

Elenco delle possibili domande di teoria incluse nelle prove di esame.

Nel seguito sono elencate le possibili domande di tipo teorico che saranno incluse nelle prove d'esame. Si noti che alcune domande sono piuttosto articolate e potranno essere inserite solo parzialmente o potranno essere leggermente variate. Le domande inoltre potrebbero essere contestualizzate rispetto ad uno degli esercizi presenti nella prova o applicate ad un esempio numerico.

#### **A. Programmazione Matematica**

1. Definire un problema di programmazione convessa ed enunciare e dimostrare la proprietà fondamentale della soluzione ottima di un problema di programmazione convessa (ottimo locale = ottimo globale).
2. Definire una soluzione base ed una soluzione base ammissibile di un problema di programmazione lineare. Definire quando una soluzione base è degenere e discutere le implicazioni della degenerazione rispetto all'algoritmo del simplesso.
3. Discutere la regola di Bland per l'algoritmo del simplesso ed a che scopo si utilizza.
4. Definire le condizioni di ottimalità di una soluzione base per l'algoritmo del simplesso e ricavare analiticamente i costi ridotti delle variabili fuori base.
5. Definire la scelta della variabile che esce dalla base (operazione di pivoting) nell'algoritmo del simplesso.
6. Definire un problema illimitato e discutere come si possa verificare durante l'esecuzione dell'algoritmo del simplesso, che il problema è illimitato.
7. Descrivere la Fase 1 dell'algoritmo del simplesso e discutere il caso in cui il valore della soluzione ottima di tale fase risulti strettamente positiva.
8. Si consideri la forma tableau dell'algoritmo del simplesso: si discuta come il tableau vada inizializzato, quando questo sia in forma canonica rispetto ad una base e come possa essere ricavata l'inversa della matrice di base corrente dal tableau.
9. Dato un modello di programmazione lineare intera, definirne il rilassamento continuo e discutere la relazione tra i valori delle soluzioni dei due problemi. Discutere il caso in cui la soluzione del rilassamento continuo risulti intera.
10. Discutere sotto quali condizioni possa essere introdotta una relazione di dominanza tra due formulazioni equivalenti di un problema PLI.
11. Definire un piano di taglio valido (cutting plane) per un problema di programmazione lineare intera. Discutere come ricavare un taglio di Gomory da una riga del tableau ottimo del rilassamento continuo.
12. Discutere la strategia di esplorazione denominata "best bound first" o "lowest first" per un algoritmo branch and bound.
13. Discutere sotto quali condizioni il valore frazionario di un bound calcolato risolvendo il rilassamento continuo di un problema PLI possa essere migliorato (ad esempio aumentandone il valore in un problema di minimizzazione).

#### **B. Teoria dei Grafi**

1. Dare la definizione di grafo hamiltoniano e proporre un esempio di grafo hamiltoniano e uno di grafo non hamiltoniano, spiegando gli esempi.

2. Dato un grafo orientato, descrivere un algoritmo per determinare se il grafo è aciclico.
3. Definire quando un grafo orientato è connesso e quando è fortemente connesso. Descrivere un possibile algoritmo per determinare se un grafo è connesso oppure fortemente connesso.
4. Definire quando un grafo è un albero. Descrivere un possibile algoritmo per determinare se un grafo è un albero.
5. Descrivere la rappresentazione di un grafo tramite “forward star” e proporre un esempio.
6. Formulare il problema del cammino di costo minimo come un problema di programmazione lineare assumendo che i costi siano tutti positivi.
7. Dato il problema del cammino di costo minimo, definire cosa sono le “distance label” e come sono utilizzate per definire delle condizioni di ottimalità.
8. Dato il problema del cammino di costo minimo, descrivere qual è l’idea alla base di un algoritmo “label correcting”.
9. Dato un grafo non orientato definire in cosa consiste il problema dell’albero di copertura di costo minimo. Definire un modello matematico di programmazione lineare per risolvere il problema.
10. Descrivere una delle condizioni di ottimalità per il problema dell’albero di copertura di costo minimo e indicare come è impiegata per sviluppare un algoritmo di soluzione.
11. Scrivere una formulazione matematica per il problema del flusso massimo.
12. Dato il problema del flusso massimo, descrivere la relazione tra taglio di capacità minima e flusso massimo.
13. Descrivere le condizioni di ottimalità per il problema del flusso massimo e indicare come sono impiegate per sviluppare un algoritmo di soluzione.
14. Scrivere una formulazione matematica per il problema del flusso di costo minimo.
15. Spiegare perché nel problema del flusso di costo minimo è necessario che la somma delle richieste e delle disponibilità di ciascun nodo sia nulla. Indicare come si potrebbe risolvere il problema quando questo non accade se siamo comunque interessati ad avere una soluzione.
16. Descrivere una delle condizioni di ottimalità per il problema del flusso di costo minimo e indicare come è impiegata per sviluppare un algoritmo di soluzione.
17. Dato un problema del flusso di costo minimo, spiegare perché per applicare l’algoritmo “Cycle Cancelling” è necessario partire con un flusso ammissibile. Spiegare anche come è possibile ottenere un flusso ammissibile.
18. Dato un problema del flusso di costo minimo, spiegare perché nell’algoritmo “Successive Shortest Path” è necessario calcolare un cammino minimo utilizzando i costi ridotti.
19. Dato un problema del flusso di costo minimo, spiegare la differenza tra l’algoritmo “Successive Shortest Path” e l’algoritmo “Primale-Duale”.
20. Dato un problema del flusso di costo minimo, spiegare il principio di funzionamento dell’algoritmo “Out-of-Kilter”.