

# C++算法

快快编程1839

快快编程  
kkcoding.net

# LA(u, k)

暴力

对于随机数据  
单次查询平均复杂度 $O(\log n)$

简化  
链状

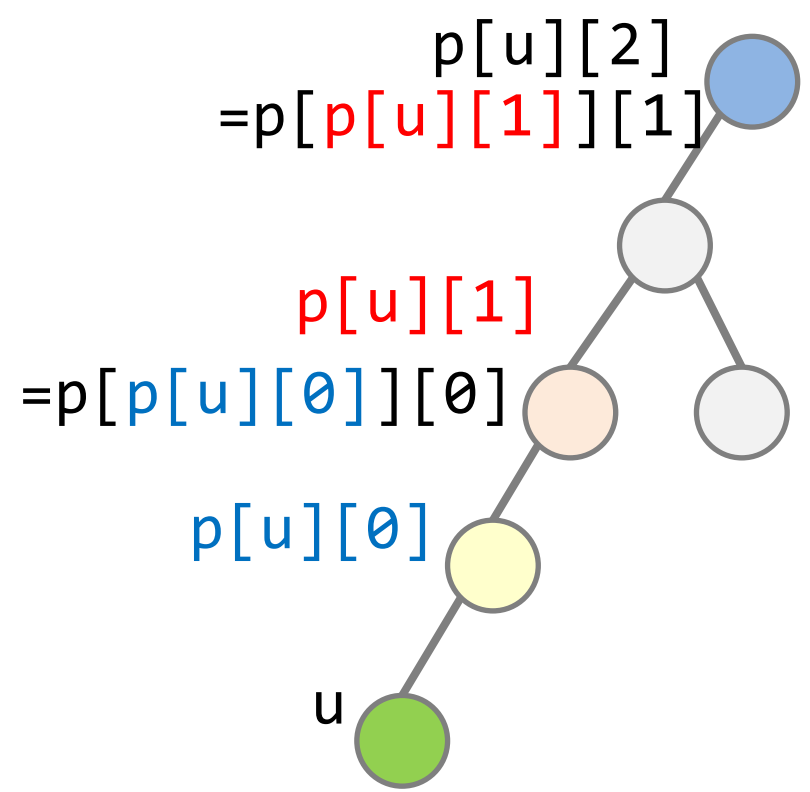
链状用一维数组储存节点序列  
数组能快速索引

树链剖分

倍增

binary  
lifting

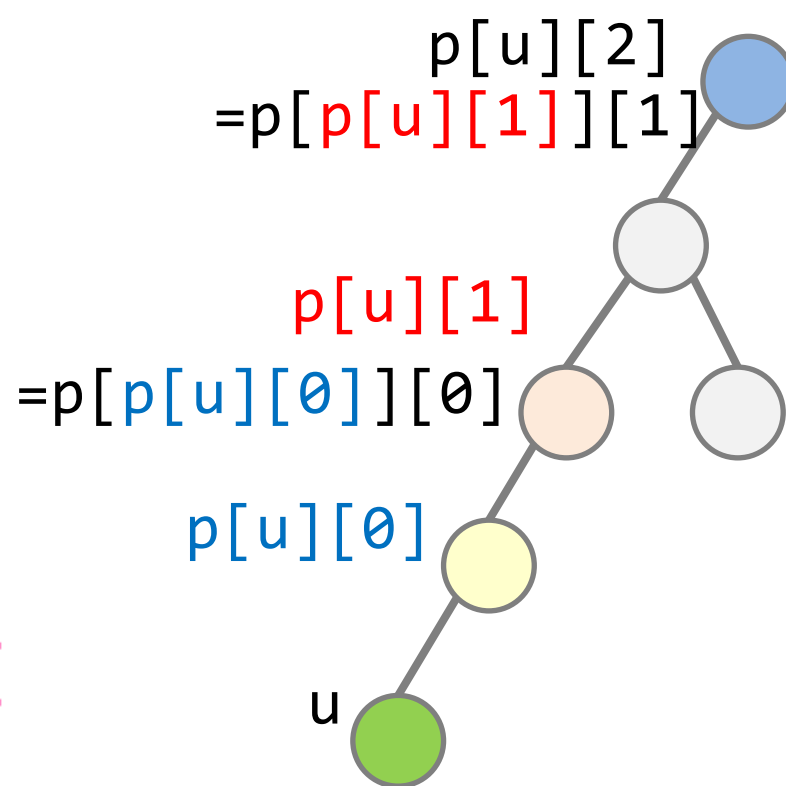
预处理ST表(稀疏表)  
 $p[u][i]$ 代表 $u$ 的第 $2^i$ 个祖先



请写出 $p[u][i]$ 的递推式

```
L=log(n)/log(2)+1;
```

```
3  const int N=200009;  
4  vector<int> to[N];  
5  int L,n,q,p[N][20];  
6  void dfs(int u,int fa){  
7      p[u][0]=fa;  
8      for(int i=1;i<=L;++i)  
9          p[u][i]=p[p[u][i-1]][i-1];  
10     for(int i=0;i<to[u].size();++i)  
11         if(to[u][i]!=fa) dfs(to[u][i],u);  
12 }
```



```
13 int LA(int u, int k){  
14  
15  
16  
17  
18 }
```

$$k = (7)_{10} = (111)_2$$

$$(1 \ll 0) \& k \neq 0$$

$$(1 \ll 1) \& k \neq 0$$

$$(1 \ll 2) \& k \neq 0$$

```
60 scanf("%d",&m);
61 for(int i=1;i<=m;++i){
62     int v,k;
63     scanf("%d %d",&v,&k);
64     if(d[v]<=k)continue;
65     int u=LA(v,k);
66     q[u].push_back((query){i,k});
67 }
```

```
26 void aNode(int u, bool tag){
27     if(tag)++cnt[d[u]];
28     else 
29 }
30 void aTree(int u, bool tag){
31     for(int i=tI[u];i<=tO[u];++i)
32         aNode(id[i],tag);
33 }
```



```
34 void dfs(int u, bool hvy){
35     for(int i=hd[u]; i; i=nxt[i])
36         if(son[u]!=to[i]) dfs(to[i], 0);
37     if(son[u]) dfs(son[u], 1);
38     for(int i=hd[u]; i; i=nxt[i])
39         if(son[u]!=to[i]) aTree(to[i], 1);
40     aNode(u, 1);
41     for(int i=0; i<q[u].size(); ++i)
42         ans[q[u][i].id]=
43     if(hvy) return;
44     aTree(u, 0);
45 }
```

快快编程1872

快快编程  
kkcoding.net

$\text{cntAll}[c]$ 表示整棵树里 $c$ 号颜色出现次数

$\text{cnt}[c]$ 表示子树内 $c$ 号颜色出现次数

若 $\text{cnt}[c] == \text{cntAll}[c]$ 则 $c$ 号颜色  
全部在子树内不在子树外,对答案贡献为0

若 $\text{cnt}[c] == 0$ 则 $c$ 号颜色  
全部在子树外不在子树内,对答案贡献为0

若 $0 < \text{cnt}[c] < \text{cntAll}[c]$ 则 $c$ 号颜色  
对答案贡献为1

快快编程1840

快快编程  
kkcoding.net

有根树上 $n$ 个节点  
节点 $u$ 的字母为 $ltr[u]$   
共 $q$ 个询问：  
节点 $u$ 子树内深度恰为 $h$ 的节点字母  
全部用上能否重组成回文串

给定字母集合  
能重组成回文串的条件是什么？

出现奇数次的字母最多 $1$ 个时  
字母集合可以重组成回文串

```
27 void aNode(int u){
28     int&d::d[u];
29     int&ltr::ltr[u];
30     cOdd[d]-=cnt[d][ltr];
31     cnt[d][ltr]^=1;
32     cOdd[d]+=cnt[d][ltr];
33 }
34 void aTree(int u){
35     for(int i=tI[u];i<=tO[u];++i)
36         aNode(id[i]);
37 }
```

## 小并大/启发式合并

子树信息

离线问询

路径问询能做吗?

快快编程1873

快快编程  
kkcoding.net



变种：将点权改成边权  
对比快快1808

哪一题难为什么

变种：将长度定义为点数  
求长度恰为 $k$ 的路径数

路径边权  
异或值

$\text{path}[u]$  表示根到  $u$  路径内边权异或值

$$\text{dst}(u, v) = \text{path}[u] \oplus \text{path}[v]$$

路径点权  
异或值

$\text{path}[u]$  表示根到  $u$  路径内点权异或值

$$\text{dst}(u, v) = \text{path}[u] \oplus \text{path}[v] \oplus \text{val}[\text{lca}(u, v)]$$

$\text{val}[u]$  为  $u$  的点权

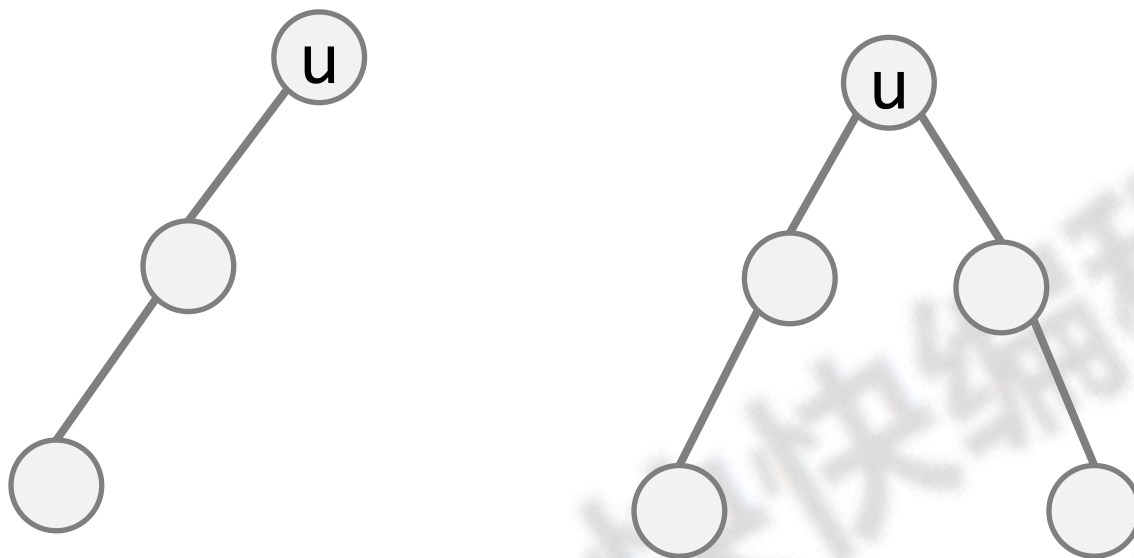
路径点数

$d[u]$  表示根到  $u$  路径内点数

$$\text{dst}(u, v) = d[u] + d[v] - 2 * d[\text{lca}(u, v)]$$

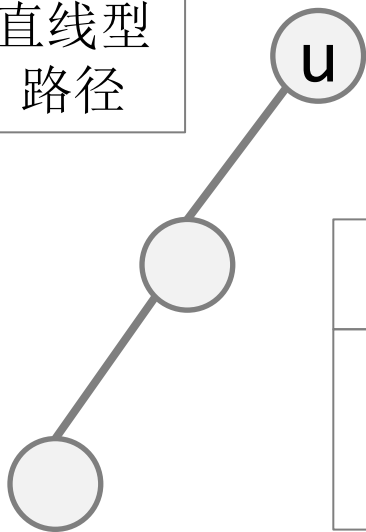
如何将路径计数所需信息  
转换为子树内信息统计

2种路径：直线，折线



都属于某棵子树内部

直线型  
路径



有多少条直线型路径上点编号异或值为0

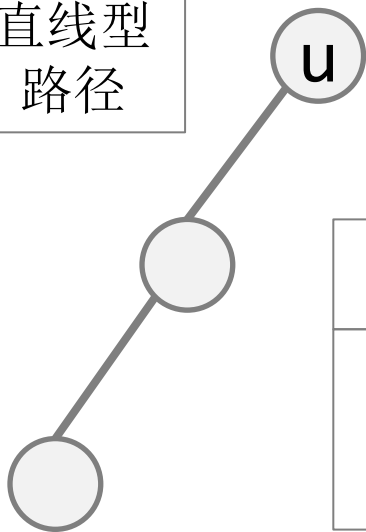
有多少条直线型路径上点编号异或值为0  
且以u为最高点

路径1端已定, 计算符合条件的另1端的个数



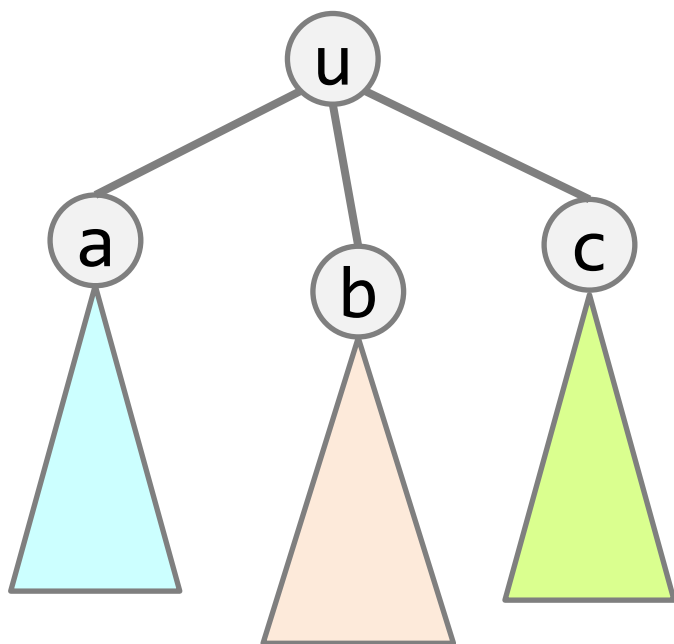
用三脚架  
形态思考

直线型  
路径



有多少条直线型路径上点编号异或值为0

有多少条直线型路径上点编号异或值为0  
且以u为最高点



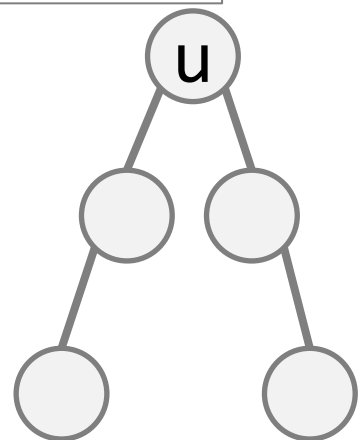
$\text{cnt}[p]$ 记录u儿子子树a,b,c子树内  
某点到根异或为p的路径条数

$$x^{\text{path}[u]^u} = 0$$

即  $x = \text{path}[u]^u$

路径数:  $\text{cnt}[\text{path}[u]^u]$

若题意改成求异或值为k的路径数

折线型  
路径

有多少条折线型路径上点编号异或值为0

有多少条折线型路径上点编号异或值为0  
且是以u为lca的折线型

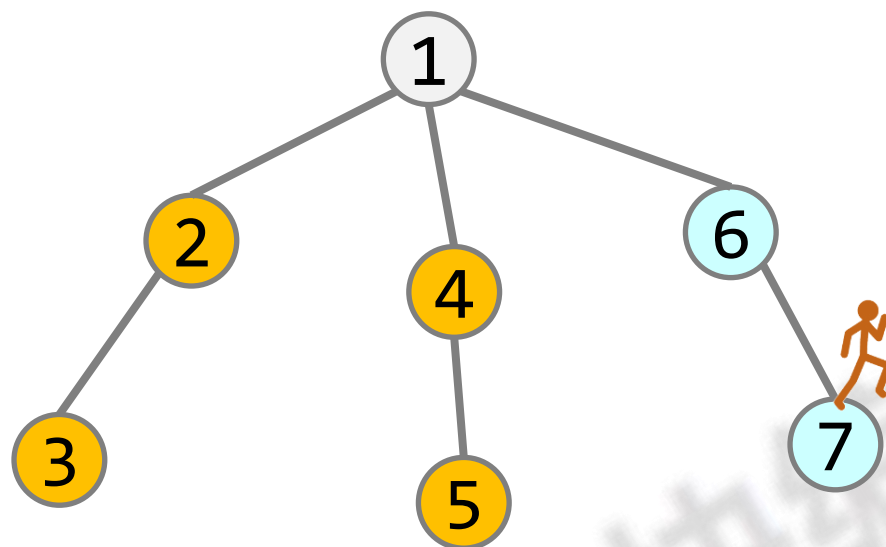
对于通过子树根u的路径  
如何设计枚举过程

枚举1端算符合条件的另1端的个数



用三脚架  
形态思考

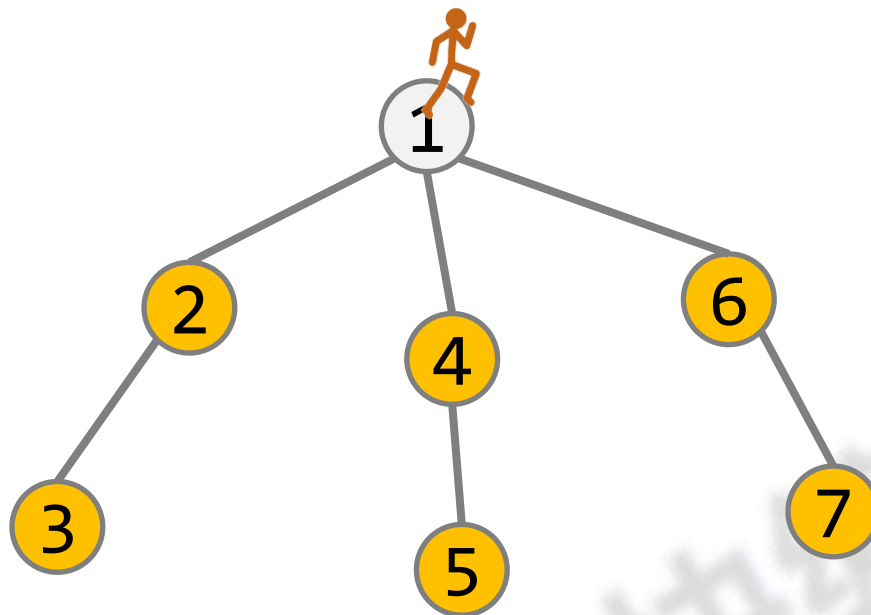
通过子树根1的路径  
异或值为0的折线型路径数量



蓝配黄形成路径



通过子树根1的路径  
异或值为0的折线型路径数量



蓝变黄





```
39 void dfs(int u,int fa,bool hvy){
40     for(int i=hd[u];i;i=nxt[i]){
41         int v=to[i];
42         if(v==son[u]||v==fa)continue;
43         dfs(v,u,0);
44     }
45     if(son[u])dfs(son[u],u,1);
46     res=0;
47     for(int i=hd[u];i;i=nxt[i]){
48         int v=to[i];
49         if(v==son[u]||v==fa)continue;
50         useTree(v,u);    addTree(v,1);
51     }
52     useNode(u,u);    addNode(u,1);
53     ans[u]=res;
54     if(hvy)return;
55     addTree(u,0);
56 }
```

```
26 void useNode(int u,int lca){
27     res+=
28 }
29 void useTree(int u,int lca){
30     for(int i=tI[u];i<=tO[u];++i)
31         useNode(id[i],lca);
32 }
33 void addNode(int u,bool ADD){
34     if(ADD) ++cnt[path[u]];
35     else    --cnt[path[u]];
36 }
37 void addTree(int u,bool ADD){
38     for(int i=tI[u];i<=tO[u];++i)
39         addNode(id[i],ADD);
40 }
```

快快编程1841

快快编程  
kkcoding.net

出现奇数次的字母最多1个时  
字母集合可以重组成回文串

$\text{path}[u]$ 用二进制压缩表示u到根  
路径上各字母次数的偶奇01串

u到v路径上各字母次数的偶奇01串  
 $\text{path}[u] \oplus \text{path}[v]$

可重组回文：01串中最多1个1

子树内路径不一定通过子树根

对于通过子树根 $u$ 的路径  
如何设计枚举过程

用三脚架形态思考



有根树上 $n$ 个节点  
每条边有字母，在 $a$ 到 $v$ 之间  
对每个节点 $u$ 问询： $u$ 子树中，  
可重组回文路径最长有多长？

用 $x$ 二进制压缩表示 $u$ 到根  
路径上各字母次数的偶奇 $01$ 串

$f[x]$ 表示当前存档的点(黄色)中  
到根路径 $01$ 模式为 $x$ 的点的最大深度

$f[\text{path}[u]]$ 表示当前存档的点(黄色)中  
到根路径 $01$ 模式为 $\text{path}[u]$ 的点 $v$ 的最大深度

该点 $v$ 能和 $u$ 搭配出可重组回文路径

```

42 void dfs(int u, bool hvy){
43     for(int i=hd[u]; i; i=nxt[i])
44         if(son[u]!=e[i].v)
45             dfs(e[i].v, 0), upd(ans[u], ans[e[i].v]);
46     if(son[u]) dfs(son[u], 1), upd(ans[u], ans[son[u]]);
47     for(int i=hd[u]; i; i=nxt[i])
48         if(son[u]!=e[i].v)
49             useTree(e[i].v, u), addTree(e[i].v, 1);
50     useNode(u, u), addNode(u, 1);
51     upd(ans[u], bst);
52     if(hvy) return;
53     addTree(u, 0);
54     bst=0;
55 }

```

快快编程1842

快快编程  
kkcoding.net



$d[v]$ 表示 $v$ 深度:根到 $v$ 节点数  
 $dst[v]$ 表示根到 $v$ 路径长度

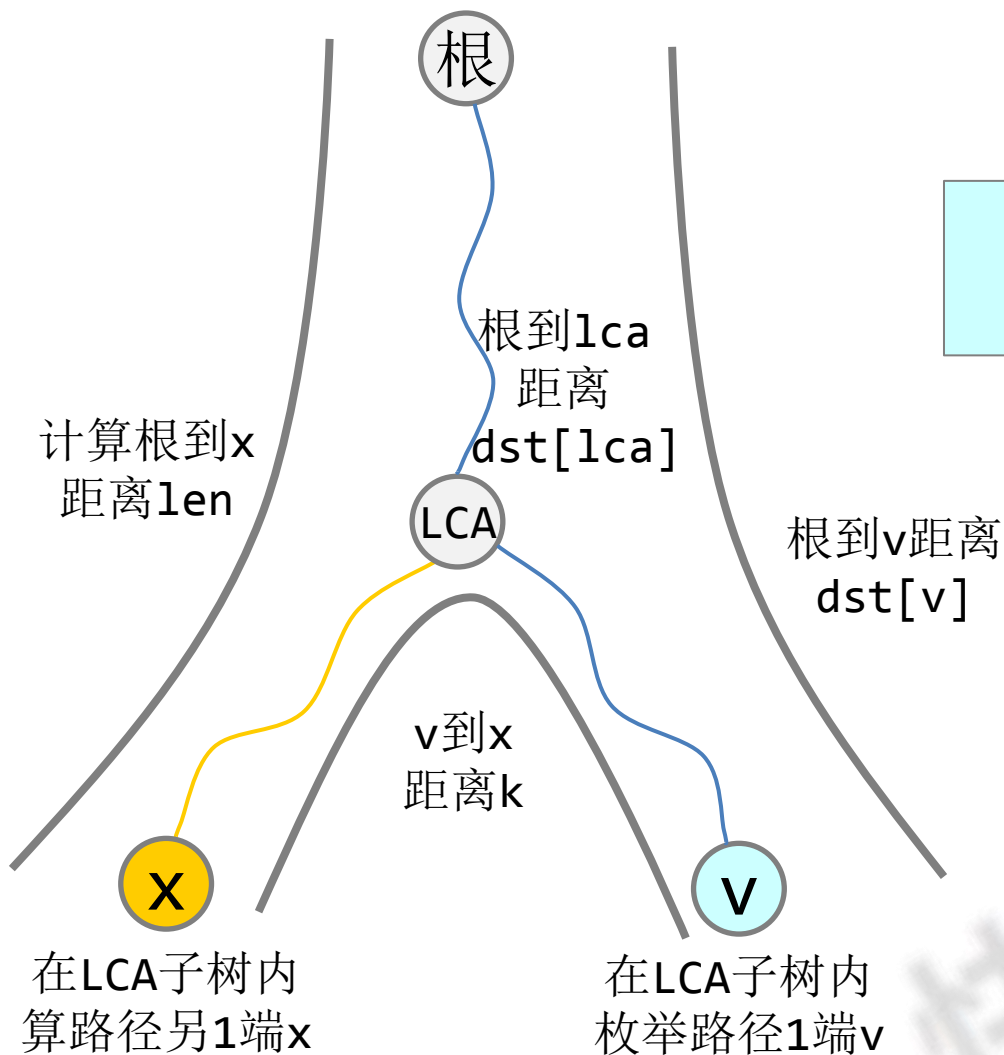
`map<ll,int> f;`  
`map<根到点距离,最少点数> f;`

$f[len]$ 表示只考虑目前子树内部已加入部分里点集  
某点 $v$ 到原根的绝对距离为 $len$ 的路径  
至少用几个节点  
即满足 $dst[v]==len$ 时对应最小的 $d[v]$

如何将路径计数所需信息  
转换为子树内信息统计

2种路径：直线，折线

枚举1端算符合条件的另1端的个数

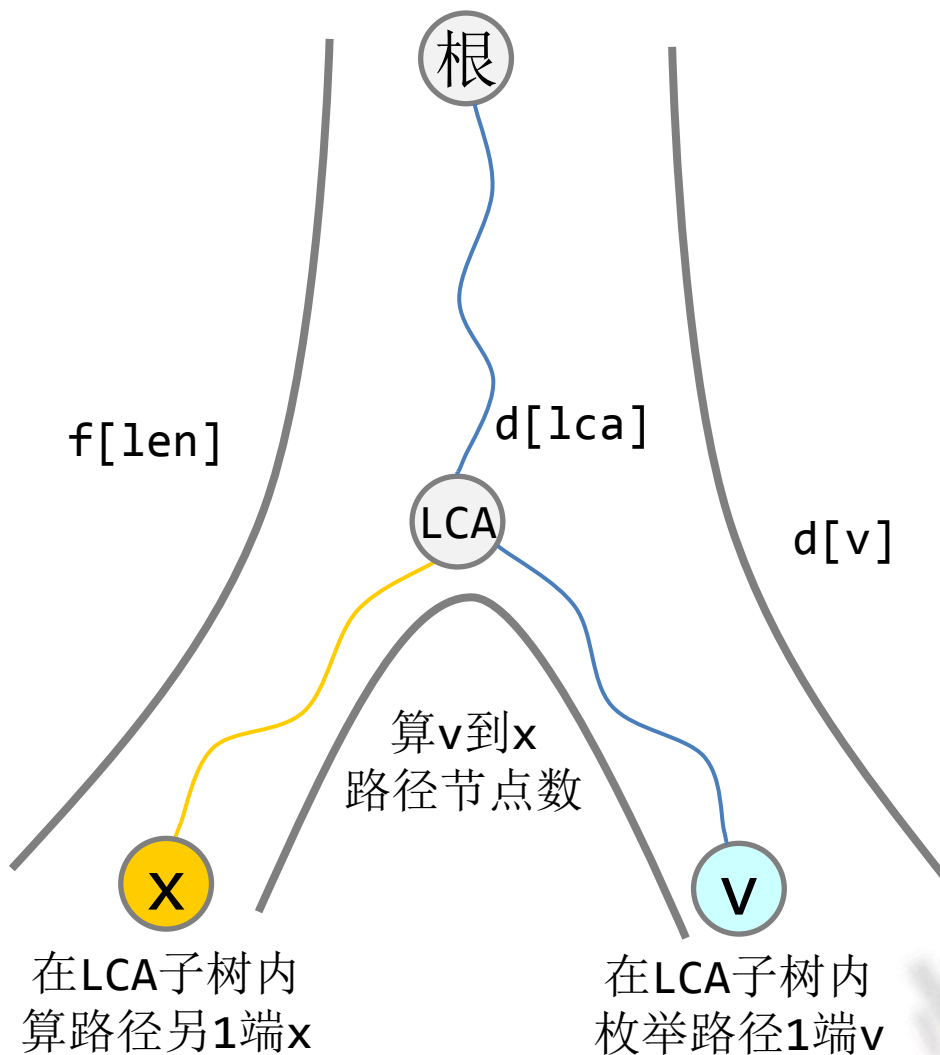


$$\begin{aligned} len &= k - (dst[v] - dst[lca]) + dst[lca] \\ &= k - dst[v] + 2 * dst[lca] \end{aligned}$$

易错点是什么

$$k < dst[v] - dst[lca]$$

$$\text{即 } len < dst[lca]$$



当前从v出发长度k路径最少边数  
 $= f[1en] + d[u] - d[lca] * 2$

更新当前答案

ans[u]记录u子树内答案：  
 在u子树内部  
 距离为k的路径最少几条边

快快1842  
 kkcoding.net

# 快快编程作业

1839, 1840, 1841, 1842, 1872, 1873