

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

---

PROVA SCRITTA DI MDP, 03/07/2023

**Riportare sotto ad ogni esercizio il relativo svolgimento in bella copia.**

**Esercizio 1** Nella roulette appaiono tutti i numeri da 0 a 36. Si possono fare vari tipi di puntate, puntando su un numero singolo, su un insieme di 2 oppure di 3. Se l'insieme di numeri prescelto non contiene il numero vincente si perde la quota puntata, altrimenti si vince  $\frac{36}{n} - 1$  volte la quota puntata (oltre alla restituzione della quota stessa), dove  $n$  è la cardinalità dell'insieme di numeri prescelto.

- a. Supponiamo di puntare alla roulette 1 euro su un numero solo e sia  $Z$  l'importo della vincita (eventualmente negativo). Calcolare  $E(Z)$  e  $Var(Z)$ .

Supponiamo adesso di fare 1 giocata di 1 euro alla roulette puntando su un insieme di 3 numeri e poi una di 12 Euro su un insieme di 2 numeri. Infine, se l'importo della vincita ricavata nelle 2 giocate è positivo, facciamo una terza giocata puntando tutto l'importo vinto su un numero singolo.

Indichiamo con  $X_1, X_2$  gli importi (eventualmente negativi) vinti alle prime 2 giocate, poniamo  $X = X_1 + X_2$ , e indichiamo con  $Y$  l'importo totale della vincita (eventualmente negativo) alla fine del gioco.

- b. Per  $i = 1, 2$ , determinare se gli eventi  $X > 0$  e  $X_i > 0$  sono indipendenti.  
c. Calcolare  $P(X > 0)$  e calcolare  $P(X > 210 | X_2 > 0)$ .  
d. Calcolare  $E(X)$ .  
e. Calcolare la densità di  $Y$  e  $E(Y)$ .

**Esercizio 2** Studi scientifici mostrano che, tra i bambini in età scolare, l'allergia al latte ha un'incidenza del 2%, mentre l'allergia alla soia ha un'incidenza dello 0.4% (si ritiene che non ci sia relazione tra le due allergie).

- a1. Qual'è la probabilità che un bambino in età scolare sia allergico sia al latte che alla soia?
- a2. Qual'è la probabilità che un bambino in età scolare sia allergico al latte o alla soia, ma non ad entrambi?

Si consideri una scuola di 1000 bambini.

- b1. Calcolare la probabilità che nella scuola vi sia almeno un bambino allergico sia al latte che alla soia.
- b2. Calcolare la probabilità che nella scuola vi siano non più di due allergici sia al latte che alla soia.
- b3. Mediamente, quanti bambini ci saranno nella scuola allergici sia al latte che alla soia?

**Esercizio 3** Siano  $X_1, \dots, X_{120}$  variabili aleatorie indipendenti, tutte quante aventi distribuzione uniforme sull'intervallo  $[-1, 2]$ .

- a. Calcolare la funzione di ripartizione e la densità di  $X_1^2$ .
- b. Calcolare  $P(X_1 + \dots + X_{120} > 50)$ .
- c. Calcolare  $P(X_1 + \dots + X_{80} - X_{81} - \dots - X_{120} < 25)$ .
- d. Calcolare  $P(X_1^2 + \dots + X_{120}^2 > 120)$ .