

TIPE TETRA

GAUTHIER Vianney

Les règles du jeu Wordle

À chaque tour, le joueur propose un mot de cinq lettres, et le jeu lui indique si des lettres sont correctes et bien placées (indiquées par un carré jaune) ou correctes mais mal placées (indiquées par un carré gris). Le but est d'utiliser ces indices pour deviner le mot mystère le plus rapidement possible.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | L | U | T |
| O | C | E | A | N |
| I | M | A | G | E |
| A | B | I | M | E |
| | | | | |

Figure 1: Exemple de partie de Wordle (en français)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | L | U | T |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

[illegible]

2

Exemple de Partie - étape 2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | L | U | T |
| O | C | E | A | N |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

ABIME, AIDER, AIGRE, AIMEE, AIMER,
ARABE, ARBRE, ARMEE, AVIDE, BRAVE,
DRAME, EGARD, EGARE, GRADE, GRAVE,
IMAGE, PHARE, VRAIE,

ABORD, ACIDE, ACIER, ADORE, AGACE,
AINEE, AMENE, AMERE, ANIME, ANNEE,
AVION, AVOIR, BRAVO, CHAIR, CHAMP,
CRAIE, CRANE, DIANE, DIVAN, ECRAN,
FRANC, GRACE, GRAIN, GRAND, MAMAN,
OPERA, ORAGE, PACHA, PIANO, ROMAN,

Figure 3: mots possibles

Exemple de Partie - étape 3

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | L | U | T |
| O | C | E | A | N |
| I | M | A | G | E |
| | | | | |
| | | | | |

ABIME, AIMÉE,

AIDER, AIGRE, AIMER, ARABE,
ARBRE, ARMÉE, AVIDE, BRAVE,
DRAME, EGARD, EGARE, GRADE,
GRAVE, PHARE, VRAIE,

Figure 4: mots possibles

Exemple de Partie - étape 4

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| S | A | L | U | T |
| O | C | E | A | N |
| I | M | A | G | E |
| A | B | I | M | E |
| | | | | |

Problématique

Comment l'entropie de Shannon permet de trouver le meilleur premier mot pour le jeu Wordle ?

Plan:

- Entropie de Shannon et théorie de l'information
- Formalisation du jeu Wordle et premier algorithme glouton
- amélioration de l'algorithme et analyse des résultats

Formalisation du problème: Jeu de Rényi-Ulam (2 joueurs)

Définition du Jeu de Rényi-Ulam

Étant donné un ensemble E nommé *espace de recherche* d'éléments distincts quelconques. Le premier joueur choisit un élément X de E choisit sans le révéler au second et avant de jouer les joueurs se mettent d'accord sur :

1. Les types et le nombre n de questions
2. Le nombre ou la proportion de mensonges autorisé pour le premier joueur
3. Le degré d'interaction

Si le second joueur trouve X en posant moins de n questions il gagne sinon le premier joueur l'emporte.

Dans notre cas on étudie les questions sont binaires (" $x \in A$?" où $A \subset E$) sans mensonge et posées de façon groupées (paquets de 10)

Information de Shannon- Introduction qualitative

On cherche à caractériser la pertinence d'une question binaire par l'"information" qu'elle apporte.

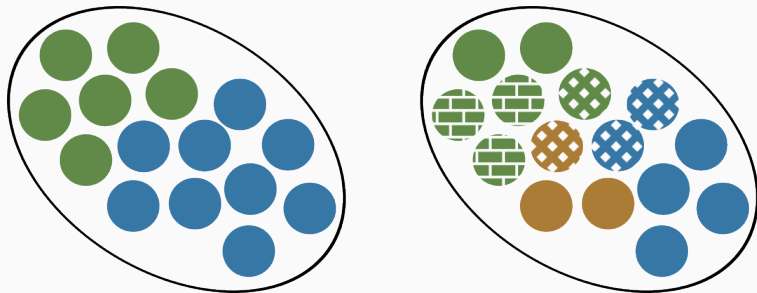


Figure 5: Exemples simples pour comprendre l'information

Si la question est : "x ∈ A?" où A ⊆ E on définit

L'information de A

$$\mathcal{I}(A) = -\log_2\left(\frac{|A|}{|E|}\right) = -\log_b(P(X \in A))$$

Entropie de Shannon- Définition

Le but étend de mesurer l'information moyenne apportée par cette question.

Entropie de Shannon pour une question binaire

$$\mathcal{H}(A) = \mathbb{E}(\mathcal{I}(A)) = \mathbb{E}(-\log_2(P(X \in A)))$$

pour une question binaire suivant
une loi de Bernoulli de paramètre
 p ie $P(X \in A) = p$:

$$\mathcal{H}(A) = -p \log(p) - (1-p) \log(1-p)$$

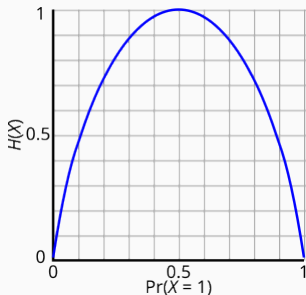


Figure 6: Entropie d'une loi de Bernoulli fonction du paramètre

Additivité de l'entropie

Si $X \perp\!\!\!\perp Y$,

$$\mathcal{H}(X, Y) = \mathcal{H}(X) + \mathcal{H}(Y)$$

Cette propriété est très pratique pour calculer l'entropie de plusieurs questions indépendantes posées en même temps. (On passe d'un temps exponentiel à un temps linéaire).

Formalisation du Jeu Worlde - Évaluation d'un mot

Formalisation

- X (variable aléatoire) : mot de 5 lettres choisis par le premier joueur, *a priori* dans le dictionnaire.
- P (question) : mot proposé par le deuxième joueur qui est en faite un regroupement de 10 questions binaires sur X .
- $E(P, X)$ (fonction) : fonction qui à une proposition P donnée l'évalue fonction de la solution X à trouver. Une évaluation étant un ensembles de 5 chiffres entre 0 et 2.



Figure 7: représentation de $E(ADIEU, IDEAL) = \{1, 2, 1, 1, 0\}$

Formalisation du Jeu de Wordle - Entropie d'un mot

On peut alors définir :

Entropie d'un mot M

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(M) &= \mathbb{E}(\mathcal{I}(E^{-1}(\{E(M, X)\}))) \\ &= \mathbb{E}\left(-\sum_{\substack{\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_5\} \\ \varepsilon_j \in \{0, 1, 2\}}} \log_2(P(X \in E^{-1}(\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_5\})))\right) \end{aligned}$$

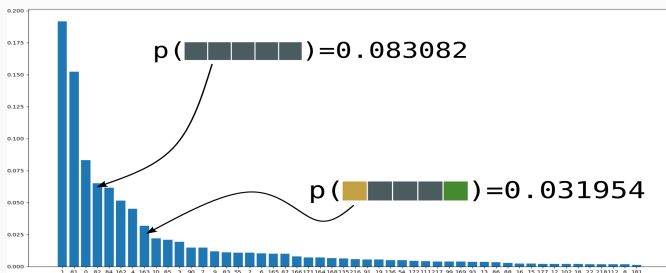


Figure 8: exemple: entropie du mot 'ARBRE'

Exemple de partie avec l'algorithme glouton - étape 0

On lance une partie avec le mot 'MERCI' :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| R | A | I | E | S |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

```
1  Mot,Entropie
2  RAIES,6.218629400968441
3  TAIES,6.150166402826723
4  TARES,6.129510973930741
5  AIRES,6.103889273773167
6  RATES,6.072828467774592
7  TARIE,6.0725026045399
8  TARIS,6.069979221966269
9  LAIES,6.065757232974458
10 TIRES,6.034153228866654
11 SAITE,6.02827986098525
12 LARES,6.026431467145121
13 RALES,5.997109308897908
14 TAIRE,5.994899014349709
15 TIRAS,5.992593336504119
16 SALIE,5.984035899034222
17 RITES,5.974414846100467
18 REAIS,5.974068657145319
19 LARIS,5.966199894122555
20 TORES,5.958804094764022
```

Figure 9: Mots avec la meilleure entropie

Exemple de partie avec l'algorithme glouton - étape 1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| R | A | I | E | S |
| T | I | R | E | E |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

```
1 Mot,Entropie
2 TIREE,3.588354347173234
3 VITRE,3.584012370211935
4 LITRE,3.584012370211935
5 TITRE,3.381620107948735
6 LIVRE,3.3274847819558424
7 TIGRE,3.2618423904633667
8 LIBRE,3.240528260216712
9 ECRIT,3.236186283255413
10 ECRIE,3.2343669797786125
11 BIERE,3.170543891762937
12 CURIE,3.1474104580394817
13 CIREE,3.1474104580394817
14 VIVRE,3.060453936300351
15 FIRME,3.0276327405541132
16 FIERE,2.9904695678465765
17 TENIR,2.9796586949993205
18 PERIL,2.875033827322507
19 VENIR,2.644462784366856
20 PROIE,2.4579195645645378
21 CHERI,2.3479489118262413
22 FREIN,2.3473120514913495
23 OBEIR,2.3473120514913495
24 MERCI,2.2183641295938012
```

Figure 10: Mots restants avec la meilleures entropie

Exemple de partie avec l'algorithme glouton - étape 2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| R | A | I | E | S |
| T | I | R | E | E |
| M | E | R | C | I |
| | | | | |
| | | | | |

```
1  Mot,Entropie
2  MERCI,1.0
3  PERIL,1.0
```

Figure 11: Mots restants avec la meilleure entropie

Exemple de partie avec l'algorithme glouton - étape 3

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| R | A | I | E | S |
| T | I | R | E | E |
| M | E | R | C | I |
| | | | | |
| | | | | |

Améliorations de l'algorithme glouton - dictionnaire et fréquence

```
1 Mot,Entropie
2 RAIES,6.218629400968441
3 TAIES,6.150166402826723
4 TARES,6.129510973930741
5 AIRES,6.103889273773167
6 RATES,6.072828467774592
7 TARIE,6.0725026045399
8 TARIS,6.069979221966269
9 LAIES,6.065757232974458
10 TIRES,6.034153228866654
11 SAITE,6.02827986098525
12 LARES,6.026431467145121
13 RALES,5.997109308897908
14 TAIRE,5.994899014349709
15 TIRAS,5.992593336504119
16 SALIE,5.984035899034222
17 RITES,5.974414846100467
18 REAIS,5.974068657145319
19 LARIS,5.966199894122555
20 TORES,5.958804094764022
```

Figure 12: Meilleurs premiers mots
(tout le dictionnaire ie 8000 mots)

```
1 Mot,Entropie
2 TAIRE,5.956633469039214
3 RAIES,5.87781469883069
4 SORTE,5.860407957044158
5 AIRES,5.850928560191313
6 SAINÉ,5.818023264795441
7 TIRES,5.775121633979068
8 CARTE,5.769884092486889
9 SACRE,5.742734981863087
10 SAUTE,5.74131838072131
11 SERIE,5.733591825381044
12 SITUE,5.730336556056607
13 SUITE,5.7297958288959165
14 SANTE,5.7285292770440766
15 TORSE,5.721673951474494
16 RAILS,5.705469131853035
17 TIREE,5.690483507031332
18 CRAIE,5.687413386103594
19 MARIE,5.685314429933167
20 LITRE,5.684321661344328
```

Figure 13: Meilleurs premiers mots
(mots utilisé réellement pas Wordle ie
1000 mots)

Améliorations de l'algorithme glouton - problème de la profondeur

Problème possible de l'algorithme glouton: se réduire à des mots difficiles à résoudre pour un gain direct

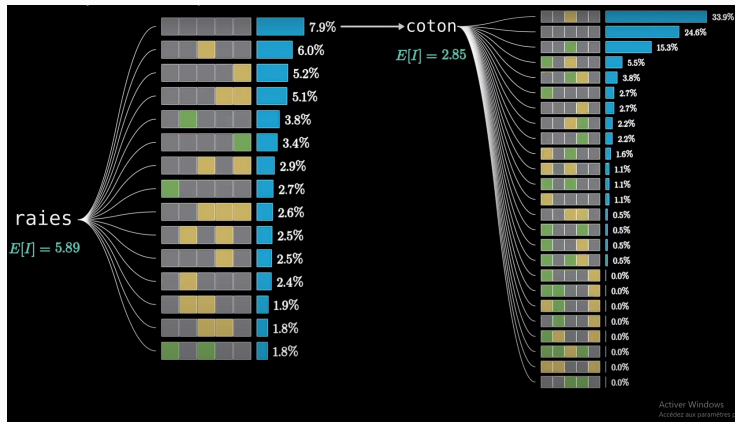


Figure 14: augmentation de la profondeur

Comparaison des meilleurs ouvriers

| | |
|----|--------------------------|
| 1 | Mot,Entropie |
| 2 | TAIRE,5.956633469039214 |
| 3 | RAIES,5.87781469883069 |
| 4 | SORTE,5.860407957044158 |
| 5 | AIRES,5.850928560191313 |
| 6 | SAINE,5.818023264795441 |
| 7 | TIRES,5.775121633979068 |
| 8 | CARTE,5.769884092486889 |
| 9 | SACRE,5.742734981863087 |
| 10 | SAUTE,5.74131838072131 |
| 11 | SERIE,5.733591825381044 |
| 12 | SITUE,5.730336556056607 |
| 13 | SUITE,5.7297958288959165 |
| 14 | SANTE,5.7285292770440766 |
| 15 | TORSE,5.721673951474494 |
| 16 | RAILS,5.705469131853035 |
| 17 | TIREE,5.690483507031332 |
| 18 | CRAIE,5.687413386103594 |
| 19 | MARIE,5.685314429933167 |
| 20 | LITRE,5.684321661344328 |

Figure 15: glouton

| | |
|----|-------------------------|
| 1 | Mot,Entropie2etapes |
| 2 | RIANT,9.224073713151885 |
| 3 | LITRE,9.209538132094163 |
| 4 | RAILS,9.208915513373961 |
| 5 | SAINT,9.201235372060012 |
| 6 | TAIRE,9.17864339201426 |
| 7 | SORTI,9.162473390492812 |
| 8 | TROIS,9.15011788381205 |
| 9 | NOIRS,9.148475293059475 |
| 10 | TOURS,9.143498008784874 |
| 11 | CUITE,9.142324709856673 |
| 12 | CARTE,9.14126621580452 |
| 13 | SUITE,9.138492718357476 |
| 14 | CUIRE,9.132607529445485 |
| 15 | SITUE,9.130960223160415 |
| 16 | LISTE,9.121431846788415 |
| 17 | CRAIE,9.119934164671664 |
| 18 | AUTRE,9.118389330346938 |
| 19 | CURIE,9.118132741477808 |
| 20 | LAINE,9.115178165981966 |

Figure 16: 2 de
profondeur

| | |
|----|-------------------------------------|
| 1 | Mot,EtapesMoyennes,PlusMauvaisScore |
| 2 | RIANT,3.26,7 |
| 3 | TAIRE,3.27,7 |
| 4 | SAINT,3.27,7 |
| 5 | LITRE,3.27,7 |
| 6 | RAILS,3.27,7 |
| 7 | TIRES,3.28,7 |
| 8 | CARTE,3.28,6 |
| 9 | PARIS,3.28,6 |
| 10 | PARTS,3.29,6 |
| 11 | CUITE,3.29,7 |
| 12 | SORTI,3.29,7 |
| 13 | CRAIE,3.29,7 |
| 14 | TOURS,3.29,7 |
| 15 | SUITE,3.29,8 |
| 16 | TROIS,3.3,7 |
| 17 | SORTE,3.3,7 |
| 18 | SACRE,3.3,6 |
| 19 | CONTE,3.3,7 |
| 20 | TRACE,3.3,6 |

Figure 17: tests sur glouton

Comparaison des 2 meilleurs ouvriers

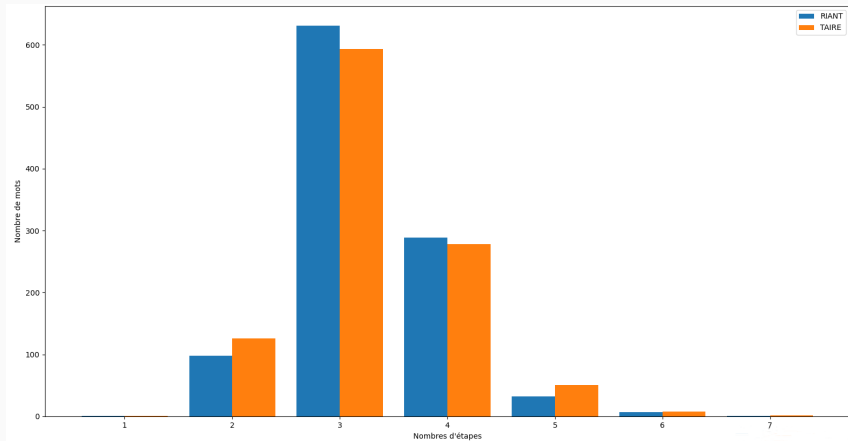


Figure 18: Caption