

图形学基础知识笔记

1. 相机内参矩阵 (Intrinsic Matrix)

相机内参矩阵 (Intrinsic Matrix) 是描述相机内部参数的一个重要矩阵，它包括相机的焦距、光心位置和像素尺寸等信息。它用于将相机坐标系（相机的视野）中的3D点映射到图像坐标系（图像上的二维平面）。内参矩阵的形式通常是一个3x3的矩阵：

$$K = \begin{bmatrix} f & 0 & c_x \\ 0 & f & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中：

- f 是焦距，它决定了图像的放大程度。
- c_x, c_y 是光心坐标（也就是相机的主点位置），通常接近图像的中心。
- 在实际的相机中， f 和 c_x, c_y 都可能由于镜头畸变或相机参数的不同而有所不同。

相机内参矩阵是通过相机标定（通常使用棋盘格或其他已知结构的标定图像）来获得的。标定的目标是通过已知物体的几何信息来求解这些内部参数。

作用：

- 坐标变换**：内参矩阵用于将相机坐标系中的三维坐标点投影到二维图像平面上。即从世界坐标系到相机图像坐标系的转换。
- 图像畸变校正**：由于相机镜头的畸变（例如径向畸变），内参矩阵可用于进行校正，恢复图像的真实形状。

2. 基础矩阵 (Fundamental Matrix)

基础矩阵是计算机视觉中描述两幅图像之间几何关系的一个矩阵。它是在双目视觉（立体视觉）中使用的，帮助我们理解和计算同一场景在不同视角下的投影。基础矩阵定义了一个图像中的点如何映射到另一个图像中的对极线。对极几何是立体视觉的核心部分。

基础矩阵 F 是一个3x3的矩阵，描述了图像中的一个点与另一个图像中对应点的关系。对于两幅图像中的一个点 P, P'

基础矩阵满足以下关系：

$$p'^T F p = 0$$

这意味着给定图像 A 中的一个点 p ，我们可以通过基础矩阵 F 计算出图像 B 中对应的对极线，反之亦然。

计算方法：

基础矩阵是通过图像中的一组匹配点来计算的，通常使用 **八点算法** 或 **RANSAC算法** 来从一组匹配点中估算基础矩阵。

作用：

- **对极线 (Epipolar Line)**：基础矩阵的一个重要应用是计算对极线。在一幅图像中选择一个点，通过基础矩阵可以得到另一幅图像中与之对应的对极线，这有助于计算两个图像中的点之间的几何关系。
- **相机位姿计算**：基础矩阵还可以用于计算两台摄像机之间的相对位姿，即计算它们之间的旋转矩阵和平移向量。这是立体重建和三维重建的重要步骤。

3. 对极几何 (Epipolar Geometry)

对极几何是立体视觉中的一个关键概念，它描述了在双目视觉中，如何通过已知的一幅图像中的点，推算另一幅图像中对应点的位置。

- **极点 (Epipole)**：每个相机的光心（相机的位置）会投影到另一幅图像的像平面上，得到的点叫做极点。每个图像都有一个极点，极点是对极几何中的关键点。极点位于对极线的交点上。
- **对极线 (Epipolar Line)**：对于图像 AAA 中的某一点 p ，在图像 BBB 中的对应点 p' 必定位于一条特定的线段上，这条线称为对极线。对极线是通过基础矩阵计算得到的。

对极几何的核心约束是：每个点在图像A中都有对应的对极线在图像B中，反之亦然。因此，给定图像A中的一个点，我们可以通过对极几何推算图像B中对应点的位置，从而进行立体匹配和三维重建。

4. 本质矩阵 (Essential Matrix)

本质矩阵 E 是两幅图像之间的几何关系的另一种表示，它与基础矩阵密切相关。本质矩阵是通过相机的内参矩阵和基础矩阵之间的关系计算得到的。具体来说，本质矩阵 E 与基础矩阵 F 之间的关系如下：

$$E = K_b^T F K_a$$

其中：

- K_a 和 K_b 分别是两台相机的内参矩阵。
- F 是基础矩阵。

本质矩阵与基础矩阵之间的关系说明了它们在图像投影过程中的作用。基础矩阵是依赖于图像坐标系的，而本质矩阵是与世界坐标系无关的，因为它考虑了相机的内参。

作用：

- **相机位姿恢复**：本质矩阵的分解可以得到两个摄像机之间的旋转矩阵 R 和平移向量 t ，用于恢复相机的相对位姿。
- **三维重建**：通过已知的相机位姿和对应的特征点，可以进行三维重建。