de l'aimantation longitudinale et transversale après une excitation RF, et comprendre comment les temps de relaxation T_1 et T_2 influencent la forme du signal mesuré en IRM.

Après une impulsion RF, l'aimantation macroscopique des spins n'est plus à l'équilibre. Deux mécanismes indépendants gouvernent alors son retour vers l'état d'équilibre :

- La **relaxation longitudinale** (ou relaxation spin-réseau), caractérisée par le temps T_1 , correspond au retour progressif de l'aimantation dans la direction du champ principal B_0 . Cette composante est notée $M_z(t)$.
- La **relaxation transversale** (ou déphasage spin-spin), caractérisée par le temps T_2 , correspond à la décroissance de l'aimantation dans le plan transverse, notée $M_{xy}(t)$. Elle est due à la perte de cohérence de phase entre les spins.

Les expressions analytiques de ces phénomènes sont :

$$M_z(t) = M_0 \left(1 - e^{-t/T_1}\right), \quad M_{xy}(t) = M_0 e^{-t/T_2}.$$

Le paramètre T_1 est généralement plus long que T_2 dans les tissus biologiques, ce qui signifie que l'aimantation longitudinale récupère lentement, tandis que l'aimantation transverse se désintègre beaucoup plus rapidement. Ces comportements déterminent en grande partie le contraste des séquences IRM.

Instructions :

- Choisir des valeurs typiques, par exemple $T_1 = 0,8 \text{ s}$, $T_2 = 0,1 \text{ s}$, et $M_0 = 1$.
- Calculer $M_z(t)$ et $M_{xy}(t)$ sur une fenêtre temporelle allant jusqu'à 2 secondes.
- Tracer les courbes et commenter les différences entre les deux relaxations.

Analyse des résultats :

- L'aimantation longitudinale $M_z(t)$ augmente progressivement depuis 0 jusqu'à la valeur d'équilibre M_0 . Cette croissance lente reflète le fait que T_1 est relativement long : il faut du temps pour que les spins échangent de l'énergie avec leur environnement.
- L'aimantation transverse $M_{xy}(t)$ décroît très rapidement vers 0 : en seulement quelques dizaines de millisecondes, la cohérence de phase est pratiquement perdue. Cela est dû au fait que T_2 est beaucoup plus court que T_1 .

- Le contraste entre les deux courbes illustre une propriété fondamentale de l'IRM : les signaux transverses ont une durée de vie limitée, ce qui impose de capturer l'information rapidement après l'impulsion RF. En revanche, la récupération longitudinale influence le choix du temps de répétition (TR) des séquences.

Exercice 3 : Signal spin-echo et dérivée

Objectif : Simuler numériquement un signal spin-echo et calculer sa dérivée temporelle à l'aide d'un schéma de différences finies, afin de mettre en évidence la décroissance imposée par le temps de relaxation T_2 .

Qu'est-ce qu'un signal *spin-echo* ? Dans un tissu biologique, les protons précessent autour du champ magnétique externe B_0 à la fréquence de Larmor. Après une impulsion RF à 90° , les spins entrent en phase dans le plan transverse et produisent un signal mesurable. Cependant, cette cohérence disparaît progressivement à cause de deux phénomènes :

- les interactions microscopiques entre spins (**relaxation T_2**),
- les variations locales du champ magnétique (**déphasage T_2^***).

Le déphasage T_2^* est rapide et réduit fortement le signal en quelques millisecondes. Pour récupérer cette cohérence, la séquence spin-echo utilise une impulsion à 180° appliquée après un délai τ . Cette impulsion inverse les directions relatives des spins, ce qui les fait progressivement se ré-aligner entre eux. Au temps $TE = 2\tau$, la cohérence transverse est temporairement restaurée : un écho apparaît.

Cet écho n'est pas parfait : même si le déphasage dû aux inhomogénéités du champ est corrigé, la relaxation T_2 , elle, continue de diminuer l'amplitude. Ainsi :

$$S(TE) \propto e^{-TE/T_2}.$$

Pour modéliser l'évolution complète du signal transverse, on ajoute également la précession Larmor, ce qui donne un signal oscillant enveloppé par la décroissance T_2 .

Nous utilisons ici une version simplifiée du spin-echo :

$$S(t) = M_0 e^{-t/T_2} \sin(2\pi\gamma B_0 t),$$

où :

- e^{-t/T_2} modélise la perte de cohérence transverse,
- $\sin(2\pi\gamma B_0 t)$ représente la précession à la fréquence de Larmor,
- M_0 est l'aimantation maximale.

Ce modèle permet de visualiser simultanément :

- la décroissance de l'amplitude,
- les oscillations rapides liées à $\omega_0 = 2\pi\gamma B_0$.

Pour analyser la dynamique du signal, on calcule une approximation de sa dérivée avec les différences finies centrées :

$$\frac{dS}{dt}(t_i) \approx \frac{S_{i+1} - S_{i-1}}{2\Delta t},$$

Instructions :

- Générer un signal $S(t)$ pour $t \in [0, 0.2]$ s.
- Calculer la dérivée numérique avec les différences finies centrées en faisant attention aux bords du domaine.
- Tracer le signal et sa dérivée et commenter leur évolution (atténuation exponentielle, oscillations rapides, rôle de T_2).

Analyse des résultats :

- Le signal oscille à très haute fréquence, mais son enveloppe décroît selon T_2 . On observe que l'amplitude devient presque nulle bien avant 200 ms, ce qui est cohérent avec $T_2 = 0,1$ s.
- La dérivée numérique reflète les variations rapides du signal : ses oscillations sont déphasées par rapport à $S(t)$ et leur amplitude décroît également selon la même enveloppe exponentielle.
- Le schéma aux différences finies centrées donne une dérivée précise au centre de l'intervalle, tandis que les schémas backward/forward sont utilisés uniquement pour les bords où l'information est limitée.
- Cette analyse montre comment les variations locales du signal portent aussi l'empreinte de la relaxation T_2 , un concept fondamental lorsque l'on étudie la dynamique des échos en IRM.

Exercice 4 : Génération d'une image IRM synthétique

Objectif : Créer une image bidimensionnelle représentant une coupe IRM simplifiée, avec plusieurs tissus ayant des intensités différentes : cortex, graisse et liquide. Ajouter un bruit faible pour simuler l'hétérogénéité du signal.

Dans cet exercice, nous allons construire manuellement une image en partant d'une grille de pixels. Une image numérique n'est rien d'autre qu'un tableau contenant des valeurs entre 0 et 1 (ou 0 et 255 selon les conventions). Ici, chaque pixel représentera l'intensité IRM d'un tissu.

Comprendre la grille de coordonnées et `meshgrid`

Une image de taille 128×128 contient 128 lignes et 128 colonnes. Pour pouvoir dessiner des formes géométriques comme des cercles, il est utile de connaître la **position (x,y) de chaque pixel**.

La fonction :

```
np.meshgrid(x, y)
```

permet de créer deux tableaux, X et Y , qui contiennent pour chaque pixel ses coordonnées horizontales et verticales.

- $X[i, j]$ contient la coordonnée horizontale du pixel (i, j) .
- $Y[i, j]$ contient la coordonnée verticale du pixel (i, j) .

Cette technique est essentielle pour dessiner des formes analytiquement, comme des cercles définis par l'équation :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq r^2.$$

Stratégie de construction de l'image

1. Créer une image noire (tous les pixels à 0).
2. Générer la grille de coordonnées (X, Y) avec `meshgrid`.
3. Définir des masques booléens pour sélectionner les pixels appartenant à chaque tissu :
 - un grand cercle central pour le cortex ;

- deux petits cercles pour représenter de la graisse ;
 - un petit cercle interne pour du liquide.
4. Assigner à chaque masque une intensité différente.
 5. Ajouter un bruit faible pour simuler un signal IRM réaliste.

Commentaire sur l'image obtenue

- Le **cortex** apparaît comme un large disque d'intensité moyenne.
- La **graisse** forme deux zones plus brillantes : elle a en effet une intensité plus élevée en IRM sur certaines pondérations.
- Le **liquide** est représenté par un petit disque sombre au centre.
- Le **bruit ajouté** donne un aspect plus réaliste car aucune image IRM n'est parfaitement homogène.