手眼标定方程详解

$P_c^{(i)}$ 第 (i) 次观测相机坐标系中的四个红外球的坐标.

$T_{E_2B}^{(i)}$ 第 (i) 次观测末端坐标系到底座坐标系的旋转变换矩阵（机械臂读出，确认无误）.

假设：红外球在末端坐标系的坐标为 P_E .

那么：

$$T_{B_2C}T_{E_2B}^{(i)}P_E = P_C^{(i)} \tag{1}$$

其中 $T_{B_2C} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 为底座坐标系到相机坐标系的变换矩阵，其中 R 可预估.

令 $T_{C_2C}^{(i)}$ 为 $P_C^{(1)}$ 到 $P_C^{(i)}$ 的变换矩阵（可求，$T_{C_2C}^{(1)}$ 为单位阵）.

则由(1)式可得：$T_{B_2C}T_{E_2B}^{(i)}P_E = T_{C_2C}^{(i)}P_C^{(1)} = T_{C_2C}^{(i)}T_{B_2C}T_{E_2B}^{(1)}P_E$

因对任意 P_E 都成立，故 $T_{B_2C}T_{E_2B}^{(i)} = T_{C_2C}^{(i)}T_{B_2C}T_{E_2B}^{(1)}$

$$T_{B_2C}T_{E_2B}^{(i)}[T_{E_2B}^{(1)}]^{-1} = T_{C_2C}^{(i)}T_{B_2C} \tag{2}$$

其中 $T_{E_2B}^{(i)}[T_{E_2B}^{(1)}]^{-1}$，$T_{C_2C}^{(i)}$ 为已知量.

令：

$$\begin{aligned} A_i &= T_{E_2B}^{(i)}[T_{E_2B}^{(1)}]^{-1} \\ B_i &= T_{C_2C}^{(i)} \end{aligned} \tag{3}$$

则：

$$T_{B_2C}A_i = B_iT_{B_2C} \quad \text{对} i = 2, \dots, N \text{成立} \tag{4}$$

$$J = \sum_{i=2}^{N} ||T_{B_2C}A_i - B_iT_{B_2C}||_F^2 \qquad \text{损失函数} \tag{5}$$

$$[\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z]^* = \arg\min J \qquad T_{B_2C}\text{的求优公式} \tag{6}$$

$T_{B_2C} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的初值计算. R 可以直接用 x, y, z 方向的平移计算.

$$\begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} A_2 = B_2 \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

已知A_2, B_2, R，可以直接

$$A_2 = \begin{bmatrix} R_A & t_A \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} R_B & t_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$[RR_A, Rt_a + t] = [RR_B, R_B t + t_B] \tag{9}$$

$RR_A = R_B R$ 可验证 R 的初值是否准确，其中：

$$t = (R_B - I)^{-1}(Rt_A - t_B) \tag{10}$$

可以先用初值评估下拟合误差