# **TIPE TETRA**

**GAUTHIER Vianney** 

# Les règles du jeu Wordle

À chaque tour, le joueur propose un mot de cinq lettres, et le jeu lui indique si des lettres sont correctes et bien placées (indiquées par un carré jaune) ou correctes mais mal placées (indiquées par un carré gris). Le but est d'utiliser ces indices pour deviner le mot mystère le plus rapidement possible.



**Figure 1:** Exemple de partie de Wordle (en français)



									AIMER,								
	AVION,												EGARD,	EGARE,	FRANC,	GRACE,	GRADI
GRAIN,	GRAND,	GRAVE,	IMAGE,	MAMAN,	OCEAN,	OPERA,	ORAGE,	PACHA,	PHARE,	PIANO,	ROMAN,	VRAIE,					
	ACCRU,																
	ALLEE,																
ARMES.	ARRET.	ASILE.	ASSEZ.	ASSIS.	ASTRE.	ATOME.	AUCUN.	AURAS.	AUSSI,	AUTEL.	AUTOS.	AUTRE.	AVALE.	AVANT.	AVISE.	AVOUE.	AVRI
AYANT.	AZOTE,	BAGUE.	BAINS.	BAISE.	BALAY.	BALLE.	BANAL.	BANCS.	BANDE.	BARBE.	BARON.	BARRE.	BASES.	BASSE.	BATIR.	BATON.	BATT
BEAUX.	BEBES,	BELGE.	BELLE.	BERET.	BETES.	BETON.	BIAIS.	BIBLE.	BIDON.	BIENS.	BIERE.	BIJOU.	BILAN.	BILLE.	BLANC.	BLEME.	BLEU
BLEUS.	BLOCS,	BLOND.	BOEUF.	BOIRE.	BOITE.	BONBE.	BONNE.	BONTE.	BORDE.	BORDS.	BORNE.	BOSSE.	BOTTE.	BOUGE.	BOULE.	BOURS.	BOUT
	BREVE.																
	CARRE.																
	CHAUX,																
CTTER	CITES,	CTVII	CLATE	CLAMS	CLEES	CLOSE	CLOUS,	CHIEF	cones,	COEUR,	COSNE	COINS	COLTS.	COLLE	COMME	COMTE	COMO
COMSE	CONNU.	CONTE	CORTE	COOLIE	coans	CORNE	coons	CORES	COTES	COTON	country	COLINE	couns	COURS	counc	COURT	COLIN
	COUTS,																
COUIE,	CURES,	CHEEC,	CAECA,	CREES,	CAERE,	CRETE,	CREUX,	CHEVE,	CRIER,	Chine,	CRISE,	CNUIT,	CNUIA	CNUEL,	CODES,	COINE,	0011
COLIE,	DENTS.	CURIE,	OCCUPATION.	DECTO.	DATAS,	DENTES,	DANSE,	DATES,	DEBAT,	DEBIT,	DEBUT,	DECES,	DECOR,	DEGKE,	DELAI,	DEMIE,	DENU
	DOUES,																
	ECUME,																
	EPOUX,																
	EXCES,																
	FERAS,																
rixer,	FIXES,	PLANC,	FLEUR,	PLICS,	FLORE,	PLOTS,	FLUTE,	POIRE,	FOLIE,	FOLLE,	FONCE,	PONDE,	ronos,	FONDU,	PONTE,	FORCE,	FORE
	FORME,																
	FUMES,																
	GENOU,																
	GUIDE,																
HIVER,	HOCHE,	HOME,	HONTE,	HOTEL,	HOTES,	HOULE,	MUILE,	HURLE,	IDEAL,	IDEES,	IDIOT,	IMITE,	IMPOT,	INDES,	INDEX,	INTER,	ISLA
ISOLE,	ISSUE,	JADIS,	JAMBE,	JAPON,	JAUNE,	JENNY,	JESUS,	JETEE,	JETER,	JETES,	DETTE,	JEUDI,	JEUNE,	JOIES,	DOINT,	JOLIE,	DOUE
	JOUET,																
	LAPIN,																
	LIEGE,																
LOURD,	LUEUR,	LUMDI,	LUTTE,	LYCEE,	MAGIE,	MAINS,	MAIRE,	MAJOR,	MALES,	MALIN,	MALLE,	MANGE,	MANIE,	MARDI,	MAREE,	MARGE,	MARI
MARIN,	MARNE,	MARRE,	MASSE,	MATCH,	MATIN,	MAUVE,	MECHE,	MEFIE,	MELEE,	MELER,	MELES,	MEMES,	MENEE,	MENER,	MENTI,	MENUS,	MERC
MERDE,	MERES,	MESSE,	METAL,	METRE,	METRO,	MICRO,	MIENS,	MIEUX,	MILAN,	MILLE,	MINCE,	MINES,	MISES,	MIXTE.	MOCHE,	MODES,	MOIN
MOINS.	MOISE.	MOLLE.	MOMES.	MONDE.	MONTE.	MONTS.	MODUE.	MORAL.	MORNE.	MORTE.	MORTS.	MOTIF.	MOULE.	HOYEN.	MUETS.	MUSEE.	MYTH
NAIVE.	NAPPE.	NEANT,	MEIGE.	NERFS.	METTE.	NEUFS.	NEUVE.	NEVEU.	NIECE.	NOBLE.	NOCES.	NOEUD.	NOIRE.	NOIRS.	NOPPLE .	NOTER.	NOTE
NOTRE.	NOYAU,	NOYER.	MUAGE.	NUITS.	MULLE.	NUOUE.	OBEIR.	OBJET.	ODEUR.	OEUFS.	OFFRE.	OMBRE.	ONCLE.	ONDES.	ONSLE.	OPERE.	ORDR
	QUAIS.																
	PARTI,																
PERCE.	PERCU,	PEROU.	PERES.	PERTI.	PERIE.	PERSE.	PERTE.	PESER.	PESTE.	PETIT.	PHASE.	PHOTO.	PIECE.	PTEDS.	PIEGE.	PIETE.	PTFI
PIGES.	PILES.	PINCE.	PIQUE.	PIRES.	PISSE.	PISTE.	PITIE.	PLACE.	PLAGE.	PLAIE.	PLAIT.	PLANE.	PLANS.	PLATE.	PLATS.	PLEIN.	PLIE
PLONE.	PLUIE.	PLUME.	PNEUS.	POCHE.	POFLE.	POEME.	POETE.	POTOS.	POTLS.	POTMS.	POTNT.	POTRE.	POLES.	POMME.	POMPE.	PONTS.	PORT
	POSEE.																
	QUAIS.																
	RECIT.																
	RESTA,																
	ROSEE.																
	SAISI,																
CETHIC,	SEIZE.	CELLE.	CELON.	CENTC	CEMAT	CENTT	CERCE.	CERTE,	CEOOE,	CEDVIT	CEUTI.	CEILE,	CELLIC.	CEVEC,	CTEGE,	CTENC,	CTE
	SINGE,																
	SOURI,																
TABLE	TACHE.	TATOS	TALON	TALLIC.	TANTE	TARE,	TADTE	TARRET,	TARTE,	TACCE,	TAUR E	TAYES	TETHT,	TELLE,	TENDS,	TOWN.	TENT
TENTE,	TENUE,	TENUS,	TOTALS,	TOTAL	TOWNS,	TODGE	TOTAL	TOURS,	TOUTE,	TRACE,	TRAUT,	TOATH	TOLERS,	TOANS	TOCHE,	TAREE,	TROT
	TISSU,																
	TRONE,																
	VALET,																
	VERTU,																
	VIVRE,	voeux,	VOGUE,	VOICI,	VOIES,	VOILA,	WOILE,	VOIRE,	VOLEE,	VOLER,	VOMIR,	VOTRE,	VOULU,	VOUTE,	voyou,	VRAIS,	WAGO
	ZONES,																

Figure 2: mots possibles



ABIME, AIDER, AIGRE, AIMEE, AIMER, ARABE, ARBRE, ARMEE, AVIDE, BRAVE, DRAME, EGARD, EGARE, GRADE, GRAVE, IMAGE, PHARE, VRAIE,

ABORD, ACIDE, ACIER, ADORE, AGACE, AINEE, AMENE, AMERE, ANIME, ANNEE, AVION, AVOIR, BRAVO, CHAIR, CHAMP, CRAIE, CRANE, DIANE, DIVAN, ECRAN, FRANC, GRACE, GRAIN, GRAND, MAMAN, OPERA, ORAGE, PACHA, PIANO, ROMAN,

Figure 3: mots possibles



ABIME, AIMEE,

AIDER, AIGRE, AIMER, ARABE, ARBRE, ARMEE, AVIDE, BRAVE, DRAME, EGARD, EGARE, GRADE, GRAVE, PHARE, VRAIE,

Figure 4: mots possibles

S	Α	L	U	Т
0	С	Е	А	N
- 1	М	А	G	Е
А	В	1	М	Е

# Problématique et Plan

#### Problématique

Comment l'entropie de Shannon permet de trouver le meilleur premier mot pour le jeu Wordle ?

#### Plan:

- · Entropie de Shannon et théorie de l'information
- · Formalisation du jeu Worlde et premier algorithme glouton
- · amélioration de l'algorithme et analyse des résultats

# Formalisation du problème: Jeu de Rényi-Ulam (2 joueurs)

#### Définition du Jeu de Rényi-Ulam

Étant donné un ensemble E nommé espace de recherche d'éléments distincts quelconques. Le premier joueur choisit un élément X de E choisit sans le révéler au second et avant de jouer les joueurs se mettent d'accord sur :

- 1. Les types et le nombre *n* de questions
- 2. Le nombre ou la proportion de mensonges autorisé pour le premier joueur
- 3. Le degré d'interaction

Si le second joueur trouve X en posant moins de *n* questions il gagne sinon le premier joueur l'emporte.

Dans notre cas on étudient les questions sont binaires (" $x \in A$ ?" où  $A \subset E$ ) sans mensonge et posées de façon groupées (paquets de 10)

## Information de Shannon-Introduction qualitative

On cherche à caractériser la pertinence d'une question binaire par l'"information" qu'elle apporte.

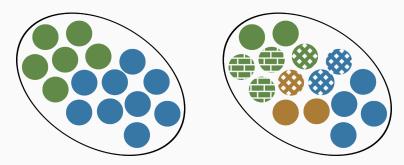


Figure 5: Exemples simples pour comprendre l'information

#### Information de Shannon-Formalisation

Si la question est : " $x \in A$ ?" où  $A \subset E$  on définit

#### L'information de A

$$\mathcal{I}(A) = -\log_2(\frac{|A|}{|E|}) = -\log_b(P(X \in A))$$

# Entropie de Shannon- Définition

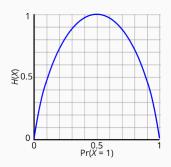
Le but étend de mesurer l'information moyenne apportée par cette question.

#### Entropie de Shannon pour une question binaire

$$\mathcal{H}(A) = \mathbb{E}(\mathcal{I}(A)) = \mathbb{E}(-log_2(P(X \in A)))$$

pour une question binaire suivant une loi de Bernoulli de paramètre p ie  $P(X \in A) = p$ :

$$\mathcal{H}(A) = -p\log(p) - (1-p)\log(1-p)$$



**Figure 6:** Entropie d'une loi de Bernoulli fonction du paramètre

# Entropie de Shannon - Propriétés

#### Additivitée de l'entropie

Si  $X \perp \!\!\! \perp Y$ ,

$$\mathcal{H}(X,Y) = \mathcal{H}(X) + \mathcal{H}(Y)$$

Cette propriété est très pratique pour calculer l'entropie de plusieurs questions indépendantes posées en même temps. (On passe d'un temps exponentiel à un temps linéaire).

## Formalisation du Jeu Worlde - Évaluation d'un mot

#### **Formalisation**

- X (variable aléatoire) : mot de 5 lettres choisis par le premier joueur, *a priori* dans le dictionnaire.
- P (question) : mot proposé par le deuxième joueur qui est en faite un regroupement de 10 questions binaires sur X.
- E(P, X) (fonction) : fonction qui à une proposition P donnée l'évalue fonction de la solution X à trouver. Une évaluation étant un ensembles de 5 chiffres entre 0 et 2.



Figure 7: représentation de E(ADIEU,IDEAL) = {1,2,1,1,0}

# Formalisation du Jeu de Wordle - Entropie d'un mot

#### On peut alors définir :

Entropie d'un mot M
$$= \mathbb{E}(-\sum_{\substack{\{\varepsilon_1,...,\varepsilon_5\}\\\varepsilon_i \in \{0,1,2\}}}^{\mathcal{H}(M)} = \mathbb{E}(\mathcal{I}(E^{-1}(\{E(M,X)\})))$$

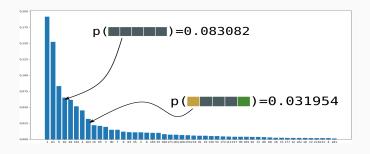
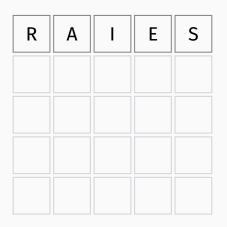


Figure 8: exemple: entropie du mot 'ARBRE'

On lance une partie avec le mot 'MERCI':



Mot,Entropie
RAIES,6.218629400968441
TAIES,6.150166402826723
TARES,6.129510973930741
AIRES,6.103889273773167
RATES,6.072828467774592
TARIE,6.0725026045399
TARIS,6.069979221966269
LAIES,6.065757232974458
TIRES,6.034153228866654
SAITE,6.02827986098525
LARES,6.026431467145121
RALES,5.997109308897908
TAIRE,5.994899014349709
TIRAS,5.992593336504119
SALIE,5.984035899034222
RITES,5.974414846100467
REAIS,5.974068657145319
LARIS,5.966199894122555
TORES,5.958804094764022

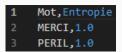
**Figure 9:** Mots avec la meilleure entropie



```
Mot, Entropie
TIREE,3,588354347173234
VITRE,3.584012370211935
LITRE, 3.584012370211935
TITRE,3.381620107948735
LIVRE.3.3274847819558424
TIGRE, 3.2618423904633667
LIBRE.3.240528260216712
ECRIT, 3.236186283255413
ECRIE.3.2343669797786125
BIERE, 3.170543891762937
CURIE.3.1474104580394817
CIREE, 3.1474104580394817
VIVRE.3.060453936300351
FIRME, 3.0276327405541132
FIERE, 2.9904695678465765
TENIR, 2.9796586949993205
PERIL, 2.875033827322507
VENIR, 2.644462784366856
PROIE, 2.4579195645645378
CHERI.2.3479489118262413
FREIN, 2.3473120514913495
OBEIR, 2.3473120514913495
MERCI, 2.2183641295938012
```

**Figure 10:** Mots restants avec la meilleures entropie





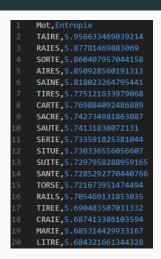
**Figure 11:** Mots restants avec la meilleures entropie



# Améliorations de l'algorithme glouton - dictionnaire et fréquence

Mot,Entropie
RAIES,6.218629400968441
TAIES,6.150166402826723
TARES,6.129510973930741
AIRES,6.103889273773167
RATES,6.072828467774592
TARIE,6.0725026045399
TARIS,6.069979221966269
LAIES,6.065757232974458
TIRES,6.034153228866654
SAITE,6.02827986098525
LARES,6.026431467145121
RALES,5.997109308897908
TAIRE,5.994899014349709
TIRAS,5.992593336504119
SALIE,5.984035899034222
RITES,5.974414846100467
REAIS,5.974068657145319
LARIS,5.966199894122555
TORES,5.958804094764022

**Figure 12:** Meilleurs premiers mots (tout le dictionnaire ie 8000 mots)



**Figure 13:** Meilleurs premiers mots (mots utilisé réellement pas Wordle ie 1000 mots)

# Améliorations de l'algorithme glouton - problème de la profondeur

Problème possible de l'algorithme glouton: se réduire à des mots difficiles à résoudre pour un gain direct

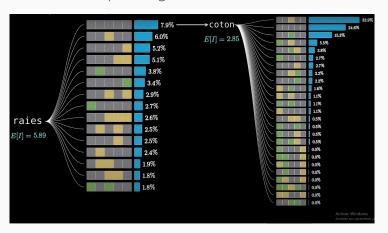


Figure 14: augmentation de la profondeur

# Comparaison des meilleurs ouvreurs

```
Mot.Entropie
TAIRE,5.956633469039214
RAIES,5.87781469883069
SORTE, 5.860407957044158
AIRES,5.850928560191313
SAINE,5.818023264795441
TIRES,5.775121633979068
CARTE, 5.769884092486889
SACRE,5.742734981863087
SAUTE,5.74131838072131
SITUE,5.730336556056607
SANTE, 5.7285292770440766
TORSE, 5.721673951474494
RAILS.5.705469131853035
TIREE,5.690483507031332
CRAIE.5.687413386103594
MARIE, 5.685314429933167
LITRE,5.684321661344328
```

Figure 15: glouton

```
Mot, Entropie2etapes
RIANT,9.224073713151885
LITRE,9.209538132094163
SAINT,9.201235372060012
TAIRE,9.17864339201426
SORTI.9.162473390492812
TROIS, 9.15011788381205
NOIRS.9.148475293059475
TOURS,9.143498008784874
CUITE, 9, 142324709856673
CARTE, 9.14126621580452
SUITE,9.138492718357476
CUIRE, 9.132607529445485
SITUE,9.130960223160415
LISTE,9.121431846788415
CRAIE, 9.119934164671664
AUTRE.9.118389330346938
CURIE, 9.118132741477808
LAINE.9.115178165981966
```

**Figure 16:** 2 de profondeur

```
Mot, EtapesMoyennes, PlusMauvaisScore
RIANT, 3.26, 7
TAIRE, 3.27, 7
SAINT, 3.27, 7
LITRE, 3.27, 7
RAILS, 3.27, 7
TIRES, 3.28, 7
CARTE, 3.28, 6
PARIS, 3.28, 6
PARTS, 3.29, 6
CUITE, 3.29, 7
SORTI,3.29,7
CRAIE, 3.29, 7
TOURS, 3.29, 7
SUITE, 3.29, 8
TROIS, 3.3, 7
SORTE, 3.3, 7
SACRE, 3.3, 6
CONTE, 3.3, 7
TRACE, 3.3, 6
```

Figure 17: tests sur glouton

# Comparaison des 2 meilleurs ouvreurs

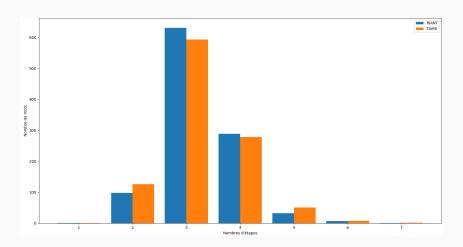


Figure 18: Caption