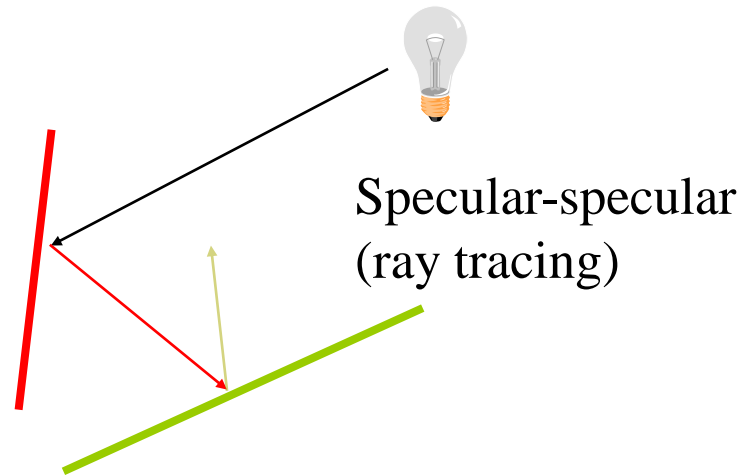




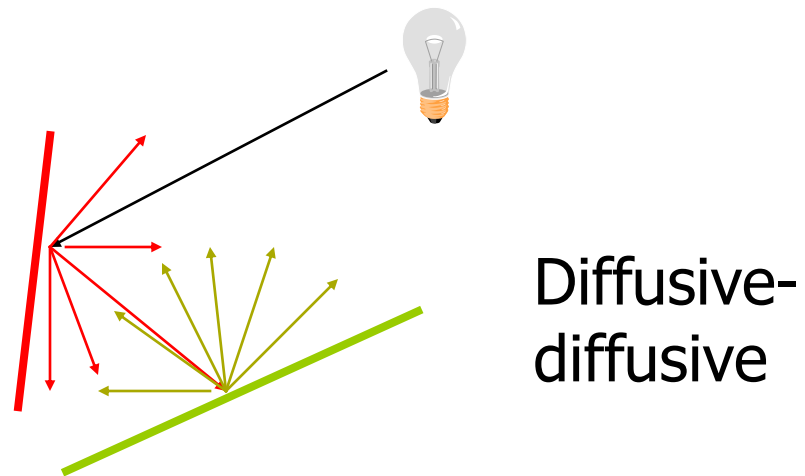
Rendering globale

Radiosity

- Il Ray-Tracing modella efficientemente la riflessione speculare e la trasparenza rifrattiva, ma fa uso di un termine di illuminazione ambientale per tenere conto di tutti gli altri contributi dell'illuminazione globale.



- Il radiosity è stato ideato per approssimare le interazioni tra superfici dotate di riflessioni diffuse.

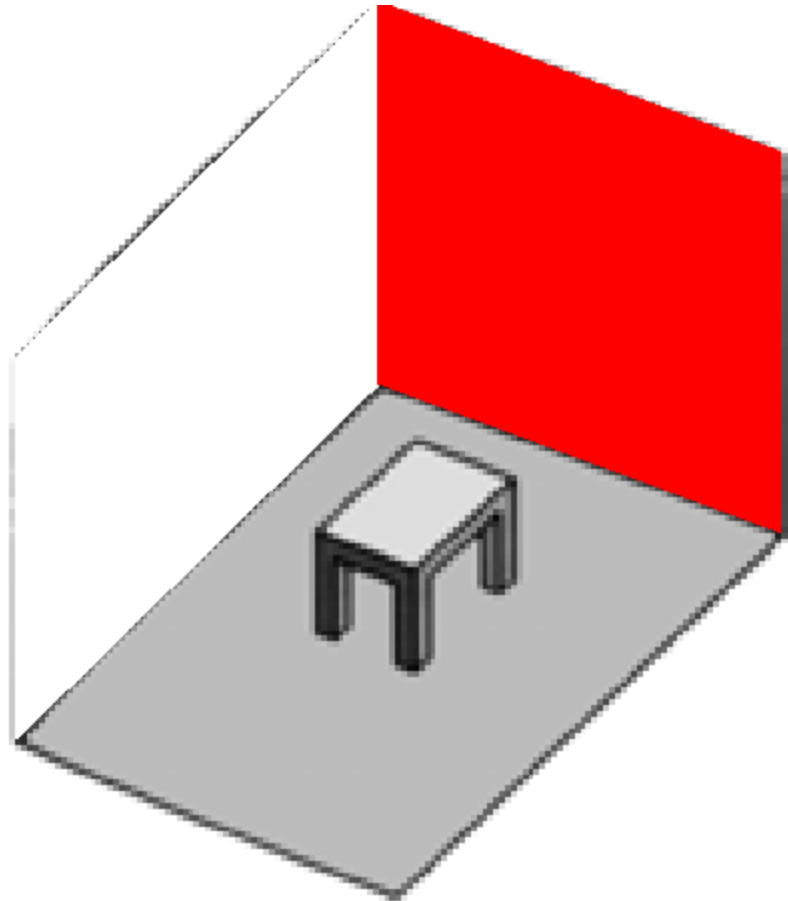




- Gli algoritmi del radiosity determinano prima tutte le interazioni della luce in un ambiente, in maniera indipendente dalla posizione dell'osservatore. Poi una o più viste possono essere renderizzate utilizzando una tra le tecniche dell'eliminazione delle superfici nascoste ed una fra le tecniche di shading interpolativo.

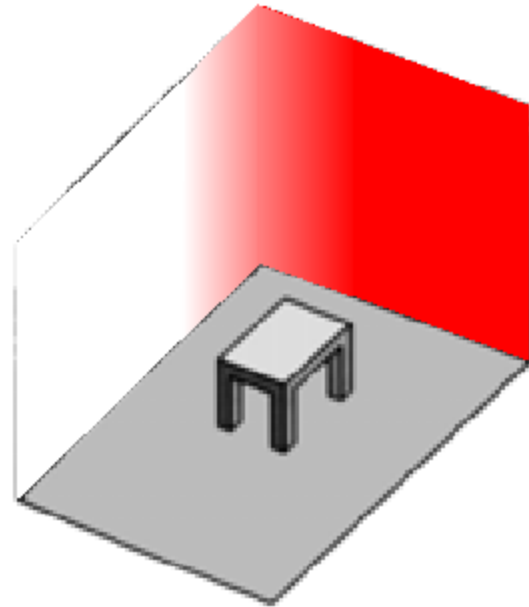


-
- Consideriamo una scena costituita da due pareti perfettamente diffusive, una bianca ed una rossa.
 - Se visualizziamo la scena supponendo di avere una sorgente luminosa distante, ogni parete assumerà un colore costante.
-



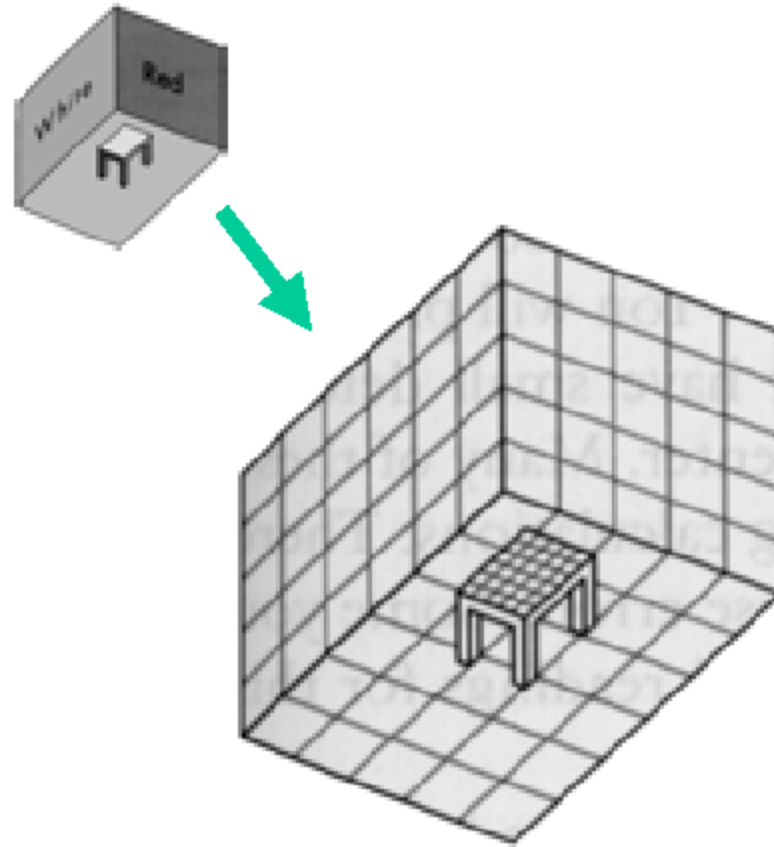


-
- Nella realtà, invece, la riflessione diffusa della parete rossa colpisce la parete bianca con il risultato che della luce di colore rosso andrà ad aggiungersi alla luce bianca riflessa dalle parti parete più vicine alla parete rossa.
-



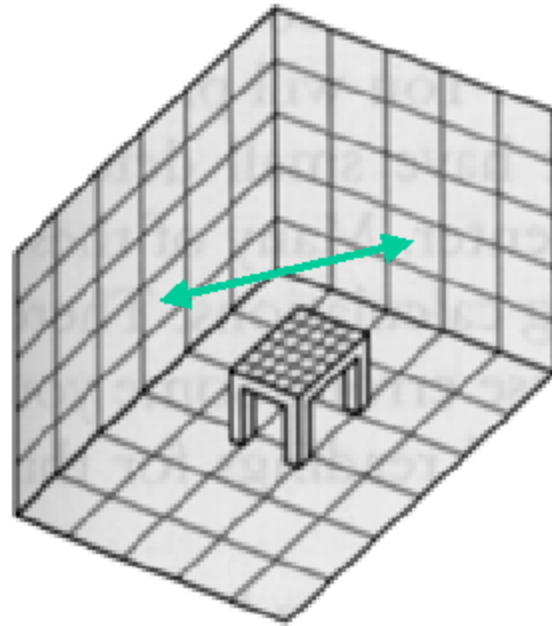


-
- Nel metodo del radiosity, la scena viene suddivisa in pezze (patches), ovvero in molti poligoni piatti e di dimensioni limitate, ciascuno dei quali è considerato perfettamente diffusivo.
-





-
- Il metodo prevede due passi per determinare le gradazioni di colore da assegnare alle varie pezze.
 - Il primo consiste nel determinare, per ogni coppia di pezze, i fattori di forma (form factors) che descrivono come una luce che lascia una pezza influenza l'altra.
-





-
- I form factor definiscono quanta parte dell'energia che esce da una patch arriva su un'altra patch, tenendo in considerazione occlusioni, orientamento delle patch, distanza.
 - Il calcolo dei form factor delle patch di una scena sarebbe quadratico, ma la maggior parte dei form factor sono praticamente nulli.
 - Patch lontane non si influenzano.
-



-
- Una volta che si calcolano i fattori di forma, sapendo quali patch emettono luce, capire come si distribuisce la luce all'interno della scena corrisponde alla soluzione di un sistema lineare, che si ottiene imponendo che
 - **La somma delle quantità di luce che arrivano su una patch (radianza) deve essere uguale alla radianza che esce più la luce assorbita dalla patch stessa.**
-



Ipotesi

- **Conservazione dell'energia luminosa in un ambiente chiuso:** tutta l'energia trasmessa o riflessa da qualsiasi superficie è uguale all'energia riflessa o assorbita da ogni altra superficie.
 - **Ogni superficie emette luce,** così tutte le sorgenti luminose hanno un'area.
-

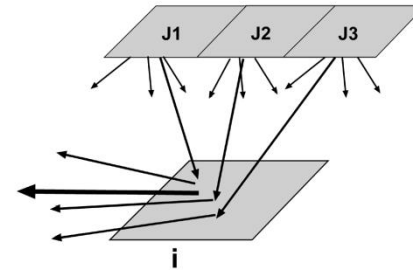


-
- Supponiamo di suddividere la scena in un numero finito di n patches, ognuna delle quali è supposta avere un'area finita.
 - Ognuna di queste patches emette e riflette luce uniformemente sull'intera area.
-



-
- Supponiamo che ogni patch sia emettitore e riflettore diffuso Lambertiano .
 - La luce che è riflessa da una superficie è attenuata dalla reflectivity della superficie. Definiamo “reflectivity” il colore della superficie.
-

- L'equazione della radiosity descrive la quantità di energia luminosa che può essere emessa da una superficie, come la somma dell'energia intrinseca della superficie e dell'energia che colpisce la superficie ricevuta da qualche altra superficie.





-
- L'energia che lascia una superficie (superficie "j") e colpisce un'altra superficie (superficie "i") è attenuata da due fattori:
 - Il "form factor" tra le superfici "i" e "j", che tiene conto della relazione fisica tra le due superfici.
 - La riflettività della superficie "i", che assorbirà una certa percentuale dell'energia luminosa che colpisce la superficie.
-



$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ji} \frac{\mathbf{A}_j}{\mathbf{A}_i}$$

- dove B_i è la radiosity totale emessa della patch i
- E_i è la luce emessa propriamente dalla patch i
- B_j è la radiosity della patch j
- ρ_i è la riflettività della patch i , che determina la frazione dell'energia totale incidente riflessa dalla patch i
- A_i è l'area della patch i , A_j è l'area della patch j
- $B_j A_j$ è l'energia totale emessa dalla patch j con area A_j (radiosità per area)
- F_{ji} è il form factor che specifica la frazione di energia che lasciando la patch j raggiunge la patch i (dipende dall'orientazione delle due patch e dall'occlusione tra le patch)

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ji} \frac{\mathbf{A}_j}{\mathbf{A}_i}$$

- Questa equazione mostra che l'energia che lascia un'unità di area della superficie è la somma della luce emessa più la luce riflessa.
- l'equazione indica la relazione esistente tra l'energia emessa da una superficie unitaria e l'energia entrante nella superficie unitaria, vista come somma della luce direttamente emessa e della luce riflessa
- la luce riflessa viene calcolata, scalando rispetto al coefficiente di riflessione della patch, la somma della luce incidente, che non è altro che la somma della luce che lascia un'unità di area della patch j-esima e che raggiunge la patch i-esima

$$\rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ji}$$

$$\mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ji}$$

- Rappresenta la quantità di energia che lascia un'area unitaria di A_j e raggiunge tutta A_i . Perciò è necessario moltiplicare l'area per $\frac{\mathbf{A}_j}{\mathbf{A}_i}$ per

determinare la luce che lascia tutta A_j e che raggiunge un'area unitaria di A_i .



- Quando n tende all'infinito, la sommatoria diventa integrale e l'equazione del radiosity tende all'equazione del rendering.

$$I(x, x') = g(x, x') [e(x, x') + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x'') dx'']$$



- In ambienti diffusi, vale la seguente relazione reciprocità tra i form factor F_{ij} e F_{ji}
- La frazione di energia emessa da una superficie e ricevuta dall'altra è identica alla frazione di energia nella direzione opposta.

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \rightarrow F_{ji} = \frac{A_i}{A_j} \cdot F_{ij}$$



$$\mathbf{A}_i \mathbf{F}_{ij} = \mathbf{A}_j \mathbf{F}_{ji},$$

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ji} \frac{\mathbf{A}_j}{\mathbf{A}_i}$$

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{E}_i + \rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ij}$$

$$\mathbf{B}_i - \rho_i \sum_{j=1}^n \mathbf{B}_j \mathbf{F}_{ij} = \mathbf{E}_i$$

- Riscrivendo l'equazione precedente per ogni patch, per $i=1,\dots,n$, otteniamo che l'interazione della luce tra le patches nell'ambiente può essere formulata tramite il seguente sistema lineare:

$$\begin{bmatrix} 1-\rho_1 F_{11}, & -\rho_1 F_{12}, & \dots & -\rho_1 F_{1n}, \\ -\rho_2 F_{21}, & 1-\rho_2 F_{22}, & \dots & -\rho_2 F_{2n}, \\ & & & \\ & & & \\ -\rho_n F_{n1}, & -\rho_n F_{n2}, & \dots & 1-\rho_n F_{nn}, \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ E_n \end{bmatrix}$$



- Questo sistema lineare può essere risolto mediante diversi risolutori di sistemi di equazioni lineari, però la particolare struttura della matrice lo rende risolubile più efficientemente con il metodo di Gauss-Seidel.



-
- La somma dei form factor da una patch a tutte le altre deve essere 1, e la riflettività è minore di 1. Così, per ogni riga, la somma dei termini che stanno fuori dalla diagonale è minore di 1 se $F_{ii}=0$, $i=1,\dots,n$.
 - La matrice è a diagonale strettamente dominante, per cui il metodo di Gauss-Seidel converge.
-



-
- La soluzione del sistema lineare porta ad un valore B_i di radiosity per ogni patch.
 - Utilizzando il valore di radiosity, ogni patch può essere renderizzata da qualsiasi punto di vista con un qualsiasi algoritmo di eliminazione delle superfici visibili.
-



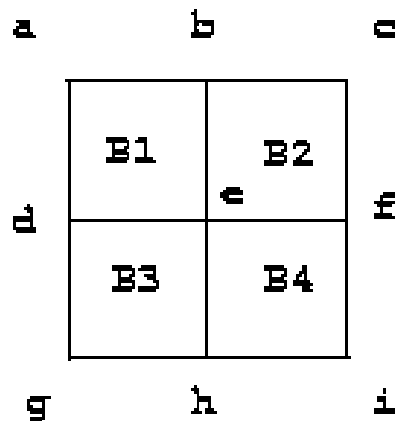
- Invece di utilizzare uno shading costante, possiamo calcolare le radiosity nei vertici delle patch, a partire dalla radiosity delle patch ed utilizzare un' interpolation shading.

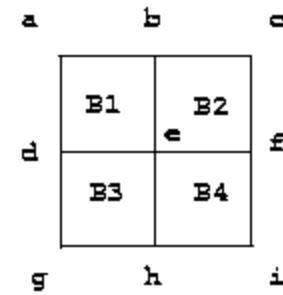


-
- Cohen e Greenberg nel 1985 hanno suggerito il seguente approccio per determinare le radiosity nei vertici.
 - Se un vertice è interno ad una superficie, viene assegnata la media delle radiosity delle patch che la condividono.
-



- Se un vertice b è sullo spigolo di una superficie
 - Si cerca il vertice interno e più vicino.
 - La radiosity B_b del vertice b sullo spigolo quando viene mediata con B_e dovrebbe essere uguale alla media delle radiosity delle patch che condividono b





$$\mathbf{B}_e = 1/4(\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3 + \mathbf{B}_4)$$

$$\frac{\mathbf{B}_b + \mathbf{B}_e}{2} = \frac{1}{2} (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)$$

$$\mathbf{B}_b = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_e$$

