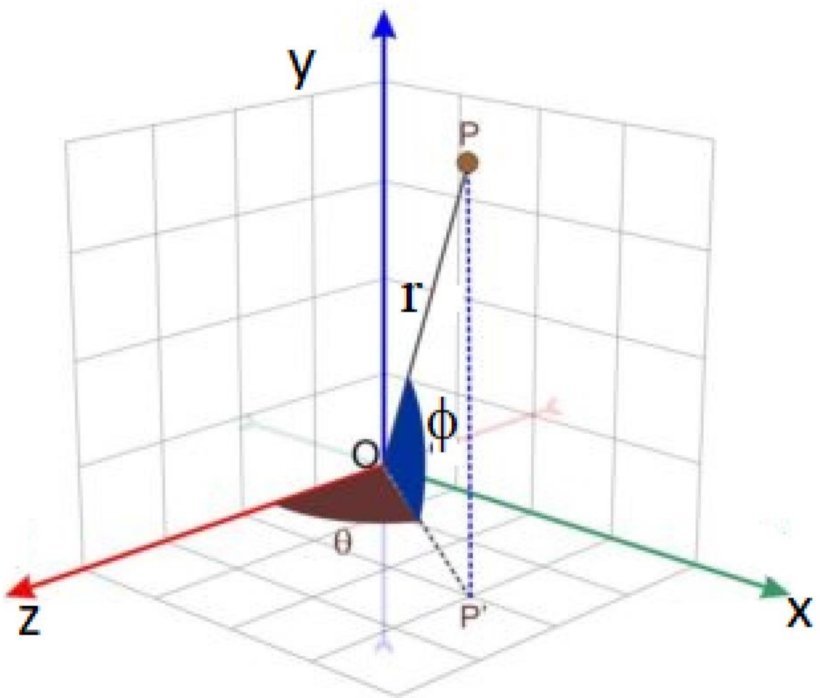


Le coordinate sferiche (r,ϕ,θ) di un punto P di coordinate cartesiane (x,y,z) sono definite nel modo seguente.

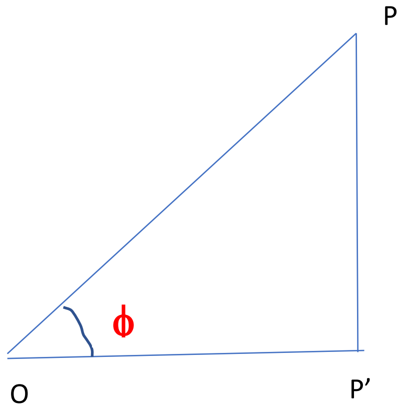
Sia $\boldsymbol{r} = x^2 + y^2 + z^2$ la distanza di P dall'origine O,

P' la proiezione di P sul piano xz

ϕ l'angolo formato tra semiretta OP uscente dall'origine e passante per P ed il piano xz, e quindi tra OP ed OP' (latitudine)

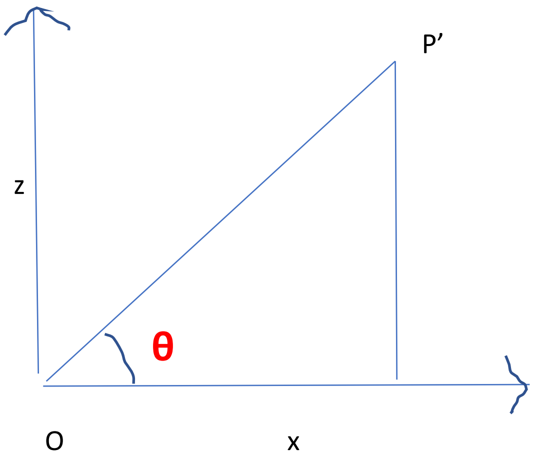
θ l'angolo formato dal semiasse positivo delle z e la semiretta nel piano xz uscente dall'origine e passante per la proiezione P' di P su tale piano (longitudine)

Abbiamo quindi



OP' = r cos(ϕ).

PP'= r sin (ϕ)   y=PP'= r sin(ϕ)



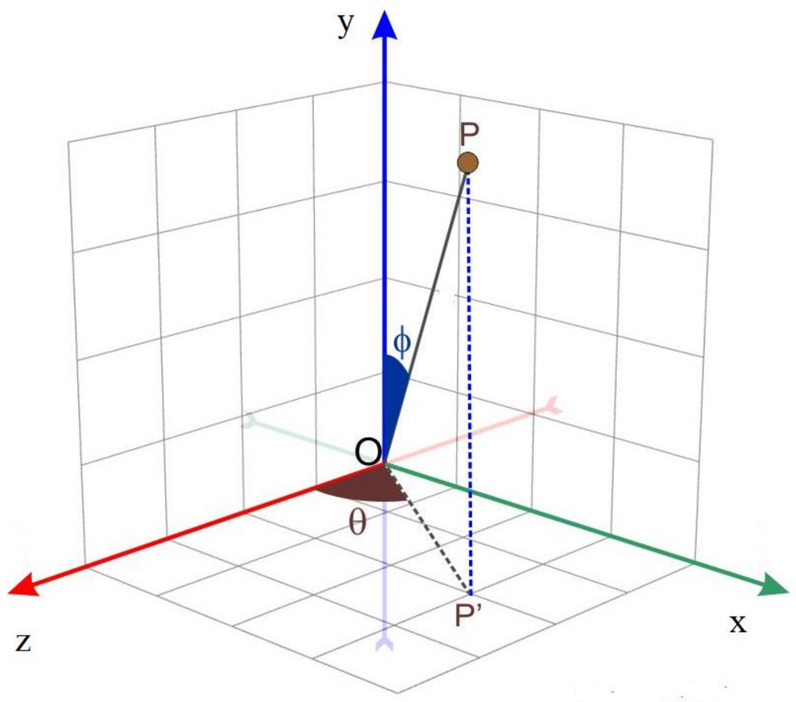
x = OP'cos(θ)= r cos(ϕ)**cos(θ)**

y=PP'= r sin (ϕ)

z = OP' sin(θ)= r cos(ϕ)**sin(θ)**,

$$\boldsymbol{\theta} \in [\mathbf{0}, \mathbf{2}\boldsymbol{\pi}]$$

$$\boldsymbol{\phi} \in \left[-\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}, \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right]$$



Le coordinate sferiche (r,ϕ,θ) di un punto P di coordinate cartesiane (x,y,z) si possono anche definire nel modo seguente.

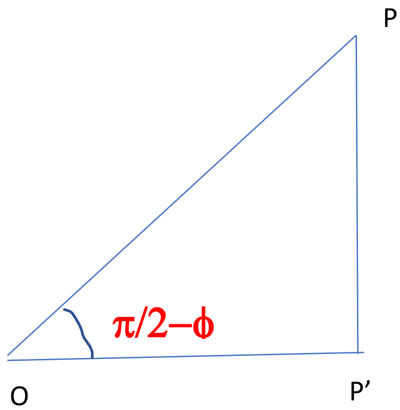
Sia $\boldsymbol{r} = x^2 + y^2 + z^2$ la distanza di P dall'origine O,

P' la proiezione di P sul piano xz

ϕ l'angolo formato tra semiretta OP uscente dall'origine e passante per P e l' asse y (co-latitudine)

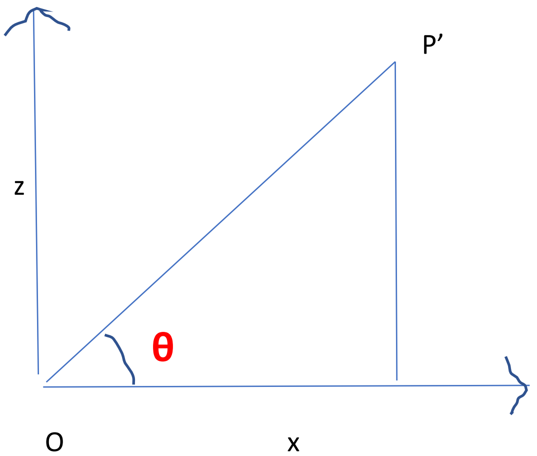
θ l’angolo formato dal semiasse positivo delle z e la semiretta nel piano xz uscente dall’origine e passante per la proiezione P’ di P su tale piano (longitudine)

Abbiamo quindi



OP’ = r cos(π/2–ϕ)= r sin(ϕ).

PP’= r sin (π/2–ϕ)   y=PP’= r cos (ϕ)



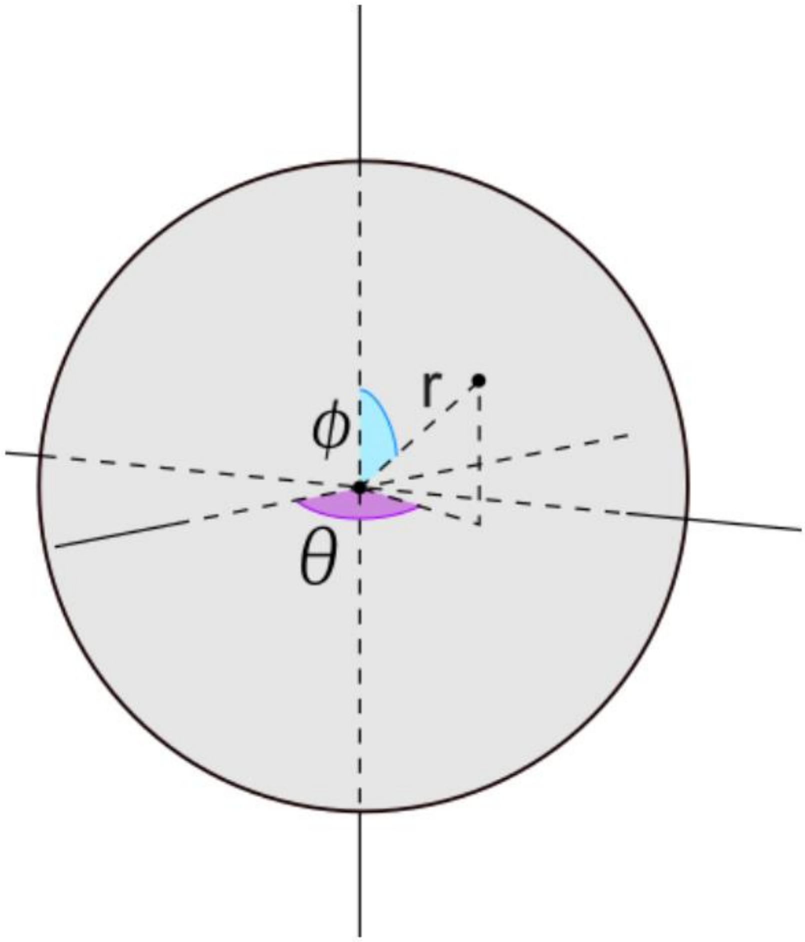
x = OP’cos(θ)= r sin(ϕ)**cos(θ)**

y=PP’= r cos (ϕ)

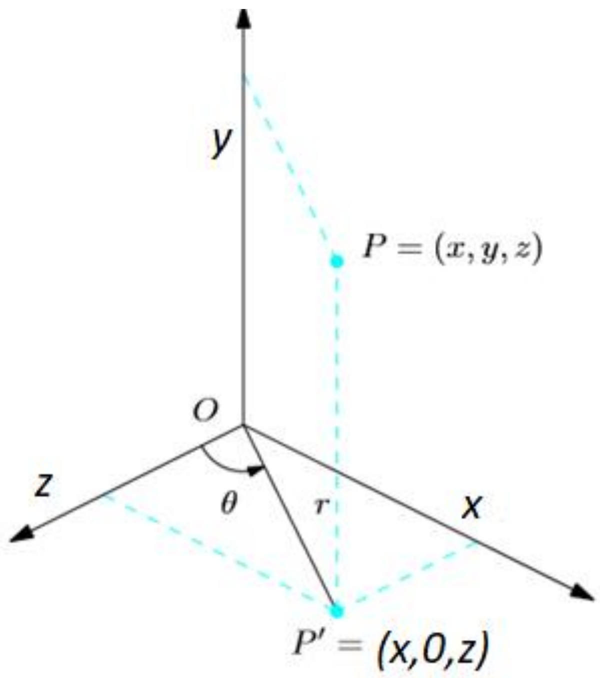
z = OP’ sin(θ)= r sin(ϕ)**sin(θ)**,

$$\boldsymbol{\theta} \in [\mathbf{0}, \mathbf{2}\boldsymbol{\pi}]$$

$$\boldsymbol{\phi} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{\pi})$$



Coordinate cilindriche



Le coordinate cilindriche (r,h,θ) di un punto P di coordinate cartesiane (x,y,z) sono definite nel modo seguente.

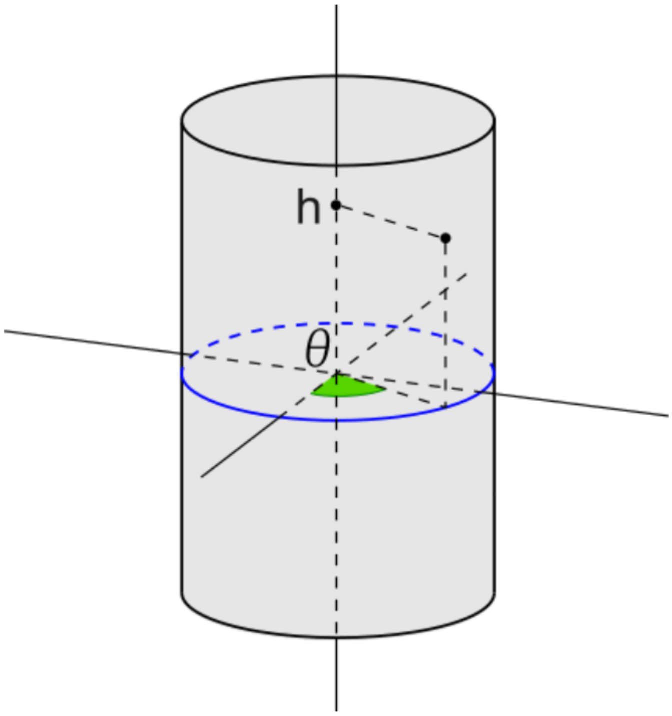
Sia $r = x^2 + y^2 + z^2$ la distanza di P dall'origine,

θ l'angolo formato dal semiasse positivo delle z e la semiretta nel piano xz uscente dall'origine e passante per la proiezione P' di P su tale piano, le coordinate cilindriche si ottengono sostituendo alle coordinate cartesiane (x,z) le coordinate polari (r,θ) del punto P' proiezione ortogonale di P sul piano e mantenendo invariata la coordinata h,

y = h,

x = r cosθ,

z = r sinθ,



$$S(h,\theta) = \begin{cases} r\cos(\theta) \\ \mathrm{h} \\ r\ \sin(\theta) \end{cases}$$

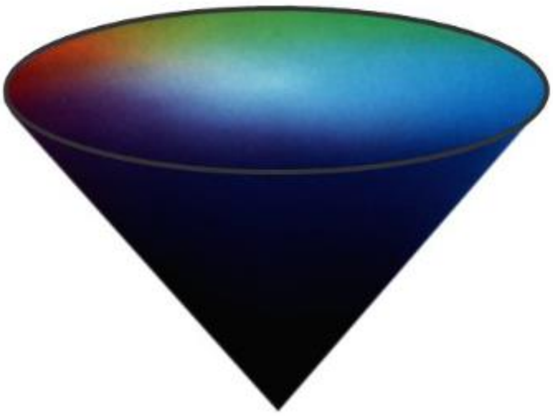
r è il raggio della circonferenza di base ed è fissato;

θ è l'angolo libero di variare nell'intervallo $[0, 2\pi)$;

h individua, infine, la quota e varia nell'insieme dei numeri reali, $h \in \mathbb{R}$.

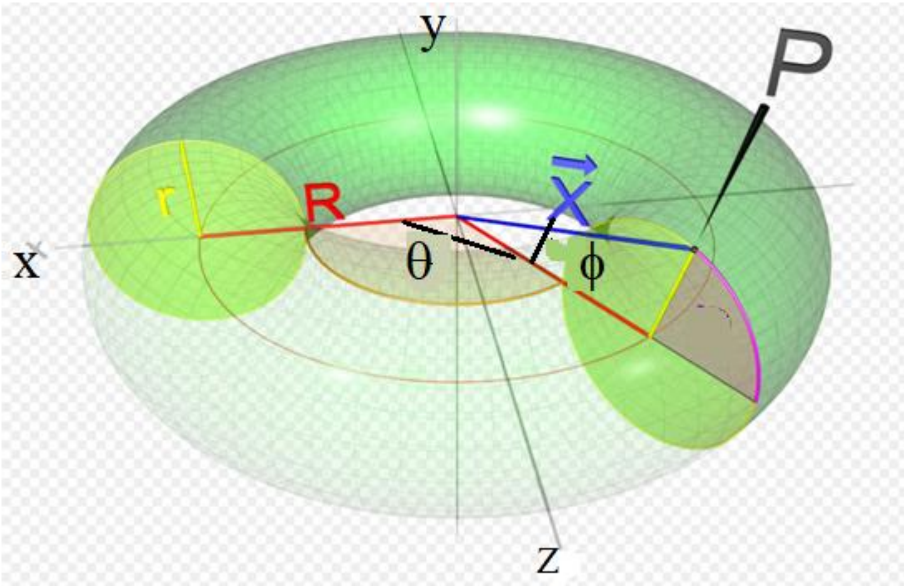
Le equazioni parametriche di un cono sono definite nel modo seguente

$$S(r,\theta) = \begin{cases} r\cos(\theta) \\ \mathrm{r} \\ r\ \sin(\theta) \end{cases}$$



Equazione di un toroide in formato parametico

$$S(\varphi,\theta) = \begin{cases} (R + r\cos(\varphi))\cos(\theta) \\ \mathrm{r}\sin(\varphi) \\ (R + r\cos(\varphi))\sin(\theta) \end{cases}$$



$$\varphi, \theta \in [0,2\pi]$$