

Glencoe McGraw-Hill

Las matemáticas conectan

para Florida

**Libro de ejercicios de
reforzamiento y práctica
de destrezas**

**Mc
Graw
Hill** Glencoe

Curso 2

Al estudiante Este cuaderno de ejercicios *Cuaderno de reforzamiento y práctica de destrezas* incluye problemas adicionales para los ejercicios del concepto de cada lección. Los ejercicios están formulados para ayudarte en tu estudio de las matemáticas, reforzando destrezas importantes que se necesitan para tener éxito en la vida. Los materiales están organizados por capítulo y por lección, con una hoja de trabajo de *Práctica de tarea* y una hoja de *Práctica de destrezas* por cada lección en *Las matemáticas conectan para Florida, Curso 2* de Glencoe.

Mantén siempre a la mano tu cuaderno de ejercicios. Junto con tu libro de texto, tu tarea diaria y las notas que tomes en clase, el *Cuaderno de reforzamiento y práctica de destrezas* con todos los ejercicios completados, te puede ayudar en el momento de estudiar para las pruebas y los exámenes.

Al maestro Estas hojas de trabajo son las mismas que se encuentran en *Recursos para el capítulo* para el Curso 2 de *Las matemáticas conectan para Florida* de Glencoe. Las respuestas están disponibles al final de cada libreta, así como al final de cada capítulo en la *Edición del maestro*.

The McGraw-Hill Companies



Derechos de impresión © por The McGraw-Hill Companies, Inc. Todos los derechos están reservados. Se concede permiso para reproducir el material de este libro bajo la condición de que dicho material se use solamente en el salón de clases; sea gratis para alumnos, maestros y familias; y se use exclusivamente en conjunto con el programa *las matemáticas conectan*. Se prohíbe explícitamente cualquier otra reproducción para cualquier otro uso o para la venta.

Enviar toda correspondencia a:
Glencoe/McGraw-Hill
8787 Orion Place
Columbus, OH 43240-4027

ISBN: 978-0-07-894425-3
MHID: 0-07-894425-2

Impreso en los Estados Unidos de América.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 079 13 12 11 10 09

CONTENIDO

Capítulo 0 Prepárate

0-1 Un plan para resolver problemas	1
0-2 Estima con decimales	3
0-3 Multiplica decimales	5
0-4 Multiplica por potencias de diez	7
0-5 Divide decimales	9

Capítulo 1 Enteros

Lección

1-1

Enteros y el plano de coordenadas

B Enteros y valor absoluto	11
C El plano de coordenadas	13

Lección

1-2

Suma y resta enteros

B Suma enteros	15
D Resta enteros	17

Lección

1-3

Multiplica y divide enteros

A Investigaciones para resolver problemas: Halla un patrón	19
C Multiplica enteros	21
D Divide enteros	23

Capítulo 2 Números racionales

Lección

2-1

Números racionales

B Decimales terminales y periódicos	25
C Compara y ordena números racionales	27

Lección

2-2

Suma y resta fracciones

A Suma y resta fracciones semejantes	29
C Suma y resta fracciones no semejantes	31

D Suma y resta números mixtos	33
-------------------------------------	----

Lección

2-3

Multiplica y divide fracciones

B Multiplica fracciones	35
C Investigación para resolver problemas: Dibuja un diagrama	37
D Divide fracciones	39
E Potencias y exponentes	41

Capítulo 3 Ecuaciones lineales

Lección

3-1

Ecuaciones de adición y sustracción

A Investigación para resolver problemas: Trabaja al revés	43
D Resuelve ecuaciones de adición y sustracción de un paso	45

Lección

3-2

Ecuaciones de multiplicación y división

B Resuelve ecuaciones de multiplicación y división de un paso	47
D Resuelve ecuaciones con coeficientes racionales	49

Lección

3-3

Ecuaciones de varios pasos

B Resuelve ecuaciones de dos pasos	51
D Resuelve ecuaciones con variables en cada lado	53

Capítulo 4 Proporciones y semejanzas

Lección 4-1 Proporciones

B Tasas	55
C Relaciones proporcionales y no proporcionales	57
D Resuelve proporciones	59

Lección 4-2 Dibujos y modelos a escala

A Investigación para resolver problemas: Dibuja un diagrama	61
B Dibujos a escala	63

Lección 4-3 Semejanza y razonamiento proporcionales

A Figuras semejantes	65
B Perímetro y área de figuras semejantes	67

Capítulo 5 Funciones lineales

Lección 5-1 Tasas y funciones

B Ecuaciones y funciones	69
C Funciones y gráficas	71

Lección 5-2 Pendiente

B Tasa constante de cambio	73
C Pendiente	75

Lección 5-3 Variación

A Investigación para resolver problemas: Usar una gráfica	77
--	----

C Variación directa 79

E Variación inversa 81

Capítulo 6 Porcentajes

Lección 6-1 Porcentajes

B Porcentaje de un número	83
C Porcentaje y estimación	85

Lección 6-2 Proporciones y ecuaciones

B La proporción porcentual	87
C La ecuación porcentual	89
D Investigación para resolver problemas: Determina respuestas razonables	91

Lección 6-3 Aplicar porcentajes

B Porcentaje de cambio	93
C Impuesto sobre las ventas y propinas	95
D Descuento	97
E Educación financiera: Interés simple	99

Capítulo 7 Análisis de datos y probabilidad

Lección 7-1 Estadísticas

B Gráficas circulares	101
C Histogramas	103
E Diagramas de tallo y hojas	105

Lección 7-2 Probabilidad

A Probabilidad	107
B Espacios muestrales	109

C	Cuenta resultados	111
E	Eventos independientes y dependientes	113

Lección **7-3** Predicciones

B	Experimentos probabilísticos	115
C	Investigación para resolver problemas: Haz un simulacro	117
E	Usa datos para predecir	119
F	Muestras sesgadas y no sesgadas	121

Capítulo 8 Área de la superficie y volumen

Lección **8-1** Volumen

B	Volumen de prismas	123
C	Volumen de cilindros.....	125
E	Volumen de pirámides	127
F	Volumen de conos	129

Lección **8-2** Área de superficie

B	Área de superficie de prismas	131
C	Área de superficie de cilindros.....	133
E	Área de superficie de pirámides.....	135

Lección **8-3** Formas compuestas

A	Investigación para resolver problemas: Resuelve un problema más simple.....	137
C	Volumen y área de superficie de figuras compuestas	139

Capítulo 9 Medición y razonamiento proporcional

Lección **9-1**

Convierte medidas

B	Convierte unidades inglesas	141
C	Convierte unidades métricas	143
D	Convierte entre sistemas	145
E	Convierte tasas	147
F	Convierte unidades de área y volumen.....	149

Lección **9-2**

Sólidos semejantes

A	Investigación para resolver problemas: Haz un modelo.....	151
C	Cambios en dimensiones	153

Capítulo 10 Transformaciones

Lección **10-1**

Traslaciones

B	Traslaciones en el plano de coordenadas ..	155
----------	--	-----

Lección **10-2**

Reflexiones

B	Reflexiones en el plano de coordenadas ..	157
----------	---	-----

Lección **10-3**

Rotaciones

B	Rotaciones en el plano de coordenadas	159
----------	---	-----

Lección **10-4**

Homotecias

A	Homotecias	161
B	Investigación para resolver problemas: Trabaja al revés.....	163

Capítulo 11 Geometría y razonamiento espacial

Lección
11-1

Rectas y relaciones angulares

- A** Relaciones angulares 165
- B** Rectas paralelas 167

Lección
11-2

Polígonos

- B** Triángulos 169
- C** Investigación para resolver problemas:
Usa el razonamiento lógico 171
- D** Cuadriláteros 173
- E** Polígonos y ángulos 175

Lección
11-3

El teorema de Pitágoras

- A** Raíces cuadradas 177
- B** Estima raíces cuadradas 179
- C** El sistema de los números reales 181
- E** El teorema de Pitágoras 183
- F** Distancia en el plano de coordenadas 185

Capítulo 12 Estadística

Lección
12-1

Medidas de tendencia central

- B** Medidas de tendencia central 187

Lección
12-2

Representaciones estadísticas

- A** Medidas de variación 189
- B** Diagramas de caja y patillas 191

- C** Diagramas de dispersión y rectas de mejor ajuste 193

- D** Elige una representación apropiada 195

- E** Investigación para resolver problemas:
Usa una gráfica 197

Capítulo 13 Desigualdades, funciones y monomios

Lección
13-1

Desigualdades

- A** Investigación para resolver problemas:
Adivina, verifica y revisa 199
- B** Resuelve desigualdades mediante adición o sustracción 201
- C** Resuelve desigualdades mediante multiplicación o división 203

Lección
13-2

Funciones lineales

- A** Notación funcional 205
- B** Representa funciones lineales 207
- C** Forma pendiente-intersección 209

Lección
13-3

Funciones no lineales

- B** Funciones lineales y no lineales 211

Lección
13-4

Monomios

- A** Multiplica y divide monomios 213
- B** Exponentes negativos 215
- C** Notación científica 217

0-1**Reforzamiento*****Un plan para resolver problemas***

En matemáticas existe un plan de cuatro pasos que puedes usar para resolver cualquier problema. Los cuatro pasos son Comprende, Planifica, Resuelve y Verifica.

Ejemplo

ARRIENDOS Rent Wheels arrienda un carro por \$36.75 diarios. Tienes un cupón de descuento de \$5 en la tarifa diaria. ¿Cuánto te costará arrendar un vehículo por un día?

Comprende

Sabes que Rent Wheels cobra \$36.75 por día y que tienes un cupón de descuento de \$5. Tienes que calcular cuánto pagarás por el día.

Planifica

Para calcular el costo final, resta \$5 a 36.75. Estima $37 - 5 = 32$.

Resuelve

36.75

$\underline{-5.00}$ Alinea los puntos decimales.

31.75 Resta como si fueran números enteros.

Verifica la razonabilidad $31.75 \approx 32 \checkmark$

Por lo tanto, pagarás \$31.75 por arrendar un carro por el día.

Verifica

Verifica sumando $31.75 + 5.00 = 36.75$. La respuesta es correcta.

Ejercicios**Usa el plan de cuatro pasos para resolver los problemas.**

1. PIZZA Otis y tres amigos ordenaron una pizza. La pizza cuesta \$17.56. ¿Cuánto pagó cada persona?

2. MENÚS La tabla muestra el costo de diversos alimentos para el desayuno y también del especial de la mañana. ¿Cuánto ahorrarías si ordenas el especial de la mañana en vez de ordenar los tres alimentos por separado?

Alimento	Costo
2 huevos	\$2.29
tocino	\$1.59
jugo	\$1.25
Especial de la mañana: 2 huevos, tocino y jugo	\$4.89

Práctica de destrezas

Un plan para resolver problemas

Usa el plan de cuatro pasos para resolver los problemas.

- AHORROS** Dennis depositó \$300 en una cuenta de ahorros en enero y agregó \$40 cada mes a partir de febrero. Calcula la cantidad que hay en su cuenta a fines de diciembre. Supón que no hace retiros.
- CANOTAJE** Si van 15 estudiantes en un viaje en canoa, cada uno paga \$120. ¿Cuánto pagará cada estudiante si sólo van 12 estudiantes en el viaje?
- CARRERAS** El carro que ganó una carrera hizo un promedio de 166.67 millas por hora. Si la carrera duró 3 horas, ¿cuántas millas recorrió el carro ganador? Redondea a la milla más cercana.
- CRÉDITO DE TIENDA** Emma recibió de premio un certificado de \$5 por cada \$100 que gastó en la tienda de artículos electrónicos. Ella tiene \$40 en certificados. ¿Cuánto gastó en la tienda?
- GIMNASIO** La tabla muestra los precios para inscribirse en un gimnasio. ¿Cuánto ahorrarías con la membresía especial de 1 año, en vez de pagar mensualmente cuotas durante 15 meses?

Inscripción	Precio (\$)
1 mes	24.95
3 meses	68.50
1 año	275.00
El especial de un año incluye 3 meses adicionales gratis.	275.00

- CARRERA DE RELEVOS** La tabla muestra los tiempos de 4 integrantes de un equipo de relevos. Calcula el tiempo total que le tomó al equipo terminar la carrera.

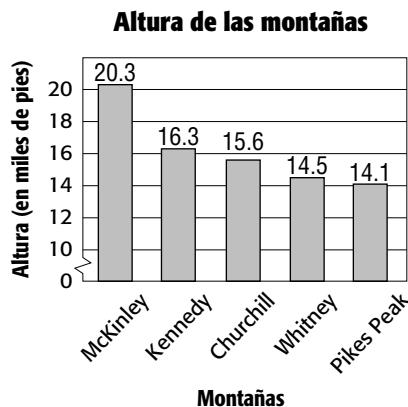
Integrante del equipo	Tiempo (s)
Barney	48.6
Kart	50.2
Roddy	47.9
Keena	46.8

0-2**Reforzamiento****Estima con decimales**

La estimación es una buena manera de dar respuestas rápidas cuando una respuesta exacta no es necesaria.

Ejemplo 1

MONTAÑAS La gráfica muestra la altura de cinco montañas. Estima la diferencia de altura entre el Mt. McKinley y Pikes Peak.



Redondea cada número al número entero más cercano para que sea más fácil restar.

$$\begin{array}{r} 20.3 \\ - 14.1 \\ \hline 6 \end{array}$$

20.3 se redondea a 20.

14.1 se redondea a 14.

El Mt. McKinley mide aproximadamente 6,000 pies más que el Pikes Peak.

Ejemplo 2

Estima $36.9 \div 8.8$.

$$36.9 \div 8.8 \approx 36.9 \div 9$$

Redondea 8.8 a 9.

$$\approx 36 \div 9$$

Cambia 36.9 a 36, porque 36 y 9 son números compatibles.

$$\approx 4$$

Por lo tanto, $36.9 \div 8.8$ es aproximadamente 4.

Ejercicios**Redondea para estimar.**

1. $48.24 + 17.98$

2. $59.1 - 7.9$

3. 30.2×6.3

4. 21.3×2.7

Estima con números compatibles.

5. $30.91 \div 6.1$

6. $822 \div 40.6$

Práctica de destrezas**Estima con decimales****Redondea para estimar.**

1. $22.68 + 12.56$

2. $34.43 - 18.95$

3. 22.1×4.9

4. $7.9 + 8.2$

5. 9.4×7.2

6. $50.87 - 2.9$

Agrupa para estimar.

7. $17.6 + 21.4 + 20.9$

8. $57.4 + 62.3 + 59.8 + 61.7$

9. $87.2 + 85.1 + 80.6 + 79.3$

10. $42.3 + 40.7 + 39.2 + 40.1$

Estima con números compatibles.

11. $4.2 \overline{)16.9}$

12. $35.3 \overline{)106.2}$

13. $33.5 \div 3.2$

14. $65.4 \div 13.2$

- 15. VENTAS DE ALIMENTOS** La tabla indica las cantidades obtenidas por las ventas de diversos tipos de alimentos en el emporio de comida rápida de Freddie.

a. Estima la cantidad total de ventas de hamburguesas, sándwiches de pollo y sándwiches de pescado.

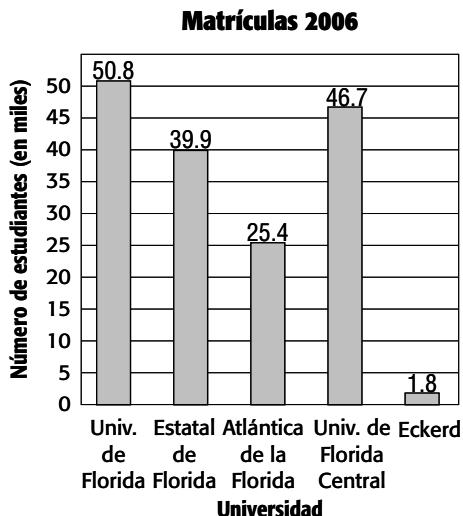
b. ¿Aproximadamente cuánto más se obtuvo por los sándwiches de pollo que por las papas fritas?

Alimento	Ventas (millones)
Hamburguesas	\$3.6
Sándwiches de pollo	\$2.8
Sándwiches de pescado	\$1.2
Papas fritas	\$1.9

- 16. MATRÍCULAS** La gráfica muestra la cantidad de matrículas del 2006 en diversas universidades.

a. ¿Aproximadamente cuántos estudiantes más asistieron a la Universidad de Florida que a la Universidad Estatal de Florida en el 2006?

b. Si en un semestre cada estudiante de la Universidad Atlántica de Florida pagó \$500 por sus libros, ¿aproximadamente cuánto gastó en libros?



0-3**Reforzamiento****Multiplica decimales**

Para multiplicar decimales, multiplica igual que con los números enteros. El producto tiene el mismo número de lugares decimales que la suma de los lugares decimales de los factores.

Ejemplo 1 Multiplica 5.7×0.2 .

Estima $5 \times 0.2 = 1$

$$\begin{array}{r} 5.7 \quad \leftarrow \quad 1 \text{ lugar decimal} \\ \times 0.2 \quad \leftarrow \quad 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 1.14 \quad \leftarrow \quad 2 \text{ lugares decimales} \end{array}$$

Verifica la razonabilidad $1.14 \approx 1 \checkmark$

Si no existen suficientes lugares decimales en el producto, tienes que agregar ceros a la izquierda.

Ejemplo 2 Multiplica 0.031×2.4 .

Estima $0 \times 2 = 0$

$$\begin{array}{r} 0.031 \quad \leftarrow \quad 3 \text{ lugares decimales} \\ \times 2.4 \quad \leftarrow \quad 1 \text{ lugar decimal} \\ \hline 124 \\ 62 \\ \hline 0.0744 \end{array}$$

Agrega un cero a la izquierda para que el resultado tenga cuatro lugares decimales.

Verifica la razonabilidad $0.0744 \approx 0 \checkmark$

Ejercicios

Coloca el punto decimal en cada producto. Agrega ceros si es necesario.

1. $1.8 \times 0.7 = 126$

2. $0.03 \times 2.2 = 66$

3. $7.39 \times 8.6 = 63554$

4. $1.92 \times 6 = 1152$

Multiplica.

5. 0.6×2.3

6. 560×1.47

7. 9×0.04

8. 0.27×0.2

Práctica de destrezas**Multiplica decimales**

Coloca el punto decimal en cada producto. Agrega ceros si es necesario.

1. $0.8 \times 1.36 = 1088$

2. $0.005 \times 21.4 = 107$

3. $31.9 \times 4.7 = 14993$

4. $0.34 \times 1.2 = 408$

Multiplica.

5. 4.6×0.57

6. 0.9×15

7. 0.22×6.8

8. 0.3×14

9. 420×1.25

10. 0.56×0.4

11. 11×0.8

12. 13.5×12.3

13. **COSTURA** La tabla muestra el precio de los artículos en la tienda de telas. Tyrhee compró 2 yardas de tela, 1 cierre, 1 paquete de botones y 3 yardas de ribete. Si le dio al vendedor \$30, ¿cuánto cambio recibió?

Artículo	Costo
Tela	\$8.29 por yarda
Cierre	\$2.59 cada uno
Botones	\$3.95 por paquete
Ribete	\$1.89 por yarda

14. **TRIÁNGULOS** Calcula el área de un triángulo que tiene una base de 12.2 centímetros y una altura de 8.6 centímetros. La fórmula para calcular el área del triángulo es $A = \frac{1}{2} bh$.
15. **INGRESOS** Mindy gana \$9.25 por hora. ¿Cuánto gana por semana si trabaja 39.4 horas en una semana?

0-4**Reforzamiento****Multiplica por potencias de diez**

Para multiplicar un decimal por una potencia de 10 mayor que uno, cuenta el número de ceros de la potencia de 10. Luego, mueve el punto decimal esa misma cantidad de lugares *hacia la derecha*.

Ejemplos**Calcula cada producto.****1**

$$13.284 \times 1,000$$

$$13.284 \times 1,000 = 13.\underbrace{284}_{\text{ }} \quad \text{Mueve el punto decimal tres lugares hacia la derecha.}$$
$$= 13,284$$

2

$$0.48 \times 10^5$$

$$0.48 \times 10^5 = 0.\underbrace{48000}_{\text{ }} \quad \text{Mueve el punto decimal cinco lugares hacia la derecha.}$$
$$= 48,000$$

Para multiplicar un decimal por una potencia de diez menor que 1, cuenta el número de lugares que hay después del punto decimal. Luego, mueve el punto decimal esa misma cantidad de lugares *hacia la izquierda*.

Ejemplos**Calcula cada producto.****3**

$$8.2 \times 0.01$$

$$8.2 \times 0.01 = 08.\underbrace{2}_{\text{ }} \quad \text{Mueve el punto decimal 2 lugares hacia la izquierda.}$$
$$= 0.082$$

4

$$3,521 \times 0.0001$$

$$3,521 \times 0.0001 = 03521\underbrace{1}_{\text{ }} \quad \text{Mueve el punto decimal 4 lugares hacia la izquierda.}$$
$$= 0.3521$$

Ejercicios**Calcula cada producto.**

1. 2.593×10^2

2. $1.48 \times 1,000$

3. 0.243×10

4. 0.92×10^4

5. 8.1×0.01

6. 123×0.00001

7. 3.26×0.1

8. 1.7×0.001

Práctica de destrezas***Multiplica por potencias de diez***

Calcula cada producto.

- | | |
|------------------------|---------------------------|
| 1. 7.62×10^6 | 2. 38.3×0.01 |
| 3. 1.45×10^4 | 4. 0.26×10 |
| 5. $6.41 \times 1,000$ | 6. $35,276 \times 0.001$ |
| 7. 0.4×10^3 | 8. 9.284×10^2 |
| 9. $0.09 \times 1,000$ | 10. $0.24 \times 100,000$ |

- 11. ABRIGOS** Un abrigo costaba originalmente \$256. Estuvo en oferta con un 10% de descuento. ¿En cuánto se redujo el precio del abrigo?
- 12. BECA** La Sra. Taylor está creando un fondo de becas. Envía 1,000 cartas para solicitar donaciones. Si cuesta \$0.42 enviar cada carta, ¿cuánto gastará la Sra. Taylor en enviarlas?
- 13. BÉISBOL** Asistieron 32 mil personas a un juego de los Rayos de Tampa Bay. Escribe este número en forma estándar.
- 14. ARTÍCULOS DEPORTIVOS** La tabla muestra cuatro tipos de artículos deportivos que se vendieron en una tienda de deportes.

Artículo	Número vendido (en miles)
Pelotas de tenis	17.2
Pelotas de golf	26.8
Guantes de fútbol americano	1.4
Bates de béisbol	0.8

- a. ¿Cuántas pelotas más de golf que de tenis se vendieron?
- b. Escribe en forma estándar el número de bates de béisbol que se vendieron.
- c. Si cada guante de fútbol americano se vendiera en \$10, ¿cuánto dinero recibiría la tienda por los guantes de fútbol?
- d. ¿Cuál es el número total de estos cuatro artículos deportivos que vendió la tienda?

0-5**Reforzamiento*****Divide decimales***

Para dividir un decimal entre un número entero, divide como con números enteros. Luego, coloca el punto decimal directamente sobre el punto decimal en el dividendo.

Ejemplo 1 **Calcula $36.4 \div 2$.**

Estima $36 \div 2 = 18$

$$\begin{array}{r} 18.2 \\ 2) 36.4 \\ -2 \\ \hline 16 \\ -16 \\ \hline 4 \end{array}$$

Divide igual que con los números enteros.
Coloca el punto decimal directamente sobre el punto decimal del dividendo.

Verifica si es razonable $18.2 \approx 18$ ✓

Para dividir entre un decimal, multiplica el divisor y el dividendo por la misma potencia de diez para que el divisor sea un número entero. Luego, divide.

Ejemplo 2 **Calcula $234.52 \div 8.2$.**

Estima $232 \div 8 = 29$

$$\begin{array}{r} 28.6 \\ 8.2) 234.52 \\ \underline{-164} \\ 705 \\ -656 \\ \hline 492 \\ -492 \\ \hline 0 \end{array}$$

Mueve cada punto decimal un lugar hacia la derecha.

Verifica la razonabilidad $28.6 \approx 29$ ✓

Ejercicios**Calcula los cocientes.**

1. $916 \div 0.4$

2. $0.72 \div 0.3$

3. $35) \overline{79.8}$

4. $0.36) \overline{2,475}$

5. $56) \overline{2.8}$

6. $20.21 \div 4.3$

7. $15.6) \overline{78}$

8. $167.8) \overline{2181.4}$

Práctica de destrezas**Divide decimales****Calcula los cocientes.**

1. $656 \div 0.8$

2. $3.3 \div 0.6$

3. $30.96 \div 7.2$

4. $0.42 \div 0.2$

5. $0.47 \overline{)0.564}$

6. $0.8 \overline{)2,575}$

7. $80 \div 2.5$

8. $7.2 \overline{)24.768}$

9. $8.8 \overline{)4.664}$

10. $4.2 \overline{)0.21}$

11. **SALTO LARGO** Demarcus realizó cuatro veces el salto largo. Sus distancias fueron 9.6 pies, 10.2 pies, 8.5 pies y 11.3 pies. ¿Cuántos pies promedió por salto?

12. **FOTOGRAFÍA** Abigail imprimió 54 fotografías de la tarjeta de su cámara digital en el estudio fotográfico. La tienda le cobró \$15.66. ¿Cuánto pagó por cada fotografía?

13. **HALLA EL ERROR** Adar realizó el siguiente problema de división.
¿Cuál fue su error?

$$\begin{array}{r} 20.5 \\ 6.3 \overline{)12.915} \\ -126 \\ \hline 315 \\ -315 \\ \hline 0 \end{array}$$

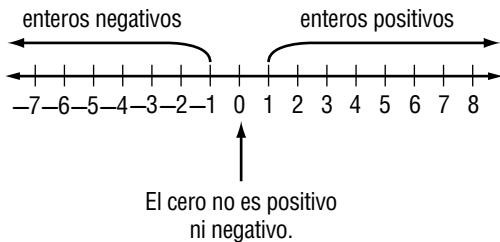
1-1

B

Reforzamiento

Enteros y valor absoluto

Los enteros menores que cero son **enteros negativos**. Los enteros mayores que cero son **enteros positivos**.



El valor absoluto de un entero es la distancia a la que está el número del cero en una recta numérica. Se usan dos barras verticales para representar el valor absoluto. El símbolo para el valor absoluto de 3 es $|3|$.

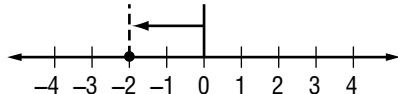
Ejemplo 1 Escribe un entero que represente 160 pies bajo el nivel del mar.

Como representa *bajo* el nivel del mar, el entero es -160 .

Ejemplo 2 Calcula $|-2|$.

En la recta numérica, el punto -2 está

alejado 2 unidades del 0. Por lo tanto, $|-2| = 2$.



Ejercicios

Escribe un entero para cada situación.

- 1.** 12°C sobre cero **2.** una pérdida de \$24

- 3.** subir 20 libras **4.** caer 6 pies

Calcula cada expresión.

- $$5. |12| \qquad \qquad \qquad 6. |-150|$$

- $$7. |-8| + 2 \qquad \qquad \qquad 8. |6| + |5|$$

- $$9. |-19| - 17 \quad 10. |84| - |-62|$$

Práctica de destrezas

Enteros y valor absoluto

Escribe un entero para cada situación.

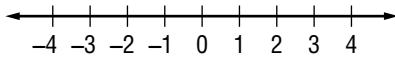
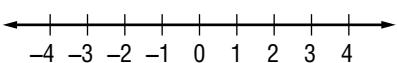
1. 15°C bajo cero
2. una ganancia de \$27
3. 2010 d.c.
4. promedio de asistencia bajó 38 personas
5. 376 pies sobre el nivel del mar
6. un retiro de \$200
7. 3 puntos perdidos
8. un bono de \$150
9. un depósito de \$41
10. 240 a.c.
11. un aumento de sueldo de \$120
12. 60 pies bajo el nivel del mar

Calcula cada expresión.

13. $|-1|$
14. $|9|$
15. $|23|$
16. $|-107|$
17. $|-45|$
18. $|19|$
19. $|0|$
20. $|6| - |-2|$
21. $|-8| + |4|$
22. $|-12| - |12|$

Representa cada conjunto de enteros en una recta numérica.

23. $\{0, 2, -3\}$
24. $\{-4, -1, 3\}$



1-1**C**

Reforzamiento

El plano de coordenadas

El **plano de coordenadas** se usa para ubicar puntos. La recta numérica horizontal es el **eje x**. La recta numérica vertical es el **eje y**. Su intersección es el **origen**.

Los puntos se ubican usando **pares ordenados**. El primer número de un par ordenado es la **coordenada x**; el segundo número es la **coordenada y**.

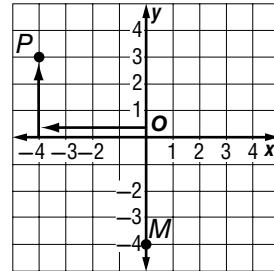
El plano de coordenadas se separa en cuatro regiones llamadas **cuadrantes**.

Ejemplo 1 Escribe el par ordenado que corresponde al punto *P*. Luego, indica el cuadrante en que se ubica *P*.

- Comienza en el origen..
- Avanza 4 unidades a la izquierda en el eje *x*.
- Avanza 3 unidades hacia arriba en el eje *y*.

El par ordenado del punto *P* es $(-4, 3)$.

P está en el cuadrante superior izquierdo o Cuadrante II.

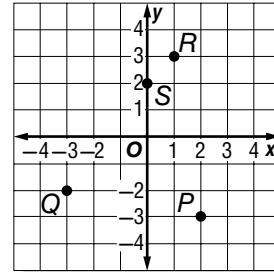


Ejemplo 2 Grafica y rotula el punto *M* en $(0, -4)$.

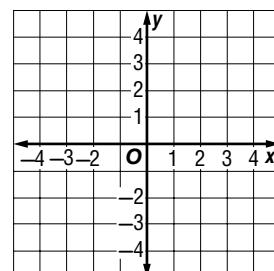
- Comienza en el origen.
- Avanza 0 unidades en el eje *x*.
- Avanza 4 unidades hacia abajo en el eje *y*.
- Dibuja un punto y rotúlalo con una *M*.

Ejercicios

Escribe el par ordenado que corresponde a cada uno de los puntos graficados a la derecha. Luego, indica el cuadrante o eje en que se ubica cada punto.

1. *P*2. *Q*3. *R*4. *S*

Grafica y rotula cada punto en el plano de coordenadas.

5. $A(-1, 1)$ 6. $B(0, -3)$ 7. $C(3, 2)$ 8. $D(-3, -1)$ 9. $E(1, -2)$ 10. $F(1, 3)$ 

Práctica de destrezas***El plano de coordenadas***

Escribe el par ordenado que corresponde a cada punto graficado a la derecha. Luego, identifica el cuadrante o eje en que se ubica cada punto.

1. A

2. B

3. C

4. D

5. E

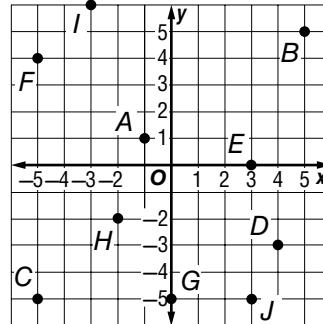
6. F

7. G

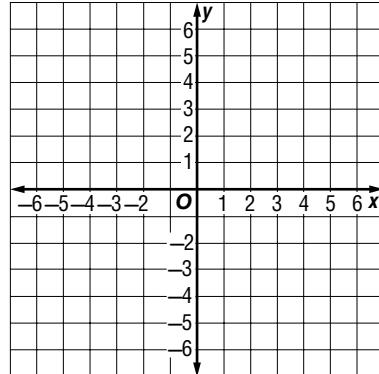
8. H

9. I

10. J



Grafica y rotula cada punto en el plano de coordenadas.

11. $N(-1, 3)$ 12. $V(2, -4)$ 13. $C(4, 0)$ 14. $P(-6, 2)$ 15. $M(-5, 0)$ 16. $K(-1, 5)$ 17. $I(-3, -3)$ 18. $A(5, -3)$ 19. $D(0, -5)$ 

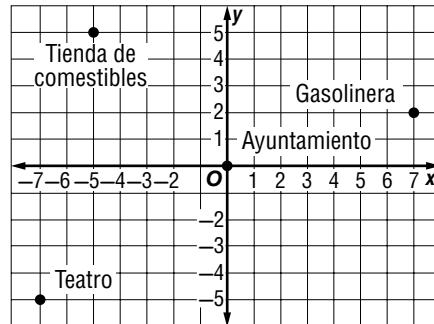
Encuentra el par ordenado que representa la ubicación de cada lugar en el mapa de la ciudad que está a la derecha.

20. Ayuntamiento

21. Teatro

22. Gasolinera

23. Tienda de comestibles



1-2**B****Reforzamiento****Suma enteros**

Para sumar enteros del mismo signo, suma sus valores absolutos. La suma es:

- positiva si los dos enteros son positivos.
- negativa si los dos enteros son negativos.

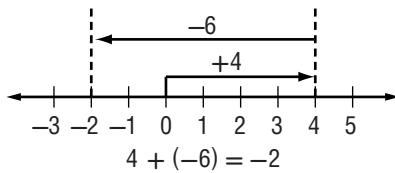
Para sumar enteros de diferente signo, resta sus valores absolutos. La suma es:

- positiva si es mayor el valor absoluto del entero positivo.
- negativa si es mayor el valor absoluto del entero negativo

Ejemplo 1 Calcula $4 + (-6)$.

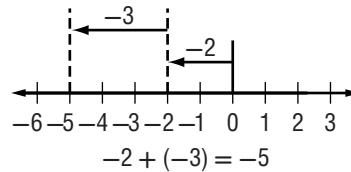
Usa una recta numérica.

- Comienza en 0.
- Avanza 4 unidades hacia la derecha.
- Después avanza 6 unidades hacia la izquierda.

**Ejemplo 2** Calcula $-2 + (-3)$.

Usa una recta numérica.

- Comienza en 0.
- Avanza 2 unidades hacia la izquierda.
- Avanza otras 3 unidades hacia la izquierda.

**Ejercicios****Suma.**

- | | | |
|----------------------|------------------------|--------------------|
| 1. $-5 + (-2)$ | 2. $8 + 1$ | 3. $-7 + 10$ |
| 4. $16 + (-11)$ | 5. $-22 + (-7)$ | 6. $-50 + 50$ |
| 7. $-10 + (-10)$ | 8. $100 + (-25)$ | 9. $-35 + (-20)$ |
| 10. $-7 + (-3) + 10$ | 11. $-42 + 36 + (-36)$ | 12. $-17 + 17 + 9$ |

Escribe una expresión de suma para describir cada situación. Luego, calcula cada suma.

- HALCÓN** Hay un halcón en un árbol a 100 pies del suelo. Después vuela hasta el suelo.
- CORRER** Leah corrió 6 cuadras hacia el norte y luego regresó 4 cuadras hacia el sur.

Práctica de destrezas**Suma enteros****Suma.**

1. $5 + (-8)$

2. $-3 + 3$

3. $-3 + (-8)$

4. $-7 + (-7)$

5. $-8 + 10$

6. $-7 + 13$

7. $15 + (-10)$

8. $-11 + (-12)$

9. $25 + (-12)$

10. $-14 + (-13)$

11. $14 + (-27)$

12. $-28 + 16$

13. $5 + 11 + (-5)$

14. $7 + (-5) + 5$

15. $9 + (-9) + 10$

16. $-2 + 19 + 2$

- 17. FÚTBOL AMERICANO** El equipo de fútbol americano de los Delfines ganó 16 yardas en la primera jugada, luego perdió 11 yardas en la siguiente jugada. Escribe una expresión de suma para representar esta situación. Calcula la suma y explica su significado.

- 18. CUENTA DE AHORROS** Demetrius deposita \$120 en su cuenta. Una semana después, retira \$36. Escribe una expresión de suma para representar esta situación. Después de estas dos transacciones, ¿cuánto más o cuánto menos hay en su cuenta?

1-2**D****Reforzamiento****Resta enteros**

Para restar un entero, suma su opuesto.

Ejemplo 1 **Calcula $6 - 9$.**

$$\begin{aligned} 6 - 9 &= 6 + (-9) && \text{Para restar } 9, \text{ suma } -9. \\ &= -3 && \text{Reduce.} \end{aligned}$$

Ejemplo 2 **Calcula $-10 - (-12)$.**

$$\begin{aligned} -10 - (-12) &= -10 + 12 && \text{Para restar } -12, \text{ suma } 12. \\ &= 2 && \text{Reduce.} \end{aligned}$$

Ejemplo 3 **Calcula $a - b$ si $a = -3$ y $b = 7$.**

$$\begin{aligned} a - b &= -3 - 7 && \text{Reemplaza } a \text{ por } -3 \text{ y } b \text{ por } 7. \\ &= -3 + (-7) && \text{Para restar } 7, \text{ suma } -7. \\ &= -10 && \text{Reduce.} \end{aligned}$$

Ejercicios**Resta.**

1. $7 - 9$ 2. $20 - (-6)$

3. $-10 - 4$ 4. $0 - 12$

5. $-7 - 8$ 6. $13 - 18$

7. $-20 - (-5)$ 8. $-8 - (-6)$

9. $25 - (-14)$ 10. $-75 - 50$

11. $15 - 65$ 12. $19 - (-10)$

Calcula cada expresión si $m = -2$, $n = 10$ y $p = 5$.

13. $m - 6$ 14. $9 - n$

15. $p - (-8)$ 16. $p - m$

17. $m - n$ 18. $-25 - p$

Práctica de destrezas**Resta enteros****Resta.**

1. $5 - 2$

2. $6 - (-7)$

3. $-3 - 2$

4. $8 - 13$

5. $-7 - (-7)$

6. $6 - 12$

7. $15 - (-7)$

8. $-15 - 6$

9. $-3 - 8$

10. $-10 - 12$

11. $13 - (-12)$

12. $14 - (-22)$

13. $10 - (-20)$

14. $-16 - 14$

15. $-25 - 25$

16. $6 - (-31)$

17. $-18 - (-40)$

18. $15 - (-61)$

Calcula cada expresión si $r = -4$, $s = 10$ y $t = -7$.

19. $r - 7$

20. $t - s$

21. $s - (-8)$

22. $t - r$

23. $s - t$

24. $r - s$

1-3**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Halla un patrón**

Buscar un patrón es una estrategia que puede ayudarte a resolver problemas. Para resolver problemas, puedes usar el plan de cuatro pasos y además buscar un patrón.

- | | |
|------------------|--|
| Comprende | • Determina qué información proporciona el problema y qué tienes que calcular. |
| Planifica | • Escoge una estrategia que incluya una estimación posible. |
| Resuelve | • Resuelve el problema llevando a cabo tu plan. |
| Verifica | • Examina tu respuesta para ver si parece razonable. |

Ejemplo

INSCRIPCIONES El club de tenis local comenzó el año con 675 socios. En un mes, tenían 690 socios. Después de dos meses, tenían 705 socios. Después de tres meses, tenían 720 socios. Cuando el club de tenis alcance los 750 socios, cerrará las inscripciones. ¿Cuántos meses le tomará al club alcanzar el máximo de inscripciones si continúan sumándose nuevos socios a la misma tasa?

Comprende El club comenzó con 675 socios y se agregan nuevos socios cada mes. Hay que determinar cuándo alcanza el máximo de inscripciones de 750 socios.

Planifica Busca el patrón o regla en que aumentan las inscripciones cada mes. Luego, usa la regla para ampliar el patrón para encontrar la solución.

Resuelve Después de los 675 socios iniciales, 15 nuevos socios se unieron cada mes. Amplía el patrón para encontrar la solución.

$$\begin{array}{ccccccc} 675, & 690, & 705, & 720, & 735, & 750 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ +15 & +15 & +15 & +15 & +15 & \end{array}$$

Alcanzarán su máximo de inscripciones en 5 meses.

Verifica Aumentaron en $5 \cdot 15 = 75$ socios en 5 meses, los que se suman a los 675 miembros originales, y eso da $675 + 75 = 750$. Por lo tanto, 5 meses es una respuesta razonable.

Ejercicios

- PRODUCTOS** Un granjero tiene 42 manzanas en su terraza. Al día siguiente, sólo quedan 36 manzanas en la terraza. Después de 2 días, sólo quedan 30 manzanas en la terraza, y en 3 días, quedan 24 manzanas en la terraza. ¿Después de cuántos días no quedarán manzanas en la terraza si continúa desapareciendo la misma cantidad de manzanas cada día?
- TELÉFONO** Un hotel cobra una tarifa estándar de \$3 por llamada telefónica internacional. Después de un minuto el cobro es de \$4.50. En dos minutos, el cobro es de \$6.00. Si Susan sólo tiene \$10.00, ¿cuánto tiempo puede hablar por teléfono si el cobro por minuto se mantiene constante?

Práctica de destrezas**Investigación para resolver problemas: Halla un patrón**

Usa la estrategia de *halla un patrón* para resolver el problema.

- 1. NÚMEROS** ¿Cuáles son los próximos dos números en el siguiente patrón?

7, 21, 63, 189, ...

- 2. POBLACIÓN** En el zoológico de Springfield están criando gorilas. Tienen 3 gorilas que se pueden aparear y dar a luz. Después del primer año hay 7 gorilas. Después del segundo año hay 11 gorilas. Si los gorilas continúan aumentando a la misma tasa, ¿cuánto le tomará al zoológico de Springfield tener 35 gorilas?

- 3. ÁLGEBRA** Lee la siguiente tabla para encontrar un patrón que relacione x con y . Luego, escribe una ecuación para describir el patrón en general.

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17

- 4. AHORROS** María recibe \$50 para su cumpleaños. Decide poner el dinero en una cuenta bancaria y comenzar a ahorrar el dinero que gana cuidando niños para comprar un televisor que cuesta \$200. Después de la primera semana tiene \$74. Después de la segunda semana tiene \$98. Después de la tercera semana tiene \$122. ¿Cuántas semanas tiene que ahorrar a la misma tasa para comprar el televisor?

1-3**C****Reforzamiento****Multiplica enteros**

El producto de dos enteros con signos **diferentes** es **negativo**.

El producto de dos enteros con el **mismo** signo es **positivo**.

Ejemplo 1 **Multiplica $5(-2)$.**

$$5(-2) = -10$$

Los enteros tienen signos diferentes. El producto es negativo.

Ejemplo 2 **Multiplica $-3(7)$.**

$$-3(7) = -21$$

Los enteros tienen signos diferentes. El producto es negativo.

Ejemplo 3 **Multiplica $-6(-9)$.**

$$-6(-9) = 54$$

Los enteros tienen el mismo signo. El producto es positivo.

Ejemplo 4 **Multiplica $(-7)^2$.**

$$\begin{aligned} (-7)^2 &= (-7)(-7) && \text{Hay dos factores de } -7. \\ &= 49 && \text{El producto es positivo.} \end{aligned}$$

Ejemplo 5 **Calcula abc si $a = -2$, $b = -3$ y $c = 4$.**

$$\begin{aligned} abc &= -2(-3)(4) \\ &= 6(4) \\ &= 24 \end{aligned}$$

Reemplaza a por -2 , b por -3 , y c por 4 .
 Multiplica -2 por -3 .
 Multiplica 6 por 4 .

Ejercicios**Multiplica.**

1. $-5(8)$

2. $-3(-7)$

3. $10(-8)$

4. $-8(3)$

5. $-12(-12)$

6. $(-8)^2$

7. $-5(7)$

8. $3(-2)$

9. $-6(-3)$

ÁLGEBRA Calcula cada expresión si $a = -3$, $b = -4$ y $c = 5$.

10. $5bc$

11. $-4b$

12. $2ac$

13. $-2a$

14. $9b$

15. ab

16. $-3ac$

17. $-2c^2$

18. abc

Práctica de destrezas

Multiplica enteros

Multiplica.

1. $-4(6)$

2. $-2(-8)$

3. $12(-4)$

4. $-6(5)$

5. $-10(-9)$

6. $-(5)^2$

7. $(-5)^2$

8. $-30(5)$

9. $20(-6)$

10. $-14(-6)$

11. $(-13)^2$

12. $-7(15)$

13. $-3(4)$

14. $7(-3)$

15. $3(-3)$

16. $-2(-10)$

ÁLGEBRA Calcula cada expresión si $g = -5$, $h = -3$ y $k = 4$.

17. ghk

18. $-3hk$

19. $-3g$

20. $5h$

21. $7gk$

22. $-2gh$

23. $-10h$

24. $-2h^2$

1-3**D****Reforzamiento****Divide enteros**

El cociente de dos enteros con signos diferentes es negativo.

El cociente de dos enteros con el mismo signo es positivo.

Ejemplo 1 Divide $30 \div (-5)$.

$30 \div (-5)$ Los enteros tienen signos diferentes.

$30 \div (-5) = -6$ El cociente es negativo.

Ejemplo 2 Divide $-100 \div (-5)$.

$-100 \div (-5)$ Los enteros tienen el mismo signo.

$-100 \div (-5) = 20$ El cociente es positivo.

Ejercicios**Divide.**

1. $-12 \div 4$

2. $-14 \div (-7)$

3. $\frac{18}{-2}$

4. $-6 \div (-3)$

5. $-10 \div 10$

6. $\frac{-80}{-20}$

7. $350 \div (-25)$

8. $-420 \div (-3)$

9. $\frac{540}{45}$

10. $\frac{-256}{16}$

ÁLGEBRA Calcula cada expresión si $d = -24$, $e = -4$ y $f = 8$.

11. $12 \div e$

12. $40 \div f$

13. $d \div 6$

14. $d \div e$

15. $f \div e$

16. $e^2 \div f$

17. $\frac{-d}{e}$

18. $ef \div 2$

19. $\frac{f+8}{-4}$

20. $\frac{d-e}{5}$

Práctica de destrezas**Divide enteros****Divide.**

1. $-15 \div 3$

2. $-24 \div (-8)$

3. $22 \div (-2)$

4. $-49 \div (-7)$

5. $-8 \div (-8)$

6. $\frac{36}{-4}$

7. $225 \div (-15)$

8. $\frac{0}{-9}$

9. $-38 \div 2$

10. $\frac{64}{4}$

11. $-500 \div (-50)$

12. $-189 \div (-21)$

ÁLGEBRA Calcula cada expresión si $m = -32$, $n = 2$ y $p = -8$.

13. $m \div n$

14. $p \div 4$

15. $p^2 \div m$

16. $m \div p$

17. $\frac{-p}{n}$

18. $p \div -n^2$

19. $\frac{p}{4n}$

20. $\frac{18-n}{-4}$

21. $\frac{m+8}{-4}$

22. $\frac{m+n}{6}$

2-1**B****Reforzamiento****Decimales terminales y periódicos**

Para escribir una **fracción como decimal**, divide el numerador entre el denominador. La división termina cuando el residuo es cero.

Puedes usar una **barra para períodos decimales** para indicar que un patrón numérico se repite infinitamente. Se escribe una barra sobre los dígitos que se repiten.

Ejemplo 1 Escribe $\frac{3}{20}$ como decimal.

$$\begin{array}{r} 0.15 \\ 20 \overline{)3.00} \\ \text{Divide 3 entre 20.} \\ \underline{20} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

El residuo es 0.

Por lo tanto, $\frac{3}{20} = 0.15$.

Ejemplo 2 Escribe $\frac{5}{9}$ como decimal.

$$\begin{array}{r} 0.555\dots \\ 9 \overline{)5.000} \\ \underline{45} \\ 50 \\ \underline{45} \\ 5 \end{array}$$

El residuo después de cada paso es 5.

Puedes usar una barra para períodos decimales $0.\overline{5}$ para indicar que el 5 se repite infinitamente. Por lo tanto, $\frac{5}{9} = 0.\overline{5}$.

Ejemplo 3 Escribe -0.32 como fracción en forma simplificada.

$$\begin{aligned} -0.32 &= -\frac{32}{100} && \text{El 2 está en la posición de las centésimas.} \\ &= -\frac{8}{25} && \text{Reduce.} \end{aligned}$$

Ejercicios

Escribe cada fracción o número mixto como decimal. Usa la barra para períodos decimales si el decimal es periódico.

1. $\frac{8}{10}$

2. $-\frac{3}{5}$

3. $\frac{7}{11}$

4. $4\frac{7}{8}$

5. $-\frac{13}{15}$

6. $3\frac{47}{99}$

Escribe cada decimal como fracción en forma simplificada.

7. -0.14

8. 0.3

9. 0.94

Práctica de destrezas**Decimales terminales y periódicos**

Escribe cada decimal periódico usando la barra para períodos decimales.

1. $0.7353535\dots$

2. $0.424242\dots$

3. $5.126126126\dots$

Escribe cada fracción o número mixto como decimal. Usa la barra para períodos decimales si el decimal es periódico.

4. $-\frac{3}{5}$

5. $\frac{19}{20}$

6. $3\frac{4}{5}$

7. $\frac{23}{50}$

8. $-1\frac{5}{8}$

9. $\frac{19}{25}$

10. $4\frac{17}{37}$

11. $-5\frac{3}{11}$

12. $\frac{17}{24}$

13. $6\frac{7}{32}$

14. $7\frac{9}{22}$

15. $-1\frac{17}{48}$

Escribe cada decimal como fracción en forma simplificada.

16. 0.8

17. 0.52

18. -0.92

19. -0.48

20. 0.86

21. 0.76

2-1**C****Reforzamiento****Compara y ordena números racionales**

Para comparar fracciones, escríbelas de otra manera para que tengan el mismo denominador. El **mínimo común denominador (mcd)** de dos fracciones es el **mcm** de sus denominadores.

Otra manera de comparar fracciones es expresarlas como decimales. Luego, compara los decimales.

Ejemplo 1

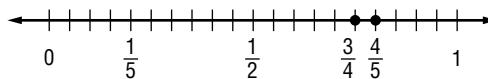
¿Qué fracción es mayor, $\frac{3}{4}$ ó $\frac{4}{5}$?

Método 1 Escribe de otra manera usando el mcd.

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \\ \frac{4}{5} &= \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}\end{aligned}$$

El mcd es 20.

Método 2 Grafica cada número racional en una recta numérica.



Como los denominadores son iguales, compara los numeradores.

Como $\frac{16}{20} > \frac{15}{20}$, entonces $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$.

La recta numérica muestra que $\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$.

Ejercicios

Calcula el mcd de cada par de fracciones.

1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}$

2. $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$

3. $\frac{3}{4}, \frac{7}{10}$

Reemplaza cada ● con <, > ó = para formar un enunciado verdadero.

Usa una recta numérica si es necesario.

4. $\frac{1}{2}$ ● $\frac{3}{8}$

5. $\frac{4}{5}$ ● $\frac{8}{10}$

6. $\frac{3}{4}$ ● $\frac{7}{8}$

7. $\frac{1}{2}$ ● $\frac{5}{9}$

8. $\frac{9}{14}$ ● $\frac{3}{7}$

9. $-\frac{5}{7}$ ● $-\frac{6}{11}$

10. $-3\frac{1}{3}$ ● $-3\frac{2}{6}$

11. $4\frac{9}{10}$ ● $4\frac{3}{5}$

Práctica de destrezas**Compara y ordena números racionales****Calcula el mcd de cada par de fracciones.**

1. $\frac{4}{7}, \frac{3}{5}$

2. $\frac{5}{12}, \frac{7}{24}$

3. $\frac{6}{28}, \frac{3}{7}$

4. $\frac{7}{15}, \frac{1}{4}$

5. $\frac{7}{11}, \frac{3}{5}$

6. $\frac{5}{17}, \frac{7}{8}$

7. $\frac{5}{12}, \frac{7}{10}$

8. $\frac{15}{16}, \frac{1}{4}$

9. $\frac{5}{8}, \frac{3}{5}$

Reemplaza cada  con <, > ó = para formar un enunciado verdadero.

10. $\frac{3}{10} \text{  } \frac{2}{9}$

11. $-\frac{3}{7} \text{  } -\frac{5}{7}$

12. $\frac{9}{12} \text{  } \frac{3}{4}$

13. $-\frac{4}{5} \text{  } -\frac{2}{3}$

14. $\frac{4}{5} \text{  } \frac{5}{4}$

15. $1\frac{1}{3} \text{  } 1\frac{1}{2}$

16. $1\frac{1}{7} \text{  } \frac{8}{7}$

17. $3\frac{4}{7} \text{  } 3\frac{7}{8}$

18. $1\frac{2}{3} \text{  } 1\frac{3}{4}$

Ordena cada conjunto de números de menor a mayor.

19. $0.48, 0.46, \frac{9}{20}$

20. $0.99, 0.89, \frac{7}{8}$

21. $\frac{1}{4}, 0.2, 0.4$

2-2**A****Reforzamiento****Suma y resta fracciones semejantes**

Las **fracciones semejantes** son fracciones que tienen el mismo denominador. Para sumar o restar fracciones semejantes, suma o resta los numeradores y escribe el resultado sobre el denominador.

Reduce si es necesario.

Ejemplo 1 Suma $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4}$$

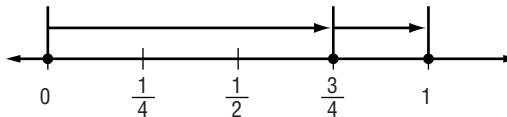
Suma los numeradores.

$$= \frac{4}{4}$$

Escribe la suma sobre el denominador.

$$= 1$$

Reduce.



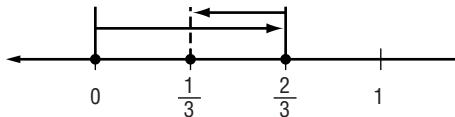
Ejemplo 2 Resta $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3}$$

Resta los numeradores.

$$= \frac{1}{3}$$

Escribe la diferencia sobre el denominador.

**Ejercicios**

Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{5}{8} + \frac{1}{8}$

2. $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

3. $-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$

4. $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$

5. $\frac{5}{9} + \frac{5}{9}$

6. $-\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$

7. $\frac{3}{10} + \frac{1}{10}$

8. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}$

9. $\frac{7}{15} + \frac{4}{15}$

10. $\frac{7}{9} - \frac{8}{9}$

Práctica de destrezas**Suma y resta fracciones semejantes**

Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$

2. $\frac{7}{10} - \frac{5}{10}$

3. $\frac{9}{10} + \frac{3}{10}$

4. $\frac{4}{7} - \frac{2}{7}$

5. $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$

6. $\frac{5}{9} - \frac{2}{9}$

7. $\frac{8}{15} - \frac{1}{15}$

8. $\frac{5}{12} + \frac{5}{12}$

9. $\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$

10. $\frac{7}{16} + \frac{5}{16}$

11. $\frac{19}{20} - \frac{3}{20}$

12. $-\frac{5}{9} + \frac{7}{9}$

13. $-\frac{4}{9} - \frac{1}{9}$

14. $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

15. $-\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

16. $\frac{7}{8} - \frac{5}{8}$

17. $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$

18. $-\frac{5}{12} - \left(-\frac{3}{12}\right)$

19. $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$

20. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

21. $-\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$

22. $\frac{5}{6} + \frac{4}{6}$

23. $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$

24. $-\frac{7}{16} - \left(-\frac{3}{16}\right)$

2-2**C****Reforzamiento****Suma y resta fracciones no semejantes**

Para sumar o restar fracciones con denominadores diferentes:

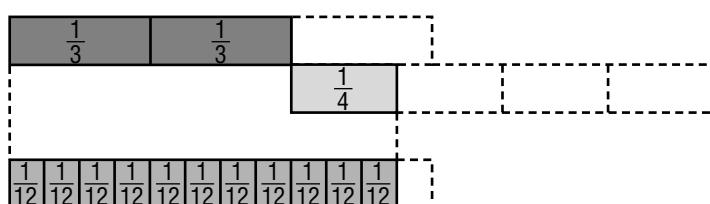
- Reformula las fracciones usando el mínimo común denominador (mcd).
- Suma o resta como lo haces con las fracciones semejantes.
- De ser necesario, reduce la suma o la diferencia.

Ejemplo

Calcula $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

Método 1 Usa un modelo.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ + \frac{1}{4} \\ \hline \end{array}$$



Método 2 Usa el mcd.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{8}{12} + \frac{3}{12} \end{aligned}$$

Reformula usando el mcd, 12.

Suma las fracciones.

Ejercicios

Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

2. $\frac{3}{8} - \frac{1}{2}$

3. $\frac{7}{15} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

4. $\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$

5. $\frac{5}{9} + \left(-\frac{5}{12}\right)$

6. $\frac{11}{12} - \frac{3}{4}$

7. $\frac{7}{8} - \left(-\frac{1}{3}\right)$

8. $\frac{7}{9} - \frac{1}{2}$

9. $\frac{3}{10} + \frac{7}{12}$

10. $\frac{3}{5} + \frac{2}{3}$

Práctica de destrezas**Suma y resta fracciones no semejantes**

Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{8}{15} - \frac{1}{5}$

2. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$

3. $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}$

4. $\frac{7}{16} + \frac{3}{8}$

5. $\frac{19}{20} - \frac{3}{10}$

6. $\frac{4}{9} - \frac{1}{12}$

7. $\frac{2}{3} + \frac{3}{7}$

8. $\frac{3}{4} + \frac{1}{7}$

9. $\frac{7}{8} - \frac{2}{3}$

10. $\frac{8}{9} - \frac{5}{6}$

11. $\frac{5}{12} - \frac{3}{10}$

12. $\frac{7}{9} + \frac{2}{3}$

13. $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$

14. $\frac{11}{12} - \frac{1}{2}$

15. $\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right)$

16. $-\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

17. $-\frac{2}{3} - \left(-\frac{3}{4}\right)$

18. $\frac{7}{8} + \frac{1}{12}$

19. $-\frac{3}{10} + \frac{5}{20}$

20. $\frac{7}{12} - \left(-\frac{1}{3}\right)$

2-2**D****Reforzamiento****Suma y resta números mixtos****Para sumar o restar números mixtos:**

- Suma o resta las fracciones. Reformúlalas usando el mcd si es necesario.
- Luego, suma o resta los números enteros.
- Reduce si es necesario.

Ejemplo 1 Calcula $6\frac{1}{10} + 2\frac{3}{10}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$\begin{array}{r} 6\frac{1}{10} \\ + \quad 2\frac{3}{10} \\ \hline 8\frac{4}{10} \text{ ó } 8\frac{2}{5} \end{array}$$

Suma separadamente los números enteros y las fracciones.

Reduce.

Ejemplo 2 Calcula $8\frac{2}{3} - 6\frac{1}{2}$.

$$\begin{array}{r} 8\frac{2}{3} \rightarrow 8\frac{4}{6} \\ - 6\frac{1}{2} \rightarrow 6\frac{3}{6} \\ \hline 2\frac{1}{6} \end{array}$$

Reformula la fracción usando el mcd.

Resta.

Ejemplo 3 Calcula $4\frac{1}{4} - 2\frac{3}{5}$.

$$\begin{array}{r} 4\frac{1}{4} \rightarrow 4\frac{5}{20} \rightarrow 3\frac{25}{20} \\ - 2\frac{3}{5} \rightarrow 2\frac{12}{20} \rightarrow 2\frac{12}{20} \\ \hline 1\frac{13}{20} \end{array}$$

Resta los números enteros y luego las fracciones.

Ejercicios**Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.**

1. $1\frac{3}{5} + 4\frac{1}{5}$

2. $2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{6}$

3. $3\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2}$

4. $5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{6}$

5. $8 - 6\frac{7}{8}$

6. $1\frac{4}{5} + \frac{3}{10}$

Práctica de destrezas**Suma y resta números mixtos**

Suma o resta. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5}$

2. $6\frac{7}{10} + 12\frac{1}{10}$

3. $5\frac{3}{8} - 4\frac{1}{8}$

4. $3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

5. $7\frac{1}{4} - 5\frac{3}{4}$

6. $8\frac{5}{6} + 9\frac{5}{6}$

7. $2\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$

8. $3\frac{7}{8} + 5\frac{3}{4}$

9. $2\frac{5}{6} - \frac{7}{8}$

10. $8\frac{1}{5} + 3\frac{7}{10}$

11. $8\frac{4}{5} - 2\frac{9}{10}$

12. $3\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$

13. $4\frac{3}{5} + 5\frac{1}{2}$

14. $10 - 7\frac{7}{8}$

2-3**B****Reforzamiento****Multiplica fracciones**

Para multiplicar fracciones, multiplica los numeradores y multiplica los denominadores.

$$\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{6 \times 5} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

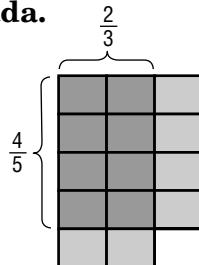
Para multiplicar números mixtos, reformula cada número mixto como fracción impropia. Luego, multiplica las fracciones.

$$2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{4} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{40}{12} = 3\frac{1}{3}$$

Ejemplo 1 Calcula $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} \quad \begin{matrix} \leftarrow & \text{Multiplica los numeradores.} \\ \leftarrow & \text{Multiplica los denominadores.} \end{matrix}$$

$$= \frac{8}{15} \quad \begin{matrix} & \text{Reduce.} \end{matrix}$$



Ejemplo 2 Calcula $\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} &= \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} && \text{Reformula } 2\frac{1}{2} \text{ como fracción impropia, } \frac{5}{2}. \\ &= \frac{1 \times 5}{3 \times 2} && \text{Multiplica.} \\ &= \frac{5}{6} && \text{Reduce.} \end{aligned}$$

Ejercicios

Multiplica. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

2. $\frac{1}{2} \times \frac{7}{8}$

3. $-\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}$

4. $\frac{5}{9} \times 4$

5. $1\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right)$

6. $3\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{6}$

7. $\frac{3}{4} \times 1\frac{2}{3}$

8. $-3\frac{1}{3} \times \left(-2\frac{1}{2}\right)$

9. $4\frac{1}{5} \times \frac{1}{7}$

10. $\frac{7}{5} \times 8$

11. $-2\frac{1}{3} \times \frac{4}{6}$

12. $\frac{1}{8} \times 2\frac{3}{4}$

Práctica de destrezas***Multiplica fracciones***

Multiplica. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

2. $\frac{1}{9} \times \frac{3}{5}$

3. $\frac{15}{24} \times \frac{3}{20}$

4. $-\frac{1}{7} \times \frac{1}{5}$

5. $\frac{5}{7} \times \frac{14}{15}$

6. $\frac{9}{10} \times \frac{5}{9}$

7. $\frac{4}{11} \times \frac{3}{8}$

8. $\frac{2}{3} \times \frac{7}{9}$

9. $-\frac{9}{13} \times \frac{26}{27}$

10. $-\frac{4}{9} \times (-5)$

11. $7 \times \frac{2}{7}$

12. $2\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$

13. $4\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

14. $5\frac{3}{4} \times 12$

15. $14 \times 2\frac{3}{7}$

16. $2\frac{3}{5} \times 1\frac{3}{7}$

17. $1\frac{4}{9} \times 2\frac{4}{7}$

18. $-5\frac{5}{6} \times \left(-6\frac{3}{8}\right)$

19. $10\frac{7}{9} \times 4\frac{1}{4}$

20. $9\frac{7}{9} \times \left(-7\frac{3}{4}\right)$

21. $3\frac{3}{4} \times 2\frac{4}{7}$

2-3**C****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas:
Dibuja un diagrama**

Cuando resuelvas problemas, haz un diagrama para mostrar qué tienes y qué necesitas para calcular.

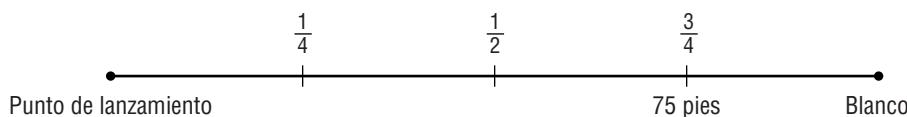
Ejemplo 1

CARNAVAL Jim debe alcanzar un blanco en un juego de carnaval para ganar un premio. Después de 3 lanzamientos ha llegado a 75 pies, que es $\frac{3}{4}$ del recorrido hasta el blanco. ¿Qué tan lejos está el blanco?

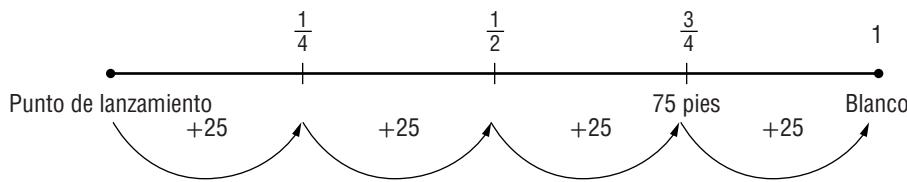
Comprende Sabemos que 75 pies es $\frac{3}{4}$ del recorrido hasta el blanco.

Planifica Haz un diagrama para mostrar la distancia ya alcanzada y la fracción que representa.

Resuelve



Si $\frac{3}{4}$ de la distancia son 75 pies, entonces $\frac{1}{4}$ de la distancia son 25 pies. Por lo tanto, el $\frac{1}{4}$ que falta deben ser otros 25 pies.



La distancia total que Jim debe lanzar para dar en el blanco es de 100 pies.

Verifica Como $\frac{3}{4} \times 100 = 75$, se verifica la solución.

Ejercicios**Dibuja un diagrama para resolver.**

1. VENTAS Sharon quiere comprar un carro usado. Ella ahorró \$1,500, que es aproximadamente $\frac{1}{5}$ del precio del carro. ¿Cuál es el precio del carro? Respuestas: Vea el trabajo de los estudiantes.

2. VIAJE La familia Jones viaja 360 millas. Eso es $\frac{4}{5}$ del recorrido a su destino. ¿A qué distancia está su destino de donde partieron? Respuestas: Vea el trabajo de los estudiantes.

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Dibuja un diagrama

Dibuja un diagrama para resolver.

- TAREA** Shantel estudia para su prueba de historia. Después de 20 minutos, lleva $\frac{1}{4}$ del tiempo que debe estudiar. ¿Cuánto tiempo más tiene que estudiar?
- RECETAS** Damon hace panecillos dulces. Él agregó $\frac{3}{4}$ de los ingredientes. Si ha agregado 6 ingredientes, ¿cuántos más tiene que agregar para terminar?
- VIAJE** Los Smithson van a Dallas de vacaciones. Han viajado $\frac{1}{3}$ de la distancia total. Si han viajado 126 millas, ¿a qué distancia de Dallas está su casa?
- FÍSICA** Se deja caer una pelota a 256 pies del suelo. Rebota hacia arriba $\frac{1}{4}$ de la altura que cayó. Esto sucede cada vez que rebota. ¿A qué altura llegará la pelota en el tercer rebote?
- ESCUELA** La Sra. Wright dice que $\frac{2}{3}$ de su clase llegó ese día. Si llegaron 10 estudiantes, ¿cuántos estudiantes hay en su clase?
- VIAJE** Jeremy caminó $\frac{1}{4}$ de su camino hasta la escuela, corrió $\frac{1}{4}$ de su camino hasta la escuela, después viajó en el carro de su mejor amigo el resto del camino. Si caminó 1.5 millas, ¿qué distancia viajó con su amigo?

2-3**D****Reforzamiento**
Divide fracciones

Para dividir una fracción, multiplica por su inverso multiplicativo o recíproco. Para dividir entre un número mixto, reformula el número mixto como fracción impropia.

Ejemplo Calcula $3\frac{1}{3} \div \frac{2}{9}$. Escribe el resultado en forma simplificada.

$$3\frac{1}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{10}{3} \div \frac{2}{9} \text{ Reformula } 3\frac{1}{3} \text{ como fracción impropia.}$$

$$= \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{2} \quad \text{Multiplica por el recíproco de } \frac{2}{9}, \text{ que es } \frac{9}{2}.$$

$$= \frac{\cancel{10}}{3} \cdot \frac{3}{\cancel{2}} \quad \text{Divide los factores comunes.}$$

$$= 15 \quad \text{Multiplica.}$$

Ejercicios

Divide. Escribe el resultado en forma simplificada.

1. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$

2. $\frac{2}{5} \div \frac{5}{6}$

3. $-\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}$

4. $5 \div \left(-\frac{1}{2}\right)$

5. $\frac{5}{8} \div 10$

6. $7\frac{1}{3} \div 2$

7. $\frac{5}{6} \div 3\frac{1}{2}$

8. $36 \div 1\frac{1}{2}$

9. $-2\frac{1}{2} \div (-10)$

10. $5\frac{2}{5} \div 1\frac{4}{5}$

11. $6\frac{2}{3} \div 3\frac{1}{9}$

12. $4\frac{1}{4} \div \frac{3}{8}$

13. $4\frac{6}{7} \div 2\frac{3}{7}$

14. $12 \div \left(-2\frac{1}{2}\right)$

15. $4\frac{1}{6} \div 3\frac{1}{6}$

Práctica de destrezas***Divide fracciones*****Divide. Escribe el resultado en forma simplificada.**

1. $-\frac{1}{6} \div \frac{1}{5}$

2. $5 \div \frac{3}{5}$

3. $\frac{6}{7} \div \frac{1}{7}$

4. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

5. $8 \div \frac{1}{3}$

6. $-\frac{1}{5} \div \left(-\frac{1}{4}\right)$

7. $7 \div \frac{3}{7}$

8. $\frac{4}{7} \div \frac{8}{9}$

9. $8\frac{1}{3} \div 5$

10. $\frac{9}{7} \div \frac{3}{14}$

11. $\frac{12}{5} \div \left(-\frac{3}{10}\right)$

12. $5 \div 3\frac{3}{4}$

13. $6\frac{4}{5} \div 17$

14. $7\frac{1}{3} \div 4$

15. $\frac{3}{4} \div 5\frac{1}{2}$

16. $\frac{2}{7} \div 1\frac{13}{14}$

17. $\frac{3}{8} \div 6\frac{1}{4}$

18. $7\frac{1}{2} \div \left(-2\frac{5}{6}\right)$

19. $-3\frac{4}{9} \div \left(-2\frac{1}{3}\right)$

20. $2\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{6}$

21. $4\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$

Práctica de destrezas

Potencias y exponentes

Escribe cada potencia como producto del mismo factor.

1. 11^2

2. 3^4

3. 2^5

4. 9^3

5. 15^3

6. $\left(\frac{3}{4}\right)^3$

7. $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

8. 17^4

9. 3^7

10. 8^6

Calcula cada expresión.

11. 9^2

12. 8^2

13. $\left(\frac{3}{8}\right)^3$

14. 2^4

15. 2^5

16. 6^3

17. 3^4

18. 3^5

19. 9^3

20. $\left(\frac{1}{11}\right)^2$

21. 4^7

22. 12^3

23. $\left(\frac{1}{3}\right)^5$

24. 10^4

25. 20^4

26. 2^6

Escribe cada producto en forma exponencial.

27. $12 \cdot 12$

28. $10 \cdot 10 \cdot 10$

29. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

30. $\frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9}$

31. $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15$

32. $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

3-1**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas:
Trabaja al revés**

Puedes resolver problemas trabajando al revés, desde donde terminaste hasta donde comenzaste. Usa el modelo del plan de cuatro pasos para resolver problemas para mantenerte organizado cuando trabajes al revés.

Ejemplo 1 **Jonah depositó la mitad del dinero de su cumpleaños en su cuenta de ahorros. Después, le pagó los \$10 que le debía a su hermano por las entradas al baile. Finalmente, gastó \$3 en el almuerzo de la escuela. Al final del día, le quedaron \$12. ¿Cuánto dinero recibió Jonah para su cumpleaños?**

Comprende	Sabes que le quedaron \$12 y las cantidades que gastó durante el día. Tienes que averiguar cuánto dinero recibió para su cumpleaños.
Planifica	Comienza con la cantidad de dinero que le quedó y trabaja al revés.
Resuelve	<p>Le quedaron \$12. 12 Resta los \$3 que gastó en el almuerzo. $\begin{array}{r} + 3 \\ \hline 15 \end{array}$</p> <p>Resta los \$10 que le pagó a su hermano. $\begin{array}{r} + 10 \\ \hline 25 \end{array}$</p> <p>Resta la mitad que puso en su cuenta de ahorros. $\times 2$ Por lo tanto, Jonah recibió \$50 para su cumpleaños. 50</p>
Verifica	Imagina que Jonah recibe \$50 para su cumpleaños. Después de poner la mitad en su cuenta de ahorros, tenía $\$50 \div 2$ ó \$25. Después le dio a su hermano \$10 por las entradas del baile, por lo tanto, tenía $\$25 - \10 ó \$15. Finalmente, gastó \$3 en el almuerzo de la escuela, entonces, tenía $\$15 - \3 ó \$12. Por lo tanto, nuestra respuesta de \$50 está correcta.

Ejercicios

Resuelve cada problema usando la estrategia de *trabaja al revés*.

- El lunes todos están presentes en la clase del Sr. Miller. A las 12:00, 5 estudiantes se van temprano a su cita con el doctor. A la 1:15, la mitad de los estudiantes restantes se van a una asamblea. Finalmente, a las 2:00, se van 6 estudiantes más a una reunión del consejo estudiantil. Al final del día, sólo hay 5 estudiantes en el salón. Suponiendo que ningún estudiante regresó después de irse, ¿cuántos estudiantes hay en la clase del Sr. Miller?
- Jordan intercambia tarjetas de béisbol con unos amigos. Le da 15 tarjetas a Tommy y le devuelven 3. Le da dos tercios de sus tarjetas restantes a Elaine y se queda con el resto. Cuando llega a la casa cuenta que tiene 25 tarjetas. ¿Con cuántas tarjetas de béisbol comenzó Jordan?

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Trabaja al revés

Resuelve. Usa la estrategia de *trabaja al revés*.

- GOBIERNO** Hay 99 miembros en la Cámara de Representantes de Ohio. Todos estaban presentes cuando se votó una ley. Si 6 de ellos no votaron y 13 más votaron “sí” que los que votaron “no”, ¿cuántos votos “no” hubo?
- DINERO** Jessie y Amar almuerzan en un restaurante y su cuenta es de \$21.65. Amar le da al cajero un cupón de \$6 de descuento para su cuenta y además le pasa al cajero dos billetes. Si recibe \$4.35 de cambio, ¿cuál era la denominación de los dos billetes que le entregó al cajero?
- EDAD** Justine es 13 años menor que su tío Stewart. Stewart es 18 años mayor que la hermana de Justine, Hana. La mamá de Hana es 8 años mayor que Stewart y 28 años mayor que su hijo menor, Jared. Si Jared tiene 12 años, ¿qué edad tiene Justine?
- TEORÍA DE NÚMEROS** Un número se divide entre 6. Después se le suma 7 al divisor. Después de dividir entre 4, el resultado es 4. ¿Cuál es el número?
- DISCOS COMPACTOS** Carmella pide prestados la mitad de los CD que Ariel en la biblioteca. Ariel pide prestados 2 más que Juan, pero cuatro menos que Sierra. Sierra pide prestados 12 CD. ¿Cuántos pidió prestados cada persona?
- TIEMPO** Ashish tiene que irse a la parada de autobuses 15 minutos antes que su amigo Rami. Rami se va cinco minutos después que Leann, pero 10 minutos antes que Raphael. Si Raphael se va a la parada de autobuses a las 8:15, ¿a qué hora tiene que irse Ashish?

3-1**D****Reforzamiento****Resuelve ecuaciones de adición y sustracción de un paso**

Recuerda que las ecuaciones siempre deben permanecer equilibradas. Si restas el mismo número a cada lado de una ecuación, los dos lados permanecen iguales. Y si sumas el mismo número a cada lado de una ecuación, los dos lados permanecen iguales.

Ejemplo 1 Resuelve $x + 5 = 11$. Verifica tu solución.

$$\begin{array}{rcl} x + 5 & = & 11 \\ - 5 & = & -5 \\ \hline x & = & 6 \end{array}$$

Escribe la ecuación.
Resta 5 de cada lado.
Simplifica.

Verifica $x + 5 = 11$ Escribe la ecuación original.
 $6 + 5 \stackrel{?}{=} 11$ Reemplaza x con 6.
 $11 = 11 \checkmark$ El enunciado es verdadero.

La solución es 6.

Ejemplo 2 Resuelve $15 = t - 12$. Verifica tu solución.

$$\begin{array}{rcl} 15 & = & t - 12 \\ +12 & = & +12 \\ \hline 27 & = & t \end{array}$$

Escribe la ecuación.
Suma 12 a cada lado.
Simplifica.

Verifica $15 = t - 12$ Escribe la ecuación original.
 $15 \stackrel{?}{=} 27 - 12$ Reemplaza t con 27.
 $15 = 15 \checkmark$ El enunciado es verdadero.

La solución es 27.

Ejercicios**Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.**

1. $h + 3 = 14$ 2. $m + 8 = 22$ 3. $p + 5 = 15$ 4. $17 = y + 8$

5. $w + 4 = -1$ 6. $k + 5 = -3$ 7. $25 = 14 + r$ 8. $57 + z = 97$

9. $b - 3 = 6$ 10. $7 = c - 5$ 11. $j - 12 = 18$ 12. $v - 4 = 18$

13. $-9 = w - 12$ 14. $y - 8 = -12$ 15. $14 = f - 2$ 16. $23 = n - 12$

Práctica de destrezas**Resuelve ecuaciones de adición y sustracción de un paso**

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

1. $x + 2 = 8$

2. $y + 7 = 9$

3. $a + 5 = 12$

4. $16 = n + 6$

5. $q + 10 = 22$

6. $m + 9 = 17$

7. $b - 4 = 9$

8. $8 = c - 4$

9. $11 = t - 7$

10. $d - 10 = 8$

11. $x - 11 = 9$

12. $2 = z - 14$

13. $72 = 24 + w$

14. $86 + y = 99$

15. $6 + y = -8$

16. $-5 = m + 11$

17. $n + 3.5 = 6.7$

18. $x + 1.6 = 0.8$

19. $98 = t - 18$

20. $12 = g - 56$

21. $x - 18 = -2$

22. $p - 11 = -5$

23. $a - 1.5 = 4.2$

24. $7.4 = n - 2.6$

3-2**B****Reforzamiento****Resuelve ecuaciones de multiplicación y división de un paso**

Usa la propiedad de igualdad de la división para resolver las ecuaciones de multiplicación y la propiedad de igualdad de la multiplicación para resolver las ecuaciones de división.

La propiedad de igualdad de la división establece que si divides cada lado de una ecuación entre el mismo número distinto de cero, los dos lados permanecen iguales.

La propiedad de igualdad de la multiplicación establece que si multiplicas cada lado de una ecuación por el mismo número, los dos lados permanecen iguales.

Ejemplo 1 Resuelve $30 = 6x$.

$$30 = 6x \quad \text{Escribe la ecuación.}$$

$$\frac{30}{6} = \frac{6x}{6} \quad \text{Divide cada lado de la ecuación entre 6.}$$

$$5 = x \quad 30 \div 6 = 5.$$

La solución es 5.

Ejemplo 2 Resuelve $\frac{x}{-5} = -2$.

$$\begin{aligned} \frac{x}{-5} &= -2 && \text{Escribe la ecuación.} \\ \frac{x}{-5}(-5) &= -2(-5) && \text{Multiplica cada lado de la ecuación por } -5. \\ x &= 10 && -2(-5) = 10. \end{aligned}$$

La solución es 10.

Ejercicios

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

1. $3x = 12$

2. $9k = -360$

3. $-15a = -45$

4. $14 = 2b$

5. $\frac{x}{5} = 12$

6. $16 = \frac{a}{3}$

7. $\frac{c}{-2} = 7$

8. $-7y = 42$

9. $\frac{m}{6} = -4$

10. $-2 = \frac{b}{-9}$

Práctica de destrezas

Resuelve ecuaciones de multiplicación y división de un paso

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

1. $7a = 56$

2. $-5b = -20$

3. $14 = 14c$

4. $\frac{e}{-9} = -6$

5. $\frac{k}{12} = 2$

6. $\frac{m}{6} = -10$

7. $66 = -11y$

8. $\frac{x}{19} = 4$

9. $-15 = \frac{z}{-8}$

10. $-3z = 93$

11. $5 = \frac{g}{4}$

12. $\frac{a}{3} = -12$

13. $-8 = \frac{t}{9}$

14. $3c = 15$

15. $-7 = \frac{w}{6}$

16. $-6y = -6$

17. $18 = -9b$

18. $-13c = -52$

19. $4h = -44$

20. $-7x = -63$

3-2**D****Reforzamiento****Resuelve ecuaciones con coeficientes racionales**

Los **inversos multiplicativos**, o **recíprocos**, son dos números cuyo producto es 1. Para resolver una ecuación en que el coeficiente es una fracción, multiplica cada lado de la ecuación por el recíproco del coeficiente.

Ejemplo 1 **Calcula el inverso multiplicativo de $3\frac{1}{4}$.**

$$3\frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Convierte el número mixto en fracción impropia.

$$\frac{13}{4} \cdot \frac{4}{13} = 1$$

Multiplica $\frac{13}{4}$ por $\frac{4}{13}$ para obtener el producto 1.El inverso multiplicativo de $3\frac{1}{4}$ es $\frac{4}{13}$.**Ejemplo 2** **Resuelve $\frac{4}{5}x = 8$. Verifica tu solución.**

$$\frac{4}{5}x = 8$$

Escribe la ecuación.

$$\left(\frac{5}{4}\right)\frac{4}{5}x = \left(\frac{5}{4}\right)8$$

Multiplica cada lado por el recíproco de $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{4}$.

$$x = 10$$

Simplifica.

La solución es 10.

Ejercicios**Halla el inverso multiplicativo de cada número.**

1. $\frac{4}{9}$

2. $\frac{12}{13}$

3. $-\frac{15}{4}$

4. $6\frac{1}{7}$

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

5. $\frac{3}{5}x = 12$

6. $16 = \frac{10}{3}a$

7. $9 = 0.3n$

8. $\frac{15}{7}y = 3$

9. $21 = 0.75a$

10. $\frac{14}{3} = -\frac{7}{9}b$

Práctica de destrezas**Resuelve ecuaciones con coeficientes racionales****Halla el inverso multiplicativo de cada número.**

1. $\frac{3}{7}$

2. $-\frac{4}{11}$

3. $\frac{7}{2}$

4. $\frac{9}{5}$

5. -5

6. $6\frac{1}{3}$

7. $4\frac{1}{9}$

8. $17\frac{1}{2}$

9. $-15\frac{2}{3}$

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

10. $\frac{a}{3.4} = 5$

11. $-2 = 0.8n$

12. $\frac{5}{6}k = -20$

13. $12 = 0.9a$

14. $\frac{3}{4}c = 12$

15. $0.36y = 18$

16. $\frac{3}{5}y = 6$

17. $15 = \frac{3}{7}b$

18. $\frac{6}{7}c = 18$

19. $\frac{7}{3}x = \frac{2}{3}$

20. $\frac{11}{12} = \frac{3}{4}h$

21. $\frac{9}{14}y = \frac{3}{7}$

22. $\frac{m}{2.6} = -5$

23. $0.6 = \frac{n}{5}$

24. $\frac{r}{2.6} = -1.3$

3-3**B****Reforzamiento****Resuelve ecuaciones de dos pasos**

Para resolver una ecuación de dos pasos, primero anula la adición o la sustracción. Luego, anula la multiplicación o la división.

Ejemplo 1 Resuelve $7v - 3 = 25$. Verifica tu solución.

$$\begin{array}{r} 7v - 3 = 25 \\ +3 = +3 \\ \hline 7v = 28 \\ \frac{7v}{7} = \frac{28}{7} \\ v = 4 \end{array}$$

Escribe la ecuación.

Suma 3 a cada lado para anular la sustracción.

Simplifica.

Divide cada lado entre 7 para anular la multiplicación.

Simplifica.

Verifica

$$\begin{array}{l} 7v - 3 = 25 \\ 7(4) - 3 \stackrel{?}{=} 25 \\ 28 - 3 \stackrel{?}{=} 25 \\ 25 = 25 \checkmark \end{array}$$

Escribe la ecuación original.

Reemplaza v con 4.

Multiplica.

Se verifica la solución.

La solución es 4.

Ejemplo 2 Resuelve $-10 = 8 + 3x$. Verifica tu solución.

$$\begin{array}{r} -10 = 8 + 3x \\ -8 = -8 \\ \hline -18 = 3x \\ \frac{-18}{3} = \frac{3x}{3} \\ -6 = x \end{array}$$

Escribe la ecuación.

Resta 8 a cada lado para anular la adición.

Simplifica.

Divide cada lado entre 3 para anular la multiplicación.

Simplifica.

Verifica

$$\begin{array}{l} -10 = 8 + 3x \\ -10 \stackrel{?}{=} 8 + 3(-6) \\ -10 \stackrel{?}{=} 8 + (-18) \\ -10 = -10 \checkmark \end{array}$$

Escribe la ecuación original.

Reemplaza x con -6.

Multiplica.

Se verifica la solución.

La solución es -6.

Ejercicios**Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.**

- | | | | |
|------------------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------------------------|
| 1. $4y + 1 = 13$ | 2. $6x + 2 = 26$ | 3. $-3 = 5k + 7$ | 4. $\frac{2}{3}n + 4 = -26$ |
| 5. $7 = -3c - 2$ | 6. $-8p + 3 = -29$ | 7. $-5 = -5t - 5$ | 8. $-9r + 12 = -24$ |
| 9. $11 + \frac{7}{9}n = 4$ | 10. $35 = 7 + 4b$ | 11. $-15 + \frac{4}{5}p = 9$ | 12. $49 = 16 + 3y$ |
| 13. $2 = 4t - 14$ | 14. $-9x - 10 = 62$ | 15. $30 = 12z - 18$ | 16. $7 + 4g = 7$ |
| 17. $2 + \frac{4}{9}x = -12$ | 18. $50 = 16q + 2$ | 19. $7c - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ | 20. $9y + 4 = 22$ |

Práctica de destrezas**Resuelve ecuaciones de dos pasos**

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

1. $2x + 1 = 9$

2. $5b + 2 = 17$

3. $3w + 5 = 23$

4. $\frac{3}{8}n + 1 = -25$

5. $4t - 2 = 14$

6. $7k - 3 = 32$

7. $8x - 1 = 63$

8. $2x - 5 = 15$

9. $2 + \frac{1}{6}a = -4$

10. $9 + 4b = 17$

11. $2p + 14 = 0$

12. $3y + \frac{2}{5} = -\frac{1}{5}$

13. $-\frac{2}{3}w + 5 = 4$

14. $8x + 7 = -9$

15. $5d - 1 = -11$

16. $4d - 35 = -3$

17. $11x - 24 = -2$

18. $15a - 54 = -9$

19. $3g - 49 = -7$

20. $-\frac{1}{2}x - 7 = 18$

21. $-9d - 1 = 17$

22. $-\frac{4}{5}f + 1 = -13$

23. $-5b + 24 = -1$

24. $-6x + 4 = -2$

3-3**D****Reforzamiento****Resuelve ecuaciones con variables en cada lado**

Para resolver una ecuación con variables en cada lado, usa las propiedades de igualdad para escribir una ecuación equivalente con las variables en un solo lado.

Luego, resuelve la ecuación.

Ejemplo 1 Expresa $6x + 10 = x + 8$ como otra ecuación equivalente.

$$6x + 10 - 10 = x + 8 - 10 \quad \text{Resta 10 de cada lado.}$$

$$6x = x - 2 \quad \text{Simplifica.}$$

Ejemplo 2 Resuelve $4x = x + 27$.

$$4x = x + 27 \quad \text{Escribe la ecuación.}$$

$$4x - x = x - x + 27 \quad \text{Propiedad de igualdad de la sustracción}$$

$$3x = 27 \quad \text{Simplifica.}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{27}{3} \quad \text{Propiedad de igualdad de la división}$$

$$x = 9 \quad \text{Simplifica. Verifica tu solución.}$$

Ejemplo 3 Resuelve $3x - 16 = 5x - 4$.

$$3x - 16 = 5x - 4 \quad \text{Escribe la ecuación.}$$

$$3x - 3x - 16 = 5x - 3x - 4 \quad \text{Propiedad de igualdad de la sustracción}$$

$$-16 = 2x - 4 \quad \text{Simplifica.}$$

$$-16 + 4 = 2x - 4 + 4 \quad \text{Propiedad de igualdad de la adición}$$

$$-12 = 2x \quad \text{Simplifica.}$$

$$-\frac{12}{2} = \frac{2x}{2} \quad \text{Propiedad de igualdad de la división}$$

$$-6 = x \quad \text{Simplifica. Verifica tu solución.}$$

Ejercicios

Expresa cada ecuación como otra ecuación equivalente. Justifica tu respuesta.

1. $-11 + x = 13 - x$

2. $10 + 2x = 7x + 3$

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

3. $2x + 6 = x + 15$

4. $3x - 2 = 8x - 32$

5. $-12 - x = 8 - 3x$

Práctica de destrezas**Resuelve ecuaciones con variables en cada lado**

Expresa cada ecuación como otra ecuación equivalente. Justifica tu respuesta.

1. $3x + 7 = 2x$

2. $4x + 6 = 6x$

3. $7 + 5x = 2 + 6x$

4. $-9 + x = -11 - x$

Resuelve cada ecuación. Verifica tu solución.

5. $6x - 15 = 65 + x$

6. $\frac{x}{2} - 12 = -3 + x$

7. $13x + 8 = 65 + 10x$

8. $4x - 31 = 11 - 2x$

9. $26 - 2x = 2x + 2$

10. $8 - x = x + 36$

11. $\frac{x}{4} - 3 = x + 8$

12. $9x - 4 = 32 + 5x$

4-1**B****Reforzamiento**
Tasas

Una razón que compara dos cantidades con diferentes tipos de unidades se llama **tasa**. Cuando se simplifica una tasa para que tenga un denominador de 1 unidad, se llama **tasa unitaria**.

Ejemplo 1 **CONDUCIR** Alita conduce su carro 78 millas y usa 3 galones de gasolina.
¿Cuál es el consumo de gasolina del carro en millas por galón?

Escribe la tasa como fracción. Luego, calcula una tasa equivalente con denominador 1.

$$78 \text{ millas con } 3 \text{ galones} = \frac{78 \text{ mi}}{3 \text{ gal}} \quad \begin{array}{l} \text{Escribe la tasa como fracción.} \\ \text{Divide el numerador y el denominador entre 3.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{78 \text{ mi} \div 3}{3 \text{ gal} \div 3} \\ &= \frac{26 \text{ mi}}{1 \text{ gal}} \quad \begin{array}{l} \text{Simplifica.} \\ \text{El consumo de gasolina del carro, o tasa unitaria, es de 26 millas por galón.} \end{array} \end{aligned}$$

El consumo de gasolina del carro, o tasa unitaria, es de 26 millas por galón.

Ejemplo 2 **COMPRAS** Joe tiene dos tamaños de cajas de cereal para elegir.
La caja de 12 onzas cuesta \$2.54 y la caja de 18 onzas cuesta \$3.50.
¿Qué caja cuesta menos por onza?

Calcula el precio unitario, o precio por onza, de cada caja. Divide el precio entre el número de onzas.

$$\begin{array}{ll} \text{caja de 12 onzas} & \$2.54 \div 12 \text{ onzas} \approx \$0.21 \text{ por onza} \\ \text{caja de 18 onzas} & \$3.50 \div 18 \text{ onzas} \approx \$0.19 \text{ por onza} \end{array}$$

La caja de 18 onzas cuesta menos por onza.

Ejercicios

Calcula cada tasa unitaria. Redondea a la centésima más cercana si es necesario.

1. 18 personas en 3 microbuses

2. \$156 por 3 libros

3. 115 millas en 2 horas

4. 8 sencillos en 22 juegos

5. 65 millas con 2.7 galones

6. 2,500 calorías en 24 horas

Elige el precio unitario menor.

7. \$12.95 por 3 libras de nueces o \$21.45 por 5 libras de nueces

8. una botella de 32 onzas de jugo de manzana por \$2.50 o una botella de 48 onzas por \$3.84

Práctica de destrezas**Tasas**

Calcula cada tasa unitaria. Redondea a la centésima más cercana si es necesario.

1. \$112 en 8 horas
2. 150 millas en 6 galones
3. 49 puntos en 7 juegos
4. 105 estudiantes en 3 clases
5. 120 problemas en 5 horas
6. 3 accidentes en 12 meses
7. 6 huevos en 7 días
8. 8 baterías en 3 meses
9. 122 pacientes en 4 semanas
10. 51 galones en 14 minutos
11. \$8.43 por 3 libras
12. 357 millas en 6.3 horas
13. 25 cartas en 4 días
14. \$99 por 12 CD
15. 5 descansos en 8 horas
16. 3 viajes en 14 meses
17. 2 aumentos de sueldo en 3 años
18. 7 errores en 60 minutos
19. 15 libras en 6 semanas
20. 8 comerciales en 15 minutos
21. 8 vasos cada 24 horas
22. 13 pies en 5 pasos

Elige el precio unitario menor.

23. \$4.99 por 6 latas o \$7.99 por 10 latas
24. \$21.50 por 4 libras de carne para el almuerzo o \$15.10 por 3 libras de carne para el almuerzo

4-1**C****Reforzamiento****Relaciones proporcionales y no proporcionales**

Dos cantidades relacionadas son **proporcionales** si tienen una razón constante entre ellas. Si dos cantidades relacionadas no tienen una razón constante, entonces son **no proporcionales**.

Ejemplo 1 El precio de un CD en una disquería es de \$12. Crea una tabla para mostrar el precio total de diferentes cantidades de CD. ¿Es el precio total proporcional al número de CD comprados?

Número de CD	1	2	3	4
Precio total	\$12	\$24	\$36	\$48

$$\frac{\text{Precio total}}{\text{Número de CD}} = \frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{36}{3} = \frac{48}{4} = \$12 \text{ por CD}$$

Divide el precio total de cada uno entre el número de CD para calcular una razón.
Compara las razones.

Como las razones son iguales, el precio total es proporcional al número de CD comprados.

Ejemplo 2 El precio por arrendar una pista en un centro de bolos es de \$9 por hora más \$4 por el arriendo de zapatos. Crea una tabla para mostrar el precio total por hora en que se arrienda una pista de bolos si una persona arrienda zapatos. ¿Es el precio total proporcional al número de horas de arriendo?

Número de horas	1	2	3	4
Precio total	\$13	\$22	\$31	\$40

$$\frac{\text{Precio total}}{\text{Número de horas}} \rightarrow \frac{13}{1} \text{ ó } 13 \quad \frac{22}{2} \text{ ó } 11 \quad \frac{31}{3} \text{ ó } 10.34 \quad \frac{40}{4} \text{ ó } 10$$

Divide cada precio entre el número de horas.

Como las razones no son iguales, el precio total es no proporcional al número de horas de arriendo con zapatos.

Ejercicios

- FOTOGRAFÍAS** Una persona que revela fotografías cobra \$0.25 por foto revelada. ¿Es el precio total proporcional al número de fotos reveladas?
- FÚTBOL** Un club de fútbol tiene 15 jugadores para cada equipo, con la excepción de dos equipos que tienen 16 jugadores cada uno. ¿Es el número de jugadores proporcional al número de equipos?

Práctica de destrezas**Relaciones proporcionales y no proporcionales**

Para los Ejercicios 1 al 3, usa la tabla de valores. Escribe las razones de la tabla para mostrar la relación entre cada conjunto de valores.

1.	Número de horas	1	2	3	4
	Cantidad total ganada	\$15	\$30	\$45	\$60
	Razones				

2.	Número de paquetes	1	2	3	4
	Precio total	\$11	\$20	\$29	\$38
	Razones				

3.	Número de salones de clase	1	2	3	4
	Total de estudiantes	24	48	72	92
	Razones				

Para los Ejercicios 4 al 8 usa la tabla de valores. Escribe *proporcional* o *no proporcional*.

4.	Número de horas	1	2	3	4
	Cantidad total ganada	\$0.99	\$1.98	\$2.97	\$3.96

5.	Número de horas	1	2	3	4
	Cantidad total ganada	\$17.25	\$35.50	\$50.75	\$70

6.	Número de horas	1	2	3	4
	Número de páginas leídas de un libro	37	73	109	145

7.	Número de almuerzos	1	2	3	4
	Precio total	\$2.75	\$5.50	\$8.25	\$11

8. Fred encarga pasteles para una reunión familiar. Cada pastel cuesta \$4.50. Para pedidos menores que una docena, hay un cargo de reparto de \$5. ¿Es el precio proporcional al número de pasteles encargados? Usa una tabla de valores para explicar tu razonamiento.

4-1**D****Reforzamiento****Resuelve proporciones**

Una **proporción** es una ecuación que indica que dos razones son equivalentes. Para determinar si un par de razones forma una proporción, usa los productos cruzados. También puedes usar los productos cruzados para resolver proporciones.

Ejemplo 1 Determina si el par de razones $\frac{20}{24}$ y $\frac{12}{18}$ forma una proporción.

Calcula los productos cruzados.

$$\begin{array}{l} \cancel{(20)} \cancel{?} \cancel{12} \\ \cancel{24} \cancel{18} \end{array} \rightarrow 24 \cdot 12 = 288$$

Como los productos cruzados no son iguales, las razones no forman una proporción.

Ejemplo 2 Resuelve $\frac{12}{30} = \frac{k}{70}$.

$$\frac{12}{30} = \frac{k}{70} \quad \text{Escribe la ecuación.}$$

$12 \cdot 70 = 30 \cdot k$ Calcula los productos cruzados.

$840 = 30k$ Multiplica.

$$\frac{840}{30} = \frac{30k}{30} \quad \text{Divide cada lado entre 30.}$$

$28 = k$ Simplifica.

La solución es 28.

Ejercicios Determina si cada par de razones forma una proporción.

1. $\frac{17}{10}, \frac{12}{5}$

2. $\frac{6}{9}, \frac{12}{18}$

3. $\frac{8}{12}, \frac{10}{15}$

4. $\frac{7}{15}, \frac{13}{32}$

5. $\frac{7}{9}, \frac{49}{63}$

6. $\frac{8}{24}, \frac{12}{28}$

7. $\frac{4}{7}, \frac{12}{71}$

8. $\frac{20}{35}, \frac{30}{45}$

9. $\frac{18}{24}, \frac{3}{4}$

Resuelve cada proporción.

10. $\frac{x}{5} = \frac{15}{25}$

11. $\frac{3}{4} = \frac{12}{c}$

12. $\frac{6}{9} = \frac{10}{r}$

13. $\frac{16}{24} = \frac{z}{15}$

14. $\frac{5}{8} = \frac{s}{12}$

15. $\frac{14}{t} = \frac{10}{11}$

16. $\frac{w}{6} = \frac{2.8}{7}$

17. $\frac{5}{y} = \frac{7}{16.8}$

18. $\frac{x}{18} = \frac{7}{36}$

Práctica de destrezas

Resuelve proporciones

Determina si cada par de razones forma una proporción.

1. $\frac{5}{8}, \frac{2}{3}$

2. $\frac{7}{3}, \frac{14}{6}$

3. $\frac{6}{8}, \frac{9}{12}$

4. $\frac{16}{9}, \frac{11}{6}$

5. $\frac{55}{10}, \frac{12}{2}$

6. $\frac{6}{8}, \frac{15}{20}$

7. $\frac{5}{9}, \frac{15}{27}$

8. $\frac{3}{18}, \frac{11}{66}$

9. $\frac{7}{11}, \frac{15}{23}$

10. $\frac{9}{13}, \frac{13}{17}$

11. $\frac{3}{42}, \frac{5}{70}$

12. $\frac{6}{7}, \frac{36}{49}$

Resuelve cada proporción.

13. $\frac{4}{12} = \frac{y}{9}$

14. $\frac{6}{18} = \frac{4}{c}$

15. $\frac{7}{z} = \frac{84}{12}$

16. $\frac{5}{10} = \frac{8}{w}$

17. $\frac{x}{9} = \frac{4}{15}$

18. $\frac{6}{20} = \frac{y}{5}$

19. $\frac{5}{9} = \frac{6}{r}$

20. $\frac{8}{n} = \frac{10}{7}$

21. $\frac{d}{5} = \frac{12}{80}$

22. $\frac{y}{5} = \frac{13}{10}$

23. $\frac{2}{28} = \frac{p}{35}$

24. $\frac{11}{t} = \frac{100}{11}$

25. $\frac{1.2}{m} = \frac{3}{5}$

26. $\frac{0.9}{0.5} = \frac{a}{10}$

27. $\frac{3}{7} = \frac{k}{4.2}$

28. $\frac{6.3}{x} = \frac{18}{5}$

29. $\frac{3.6}{9} = \frac{b}{0.5}$

30. $\frac{14}{1.5} = \frac{4.2}{y}$

4-2**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas:
Dibuja un diagrama****Ejemplo**

Un trabajador se demora 4 minutos en apilar 2 filas de 8 cajas en una bodega. ¿Cuánto se demorará en apilar 8 filas de 8 cajas? Usa la estrategia de dibujar un diagrama para resolver el problema.

Comprende Despues de 4 minutos, un trabajador apila 2 filas de 8 cajas. A esta tasa, ¿cuánto se demoraría en apilar 8 filas de cajas?

Planifica Dibuja un diagrama que muestre el nivel de cajas después de 4 minutos.



Resuelve $2 \text{ filas de } 8 \text{ cajas} = 4 \text{ minutos}$

$$8 \text{ filas} = 4 \times 2 \text{ filas, por lo tanto multiplica el tiempo por 4.}$$

$$4 \times 4 \text{ minutos} = 16 \text{ minutos}$$

Verifica

$$8 \text{ cajas} \times 2 \text{ filas de cajas} = 16 \text{ cajas}$$

Multiplica para calcular el número total de cajas en la pila.

$$4 \text{ minutos} \div 16 \text{ cajas} = 0.25 \text{ min por caja}$$

Divide el número de minutos entre el número de cajas.

$$8 \text{ cajas} \times 8 \text{ filas de cajas} = 64 \text{ cajas}$$

Multiplica para calcular el número de cajas en la pila nueva.

$$64 \text{ cajas} \times 0.25 \text{ min} = 16 \text{ minutos}$$

Multiplica el número de cajas por el tiempo por caja.

Se demorará 16 minutos en apilar una pared de cajas de 8×8 .

Ejercicios**Usa la estrategia *hacer un diagrama* para resolver los problemas.**

1. GASOLINA El estanque de gasolina de un carro hace 16 galones. Despues de llenarlo partiendo de cero durante 20 segundos, el estanque contiene 2.5 galones. ¿Cuántos segundos más tomará llenar el estanque?

2. EMBALDOSAR Se ocupan 96 baldosas para llenar un rectángulo de 2 pies por 3 pies. ¿Cuántas baldosas se ocuparán para llenar un rectángulo de 4 pies por 6 pies?

3. BEBIDAS Cuatro cartones de jugo llenan 36 vasos de jugo por igual. ¿Cuántos cartones de jugo se necesitan para llenar 126 vasos por igual?

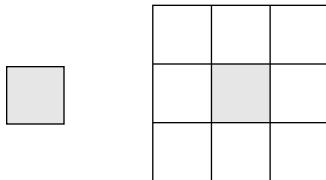
4. EMBALAJE Se ocupan 5 cajas grandes de envío para guardar 120 cajas de un muñeco de acción. ¿Cuántos muñecos de acción caben en 8 cajas grandes de envío?

Práctica de destrezas**Investigación para resolver problemas:**
Dibuja un diagrama

Usa la estrategia de *dibuja un diagrama* para resolver los problemas.

- 1. ACUARIO** Un acuario vacío tiene capacidad para 60 galones de agua. Después de 6 minutos, el estanque tiene 15 galones de agua. ¿Cuántos minutos más tomará llenar el estanque?

- 2. EMBALDOSAR** Dawn tiene un conjunto de noventa baldosas de 1 pulgada. Si comienza con una baldosa, luego la rodea con un anillo de baldosas para crear un cuadrado más grande, ¿cuántos anillos puede formar antes de que se le acaben las baldosas?



- 3. COSTURA** Judith tiene un rollo de tela de 30 yardas por 1 yarda. Necesita 1.5 yardas cuadradas para confeccionar un traje. ¿Cuántos trajes puede confeccionar?

- 4. CONDUCIR** Se gastan 3 galones de gasolina para viajar 102 millas. ¿Cuántas millas se puede viajar con 16 galones de gasolina?

- 5. EMBALAJE** Ryan puede poner 75 discos compactos en 5 cajas. ¿Cuántos discos compactos puede poner en 14 cajas?

4-2**B****Reforzamiento****Dibujos a escala**

Un **dibujo a escala** representa algo que es demasiado grande o demasiado pequeño para dibujarlo o construirlo en tamaño real. Igualmente, un **modelo a escala** puede usarse para representar algo que es demasiado grande o demasiado pequeño para construirlo como modelo en tamaño real. La **escala** indica la relación entre la medida del dibujo o modelo y la medida real.

Ejemplo

En este mapa, cada unidad de la cuadrícula representa 50 yardas. Calcula la distancia horizontal desde Punta Patrick hasta playa Agate.

Punta Patrick
Escala a Playa Agate

$$\frac{\text{mapa}}{\text{real}} \rightarrow \frac{1 \text{ unidad}}{50 \text{ yardas}} = \frac{8 \text{ unidades}}{x \text{ yardas}}$$

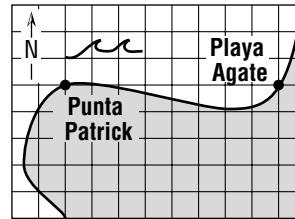
map
actual

$$1 \times x = 50 \times 8$$

Productos cruzados

$$x = 400$$

Simplifica.



Hay 400 yardas desde punta Patrick hasta playa Agate.

Ejercicios

Calcula la distancia real entre cada par de ciudades. Redondea a la décima más cercana si es necesario.

Ciudades	Distancia en el mapa	Escala	Distancia real
1. Los Angeles y San Diego, CA	6.35 cm	1 cm = 20 mi	
2. Lexington y Louisville, KY	15.6 cm	1 cm = 5 mi	
3. Des Moines y Cedar Rapids, IA	16.27 cm	2 cm = 15 mi	
4. Miami y Jacksonville, FL	11.73 cm	$\frac{1}{2}$ cm = 20 mi	

Calcula la longitud de cada objeto del dibujo a escala con la escala dada. Despues calcula el factor de escala.

5. un automóvil de 16 pies de largo; 1 pulgada : 6 pulgadas
6. un estanque de 85 pies de ancho; 1 pulgada = 4 pies
7. un estacionamiento de 200 metros de ancho; 1 centímetro : 25 metros
8. una bandera de 5 pies de ancho; 2 pulgadas = 1 pie

4-2**Práctica de destrezas****B****Dibujos a escala**

ARQUITECTURA La escala de un conjunto de dibujos arquitectónicos para una casa es de $\frac{1}{2}$ pulg = 1 $\frac{1}{2}$ pies. Calcula la longitud de cada parte de la casa.

Habitación	Longitud del dibujo	Longitud real
1. Sala de estar	5 pulgadas	
2. Comedor	4 pulgadas	
3. Cocina	5 $\frac{1}{2}$ pulgadas	
4. Lavadero	3 $\frac{1}{4}$ pulgadas	
5. Sótano	10 pulgadas	
6. Garaje	8 $\frac{1}{3}$ pulgadas	

ARQUITECTURA Como parte de un proyecto de renovación de edificios de la ciudad, los arquitectos construyen un modelo a escala de diversos edificios de la ciudad para presentarlo a la comisión municipal para su aprobación. La escala del modelo es de 1 pulgada = 9 pies.

7. El tribunal es el edificio más alto de la ciudad. Si mide 7 $\frac{1}{2}$ pulgadas de alto en el modelo, ¿qué altura tiene el edificio real?

8. A la comisión municipal le gustaría instalar astas nuevas que midan 45 pies de alto cada una. ¿Cuánto miden las astas en el modelo?

9. En el modelo, dos de las astas están a una distancia de 4 pulgadas. ¿A qué distancia estarán cuando estén instaladas?

10. El modelo incluye un parque nuevo en el centro de la ciudad. Si las dimensiones del parque en el modelo miden 9 pulgadas por 17 pulgadas, ¿cuáles son las dimensiones reales del parque?

11. Calcula el factor de escala.

4-3**A****Reforzamiento****Figuras semejantes**

Las figuras que tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño son **figuras semejantes**. El símbolo \sim significa *es semejante a*. Puedes usar proporciones para calcular la longitud desconocida de un lado en un par de figuras semejantes.

Por ejemplo, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Ángulos correspondientes

$$\angle A \cong \angle D$$

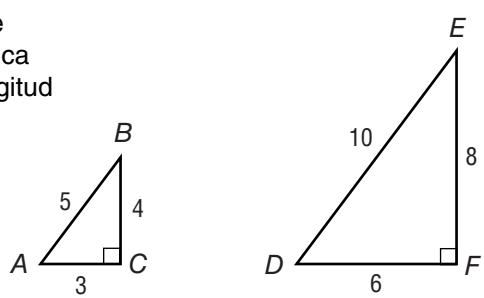
$$\angle B \cong \angle E$$

$$\angle C \cong \angle F$$

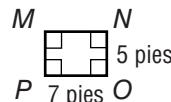
Lados correspondientes

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6}$$

**Ejemplo 1 Si $MNOP \sim RSTU$, calcula la longitud de \overline{ST} .**

Como las dos figuras son semejantes, las razones de sus correspondientes lados son iguales. Puedes escribir y resolver una proporción para calcular \overline{ST} .



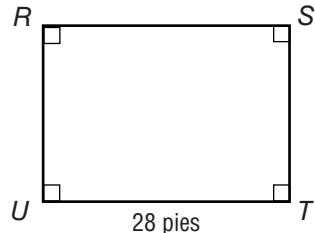
$$\frac{PO}{UT} = \frac{NO}{ST} \quad \text{Escribe una proporción.}$$

$$\frac{7}{28} = \frac{5}{n} \quad \text{Sea } n \text{ la longitud de } \overline{ST}. \text{ Luego, reemplaza.}$$

$$7n = 28(5) \quad \text{Calcula los productos cruzados.}$$

$$7n = 140 \quad \text{Simplifica.}$$

$$n = 20 \quad \text{Divide cada lado entre 7.}$$

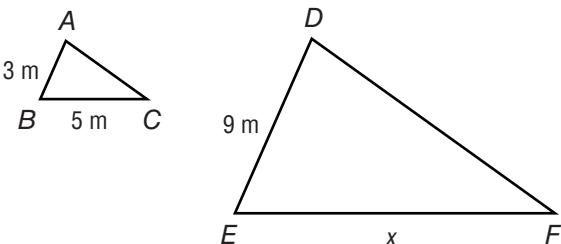


La longitud de \overline{ST} es de 20 pies.

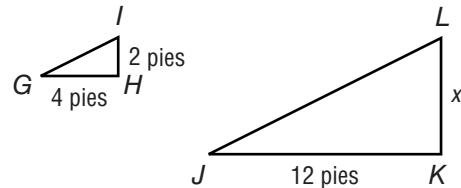
Ejercicios

Calcula el valor de x en cada par de figuras semejantes.

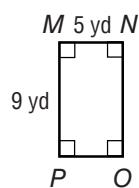
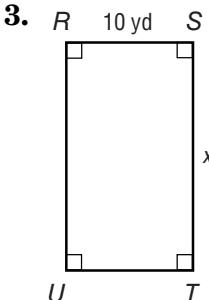
1.



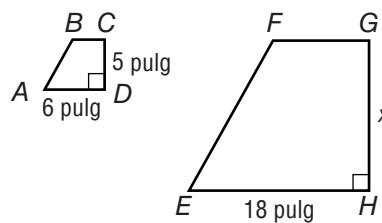
2.



3.

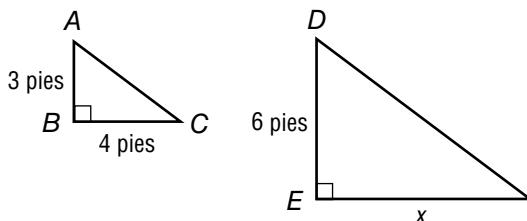


4.

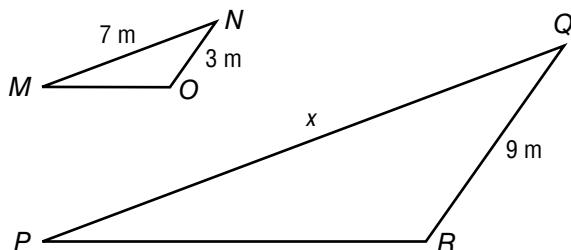


4-3**Práctica de destrezas****A****Figuras semejantes**Calcula el valor de x en cada par de figuras semejantes.

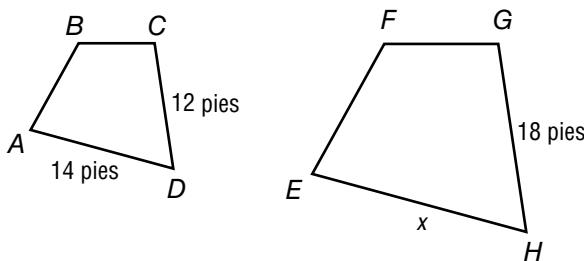
1.



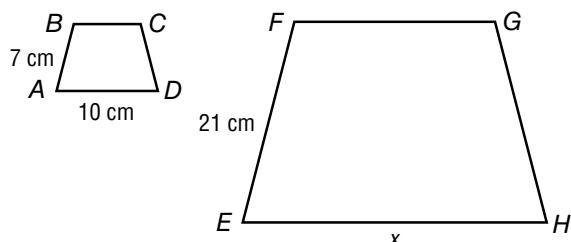
2.



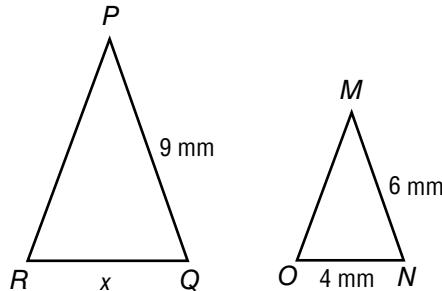
3.



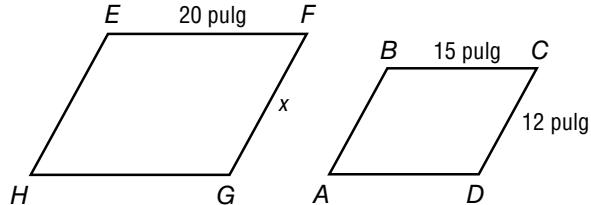
4.



5.

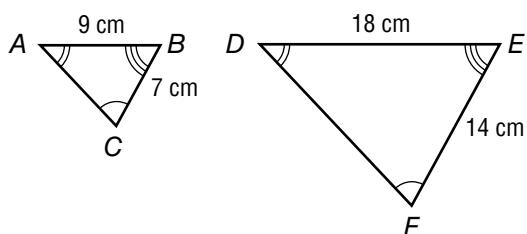


6.

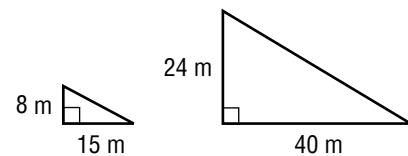


Determina si cada par de figuras es semejante. Justifica tu respuesta.

7.



8.



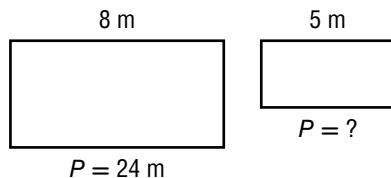
4-3**B****Reforzamiento****Perímetro y área de figuras semejantes**

Razones de figuras semejantes

- Si dos figuras son semejantes con un factor de escala de $\frac{a}{b}$, entonces los perímetros de las dos figuras tienen una razón de $\frac{a}{b}$.
- Si dos figuras son semejantes con un factor de escala de $\frac{a}{b}$, entonces las áreas de las dos figuras tienen una razón de $\left(\frac{a}{b}\right)^2$.

Ejemplo**Para el par de figuras semejantes, calcula el perímetro de la segunda figura.**

Usa una proporción para resolver.



El factor de escala de las dos figuras semejantes es de $\frac{8}{5}$. El perímetro de la primera figura mide 24 metros.

$$\frac{8}{5} = \frac{24}{x}$$

Escribe una proporción. Sea x el perímetro desconocido.

$$8 \cdot x = 5 \cdot 24$$

Calcula los productos cruzados.

$$8x = 120$$

Simplifica.

$$x = 15$$

Divide entre 8.

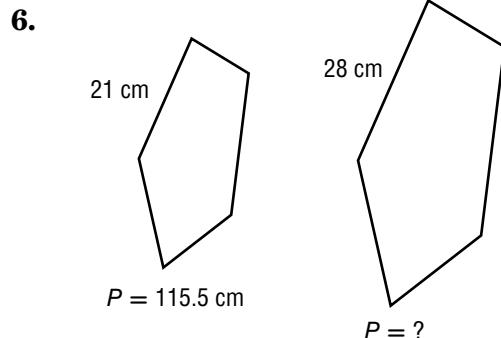
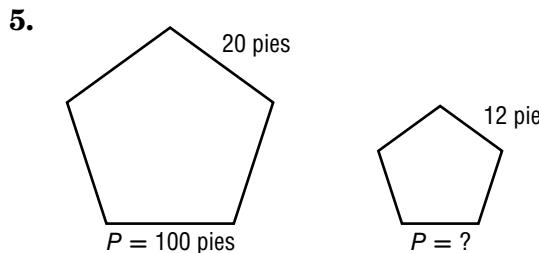
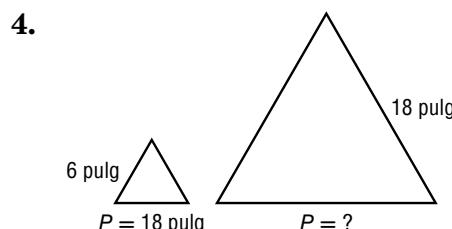
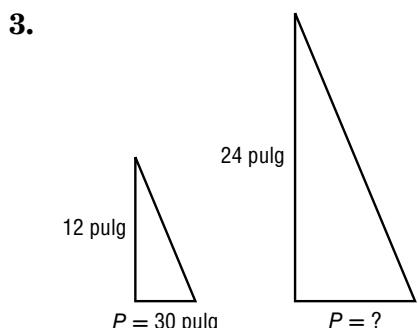
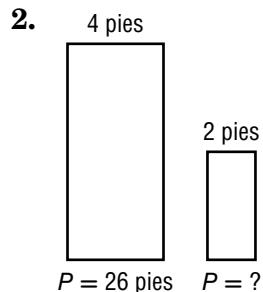
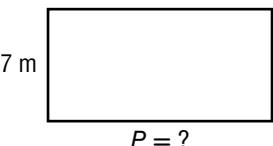
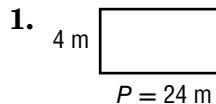
El perímetro mide 15 metros.

Ejercicios

- MARCO DE FOTO** Pauline hace un marco de foto para regalárselo a su amiga. La longitud del marco mide 5 pulgadas y el perímetro mide 16 pulgadas. Pauline decide hacer un marco semejante que tenga el doble de longitud que el primero. ¿Cuál es el perímetro del nuevo marco de foto?
- COLCHA** Breanne pone una pieza triangular en su colcha, con un lado de 6 pulgadas. El área del triángulo mide 36 pulgadas cuadradas. Pone otro triángulo semejante junto a él cuyo lado correspondiente al lado de 6 pulgadas mide 3 pulgadas. ¿Cuál es el área del triángulo más pequeño?

4-3**B****Práctica de destrezas****Perímetro y área de figuras semejantes**

Para cada par de figuras semejantes, calcula el perímetro de la segunda figura.



7. Un triángulo tiene una longitud de lado de 3 pulgadas y un área de 22 pulgadas cuadradas. Un triángulo semejante tiene una longitud de lado correspondiente de 6 pulgadas. Calcula el área del triángulo más grande.
8. Un rectángulo tiene una longitud de lado de 2 pies y un área de 10 pies cuadrados. Un rectángulo semejante tiene una longitud de lado correspondiente de 6 pies. Calcula el área del rectángulo más grande.
9. **TERRENO JUNTO AL LAGO** Un terreno de forma rectangular junto al lago tiene un área de 4,800 pies cuadrados. El ancho del terreno mide 60 pies. Un terreno semejante al otro lado del camino tiene un ancho de 80 pies. ¿Cuál es el área del terreno al otro lado del camino? Redondea tu respuesta al número entero más cercano.

5-1**B****Reforzamiento****Ecuaciones y funciones**

La solución de una ecuación con dos variables consiste de dos números, uno para cada variable que hace verdadera la ecuación. Cuando una relación asigna exactamente un valor de salida por cada valor de entrada, se llama función. Las tablas de función ayudan a organizar los números de entrada, los números de salida y las reglas de función.

Ejemplo

Completa la tabla de funciones para $y = 5x$. Despues identifica el dominio y el rango.

Elige cuatro valores para x . Reemplaza los valores de x en la expresión. Luego, calcula para averiguar el valor de y .

x	$5x$	y
0	$5(0)$	0
1	$5(1)$	5
2	$5(2)$	10
3	$5(3)$	15

El dominio es $\{0, 1, 2, 3\}$. El rango es $\{0, 5, 10, 15\}$.

Ejercicios

Completa las siguientes tablas de funciones. Despues identifica el dominio y el rango.

1. $y = 4x$

x	$4x$	y
0		
1		
2		
3		

2. $y = 10x$

x	$10x$	y
1		
2		
3		
4		

3. $y = -0.5x$

x	$-0.5x$	y
2		
3		
4		
5		

4. $y = 3x$

x	$3x$	y
10		
11		
12		
13		

Práctica de destrezas

Ecuaciones y funciones

Copia y completa cada tabla de funciones. Identifica el dominio y el rango.

1. $y = -5x$

x	$-5x$	y
1		
2		
3		
4		

2. $y = \frac{3}{4}x$

x	$\frac{3}{4}x$	y
4		
8		
12		
16		

3. $y = 6x$

x	$6x$	y
1		
2		
3		
4		

4. $y = 2x$

x	$2x$	y
2		
3		
4		
5		

5. $y = 0.2x$

x	$0.2x$	y
1		
2		
3		
4		

6. $y = 10x$

x	$10x$	y
0		
1		
2		
3		

Resuelve cada problema.

7. VIAJAR Por cada galón de gasolina, un carro puede viajar 30 millas.

- a. Escribe una ecuación usando dos variables para mostrar la relación entre la distancia que viaja el carro y los galones de gasolina que usa.

- b. Si a un carro le quedan 8 galones de gasolina en su estanque, ¿cuántas millas puede viajar antes de que se le acabe el combustible?

8. AGRICULTURA En cada hilera de maíz del huerto del Sr. Jones hay 5 tallos de maíz.

- a. Escribe una ecuación usando dos variables para mostrar la relación entre el número de hileras y el número de tallos de maíz.

- b. Si el Sr. Jones tiene 7 hileras de maíz, ¿cuántos tallos de maíz tendrá que cosechar?

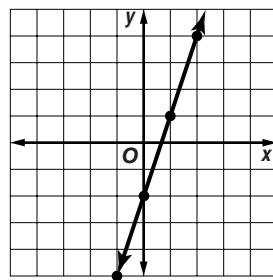
5-1**C****Reforzamiento****Funciones y gráficas**

La solución de una ecuación con dos variables consiste de dos números, uno para cada variable, que hacen verdadera la ecuación. La solución generalmente está escrita como par ordenado (x, y) , que puede graficarse. Si la gráfica para una ecuación es una línea recta, entonces la ecuación es una **ecuación lineal**.

Ejemplo Grafica $y = 3x - 2$.

Selecciona cualquiera de los cuatro valores para la entrada x . Elegimos 2, 1, 0 y -1 . Reemplaza estos valores por x para hallar la salida y .

x	$3x - 2$	y	(x, y)
2	$3(2) - 2$	4	$(2, 4)$
1	$3(1) - 2$	1	$(1, 1)$
0	$3(0) - 2$	-2	$(0, -2)$
-1	$3(-1) - 2$	-5	$(-1, -5)$

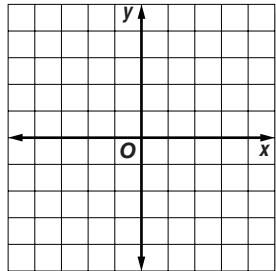


Cuatro soluciones son $(2, 4)$, $(1, 1)$, $(0, -2)$ y $(-1, -5)$.

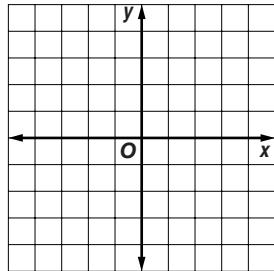
La gráfica está a la derecha.

Ejercicios**Grafica cada ecuación.**

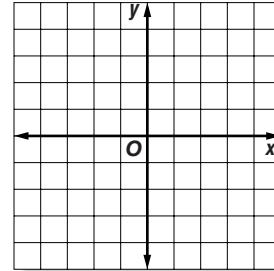
1. $y = x - 1$



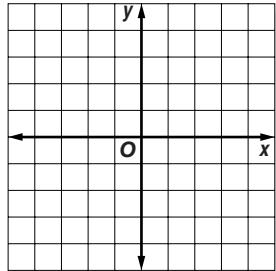
2. $y = x + 2$



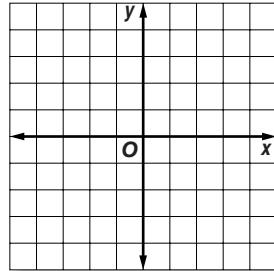
3. $y = -x$



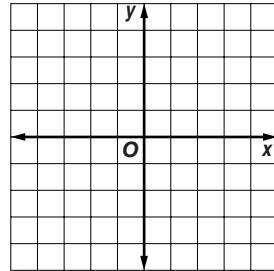
4. $y = 4x$



5. $y = 2x + 4$



6. $y = 2x$



Práctica de destrezas

Funciones y gráficas

Copia y completa cada tabla de funciones.

1. $y = x - 1$

x	$x - 1$	y
1		
2		
3		
4		

2. $y = x + 7$

x	$x + 7$	y
1		
2		
3		
4		

3. $y = 3x$

x	$3x$	y
1		
2		
3		
4		

4. $y = -4x$

x	$-4x$	y
-1		
0		
1		
2		

5. $y = 3x + 1$

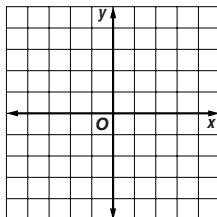
x	$3x + 1$	y
-1		
0		
1		
2		

6. $y = -2x + 3$

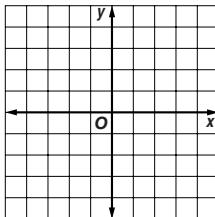
x	$-2x + 3$	y
-1		
0		
1		
2		

Grafica cada ecuación.

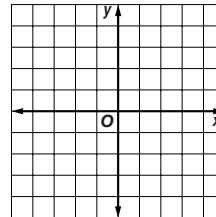
7. $y = x - 2$



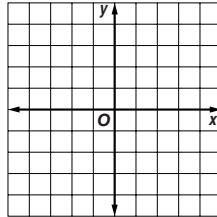
8. $y = x + 4$



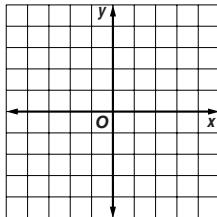
9. $y = -3x$



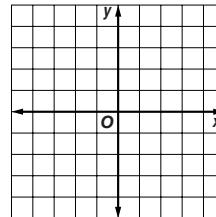
10. $y = 2x$



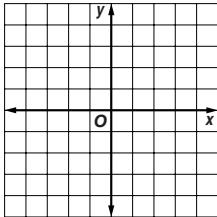
11. $y = 2x + 2$



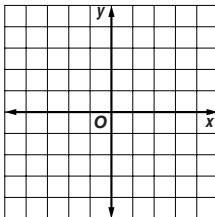
12. $y = 3x - 2$



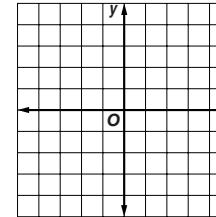
13. $y = 0.75x$



14. $y = 0.5x + 1$



15. $y = 2x - 0.5$



5-2**B****Reforzamiento****Tasa constante de cambio**

Una **tasa de cambio** es una tasa que describe cómo cambia una cantidad en relación a otra.

Una **tasa constante de cambio** es la tasa de cambio de una relación lineal.

Ejemplo 1

Calcula la tasa constante de cambio para la tabla.

Estudiantes	Número de libros de texto
5	15
10	30
15	45
20	60

El cambio en el número de libros de textos es 15. El cambio en el número de estudiantes es 5.

$$\frac{\text{cambio en el número de libros de textos}}{\text{cambio en el número de estudiantes}} = \frac{15 \text{ libros de texto}}{5 \text{ estudiantes}}$$

$$= \frac{3 \text{ libros de texto}}{1 \text{ estudiante}}$$

El número de libros de texto aumenta en 15 por cada 5 estudiantes.

Escríbelo como una tasa unitaria.

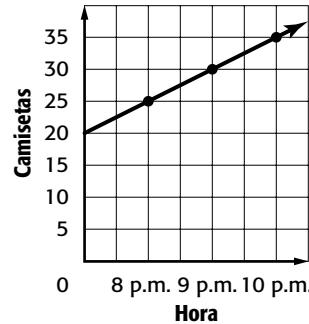
Por lo tanto, el número de libros de texto aumenta en 3 libros por estudiante.

Ejemplo 2

La gráfica representa la cantidad de camisetas vendidas en el concierto de una banda. Usa la gráfica para calcular la tasa constante de cambio en cantidad por hora.

Para calcular la tasa de cambio, toma cualquiera de los dos puntos de la recta, como (8, 25) y (10, 35).

$$\frac{\text{cambio en cantidad}}{\text{cambio en tiempo}} = \frac{(35 - 25)}{(10 - 8)} = \frac{10}{2} \text{ ó } 5 \text{ camisetas por hora}$$

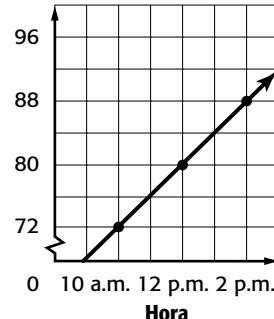
**Ejercicios**

Calcula cada tasa constante de cambio.

1.

Longitud de lado	Perímetro
1	4
2	8
3	12
4	16

2.



5-2**Práctica de destrezas****B****Tasa de constante cambio**

Calcula la tasa constante de cambio para cada tabla.

1.

Tiempo cortando el césped (h)	Dinero ganado (\$)
1	10
3	30
5	50
7	70

2.

Tiempo (h)	Temperatura (°F)
9:00	60
10:00	62
11:00	64
12:00	66

3.

Número de estudiantes	Número de revistas vendidas
10	100
15	150
20	200
25	250

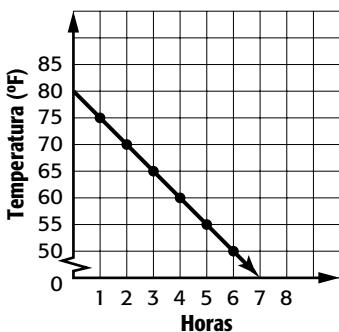
4.

Número de árboles	Número de manzanas
5	100
10	200
15	300
20	400

Calcula la tasa constante de cambio para cada gráfica.

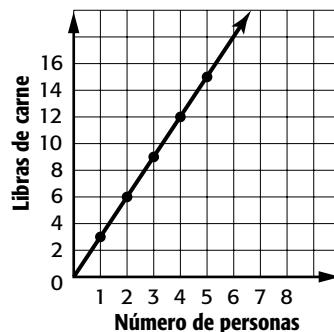
5.

Cambio de temperatura



6.

Carne



5-2**C****Reforzamiento**
Pendiente

La **pendiente** es la tasa de cambio entre dos puntos cualesquiera de una recta.

$$\text{pendiente} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{\text{cambio vertical}}{\text{cambio horizontal}} \text{ o } \frac{\text{distancia vertical}}{\text{distancia horizontal}}$$

Ejemplo

La tabla muestra la longitud de un patio a medida que se agregan bloques.

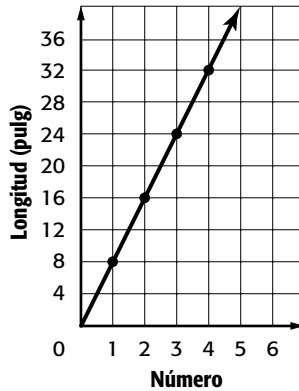
Número de bloques de patio	0	1	2	3	4
Longitud (pulg)	0	8	16	24	32

Grafica los datos. Despues calcula la pendiente de la recta.

Explica qué representa la pendiente.

$$\begin{aligned}\text{pendiente} &= \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} && \text{Definición de pendiente} \\ &= \frac{24 - 8}{3 - 1} && \text{Usa } (1, 8) \text{ y } (3, 24). \\ &= \frac{16}{2} && \frac{\text{longitud}}{\text{número}} \\ &= \frac{8}{1} && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

Por lo tanto, por cada 8 pulgadas hay 1 bloque de patio.

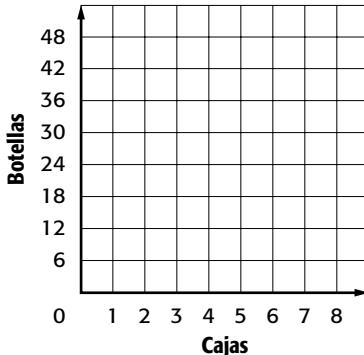
**Ejercicios**

Dibuja una gráfica y calcula la pendiente de la recta.

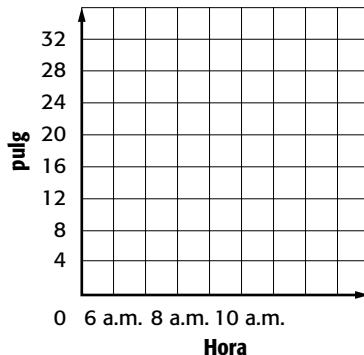
Explica qué representa la pendiente.

1. La tabla muestra el número de botellas de jugo por caja

Botellas de jugo	12	24	36	48
Cajas	1	2	3	4



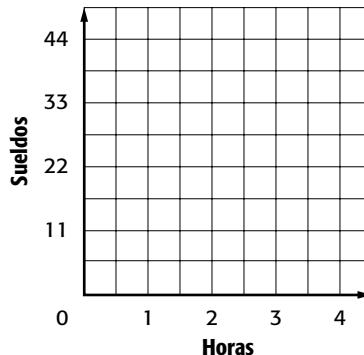
2. A las 6 a.m. el estanque de retención tiene 28 pulgadas de agua. El agua bajó, así que a las 10 a.m. quedaban 16 pulgadas de agua.



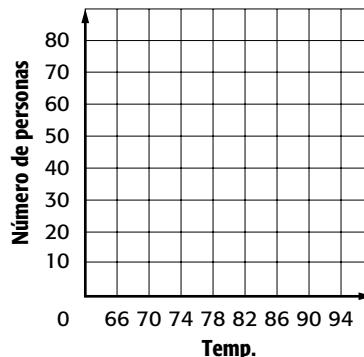
Práctica de destrezas**Pendiente**

Para los Ejercicios 1 al 3, dibuja una gráfica, calcula la pendiente y explica qué representa la pendiente.

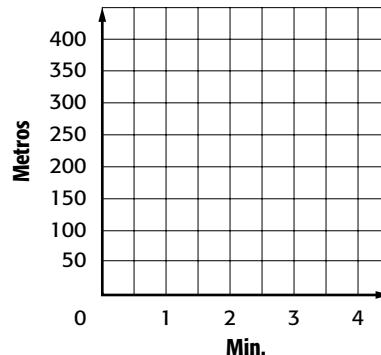
1.	Horas	1	2	3	4
	Sueldos (\$)	11	22	33	44



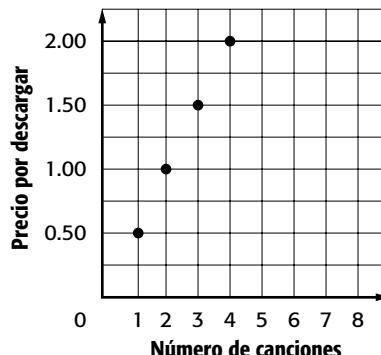
2.	Temperatura (°F)	70	78	86	94
	Número de personas en la playa	24	40	56	72



3. NATACIÓN Latonya nada 50 metros en $\frac{1}{2}$ minuto.

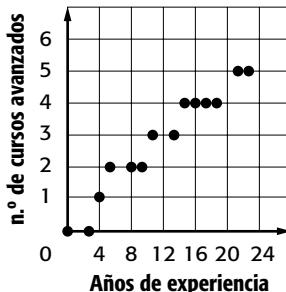


4. CANCIONES Calcula la pendiente de la recta de la gráfica que muestra el precio por descargar canciones.



5-3**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Usa una gráfica****Ejemplo**

La gráfica muestra los resultados de una encuesta sobre los años de experiencia de los maestros y el número de cursos de nivel avanzado en que han hecho clases en una escuela secundaria. ¿En cuántos cursos avanzados predices que habrá hecho clases un maestro con 24 años de experiencia?

**Comprende**

Conoces el número de cursos avanzados enseñados y el número de años de experiencia por la gráfica.

Planifica

Mira las tendencias en los datos de la gráfica.

Resuelve

Usando la recta, puedes predecir que un maestro con 24 años de experiencia habrá hecho clases en 5 cursos avanzados.

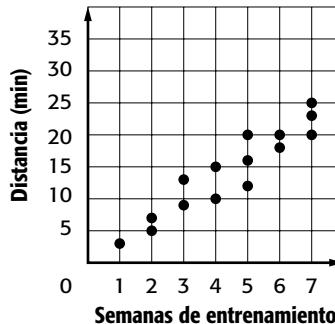
Verifica

Dibuja una recta que esté cerca de la mayor cantidad posible de puntos. La estimación está cerca de la recta, por lo tanto la predicción es razonable.

Ejercicios

Usa la gráfica. Cada punto de la gráfica representa a una persona en un grupo que entrena para una carrera de bicicletas de larga distancia. El punto muestra el número de millas que la persona recorre en bicicleta cada día y el número de semanas que esa persona ha estado entrenando.

1. Dibuja una recta que esté cerca de la mayor cantidad posible de puntos.



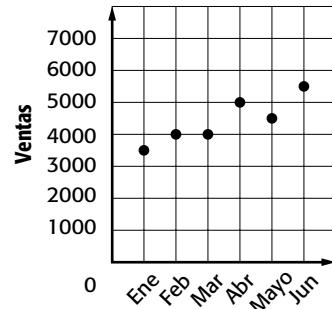
2. ¿Aumenta el número de millas recorridas en bicicleta a medida que aumenta el número de semanas de entrenamiento?

3. Predice el número de millas que recorrerá en bicicleta cada día alguien que ha entrenado durante 9 semanas.

5-3**A****Práctica de destrezas****Investigación para resolver problemas: Usa una gráfica**

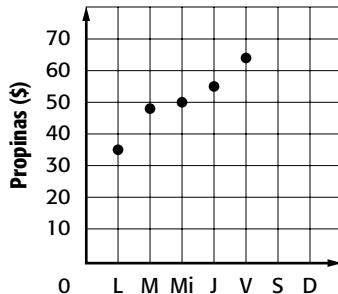
- 1. VENTAS** Usa la gráfica de la derecha. La gráfica muestra las ventas mensuales de la florería Wilson.

- Dibuja una recta que esté cerca de la mayor cantidad posible de puntos.
- Usa la gráfica para predecir las ventas mensuales de julio.
- Usa la gráfica para predecir las ventas mensuales de septiembre.



- 2. PROPINAS** Usa la gráfica de la derecha. Cada punto de la gráfica muestra la cantidad de propinas que recibió Joy y el día en que recibió las propinas.

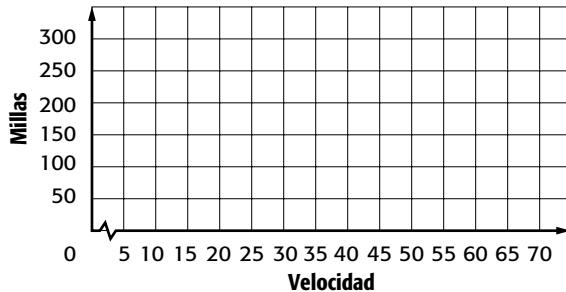
- Usa la gráfica para predecir las propinas de Joy el sábado.
- Usa la gráfica para predecir las propinas de Joy el domingo.



- 3. CONDUCIR** Usa la tabla que muestra la distancia recorrida a diferentes velocidades.

Velocidad (mi/h)	25	30	45	60
Distancia (mi)	100	120	180	240

- Haz una gráfica de los datos.



- Imagina que la velocidad es de 50 millas por hora. ¿Qué distancia predices que recorre?

- Imagina que la distancia es de 60 millas. ¿A qué velocidad predices que va?

5-3**C****Reforzamiento****Variación directa**

Cuando dos cantidades variables tienen una razón constante, su relación se denomina **variación directa**.

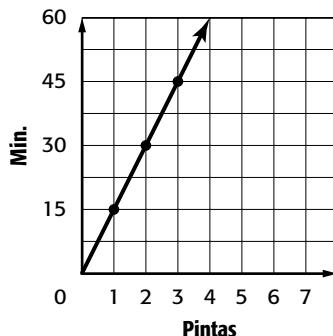
La razón constante se denomina **constante de variación**.

Ejemplo 1 En la gráfica se muestra el tiempo que se demora Lucía en recoger pintas de moras. Determina la tasa en minutos por pinta.

Como la gráfica forma una recta, la tasa de cambio es constante. Usa la gráfica para calcular la razón constante.

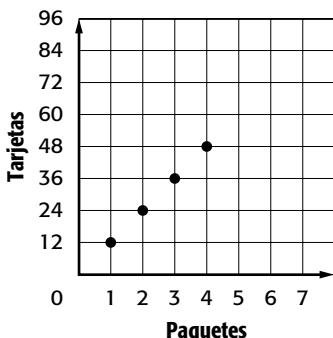
$$\frac{\text{minutos}}{\text{número de pintas}} = \frac{15}{1} \quad \frac{30}{2} \text{ ó } \frac{15}{1} \quad \frac{45}{3} \text{ ó } \frac{15}{1}$$

Lucía se demora 15 minutos en recoger 1 pinta de moras.



Ejemplo 2 Hay 12 tarjetas de intercambio en un paquete. Haz una tabla y una gráfica para mostrar el número de tarjetas en 1, 2, 3 y 4 paquetes. ¿Hay una tasa constante? ¿una variación directa?

Números de paquetes	1	2	3	4
Número de tarjetas	12	24	36	48



Como hay un aumento constante de 12 tarjetas, hay una tasa de cambio constante. La ecuación que relaciona las variables es $y = 12x$ en que y es el número de tarjetas y x es el número de paquetes. Ésta es una variación directa. La constante de variación es 12.

Ejercicios

- JABÓN** Wilhema compra 6 barras de jabón por \$12. Al día siguiente, Sophia compra 10 barras del mismo tipo de jabón por \$20. ¿Cuál es el precio de 1 barra de jabón?
- COCINA** Franklin cocina una pechuga de pavo de 3 libras para 6 personas. Si el número de libras de pavo varía directamente con el número de personas, haz una tabla para mostrar el número de libras de pavo para 2, 4 y 8 personas.

5-3**Práctica de destrezas****C****Variación directa**

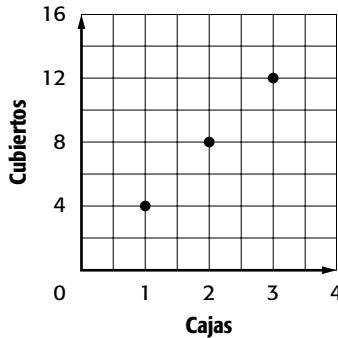
Para los Ejercicios 1 al 3, determina si cada función lineal es una variación directa. De ser así, indica la constante de variación.

1.	Velocidad, x	25	30	35	40
	Distancia, y	100	120	140	160

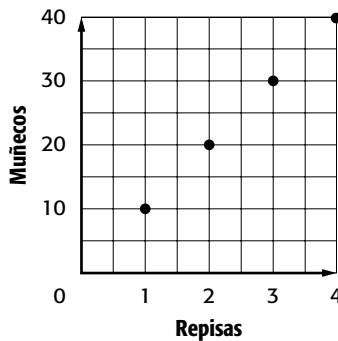
2.	Precio, x	\$5	\$8	\$11	\$14
	Impuesto, y	\$0.50	\$0.80	\$1.10	\$1.40

3.	Segundos, x	15	30	45	60
	Número de abdominales, y	5	10	15	20

- 4. PLATOS** El número de cubiertos varía directamente con el número de cajas. ¿Cuántos cubiertos hay en cada caja?



- 5. MUÑECOS** Kentish ordena los muñecos en unas repisas. El número de muñecos varía directamente con el número de repisas. ¿Cuál es la tasa de cambio?



- 6. ALIMENTO PARA GATOS** Loretta paga \$6.70 por 5 latas de alimento para gatos y \$10.72 por 8 latas de alimento para gatos. ¿Cuánto cuesta 1 lata de alimento para gatos?

- 7. ALMOHADAS** Necesitas 2 yardas de tela para ponerle funda a 3 almohadas y 6 yardas para ponerle funda a 9 almohadas. ¿Cuánta tela necesitas para ponerle funda a 15 almohadas?

- 8. LECTURA** El número de páginas leídas varía directamente con el número de minutos. Si lees 20 páginas en 45 minutos, ¿cuántas páginas lees en 18 minutos?

5-3**E****Reforzamiento****Variación inversa**

Una **variación inversa** es una relación en la cual, al aumentar el valor de x disminuye el valor de y , o bien, al aumentar el valor de y disminuye el valor de x . El producto de x e y es una constante k .

Una función de variación inversa tiene la forma $xy = k$ o $y = \frac{k}{x}$.

Ejemplo **ENTRADAS** Cuando las entradas para el picnic cuestan \$6 cada una, asisten 50 personas. Cuando las entradas bajan a \$4 cada una, asisten 75 personas. Completa una tabla y una gráfica para los precios de \$10, \$5, \$3 y \$2.

Usa la ecuación $y = \frac{k}{x}$ para calcular el valor de k .

$$y = \frac{k}{x}$$

Escribe la ecuación.

$$50 = \frac{k}{6}$$

Reemplaza y con 50 y x con 6.

$$50(6) = \left(\frac{k}{6}\right)(6)$$

Multiplica ambos lados por 6.

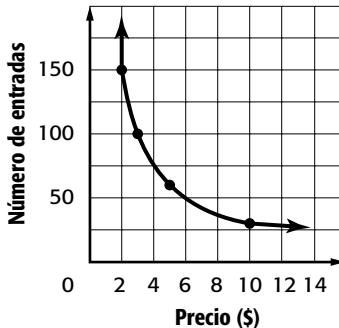
$$300 = k$$

Simplifica.

Usa el valor de k para completar la tabla.

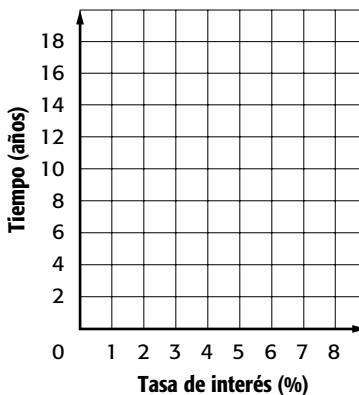
Precio	\$10	\$5	\$3	\$2
Número de entradas	30	60	100	150

La gráfica muestra que ésta es una variación inversa.

**Ejercicios**

Haz una tabla y una gráfica para completar el Ejercicio 1.

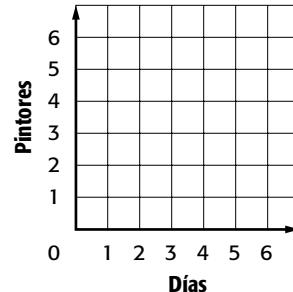
- 1. INVERSIÓN** El tiempo que toma duplicar el balance de una cuenta varía inversamente con la tasa de interés. Si inviertes \$1,000 al 6%, tu dinero tardará 12 años en duplicarse. Calcula el tiempo que tardará en duplicarse tu dinero al 4%.



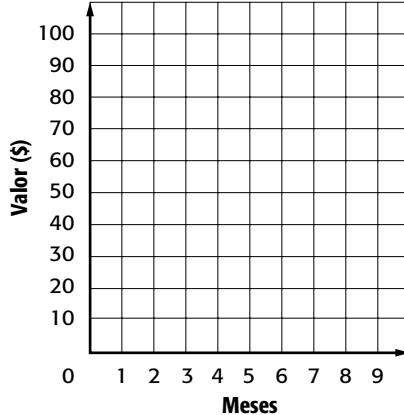
Práctica de destrezas**Variación inversa**

Haz una tabla y una gráfica. Indica si la situación es un ejemplo de variación inversa.

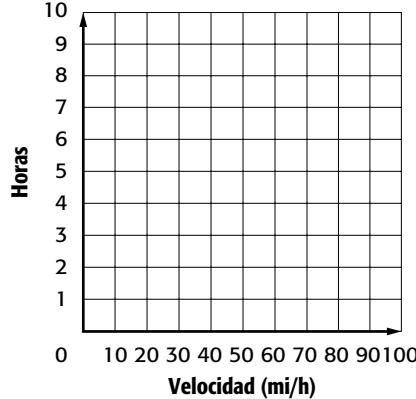
- 1. PINTAR** Si trabajan 4 personas, pueden pintar una casa en 2 días. 3 personas se demoran $2\frac{2}{3}$ días en pintar la misma casa. Todos trabajan a la misma velocidad.



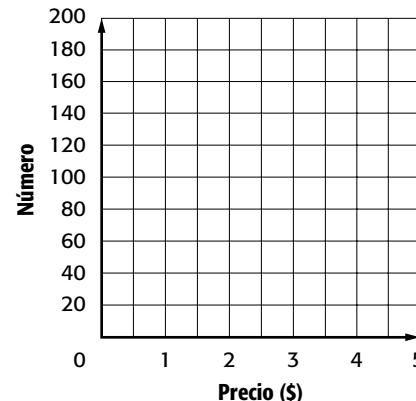
- 2. VALE DE REGALO** Jola recibió un vale de regalo para su cumpleaños. El vale tenía un valor de \$100 cuando lo recibió. Su valor baja \$10 por mes si no se usa.



- 3. MOTO** Si Gil viaja en su moto durante 4 horas a 40 millas por hora, llegará a la casa de su mamá. Si viaja durante $3\frac{1}{3}$ horas a 48 millas por hora, también llegará allá.



- 4. VELAS** La demanda de velas durante el festival de verano varía inversamente al precio. La Sra. Cutcheon puede vender 50 velas a \$4 cada una. ¿Cuántas puede vender si aumenta el precio a \$5 cada una?



6-1**B****Reforzamiento****Porcentaje de un número**

Para calcular el porcentaje de un número, puedes escribir el porcentaje como fracción y luego multiplicar o escribir el porcentaje como decimal y luego multiplicar.

Ejemplo 1 Calcula el 25% de 80.

$$25\% = \frac{25}{100} \text{ ó } \frac{1}{4}$$

Escribe 25% como fracción y simplifica a su mínima expresión.

$$\frac{1}{4} \text{ de } 80 = \frac{1}{4} \times 80 \text{ ó } 20$$

Multiplica.

Por lo tanto, 25% de 80 es 20.

Ejemplo 2 ¿Qué número es el 15% de 200?

$$15\% \text{ de } 200 = 15\% \times 200$$

Escribe una expresión de multiplicación.

$$= 0.15 \times 200$$

Escribe 15% como decimal.

$$= 30$$

Multiplica.

Por lo tanto, 15% de 200 es 30.

Ejercicios**Calcula cada número.**

1. Calcula el 20% de 50.

2. ¿Cuál es el 55% de \$400?

3. ¿El 5% de 1,500 es qué número?

4. Calcula el 190% de 20.

5. ¿Cuál es el 24% de \$500?

6. ¿Cuánto es el 8% de \$300?

7. ¿Cuál es el 12.5% de 60?

8. Calcula el 0.2% de 40.

9. Calcula el 3% de \$800.

10. ¿Cuál es el 0.5% de 180?

11. ¿El 0.25% de 42 es qué número?

12. ¿Cuál es el 0.02% de 280?

Práctica de destrezas**Porcentaje de un número****Calcula cada número.**

1. Calcula el 80% de 80
2. ¿Cuál es el 95% de 600?
3. ¿El 35% de 20 es qué número?
4. Calcula el 60% de \$150.
5. ¿Cuál es el 75% de 240?
6. ¿El 380% de 30 es qué número?
7. Calcula el 40% de 80.
8. ¿Cuál es el 30% de \$320?
9. ¿El 12% de 150 es qué número?
10. Calcula el 58% de 200.
11. ¿Cuál es el 18% de \$450?
12. ¿Cuál es el 70% de 1,760?
13. Calcula el 92% de 120.
14. ¿El 45% de 156 es qué número?
15. ¿Cuál es el 12% de 12?
16. Calcula el 60% de 264.
17. ¿El 37.5% de 16 es qué número?
18. ¿Cuál es el 82.5% de 400?
19. ¿Cuál es el 0.25% de 900?
20. Calcula el 1.5% de 220.

6-1**C****Reforzamiento****Porcentaje y estimación**

Para estimar el porcentaje de un número, puedes usar una fracción o un múltiplo de 10% ó 1%.

Ejemplo 1 Estima el 77% de 800.

77% es aproximadamente 75% ó $\frac{3}{4}$.

$$\begin{aligned} 77\% \text{ de } 800 &\approx \frac{3}{4} \cdot 800 & \text{Usa } \frac{3}{4} \text{ para estimar.} \\ &\approx 600 & \text{Multiplica.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 77% de 800 es aproximadamente 600.

Ejemplo 2 Estima el 137% de 50.

137% es más que 100%, por lo tanto el 137% de 50 es mayor que 50.

137% es aproximadamente 140%.

$$\begin{aligned} 140\% \text{ de } 50 &= (100\% \text{ de } 50) + (40\% \text{ de } 50) & 140\% = 100\% + 40\% \\ &= (1 \cdot 50) + \left(\frac{2}{5} \cdot 50\right) & 100\% = 1 \text{ y } 40\% = \frac{2}{5} \\ &= 50 + 20 \text{ ó } 70 & \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el 137% de 50 es aproximadamente 70.

Ejemplo 3 Estima el 0.5% de 692.

0.5% es la mitad de 1%. 692 es aproximadamente 700.

$$\begin{aligned} 1\% \text{ de } 700 &= 0.01 \cdot 700 & \text{Para multiplicar por } 1\%, \text{ mueve el punto decimal dos lugares hacia la izquierda.} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Un medio de 7 es $\frac{1}{2} \cdot 7$ ó 3.5.

Por lo tanto, el 0.5% de 697 es aproximadamente 3.5.

Ejercicios**Estima.**

1. 24% de 36

2. 81% de 25

3. 11% de 67

4. 150% de 179

5. 67% de 450

6. 79% de 590

7. 0.4% de 200

8. 42% de 61

9. 19% de 41

Práctica de destrezas

Porcentaje y estimación

Estima usando fracciones.

1. 51% de 128 2. 76% de 200

3. 32.9% de 90 4. 23% de 8

5. 19% de 45 6. 81% de 16

Estima usando el 10%.

7. 12% de 98 8. 89% de 300

9. 31% de 80 10. 28% de 49

11. 62% de 13 12. 77% de 28

Estima.

13. 308% de 500 14. 0.5% de 87

15. 153% de 20 16. 0.6% de 41

17. 231% de 54 18. 0.9% de 116

19. 0.26% de 36 20. 425% de 119

6-2**B****Reforzamiento*****La proporción porcentual***

Una proporción para porcentaje compara una parte de una cantidad con la cantidad total en una razón, y expresa el porcentaje como un número sobre 100 en la otra razón.

$$\frac{\text{parte}}{\text{todo}} = \frac{\text{porcentaje}}{100}$$

Ejemplo 1 **¿Qué porcentaje de 24 es 18?**

$$\frac{\text{parte}}{\text{todo}} = \frac{\text{porcentaje}}{100} \quad \text{Proporción para porcentaje}$$

Sea n el porcentaje.

$$\frac{18}{24} = \frac{n}{100} \quad \text{Escribe la proporción.}$$

$$18 \times 100 = 24 \times n \quad \text{Calcula los productos cruzados.}$$

$$1,800 = 24n \quad \text{Simplifica.}$$

$$\frac{1,800}{24} = \frac{24n}{24} \quad \text{Divide cada lado entre 24.}$$

$$75 = n$$

Por lo tanto, 18 es el 75% de 24.

Ejemplo 2 **¿Qué número es el 60% de 150?**

$$\frac{\text{parte}}{\text{todo}} = \frac{\text{porcentaje}}{100} \quad \text{Proporción para porcentaje}$$

Sea a el porcentaje.

$$\frac{a}{150} = \frac{60}{100} \quad \text{Escribe la proporción.}$$

$$a \times 100 = 150 \times 60 \quad \text{Calcula los productos cruzados.}$$

$$100a = 9,000 \quad \text{Simplifica.}$$

$$\frac{100a}{100} = \frac{9,000}{100} \quad \text{Divide cada lado entre 100.}$$

$$a = 90$$

Por lo tanto, 90 es el 60% de 150.

Ejercicios

Calcula cada número. Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. ¿Qué número es el 25% de 20?
2. ¿Qué porcentaje de 50 es 30?
3. ¿30 es el 75% de qué número?
4. ¿El 40% de qué número es 36?
5. ¿Qué número es el 20% de 625?
6. ¿12 es qué porcentaje de 30?

Práctica de destrezas***La proporción porcentual***

Calcula cada número. Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. ¿50 es el 20% de qué número?
2. ¿Qué porcentaje de 20 es 4?
3. ¿Qué número es el 70% de 250?
4. ¿10 es el 5% de qué número?
5. ¿Qué número es el 45% de 180?
6. ¿El 40% de qué número es 82?
7. ¿Qué porcentaje de 90 es 36?
8. ¿60 es el 25% de qué número?
9. ¿Qué número es el 32% de 1,000?
10. ¿Qué porcentaje de 125 es 5?
11. ¿73 es el 20% de qué número?
12. ¿El 57% de 109 es qué número?
13. ¿Qué porcentaje de 185 es 35?
14. ¿25 es qué porcentaje de 365?
15. ¿El 85% de 190 es qué número?
16. ¿12.5 es el 25% de qué número?
17. ¿Qué porcentaje de 128 es 24?
18. ¿El 5.25% de 170 es qué número?
19. ¿Cuál es el 82% de 230?
20. ¿Qué porcentaje de 49 es 7?

6-2**C****Reforzamiento*****La ecuación porcentual***

Para resolver cualquier tipo de problema de porcentajes, puedes usar la **ecuación para porcentaje**, parte = porcentaje • todo, donde el porcentaje está escrito como decimal.

Ejemplo 1 **¿600 es qué porcentaje de 750?**

600 es la parte y 750 es el todo. Sea n el porcentaje.

$$\text{parte} = \underbrace{\text{porcentaje}}_{600} \cdot \underbrace{\text{todo}}_{750}$$

$$600 = n \cdot 750 \quad \text{Escribe la ecuación para porcentaje}$$

$$\frac{600}{750} = \frac{750n}{750} \quad \text{Divide cada lado entre 750.}$$

$$0.8 = n \quad \text{Simplifica.}$$

$$80\% = n \quad \text{Escribe 0.8 como porcentaje.}$$

Por lo tanto, 600 es el 80% de 750.

Ejemplo 2 **¿45 es el 90% de qué número?**

45 es la parte y 90% o 0.9 es el porcentaje. Sea n el todo.

$$\text{parte} = \underbrace{\text{porcentaje}}_{45} \cdot \underbrace{\text{todo}}_{n}$$

$$45 = 0.9 \cdot n \quad \text{Escribe la ecuación para porcentaje.}$$

$$\frac{45}{0.9} = \frac{0.9n}{0.9} \quad \text{Divide cada lado entre 0.9.}$$

$$50 = n \quad \text{Simplifica.}$$

Por lo tanto, 45 es el 90% de 50.

Ejercicios

Escribe una ecuación para cada problema. Despues resuelve.

Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. ¿Qué porcentaje de 56 es 14?

2. ¿36 es qué porcentaje de 40?

3. ¿80 es el 40% de qué número?

4. ¿65% de qué número es 78?

5. ¿Qué porcentaje de 2,000 es 8?

6. ¿Cuál es el 110% de 80?

7. ¿85 es qué porcentaje de 170?

8. Calcula el 30% de 70.

Práctica de destrezas***La ecuación porcentual***

Escribe una ecuación para cada problema. Despues resuelve.
Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. ¿El 25% de 176 es qué número? 2. ¿Cuál es el 90% de 20?

3. ¿24 es qué porcentaje de 30? 4. ¿80% de qué número es 94?

5. ¿Cuál es el 60% de 45? 6. ¿9 es qué porcentaje de 30?

7. ¿Qué porcentaje de 125 es 25? 8. ¿Cuál es el 120% de 20?

9. ¿El 2% de qué número es 5? 10. ¿El 15% de 290 es qué número?

11. ¿16 es qué porcentaje de 4,000? 12. ¿Cuál es el 140% de 60?

13. ¿344.8 es qué porcentaje de 862? 14. ¿6% de qué número es 21?

15. ¿Qué número es el 60% de 605? 16. ¿El 32% de 250 es qué número?

17. Calcula el 30% de 70. 18. ¿Cuál es el 80% de 65?

6-2**D****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Determina respuestas razonables**

Cuando resolvemos problemas, suele ser útil determinar respuestas razonables usando el redondeo y la estimación. Verificar las respuestas con una calculadora siempre es útil para determinar si la respuesta que se encontró es realmente razonable.

Ejemplo **IMUESTO A LAS VENTAS** Hay un 4.8% de impuesto a las ventas en todos los artículos de vestuario. Danielle quiere comprar una camisa que cuesta \$18.95. Ella imagina que si tiene \$20 tendrá suficiente para comprar la camisa. Después de sumar el impuesto sobre la venta, ¿es \$20 una cantidad razonable para que lleve Danielle?

Comprende El precio de la camisa es de \$18.95. El impuesto a las ventas es de 4.8%. Danielle tiene \$20.

Planifica Redondea \$18.95 a \$19.00 y 4.8% a 5%. Luego, usa cálculo mental para calcular el 5% de \$19.00.

Resuelve Redondea \$18.95 a \$19.00

Redondea 4.8% a 5%

$$10\% \text{ de } \$19.00 = 0.1 \times 19 \text{ ó } \$1.90 \quad \text{Usa cálculo mental. } 10\% = 0.1$$

Redondea \$1.90 a \$2.00

5% es $\frac{1}{2}$ de 10%

Por lo tanto, $\frac{1}{2}$ de \$2.00 es \$1.00 $\quad \$1.00$ es el monto de impuesto a las ventas.

$$\$19.00 + \$1.00 = \$20.00 \quad \text{Suma } \$1.00 \text{ a } \$19.00.$$

Por lo tanto, \$20 es una cantidad de dinero razonable que Danielle puede traer para pagar la camisa.

Verifica Usa una calculadora para verificar.

$$0.048 \times 18.95 = 0.9096$$

Como 0.9096 está cerca de 1, la respuesta es razonable.

Ejercicios

- 1. PROPINA** La cuenta total en un restaurante para una familia de 5 es \$64.72. Quieren dejar un 20% de propina. Deciden dejar \$10.00. ¿Es razonable esta estimación? Explica tu razonamiento.

- 2. TELEVISIÓN** Una encuesta reciente muestra que el 67% de los estudiantes ve 3 o más horas de televisión en la noche. Imagina que hay 892 estudiantes en tu escuela. ¿Cuál sería una estimación razonable para el número de estudiantes de tu escuela que ve 3 o más horas de televisión en la noche? Explica tu razonamiento.

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Determina respuestas razonables

Determina una respuesta razonable para cada problema.

- 1. DINERO** Gillian y Roger almuerzan en un restaurante y Gillian debe determinar cuánta propina dejar basándose en la cuenta. Si la cuenta es de \$21.87 y Gillian quiere dejar un 15% de propina, ¿cuál es una estimación razonable de cuánto debe dejar?

- 2. DEPORTES** De los 82,000 aficionados que asisten a un partido de tazón entre el Estado de Ohio y Notre Dame, el 60% son aficionados del Estado de Ohio. ¿Aproximadamente cuántos aficionados de Notre Dame hay en el estadio?

- 3. HELADO** Una encuesta a 1,950 personas determina que el 39% prefiere el helado de chocolate al de vainilla. ¿Aproximadamente cuántas personas prefieren el helado de chocolate de acuerdo a la encuesta?

- 4. TIERRA** El área de la superficie de la Tierra es aproximadamente 70% agua. Si el área de la superficie mide aproximadamente 510,000,000 kilómetros cuadrados, ¿aproximadamente cuántos kilómetros cuadrados son agua?

- 5. UNIVERSIDAD** De 7,450 estudiantes universitarios de primer año entrevistados, el 72% cambió de especialidad desde que comenzó el año académico. ¿Aproximadamente cuántos estudiantes han mantenido la misma especialidad?

- 6. DINERO** Mientras compra, Hilary gasta \$149. Si la cantidad que gasta es el 20% de sus ahorros, ¿cuántos ahorros tenía antes de comprar?

6-3**B****Reforzamiento****Porcentaje de cambio**

Un **porcentaje de cambio** es una razón que compara el cambio en cantidad respecto a la cantidad original. Si la cantidad original aumenta, es un **porcentaje de aumento**. Si la cantidad original disminuye, es un **porcentaje de disminución**.

Ejemplo 1 **El año pasado, 2,376 personas asistieron al rodeo. Este año, la asistencia fue de 2,950. Al porcentaje entero más cercano, ¿cuál fue el porcentaje de cambio en la asistencia?**

Como este año la asistencia es mayor que la del año pasado, éste es un porcentaje de aumento.

La cantidad de cambio es $2,950 - 2,376$ ó 574.

$$\begin{aligned}\text{porcentaje de cambio} &= \frac{\text{cantidad de cambio}}{\text{cantidad original}} \\ &= \frac{574}{2,376} && \text{Sustitución} \\ &\approx 0.24 \text{ ó } 24\% && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

El porcentaje de cambio es aproximadamente de un 24%.

Ejemplo 2 **La calificación de Che en su primer examen de matemáticas es de 94. Su calificación en el segundo examen de matemáticas es de 86. Al porcentaje entero más cercano, ¿cuál es el porcentaje de cambio en la calificación de Che?**

Como la segunda calificación es menor que la primera, éste es un porcentaje de disminución. La cantidad de cambio es $86 - 94$ ó -8 .

$$\begin{aligned}\text{porcentaje de cambio} &= \frac{\text{cantidad de cambio}}{\text{cantidad original}} \\ &= -\frac{8}{94} && \text{Sustitución} \\ &\approx -0.09 \text{ ó } -9\% && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

El porcentaje de cambio es -9% .

Ejercicios

Calcula cada porcentaje de cambio. Redondea al porcentaje entero más cercano si es necesario. Indica si el porcentaje de cambio es un *aumento* o una *disminución*.

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1. original: 4
nueva: 5 | 2. original: 1.0
nueva: 1.3 | 3. original: 15
nueva: 12 | 4. original: \$30
nueva: \$18 |
| 5. original: 60
nueva: 63 | 6. original: 160
nueva: 136 | 7. original: 7.7
nueva: 10.5 | 8. original: 9.6
nueva: 5.9 |

Práctica de destrezas**Porcentaje de cambio**

Calcula cada porcentaje de Cambio. Redondea al porcentaje entero más cercano si es necesario. Indica si el porcentaje de cambio es un aumento o una disminución.

- | | | |
|--|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. original: 35
nueva: 70 | 2. original: 8
nueva: 12 | 3. original: 45
nueva: 30 |
| 4. original: \$350
nueva: \$400 | 5. original: \$75
nueva: \$60 | 6. original: 250
nueva: 100 |
| 7. original: \$30
nueva: \$110 | 8. original: 35
nueva: 28 | 9. original: \$12.50
nueva: \$15 |
| 10. original: 80
nueva: 52 | 11. original: 45
nueva: 63 | 12. original: 120
nueva: 132 |
| 13. original: \$210
nueva: \$105 | 14. original: 84
nueva: 111 | 15. original: \$84
nueva: \$100 |
| 16. original: 6.8
nueva: 8.2 | 17. original: 1.5
nueva: 2.5 | 18. original: 91
nueva: 77 |
| 19. original: \$465.50
nueva: \$350 | 20. original: \$87.05
nueva: \$100 | 21. original: 144
nueva: 108 |
| 22. original: 20.8
nueva: 12.2 | 23. original: \$75
nueva: \$15 | 24. original: 8.6
nueva: 7 |

6-3**C****Reforzamiento*****Impuesto sobre las ventas y propinas***

El impuesto sobre las ventas es un porcentaje del precio de compra y es una cantidad adicional que se paga sobre el precio de compra.

La propina es una pequeña cantidad de dinero a cambio de un servicio.

Ejemplo 1 **FÚTBOL** Calcula el precio total de una pelota de fútbol si el impuesto a las ventas es de 6%.

Método 1

Primero, calcula el impuesto sobre las ventas. 6% de \$17.75 = $0.06 \cdot 17.75$

$$\approx 1.07$$

El impuesto sobre las ventas es de \$1.07.

Luego, suma el impuesto a las ventas al precio normal.

$$1.07 + 17.75 = 18.82$$

El precio total de la pelota de fútbol es de \$18.82.

Método 2

$100\% + 6\% = 106\%$ Suma el porcentaje del impuesto a 100%.

El precio total es el 106% del precio regular.

$$106\% \text{ de } \$17.75 = 1.06 \cdot 17.75$$

$$\approx 18.82$$

Ejemplo 2 **COMIDA** Un cliente de un restaurante quiere dejar un 15% de propina por una cuenta de \$18.50.

Método 1 Suma la propina al precio regular.

Primero, calcula la propina.

$$15\% \text{ de } \$18.50 = 0.15 \cdot 18.50$$

$$= 2.78$$

Después, suma la propina a la cuenta total.

$$\$18.50 + \$2.78 = \$21.28$$

El precio total de la cuenta es de \$21.28.

Método 2 Suma el porcentaje de la propina al 100%.

$100\% + 15\% = 115\%$ Suma el porcentaje de la propina al 100%.

El precio total es el 115% de la cuenta.

$$115\% \text{ de } \$18.50 = 1.15 \cdot 18.50$$

$$= 21.28$$

Ejercicios**Calcula el precio total al centavo más cercano.**

1. \$22.95 camisa, 6% de impuesto
2. \$24 almuerzo, 15% de propina
3. \$10.85 libro, 4% de impuesto
4. \$97.55 desayuno de negocios, 18% de propina
5. \$59.99 colección de DVD, 6,5% de impuesto
6. \$37.65 cena, 15% de propina

Práctica de destrezas***Impuesto sobre las ventas y propinas***

Calcula el precio total al centavo más cercano.

1. \$49.95 reproductor de CD;
5% de impuesto
2. \$69 zapatos; 6% de impuesto
3. \$37 cena; 15% de propina
4. \$2.99 calcetines; 5.5% de impuesto
5. \$115 abrigo; 7% de impuesto
6. \$15 almuerzo; 20% de propina
7. \$299 reproductor de DVD;
7% de impuesto
8. \$43 camisa; 6% de impuesto
9. \$16 corte de cabello; 15% de propina
10. \$8.75 desayuno; 15% de propina
11. \$47 corbata; 4.5% de impuesto
12. . \$40.80 cena; 17% de propina
13. \$52 almuerzo; 20% de propina
14. \$18.99 disco compacto; 6% de impuesto
15. \$22 corte de cabello; 20% de propina
16. \$128 cena de buffet; 18% de propina

6-3**D****Reforzamiento****Descuento**

El **descuento** es la cantidad que se le reduce al precio normal de un artículo. El precio de venta es el precio normal menos el descuento.

Ejemplo

TENIS Calcula el precio de una raqueta de tenis de \$69.50 que está en oferta con un 20% de descuento.

Método 1: Resta el descuento al precio normal.

Primero, calcula la cantidad del descuento.

$$\begin{array}{ll} 20\% \text{ de } \$69.50 = 0.2 \cdot \$69.50 & \text{Escribe } 20\% \text{ como decimal.} \\ & \\ & = \$13.90 \qquad \qquad \qquad \text{El descuento es de } \$13.90. \end{array}$$

Después, resta el descuento al precio normal.

$$\$69.50 - \$13.90 = \$55.60.$$

Método 2: Resta el porcentaje de descuento al 100%.

$$100\% - 20\% = 80\% \qquad \qquad \qquad \text{Resta el descuento a } 100\%.$$

El precio de venta es 80% del precio normal.

$$\begin{array}{l} 80\% \text{ de } \$69.50 = 0.80 \cdot 69.50 \\ = 55.60 \end{array}$$

El precio de venta de la raqueta de tenis es de \$55.60.

Ejercicios**Calcula el precio de venta al centavo más cercano.**

1. \$32.45 camisa; 15% de descuento
2. \$128.79 reloj; 30% de descuento

3. \$40.00 jeans; 20% de descuento
4. \$74.00 sudadera; 25% de descuento

5. \$28.00 pelota de básquetbol;
50% de descuento
6. \$98.00 tienda; 40% de descuento

Práctica de destrezas

Descuento

Calcula el precio de venta al centavo más cercano.

1. \$89.95 reproductor de DVD;
5% de descuento
2. \$75 camisa de vestir; 20% de descuento
3. \$14 calcetines; 15% de descuento
4. \$2.99 juguete; 30% de descuento
5. \$140 abrigo; 10% de descuento
6. \$65 pantalones de vestir; 20% de descuento
7. \$325 tienda; 15% de descuento
8. \$80 botas; 25% de descuento
9. \$45.50 libro; 30% de descuento
10. \$52 corbata; 50% de descuento
11. \$35 pelota de voleibol;
20% de descuento
12. \$490 cocina; 15% de descuento
13. \$299 bicicleta; 10% de descuento
14. \$32 pantalón corto; 50% de descuento
15. \$5 caja de cereal; 40% de descuento
16. \$45 estante; 35% de descuento

6-3**E****Reforzamiento*****Educación financiera: Interés simple***

El **interés simple** es la cantidad de dinero que se paga o se gana por usar el dinero. Para calcular el interés simple I , usa la fórmula $I = cTt$. El capital c es la cantidad de dinero depositada o invertida. La tasa T es la tasa de interés anual escrita como decimal. El tiempo t es la cantidad de tiempo en años que se invierte el dinero.

Ejemplo 1 **Calcula el interés simple que gana una cuenta de ahorros donde se depositaron \$136 por 2 años si la tasa de interés es del 7.5% anual.**

$$I = cTt$$

Fórmula para el interés simple

$$I = 136 \cdot 0.075 \cdot 2$$

Reemplaza c con \$136, T por 0.075 y t con 2.

$$I = 20.40$$

Simplifica.

El interés simple ganado es de \$20.40.

Ejemplo 2 **Calcula el interés simple para \$600 invertidos a 8.5% por 6 meses.**

$$6 \text{ meses} = \frac{6}{12} \text{ ó } 0.5 \text{ año}$$

Escribe el tiempo en años.

$$I = cTt$$

Fórmula para el interés simple

$$I = 600 \cdot 0.085 \cdot 0.5$$

$$c = \$600, T = 0.085, t = 0.5$$

$$I = 25.50$$

Simplifica.

El interés simple es de \$25.50.

Ejercicios

Calcula al centavo más cercano el interés simple ganado para cada capital, tasa de interés y tiempo.

1. \$300, 5%, 2 años

2. \$650, 8%, 3 años

3. \$575, 4.5%, 4 años

4. \$735, 7%, $2\frac{1}{2}$ años

5. \$1,665, 6.75%, 3 años

6. \$2,105, 11%, $1\frac{3}{4}$ años

7. \$903, 8.75%, 18 meses

8. \$4,275, 19%, 3 meses

Práctica de destrezas***Educación financiera: Interés simple***

Calcula al centavo más cercano el interés simple ganado para cada capital, tasa de interés y tiempo.

1. \$500, 4%, 2 años
2. \$350, 6.2%, 3 años
3. \$740, 3.25%, 2 años
4. \$725, 4.3%, $2\frac{1}{2}$ años
5. \$955, 6.75%, $3\frac{1}{4}$ años
6. \$1,540, 8.25%, 2 años
7. \$3,500, 4.2%, $1\frac{3}{4}$ años
8. \$568, 16%, 8 meses

Calcula al centavo más cercano el interés simple pagado para cada préstamo, tasa de interés y tiempo.

9. \$800, 9%, 4 años
10. \$280, 5.5%, 4 años
11. \$1,150, 7.6%, 5 años
12. \$266, 5.2%, 3 años
13. \$450, 22%, 1 año
14. \$2,180, 7.7%, $2\frac{1}{2}$ años
15. \$2,650, 3.65%, $4\frac{1}{2}$ años
16. \$1,245, 5.4%, 6 meses

7-1**B****Reforzamiento****Gráficas circulares**

Una gráfica que representa datos como partes de un círculo completo se denomina **gráfica circular**. En una gráfica circular, los porcentajes suman 100. Cuando no se entregan los porcentajes, primero debes determinar qué parte del todo representa cada elemento.

Ejemplo**ENERGÍA Haz una gráfica circular de los datos de la tabla.****Paso 1** Calcula el número total de reactores:

$$104 + 59 + 54 + 222 = 439.$$

Paso 2 Calcula la razón que compara cada número con el total. Escribe la razón como decimal redondeado a la centésima más cercana.

Estados Unidos: $\frac{104}{439} \approx 0.24$

Japón: $\frac{54}{439} \approx 0.12$

Francia: $\frac{59}{439} \approx 0.13$

Otros: $\frac{222}{439} \approx 0.51$

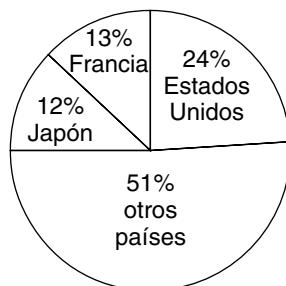
Paso 3 Calcula el número de grados para cada sección de la gráfica.

Estados Unidos: $0.24 \cdot 360^\circ \approx 86^\circ$ Japón: $0.12 \cdot 360^\circ \approx 43^\circ$

Francia: $0.13 \cdot 360^\circ \approx 47^\circ$ Otros: $0.51 \cdot 360^\circ \approx 184^\circ$

Paso 4 Usa un compás para construir un círculo y dibujar un radio. Luego, usa un transportador para dibujar un ángulo de 86° . Esto representa el porcentaje de reactores nucleares que hay en Estados Unidos.**Paso 5** A partir del nuevo radio, dibuja un ángulo de 47° para Francia. Repite este paso para las otras dos secciones. Rotula cada sección y pon un título a la gráfica.**Reactores nucleares en funcionamiento**

País	Número de reactores
Estados Unidos	104
Francia	59
Japón	54
Otros países	222

Reactores nucleares en funcionamiento, 2008**Ejercicio**

- 1. NATACIÓN** En la tabla se muestra el número de miembros de un equipo de natación que competirá en un encuentro de natación. Cada miembro competirá en un solo evento. Haz una gráfica circular de los datos.

Participación de los miembros del equipo de natación

Evento	Número
Estilo libre	18
Nado de pecho	7
Nado de espalda	5
Mariposa	2

Práctica de destrezas

Gráficas circulares

Para cada tabla, calcula el número de grados de cada sección de una gráfica circular. Luego, haz una gráfica circular de los datos.

1. Consumo de energía en Estados Unidos

Categoría	Porcentaje
Comercial e industrial	52%
Residencial	20%
Transporte	27%
Otro	1%

2. Confianza de los estudiantes en sus familiares

Familia	Porcentaje
Mamá	52%
Papá	17%
Hermano/hermana	16%
Abuelos/otro	15%

3. Instrumentos que tocan los miembros de una banda

Instrumento	Número
Flauta	16
Saxofón	9
Trombón	5
Trompeta	20

4. Costas de Estados Unidos

Costa	Longitud (mi)
Atlántica	2,100
Pacífico	7,600
del Golfo	1,600
Ártica	1,100

7-1**C**

Reforzamiento

Histogramas

Los datos de una tabla de frecuencias se pueden representar en forma de histograma. Un **histograma** es un tipo de gráfica de barras utilizada para representar datos numéricos organizados a intervalos iguales. Para hacer un histograma de una tabla de frecuencias, sigue estos pasos:

Paso 1 Dibuja y rotula un eje horizontal y otro vertical. Incluye un título.

Paso 2 Muestra los intervalos de la tabla de frecuencias en el eje horizontal.

Paso 3 Para cada intervalo del eje horizontal, dibuja una barra cuya altura está dada por las frecuencias.

Ejemplo

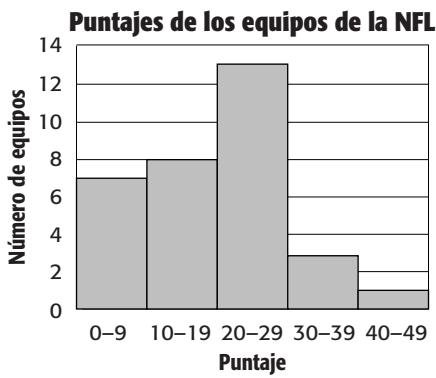
FÚTBOL AMERICANO La tabla de frecuencias de la derecha muestra el puntaje de todos los equipos de la NFL en el primer partido de una temporada reciente. Haz un histograma para representar los datos.

Puntajes de los equipos de la NFL		
Puntaje	Conteo	Frecuencia
0–9		7
10–19		8
20–29		13
30–39		3
40–49		1

Se hizo el histograma siguiendo los pasos indicados arriba. El eje horizontal se rotula “Puntaje”, el eje vertical se rotula “Número de equipos” y el histograma se titula “Puntajes de los equipos de la NFL”. Los intervalos se muestran en el eje horizontal y las frecuencias, en el eje vertical. Se dibuja una barra en cada intervalo para representar las frecuencias.

Ejercicios

IMPUESTOS La tabla de frecuencias muestra el impuesto sobre la gasolina en los 50 estados. Haz un histograma para representar el conjunto de datos.

**Impuesto de la gasolina en cada estado**

Impuesto (centavos/gal)	Conteo	Frecuencia
8.1–12		2
12.1–16		5
16.1–20		22
20.1–24		12
24.1–28		6
28.1–32		3

Práctica de destrezas

Histogramas

- 1. BÁSQUETBOL** La tabla de frecuencias de la derecha muestra el promedio de puntos por juego de todos los equipos de la NBA durante una temporada reciente. Haz un histograma que represente el conjunto de datos.

Promedio de puntos por juego de los equipos de la NBA: temporada regular reciente		
Puntos	Conteo	Frecuencia
87–90.9		1
91–94.9		9
95–98.9		11
99–102.9		7
103–106.9		1
107–110.9		1

- 2. GOLF** La tabla de frecuencias de la derecha muestra el puntaje del ganador del torneo de golf *Masters* durante los años 1970 a 2006. Haz un histograma que represente el conjunto de datos.

Puntaje del ganador del <i>Masters</i> entre 1970 y 2006		
Puntaje	Conteo	Frecuencia
266–270		1
271–275		5
276–280		22
281–285		8
286–290		1

- 3. LLUVIA** La tabla de frecuencias de la derecha muestra el promedio anual de precipitaciones en los 50 estados. Haz un histograma que represente el conjunto de datos.

Promedio anual de precipitaciones en los 50 estados		
Precipitación (pulg)	Conteo	Frecuencia
0–11.9		4
12–23.9		9
24–35.9		8
36–47.9		22
48–59.9		4
60–71.9		3

7-1**E****Reforzamiento****Diagramas de tallo y hojas**

<p>Diagrama de tallo y hojas</p> <p>Palabras Una forma de organizar y representar datos consiste en usar un diagrama de tallo y hojas. En un diagrama de tallo y hojas, los datos numéricos se presentan en orden ascendente o descendente.</p> <p>Modelo</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-left: 20px;"> El valor de posición mayor de los datos se usa para los tallos. </div>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Tallo</th><th>Hojas</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>0 1 1 2 3 5 5 6</td></tr> <tr> <td>3</td><td>1 2 2 3 7 9</td></tr> <tr> <td>4</td><td>0 3 4 8 8</td></tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;">$3 \mid 7 = 37$</td></tr> </tbody> </table> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> El siguiente valor de posición mayor forma las hojas. </div>	Tallo	Hojas	2	0 1 1 2 3 5 5 6	3	1 2 2 3 7 9	4	0 3 4 8 8	$3 \mid 7 = 37$	
Tallo	Hojas										
2	0 1 1 2 3 5 5 6										
3	1 2 2 3 7 9										
4	0 3 4 8 8										
$3 \mid 7 = 37$											

Ejemplo **ZOOLÓGICOS** Representa los datos que aparecen a la derecha en un diagrama de tallo y hojas.

Paso 1 Los números menor y mayor son 55 y 95. El dígito de valor de posición mayor de cada número está en las decenas. Traza una línea vertical y escribe los tallos del 5 al 9 a la izquierda de la línea.

Paso 2 Escribe las hojas a la derecha de la línea, con el tallo correspondiente. Por ejemplo, para 85, escribe 5 a la derecha de 8.

Paso 3 Vuelve a ordenar las hojas de modo que aparezcan de menor a mayor. Luego, incluye una clave o una explicación.

Tallo	Hojas
5	8 5
6	4
7	5
8	5 0 0
9	5 0 2

Tallo	Hojas
5	5 8
6	4
7	5
8	0 0 5
9	0 2 5
$8 \mid 5 = 85 \text{ acres}$	

Tamaños de zoológicos de EE. UU.

Zoológico	Tamaño (acres)
Audubon (Nueva Orleans)	58
Cincinnati	85
Dallas	95
Denver	80
Houston	55
Los Ángeles	80
Oregón	64
San Luis	90
San Francisco	75
Woodland Park (Seattle)	92

Ejercicios

Representa cada conjunto de datos en un diagrama de tallo y hojas.

1. {27, 35, 39, 27, 24, 33, 18, 19}

2. {94, 83, 88, 77, 95, 99, 88, 87}

3. **MONTAÑAS RUSAS** Usa el diagrama de tallo y hojas que se muestra.

a. ¿Cuál es la velocidad de la montaña rusa más rápida? ¿Y de la más lenta?

b. ¿Cuál es la mediana de las velocidades?

Las montañas rusas más rápidas

Tallo	Hojas
8	3 5
9	2 5
10	0

$8 \mid 3 = 83 \text{ mph}$

Práctica de destrezas**Diagramas de tallo y hojas**

Representa cada conjunto de datos en un diagrama de tallo y hojas.

1. $\{7, 2, 3, 11, 20, 21, 17, 15, 15, 14\}$

2. $\{8, 2, 14, 27, 7, 2, 16, 13, 29, 16\}$

3.

Puntajes ganadores en partidos de fútbol americano universitario, 2007

Partido y escuela ganadora	Puntos anotados
Tazón del Álamo, Texas	26
Tazón del Algodón, Auburn	17
Tazón Esmeralda, Estado de Florida	44
Tazón Fiesta, Estado Boise	43
Tazón Gator, Virginia Occidental	38
Tazón Holiday, California	45
Tazón de la Libertad, Carolina del Sur	44
Tazón Orange, Louisville	24
Tazón Outback, Estado de Pennsylvania	20
Tazón del Sol, Estado de Oregón	39
Tazón de las Rosas, USC	32
Tazón del Azúcar, LSU	41

4. Usa la información del diagrama de tallo y hojas que aparece a continuación.

Millas diarias que recorre Debra en bicicleta

Tallo	Hojas
0	8 9
1	2 4 4 5 7
2	3 6 8 9
3	0 1 3

Clave: $3 | 0 = 30$

- ¿Cuál es el mayor número de millas que recorre Debra en bicicleta durante un día?
- ¿Cuál es el rango del número de millas que recorre Debra en bicicleta durante un día?
- Calcula la mediana de los datos.

7-2**A****Reforzamiento****Probabilidad**

La **probabilidad** de un evento simple es la razón que compara el número de resultados favorables con el número de resultados posibles. Los resultados ocurren de manera **aleatoria** si cada resultado ocurre al azar.

Dos eventos que son los únicos posibles que pueden ocurrir se llaman **eventos complementarios**. La suma de las probabilidades de eventos complementarios es 1.

Ejemplo 1 **¿Cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 en un dado que tiene sus caras marcadas con 1, 2, 3, 4, 5 y 6?**

$$\begin{aligned} P(\text{múltiplo de } 3) &= \frac{\text{múltiplos de } 3 \text{ posibles}}{\text{total de números posibles}} \\ &= \frac{2}{6} \quad \text{Dos números son múltiplos de } 3: 3 \text{ y } 6. \\ &= \frac{1}{3} \quad \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

La probabilidad de obtener un múltiplo de 3 es $\frac{1}{3}$ ó aproximadamente 33.3%.

Ejemplo 2 **¿Cuál es la probabilidad de *no* obtener un múltiplo de 3 en un dado que tiene sus caras marcadas con 1, 2, 3, 4, 5 y 6?**

$$\begin{aligned} P(A) + P(\text{no } A) &= 1 \\ \frac{1}{3} + P(\text{no } A) &= 1 \quad \text{Reemplaza } P(A) \text{ por } \frac{1}{3}. \\ -\frac{1}{3} &\quad -\frac{1}{3} \quad \text{Resta } \frac{1}{3} \text{ a cada lado.} \\ P(\text{no } A) &= \frac{2}{3} \quad \text{Simplifica.} \end{aligned}$$

La probabilidad de *no* obtener un múltiplo de 3 es $\frac{2}{3}$ ó aproximadamente 66.7%.

Ejercicios

Un conjunto de 30 cartas está numerado 1, 2, 3, ..., 30. Imagina que sacas una carta al azar sin mirar. Calcula la probabilidad de cada evento. Escríbelo como fracción en forma simplificada.

1. $P(12)$

2. $P(2 \text{ ó } 3)$

3. $P(\text{número impar})$

4. $P(\text{un múltiplo de } 5)$

5. $P(\text{no múltiplo de } 5)$

6. $P(\text{menor o igual a } 10)$

7-2**A****Práctica de destrezas****Probabilidad**

Un conjunto de 12 cartas está numerado 1, 2, 3, ..., 12. Imagina que sacas una carta al azar sin mirar. Calcula la probabilidad de cada evento. Escríbela como fracción en forma simplificada.

1. $P(5)$

2. $P(6 \text{ u } 8)$

3. $P(\text{un múltiplo de } 3)$

4. $P(\text{un número par})$

5. $P(\text{un múltiplo de } 4)$

6. $P(\text{menor o igual a } 8)$

7. $P(\text{un factor de } 12)$

8. $P(\text{no múltiplo de } 4)$

9. $P(1, 3, \text{ u } 11)$

10. $P(\text{un múltiplo de } 5)$

Los estudiantes de la escuela secundaria de Job fueron encuestados para determinar sus alimentos favoritos. En la tabla de la derecha se muestran los resultados. Imagina que los estudiantes se seleccionaron al azar y que se les preguntó cuál era su alimento favorito. Calcula la probabilidad de cada evento. Escríbela como fracción en forma simplificada.

Alimento favorito	Respuestas
Pizza	19
Bistec	8
Pastas chinas	5
Mariscos	4
Espagueti	3
Cereal	1

11. $P(\text{bistec})$

12. $P(\text{espagueti})$

13. $P(\text{cereal o mariscos})$

14. $P(\text{no pastas chinas})$

15. $P(\text{pizza})$

16. $P(\text{cereal o bistec})$

17. $P(\text{no bistec})$

18. $P(\text{no cereal o mariscos})$

19. $P(\text{pollo})$

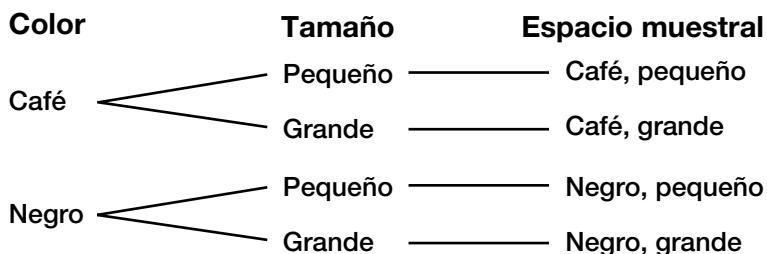
20. $P(\text{pastas chinas o espagueti})$

7-2**B****Reforzamiento****Espacios muestrales**

Un **diagrama de árbol** o tabla se usa para mostrar todos los resultados posibles, o el **espacio muestral**, de un experimento de probabilidad.

Ejemplo 1 **RELOJES** Certo tipo de reloj viene en color café o negro y en tamaño pequeño o grande. Calcula el número de combinaciones posibles de color y tamaño.

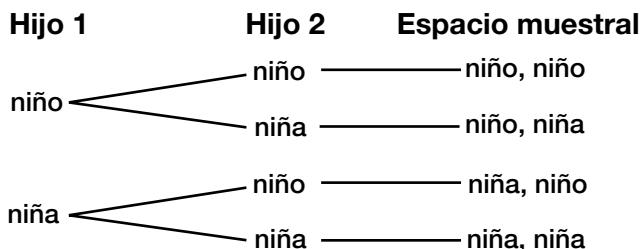
Haz un diagrama de árbol para mostrar el espacio muestral. Luego, indica el número total de resultados.



Hay cuatro combinaciones diferentes de color y tamaño.

Ejemplo 2 **NIÑOS** La posibilidad de tener un niño o una niña es de 50%. ¿Cuál es la probabilidad de que los Smith tengan dos niñas?

Haz un diagrama de árbol para mostrar el espacio muestral. Luego, calcula la probabilidad de tener dos niñas.



El espacio muestral contiene 4 resultados posibles. Sólo 1 resultado tiene dos niñas. Por lo tanto, la probabilidad de tener dos niñas es de $\frac{1}{4}$.

Ejercicios

En cada situación, haz un diagrama de árbol para mostrar el espacio muestral. Luego, indica el número total de resultados.

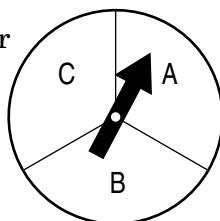
1. Elegir un tenida con una camisa verde, una camisa azul o una camisa roja y pantalones negros o pantalones azules
2. Elegir una vocal de la palabra MUESTRAS y una consonante de la palabra PRIMO

7-2**B****Práctica de destrezas****Espacios muestrales**

El girador de la derecha se hizo girar dos veces.

1. Haz un diagrama de árbol para representar la situación.

2. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos una A?



En cada situación, haz un diagrama de árbol para mostrar el espacio muestral. Luego, indica el número total de resultados.

3. Elegir una hamburguesa o un hot dog y ensalada de papas o ensalada de fideos

4. Elegir una vocal de la palabra COMPUTADORA y una consonante de la palabra LIBRO

5. Elegir entre los números 1, 2 ó 3 y entre los colores azul, rojo o verde

7-2**C****Reforzamiento****Cuenta resultados**

Si el evento M puede ocurrir de m maneras y es seguido del evento N que puede ocurrir de n maneras, entonces el evento M seguido de N puede ocurrir de $m \times n$ maneras. Esto se llama **Principio fundamental de conteo**.

Ejemplo

ROPA Andy tiene 5 camisas, 3 pares de pantalones y 6 pares de calcetines. ¿Cuántas tenidas diferentes puede elegir Andy con una camisa, un par de pantalones y un par de calcetines?

$$\begin{array}{ccccccc} \text{número de camisas} & & \text{número de pantalones} & & \text{número de calcetines} & & \text{número total de tenidas} \\ \underbrace{5}_{\cdot} & & \underbrace{3}_{\cdot} & & \underbrace{6}_{\cdot} & = & 90 \end{array}$$

Andy puede elegir 90 tenidas diferentes.

Ejercicios

Usa el Principio fundamental de conteo para calcular el número total de resultados en cada situación.

1. lanzar dos dados
2. lanzar 3 monedas
3. sacar una consonante y una vocal
4. elegir una de 3 velocidades de procesador, 2 tamaños de memoria y 4 tamaños de disco duro
5. elegir un motor de 4, 6 u 8 cilindros y tracción en 2 ó 4 ruedas
6. lanzar 2 dados y lanzar 2 monedas
7. elegir un color entre 4 colores y un número entero del 4 al 10

Práctica de destrezas

Cuenta resultados

Usa el Principio fundamental de conteo para calcular el número total de resultados en cada situación.

1. lanzar dos dados y lanzar una moneda
2. elegir césped inglés o césped de Bermuda y 3 mezclas diferentes de fertilizante
3. hacer un emparedado de jamón, pavo o carne asada; queso suizo o provolone; y mostaza o mayonesa
4. lanzar 4 monedas
5. elegir entre 3 tamaños de agua destilada, filtrada o mineral
6. elegir entre 3 sabores de jugo y 3 tamaños
7. elegir entre 35 sabores de helado; una, dos o tres bolas; y cono de azúcar o de *waffle*
8. elegir un día de la semana y una fecha del mes de abril
9. lanzar 3 dados y lanzar 2 monedas
10. elegir una contraseña de 4 letras con sólo vocales
11. elegir una bicicleta con o sin parachoques; con o sin luces; y 5 colores a elección
12. una placa que tenga 3 números del 0 al 9 y 2 letras

7-2**E****Reforzamiento****Eventos independientes y dependientes**

La probabilidad de dos eventos independientes se puede calcular al multiplicar la probabilidad del primer evento por la probabilidad del segundo evento.

Ejemplo 1 Se lanzan dos dados, uno rojo y uno azul. ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado del dado rojo sea par y el resultado del dado azul sea un 5?

$$P(\text{dado rojo es par}) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{dado azul es un } 5) = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{dado rojo es par y dado azul es un } 5) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \text{ ó } \frac{1}{12}$$

La probabilidad de que los dos eventos ocurran es de $\frac{1}{12}$.

Si dos eventos, A y B , son dependientes, entonces la probabilidad de que ambos eventos ocurran es el producto de la probabilidad de A y la probabilidad de B después de que ocurra A .

Ejemplo 2 En un cajón hay 6 calcetines negros y 4 calcetines blancos. Si se saca un calcetín sin mirar y luego se saca un segundo calcetín, ¿cuál es la probabilidad de que los dos sean negros?

$$P(\text{primer calcetín es negro}) = \frac{6}{10} \text{ ó } \frac{3}{5} \quad \begin{matrix} 6 \text{ es el número de calcetines negros; } \\ 10 \text{ es el número total de calcetines.} \end{matrix}$$

$$P(\text{segundo calcetín es negro}) = \frac{5}{9} \quad \begin{matrix} 5 \text{ es el número de calcetines negros después de sacar un calcetín negro;} \\ 9 \text{ es el número total de calcetines después de sacar un calcetín negro.} \end{matrix}$$

$$P(\text{dos calcetines negros}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} \text{ ó } \frac{1}{3}$$

La probabilidad de elegir dos calcetines negros es de $\frac{1}{3}$.

Ejercicios

Se saca una carta de un mazo de 10 cartas numeradas del 1 al 10 y se lanza un dado. Calcula cada probabilidad.

1. $P(10 \text{ y } 3)$

2. $P(\text{dos números pares})$

3. $P(\text{dos números primos})$

4. $P(9 \text{ y un número impar})$

5. $P(\text{dos números menores que } 4)$

6. $P(\text{dos números mayores que } 5)$

En un frasco hay 4 lapices rojos, 6 verdes y 5 amarillos. Una vez que se selecciona un lápiz, no se reemplaza. Calcula cada probabilidad.

7. $P(\text{rojo y luego amarillo})$

8. $P(\text{dos verdes})$

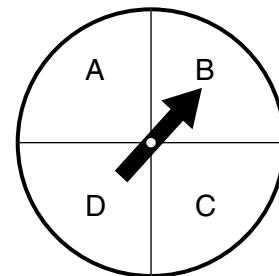
9. $P(\text{verde y luego amarillo})$

10. $P(\text{rojo y luego verde})$

7-2**E****Práctica de destrezas****Eventos independientes y dependientes**

En los Ejercicios 1 al 6, se lanza un dado y se hace girar el girador de la derecha. Calcula cada probabilidad.

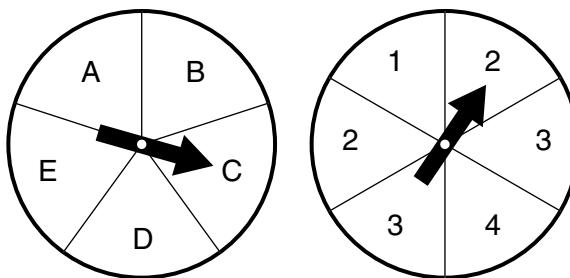
1. $P(1 \text{ y } A)$
2. $P(\text{impar y } B)$
3. $P(\text{primo y } D)$
4. $P(\text{mayor que } 4 \text{ y } C)$
5. $P(\text{menor que } 3 \text{ y consonante})$
6. $P(\text{primo y consonante})$



7. ¿Cuál es la probabilidad de hacer girar 3 veces el girador y obtener una vocal cada vez?
8. ¿Cuál es la probabilidad de lanzar 3 veces un dado y obtener un número menor que 3 cada vez?

Cada girador de la derecha se hace girar. Calcula la probabilidad.

9. $P(A \text{ y } 2)$
10. $P(\text{vocal y par})$
11. $P(\text{consonante y } 1)$
12. $P(D \text{ y mayor que } 1)$



En una bolsa hay 3 canicas rojas, 1 azul y 2 amarillas. Una vez que se selecciona una canica, no se reemplaza. Calcula cada probabilidad.

13. $P(\text{roja y luego amarilla})$
14. $P(\text{azul y luego amarilla})$
15. $P(\text{roja y luego azul})$
16. $P(\text{dos canicas amarillas})$
17. $P(\text{dos canicas rojas seguidas})$
18. $P(\text{tres canicas rojas})$

JUEGOS En una pila de tarjetas que están boca abajo, hay 13 tarjetas amarillas, 6 azules, 10 rojas y 8 verdes. Una vez que se selecciona una tarjeta, no se reemplaza. Calcula cada probabilidad.

19. $P(2 \text{ tarjetas azules})$
20. $P(2 \text{ tarjetas rojas})$
21. $P(\text{una tarjeta amarilla y luego una tarjeta verde})$
22. $P(\text{una tarjeta azul y luego una tarjeta roja})$
23. $P(\text{dos tarjetas que no sean rojas})$
24. $P(\text{dos tarjetas que no sean ni rojas ni verdes})$

7-3**B****Reforzamiento****Experimentos probabilísticos**

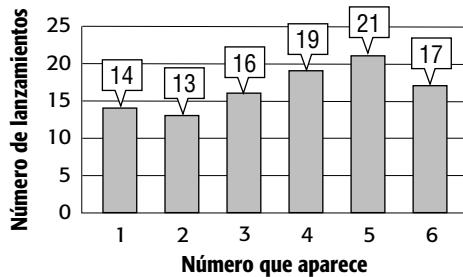
La probabilidad experimental se calcula con las frecuencias obtenidas en un experimento o juego.
La probabilidad teórica es la probabilidad esperada de que ocurra un evento.

Ejemplo 1

La gráfica muestra los resultados de un experimento en el que se lanza 100 veces un dado. Calcula la probabilidad experimental de obtener un 3 en este experimento.

$$P(3) = \frac{\text{número de veces que sale el } 3}{\text{número de resultados posibles}} \\ = \frac{16}{100} \text{ ó } \frac{4}{25}$$

La probabilidad experimental de obtener un 3 es de $\frac{4}{25}$, que es cercana a su probabilidad teórica de $\frac{1}{6}$.

**Ejemplo 2**

En una encuesta telefónica, se pregunta a 225 personas por quién piensan votar en las elecciones de alcalde. ¿Cuál es la probabilidad experimental de que Juarez obtenga un voto de una persona seleccionada al azar?

Candidatos	Número de personas
Juarez	75
Davis	67
Abramson	83

De las 225 personas encuestadas, 75 piensan votar por Juarez.

Por lo tanto, la probabilidad experimental es de $\frac{75}{225}$ ó $\frac{1}{3}$.

Ejemplo 3

Imagina que votan 5,700 personas en la elección. ¿Cuántas se puede esperar que voten por Juarez?

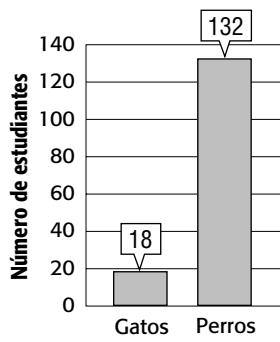
$$\frac{1}{3} \cdot 5,700 = 1,900$$

Aproximadamente 1,900 votarán por Juarez.

Ejercicios

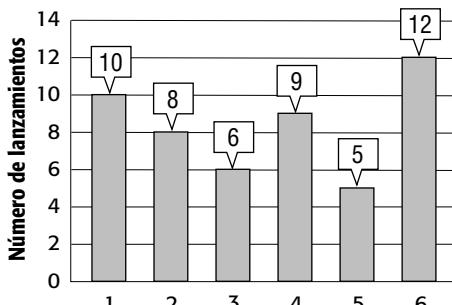
- 1. MASCOTAS** Usa la gráfica de una encuesta hecha a 150 estudiantes a quienes se les pregunta si prefieren los gatos o los perros.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante prefiera los perros?
- b. Imagina que se encuesta a 100 estudiantes. ¿Cuántos se espera que prefieran perros?
- c. Imagina que se encuesta a 300 estudiantes. ¿Cuántos se espera que prefieran gatos?

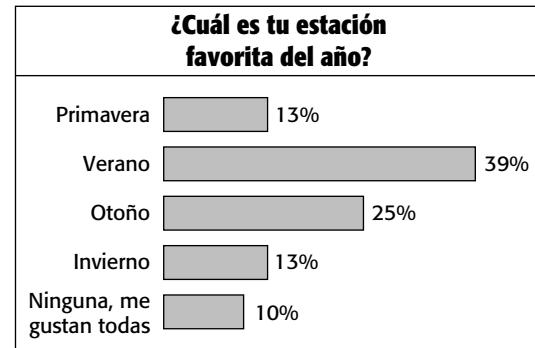


7-3**B****Práctica de destrezas****Experimentos probabilísticos**

1. Se lanza un dado 50 veces y los resultados se muestran en la siguiente gráfica.



- a. Calcula la probabilidad experimental de obtener un 2.
- b. ¿Cuál es la probabilidad teórica de obtener un 2?
- c. Calcula la probabilidad experimental de *no* obtener un 2.
- d. ¿Cuál es la probabilidad teórica de *no* obtener un 2?
- e. Calcula la probabilidad experimental de obtener un 1.
2. **ESTACIONES** Usa los resultados de la encuesta de la derecha.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que la estación favorita de una persona sea el otoño? Escribe la probabilidad como fracción.
- b. De un total de 300 personas, ¿cuántas esperarías que digan que su estación favorita es el otoño?
- c. De un total de 20 personas, ¿cuántas esperarías que digan que les gustan todas las estaciones?
- d. De un total de 650 personas, ¿cuántas más esperarías que digan que les gusta más el verano que el invierno?



7-3**C****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Haz un simulacro**

Al representar un problema, puedes ver todas las soluciones posibles del problema que se plantea.

Ejemplo

ROPA Will puede elegir entre dos camisas y tres pares de pantalones para la tenida que usará el primer día de clases. ¿Cuántas tenidas diferentes puede hacer con una camisa y un par de pantalones?

Comprende Sabemos que tiene dos camisas y tres pares de pantalones para elegir. Podemos usar una moneda para las camisas y un girador igualmente dividido y rotulado para los pantalones.

Planifica Hagamos una lista que muestre todos los resultados posibles al lanzar una moneda y luego al hacer girar un girador.

Resuelve $C = \text{Cara}$

$Cr = \text{Cruz}$

Girador = 1, 2, 3

Lanzar una moneda	Hacer girar un girador
C	1
C	2
C	3
Cr	1
Cr	2
Cr	3

Hay seis resultados posibles al lanzar una moneda y al hacer girar un girador. Por lo tanto, hay 6 tenidas posibles que puede usar Will para el primer día de clases.

Verifica Lanzar una moneda tiene dos resultados y hay dos camisas. Hacer girar un girador de tres secciones tiene tres resultados y hay tres pares de pantalones. Por lo tanto, la solución de 6 resultados diferentes con una moneda y un girador representa los 6 resultados de tenidas posibles para Will.

Ejercicios

1. FERIA DE CIENCIAS Hay 4 estudiantes con proyectos para presentar en la feria de ciencias de la escuela. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden presentar estos 4 proyectos sobre cuatro mesas en una fila?

2. GÉNERO Determina si lanzar una moneda es una buena forma de predecir el género de los próximos 5 bebés que nacerán en el Hospital General. Justifica tu respuesta.

3. OLIMPIADAS Cuatro corredores entraron en las primeras eliminatorias de salto de vallas de un total de doce eliminatorias. Los primeros dos avanzaron a la siguiente ronda. Suponiendo que no hay empates, ¿de cuántas maneras diferentes pueden los cuatro corredores llegar en primer y segundo lugar?

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Haz un simulacro

Usa la estrategia de *haz un simulacro* para resolver los problemas.

1. **ESCUELA** Determina si lanzar un cubo numérico de 6 lados es una buena forma de responder una prueba de selección múltiple de 20 preguntas si hay seis opciones por cada pregunta. Justifica tu respuesta.

2. **GIMNASIA** Cinco gimnastas participan en una competencia. Suponiendo que no hay empates, ¿de cuántas maneras se puede otorgar el primer, segundo y tercer lugar?

3. **ALMUERZO** ¿De cuántas maneras pueden sentarse juntos 3 amigos en tres puestos para almorzar?

4. **HORARIO** ¿Cuántos horarios diferentes puede crear Carla si tiene que tomar inglés, matemáticas, ciencias, estudios sociales y arte el próximo semestre? Imagina que sólo hay un período de almuerzo disponible.

5. **CONCIERTOS DE BANDAS** La banda tendrá un concierto de vacaciones. En la primera fila, la primera trompeta está siempre más a la derecha y el primer trombón está siempre más a la izquierda. ¿Cuántas maneras hay de ordenar las otras 4 personas que necesitan sentarse al frente?

6. **EQUIPOS** El Sr. D elige los equipos de voleibol pidiendo a los estudiantes que se numeren hasta el 2. Los 1 estarán en un equipo y los 2 en el otro equipo. ¿Servirá de igual manera lanzar una moneda para elegir los equipos? Justifica tu respuesta.

7-3**E****Reforzamiento****Usa datos para predecir**

Una **encuesta** está diseñada para recopilar datos sobre un grupo específico de personas.

Una **población** es el grupo de personas sobre las que se recopilan los datos.

Ejemplo

MASCOTAS Se distribuye una encuesta en la que se pregunta a niños entre 10 y 12 años si tienen o no una mascota en su casa. El 64% de los niños tiene una mascota en casa y el 36% no tiene mascota en su casa. Predice cuántos, de un total de 2,400, no tendrían una mascota en casa. Predice cuántos, de un total de 1,650, sí tendrían una mascota en casa.

$$\frac{p}{2400} = \frac{36}{100}$$

Proporción para porcentaje

$$p \cdot 100 = 2400 \cdot 36$$

Calcula los productos cruzados.

$$100p = 86,400$$

Simplifica.

$$\frac{100p}{100} = \frac{86,400}{100}$$

Divide cada lado entre 100.

$$p = 864$$

Simplifica.

Por lo tanto, 864 estudiantes no tienen una mascota en casa.

$$\frac{p}{1,650} = \frac{64}{100}$$

Proporción para porcentaje

$$p \cdot 100 = 1,650 \cdot 64$$

Calcula los productos cruzados.

$$100p = 105,600$$

Simplifica.

$$\frac{100p}{100} = \frac{105,600}{100}$$

Divide cada lado entre 100.

$$p = 1,056$$

Simplifica.

Por lo tanto, 1,056 estudiantes sí tienen una mascota en casa.

Ejercicios

- 1. CHOCOLATE CALIENTE** El 58% de los estudiantes encuestados dice que les gustan los malvaviscos en su chocolate caliente. Predice a cuántos estudiantes, de un total de 1,225, les gustan los malvaviscos en su chocolate caliente.

- 2. CHOCOLATE CALIENTE** El 42% de los estudiantes encuestados dice que no les gustan los malvaviscos en su chocolate caliente. Predice a cuántos estudiantes, de un total de 980, no les gustan los malvaviscos en su chocolate caliente.

- 3. VISITA AL MUSEO** Seis de los diez estudiantes encuestados dicen que desean explorar el museo solos en lugar de hacerlo en una visita guiada. Predice cuántos estudiantes, de un total de 150, preferirían explorar el museo solos.

Práctica de destrezas***Usa datos para predecir***

- 1. FRUTA** Usa la siguiente tabla, que muestra los resultados de una encuesta en la que se preguntó a los estudiantes cuál es su fruta favorita.

Fruta favorita	
Tipo de fruta	Porcentaje
Manzana	35%
Plátano	10%
Melocotón	8%
Piña	22%
Fresa	25%

- a. De un total de 620 estudiantes, predice cuántos mencionan las manzanas como su fruta favorita.
 - b. Predice cuántos mencionan las piñas como su fruta favorita.
 - c. Predice cuántos mencionan los melocotones como su fruta favorita.
 - d. Predice cuántos mencionan las fresas como su fruta favorita.
- 2. JARDINERÍA** Una encuesta muestra que el 74% de los clientes de plantas de vivero ordenadas por correo gasta más de \$100 en plantas cada primavera. Predice cuántos de 125,000 clientes que ordenan por correo gastarán menos de \$100 en plantas la próxima primavera.
- 3. AHORRAR DINERO** Una encuesta a estudiantes de escuela secundaria que trabajan les pregunta si ahorran algo del dinero que ganan. El 82% de los estudiantes dice que ahorran algo de dinero. De un total de 340 estudiantes, predice cuántos ahorrarían algo de sus ganancias.
- 4. CLIENTES DE UNA AGENCIA DE VIAJES** Una encuesta muestra que el 55% de los clientes de una empresa de viajes planea tener vacaciones en el extranjero el próximo año. De un total de 12,400 pasajeros de la empresa de viajes, predice cuántos viajarán al extranjero el próximo año.

7-3**F****Reforzamiento****Muestras sesgadas y no sesgadas**

Los datos que se reúnen de una muestra representativa pueden usarse para hacer predicciones sobre una población. Se selecciona una **muestra no sesgada** para que sea representativa de toda la población. En la **muestra sesgada**, una o más partes de la población es favorecida por sobre otras.

Ejemplos **Describe cada muestra.**

- 1** **Para determinar la raza favorita de perros de las personas que participan en exposiciones caninas, se encuesta a cada quinta persona que entra a una exposición canina.**

Como las personas se seleccionan según un patrón específico, la muestra es una muestra aleatoria sistemática. Ésta es una muestra no sesgada.

- 2** **Para determinar qué tipo de mascota prefieren las personas, se encuesta a los espectadores de una exposición canina.**

Los espectadores de una exposición canina probablemente prefieran a los perros. Ésta es una muestra sesgada. La muestra es una muestra de conveniencia, ya que todas las personas encuestadas están en un solo lugar.

Ejemplos **GALLETAS** Los estudiantes de octavo grado encuestan al azar a 50 estudiantes sobre sus galletas favoritas. Los resultados aparecen en la tabla de la derecha.

- 3** **¿Qué porcentaje de los estudiantes prefiere las galletas con trocitos de chocolate?**

16 de 50 estudiantes prefieren las galletas con trocitos de chocolate.

$$16 \div 50 = 0.32 \quad \text{El } 32\% \text{ de los estudiantes prefiere las galletas con trocitos de chocolate.}$$

- 4** **Si los estudiantes piden 500 cajas de masa para galletas, ¿cuántas cajas deben ser con trocitos de chocolate?**

Calcula el 32% de 500.

$$0.32 \times 500 = 160 \quad \text{Aproximadamente 160 cajas de masa para galletas deben ser con chispas de chocolate.}$$

Sabor	Número
Avena	15
Mantequilla de cacahuate	11
Trocitos de chocolate	16
Azúcar	8

Ejercicios**Describe la muestra.**

1. Para determinar si los tomates de 5 cajas apiladas en una plataforma no están podridos, el gerente del restaurante revisa 3 tomates de la caja superior.

Una encuesta al azar hecha a los estudiantes de octavo grado muestra que 7 prefieren hamburguesas, 5 prefieren pollo y 3 prefieren hot dogs.

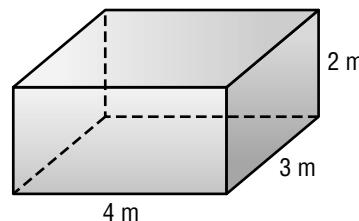
2. ¿Qué porcentaje prefiere los hot dogs?
 3. Si 120 estudiantes asisten al picnic de octavo grado, ¿cuántos hot dogs deberían ordenarse para que cada estudiante reciba uno?

Práctica de destrezas**Muestras sesgadas y no sesgadas****Describe cada muestra.**

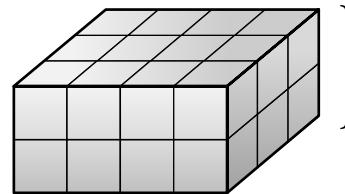
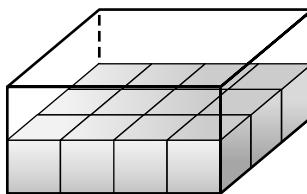
- 1.** Para evaluar la tasa de defecto de sus chips de memoria, un fabricante de circuitos integrados pone a prueba cada chip número 100 de la línea de producción.
- 2.** A los estudiantes que desean representar a la escuela en una reunión de juntas escolares se les pide que vayan a la oficina después de almuerzo.
- 3.** Para determinar si la clase comprende la tarea, el maestro de matemáticas revisa las 3 primeras hojas de la pila de tareas reunidas.
- 4.** Para determinar los representantes para la reunión de actividades de recreo, se seleccionan al azar 2 estudiantes de cada salón.
- 5.** Un miembro del personal de la cafetería pide a cada quinto estudiante que sale de la cafetería que clasifique 5 vegetales del más favorito al menos favorito.
- 6.** En una bolsa se coloca una cuenta por cada miembro de la orquesta de la escuela. Todas las cuentas son blancas, excepto 2. Cada miembro saca una cuenta de la bolsa, y los miembros que sacan las cuentas que no son blancas representarán a la orquesta.
- 7.** Un agente de bienes raíces encuesta a algunas personas sobre su preferencia de vivienda en un condominio para hogares de lujo.
- 8.** Para determinar los programas infantiles más populares, una estación de televisión pide a los padres que llamen y completen una encuesta telefónica.
- 9.** Dos maestros de cada escuela del distrito son escogidos al azar para llenar una encuesta sobre el comportamiento en el salón de clases.
- 10.** Los pases de abordaje de una línea aérea están marcados al azar con una estrella roja para decidir qué pasajeros deben llevar su equipaje de mano para inspección.
- 11.** Para determinar con cuánta frecuencia salen a comer las personas, se encuesta a cada décima persona que entra a un restaurante chino.

8-1**B****Reforzamiento****Volumen de prismas**

El volumen de una figura tridimensional es la medida del espacio que ocupa. Se mide en unidades cúbicas, como los centímetros cúbicos (cm^3) o las pulgadas cúbicas (pulg^3). El volumen de la figura de la derecha se puede representar con cubos.



La capa inferior, o base, tiene $4 \cdot 3$ ó 12 cubos.



Hay dos capas.

Se necesitan $12 \cdot 2$ ó 24 cubos para **llenar** la caja. Por lo tanto, el volumen de la caja mide 24 metros cúbicos.

Un **prisma rectangular** es una figura tridimensional que tiene dos lados paralelos y congruentes (bases) que son rectángulos. Para calcular el volumen de un prisma rectangular, multiplica el área de la base por la altura o calcula el producto de la longitud ℓ , el ancho a y la altura h .

$$V = Bh \text{ o } V = \ell ah$$

Ejemplo**Calcula el volumen del prisma rectangular.**

$$V = \ell ah$$

Volumen de un prisma rectangular

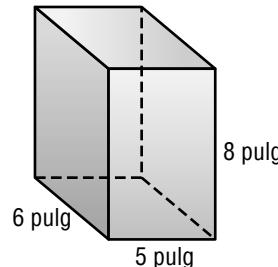
$$V = 5 \cdot 6 \cdot 8$$

Reemplaza ℓ con 5, a con 6 y h con 8.

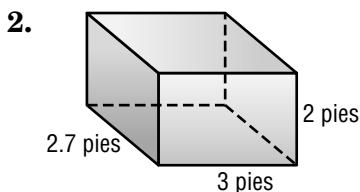
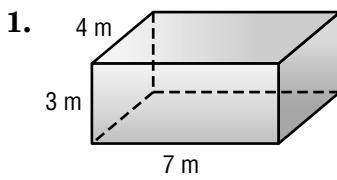
$$V = 240$$

Multiplica.

El volumen mide 240 pulgadas cúbicas.

**Ejercicios**

Calcula el volumen de cada prisma. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.

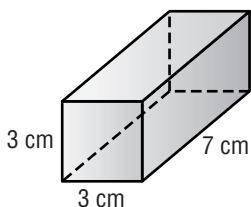


Práctica de destrezas

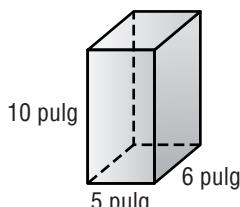
Volumen de prismas

Calcula el volumen de cada prisma. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.

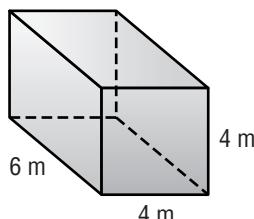
1.



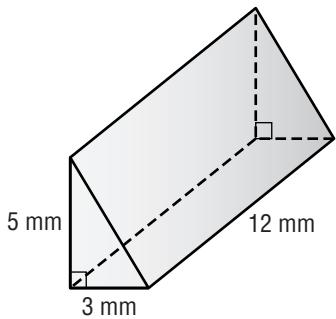
2.



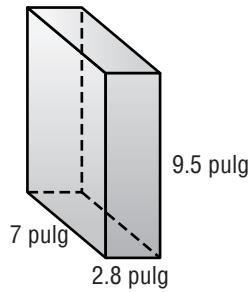
3.



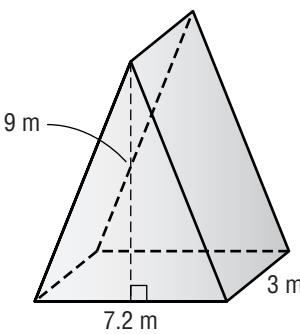
4.



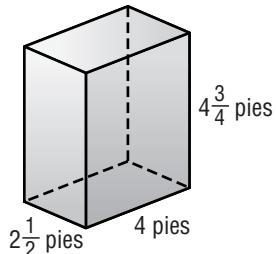
5.



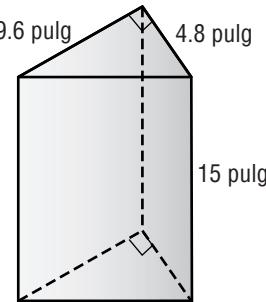
6.



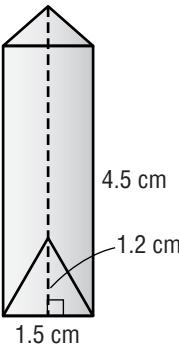
7.



8.



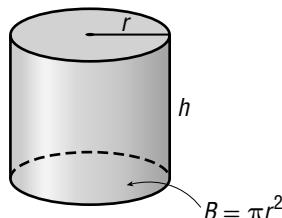
9.



8-1**C****Reforzamiento****Volumen de cilindros**

Al igual que con los prismas, el área de la base de un **cilindro** indica el número de unidades cúbicas de una capa. La altura indica cuántas capas hay en el cilindro. El volumen V de un cilindro con radio r es el área de la base B por la altura h .

$$V = Bh \text{ o } V = \pi r^2 h, \text{ donde } B = \pi r^2$$

**Ejemplo**

Calcula el volumen del cilindro. Redondea a la décima más cercana.

$$V = \pi r^2 h$$

Volumen de un cilindro

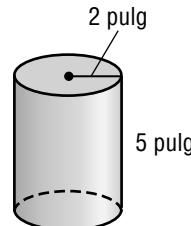
$$V \approx \pi (2)^2 (5)$$

Reemplaza r con 2 y h con 5.

$$V \approx 62.8318$$

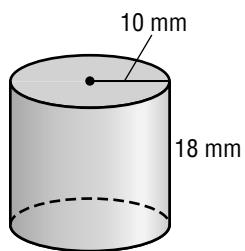
Usa una calculadora.

El volumen mide aproximadamente 62.8 pulgadas cúbicas.

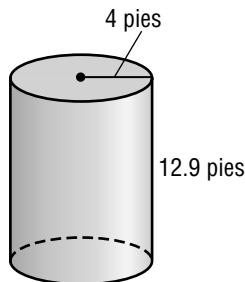
**Ejercicios**

Calcula el volumen de cada cilindro. Redondea a la décima más cercana.

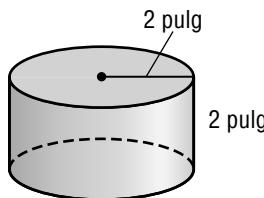
1.



2.



3.



$$4. \text{ radio} = 9.5 \text{ yd}$$

$$\text{altura} = 2.2 \text{ yd}$$

$$5. \text{ diámetro} = 6 \text{ cm}$$

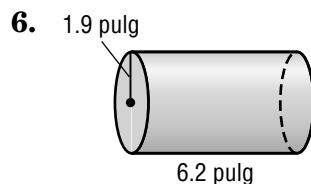
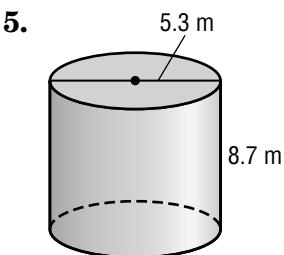
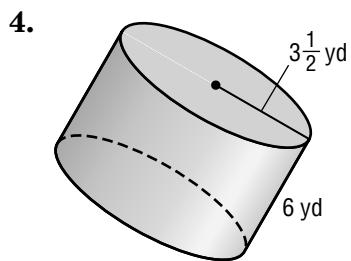
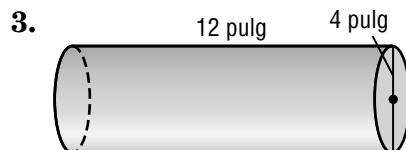
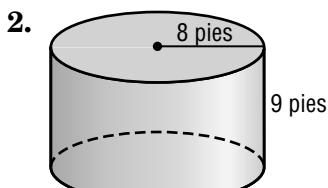
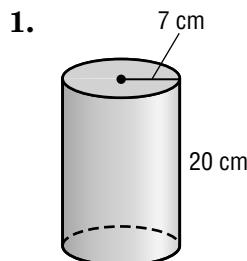
$$\text{altura} = 11 \text{ cm}$$

$$6. \text{ diámetro} = 3\frac{2}{5} \text{ m}$$

$$\text{altura} = 1\frac{1}{4} \text{ m}$$

Práctica de destrezas**Volumen de cilindros**

Calcula el volumen de cada cilindro. Redondea a la décima más cercana.



7. radio = 8.8 cm
altura = 4.7 cm

8. radio = 4 pies
altura = $2\frac{1}{2}$ pies

9. diámetro = 10 mm
altura = 4 mm

10. diámetro = 7.1 pulg
altura = 1 pulg

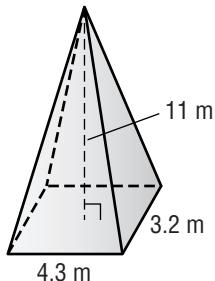
8-1**E****Reforzamiento****Volumen de pirámides**

Una **pirámide** es una figura tridimensional con una base y caras laterales triangulares. El volumen V de una pirámide es un tercio del área de la base B por la altura h .

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

Ejemplo

Calcula el volumen de la pirámide. Redondea a la décima más cercana.



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

Volumen de una pirámide

$$V = \frac{1}{3}(\ell a)h$$

La base es un rectángulo, por lo tanto $B = \ell a$.

$$V = \frac{1}{3} (4.3 \cdot 3.2) \cdot 11 \quad \ell = 4.3, a = 3.2, h = 11$$

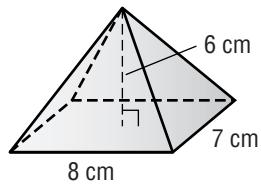
$$V \approx 50.5 \quad \text{Simplifica.}$$

El volumen mide aproximadamente 50.5 metros cúbicos.

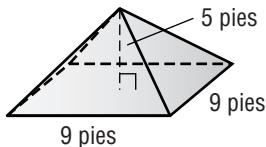
Ejercicios

Calcula el volumen de cada pirámide. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.

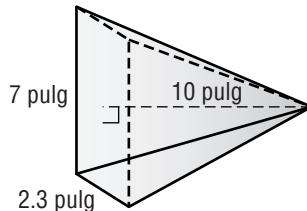
1.



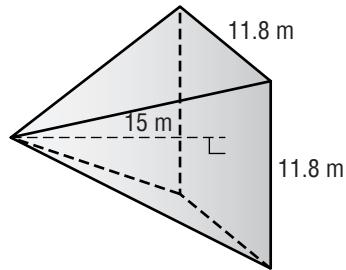
2.



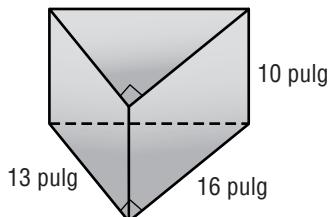
3.



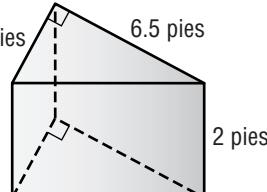
4.



5.



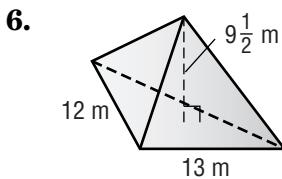
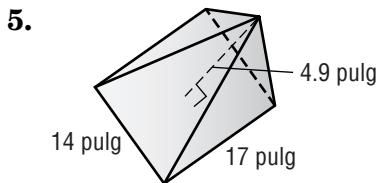
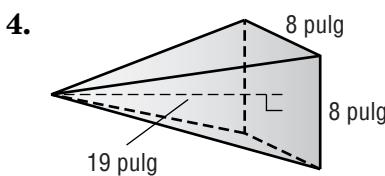
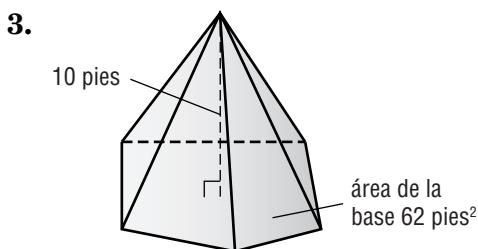
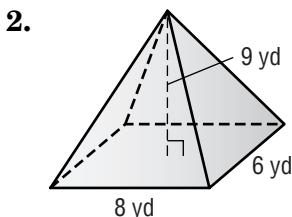
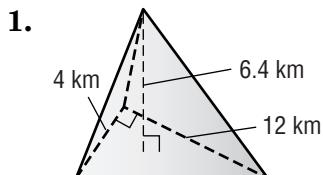
6.



Práctica de destrezas

Volumen de pirámides

Calcula el volumen de cada pirámide. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.



Calcula la altura de cada pirámide.

7. pirámide cuadrangular: volumen 225 pulgadas cúbicas, arista basal 5 pulgadas
8. pirámide triangular: volumen 56 centímetros cúbicos, arista basal 8 centímetros, altura de la base 7 centímetros

8-1**F****Reforzamiento****Volumen de conos**

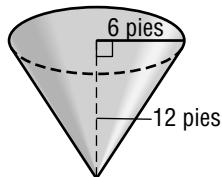
Un **cono** es una figura tridimensional con una base circular.

El volumen V de un cono con radio r es un tercio del área de la base B por la altura h .

$$V = \frac{1}{3} Bh \text{ o } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Ejemplo

Calcula el volumen del cono. Redondea a la décima más cercana.



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Volumen de un cono

$$V = \frac{1}{3} (\pi \cdot 6^2 \cdot 12) \quad r = 6 \text{ y } h = 12$$

$$V \approx 452.4$$

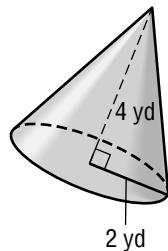
Simplifica.

El volumen mide aproximadamente 452.4 pies cúbicos.

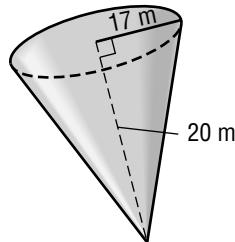
Ejercicios

Calcula el volumen de cada cono. Redondea a la décima más cercana.

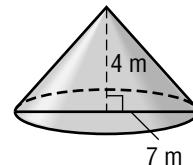
1.



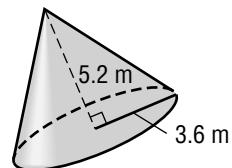
2.



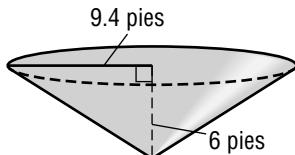
3.



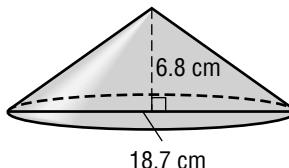
4.



5.



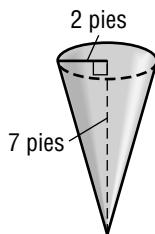
6.



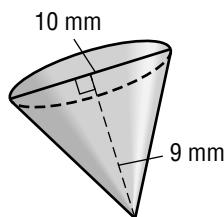
Práctica de destrezas**Volumen de conos**

Calcula el volumen de cada cono. Redondea a la décima más cercana.

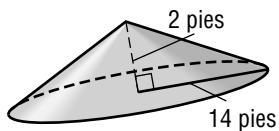
1.



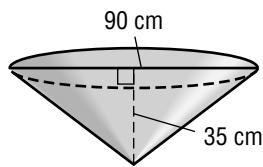
2.



3.



4.



5. diámetro: 10 centímetros; altura: 14 centímetros

6. radio: 8.7 pies; altura: 16 pies

7. altura: 34 centímetros; diámetro: 6 centímetros

8. **EMBUDO** Un embudo tiene forma de cono. El radio mide 2 pulgadas y la altura mide 4.6 pulgadas. Calcula el volumen del embudo. Redondea a la décima más cercana.

8-2**B****Reforzamiento****Área de superficie de prismas**

La suma de las áreas de todas las superficies o caras de una figura tridimensional corresponde al **área de superficie**.

El área de superficie $A.T.$ de un prisma rectangular de longitud ℓ , ancho a y altura h es la suma de las áreas de sus caras.

$$A.T. = 2(\ell a) + 2(\ell h) + 2(ah)$$

Ejemplo**Calcula el área de superficie del prisma rectangular.****Caras****Área**

superior e inferior $2(4 \cdot 3) = 24$

frontal y posterior $2(4 \cdot 2) = 16$

dos laterales $2(2 \cdot 3) = 12$

suma de las áreas $24 + 16 + 12 = 52$

De manera alternativa, reemplaza ℓ con 4, a con 3 y h con 2 en la fórmula de área de superficie.

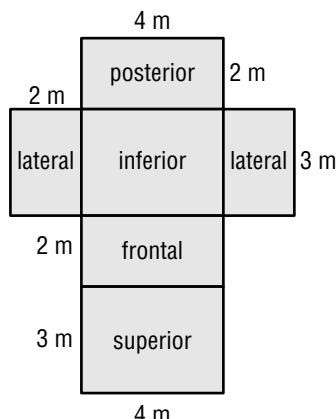
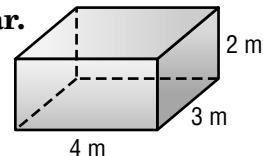
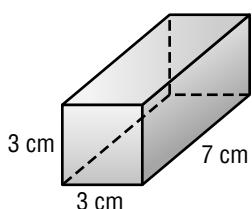
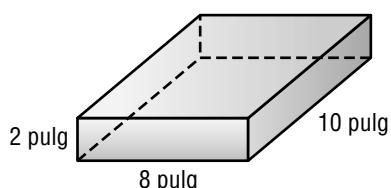
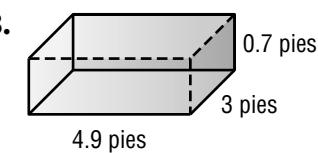
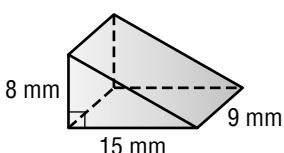
$$A.T. = 2(\ell a) + 2(\ell h) + 2(ah)$$

$$= 2(4 \cdot 3) + 2(4 \cdot 2) + 2(3 \cdot 2)$$

$$= 24 + 16 + 12$$

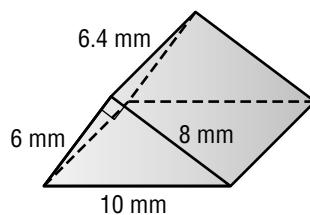
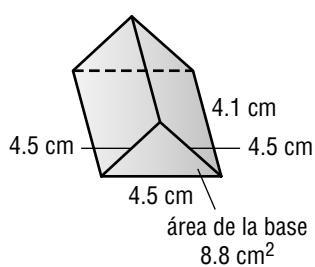
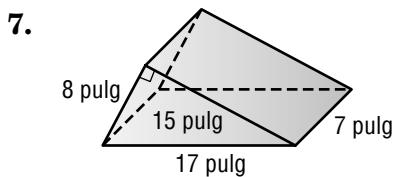
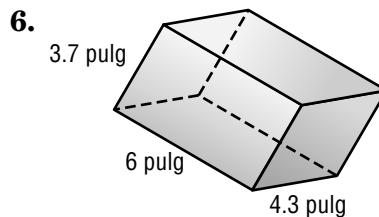
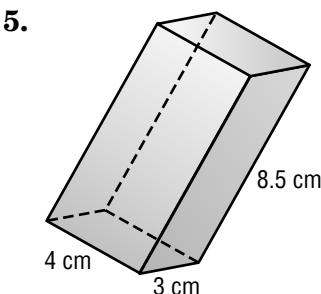
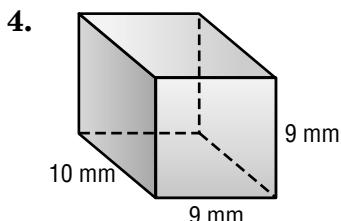
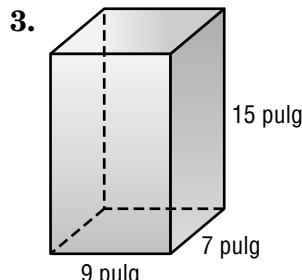
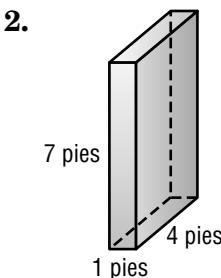
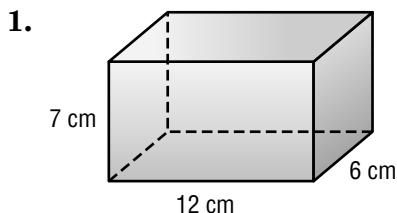
$$= 52$$

Por lo tanto, el área de superficie del prisma rectangular mide 52 metros cuadrados.

**Ejercicios****Calcula el área de superficie de cada prisma.****1.****2.****3.****4.**

8-2**Práctica de destrezas****B****Área de superficie de prismas**

Calcula el área de superficie de cada prisma. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.



10. Calcula el área de superficie de un prisma rectangular que tiene una longitud de 8 pulgadas, un ancho de 3 pulgadas y una altura de 6 pulgadas.

11. Calcula el área de superficie de un prisma triangular. Los lados del triángulo miden 9 cm, 12 cm y 15 cm. La altura del prisma mide 20 cm.

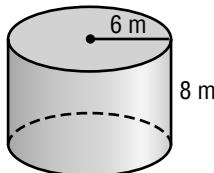
8-2**C****Reforzamiento****Área de superficie de cilindros**

El área de superficie A.S. de un cilindro de altura h y radio r es la suma del área de la superficie curva más el área de las bases circulares.

$$\text{A.S.} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

Ejemplo

Calcula el área de superficie del cilindro. Redondea a la décima más cercana.



$$\text{A.S.} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

Área de superficie de un cilindro

$$\text{A.S.} = 2\pi(6)(8) + 2\pi(6)^2$$

Reemplaza r con 6 y h con 8.

$$\text{A.S.} \approx 527.7875$$

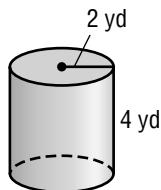
Simplifica.

El área de superficie del cilindro mide aproximadamente 527.8 metros cuadrados.

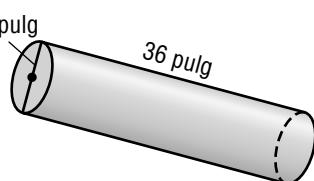
Ejercicios

Calcula el área de superficie de cada cilindro. Redondea a la décima más cercana.

1.



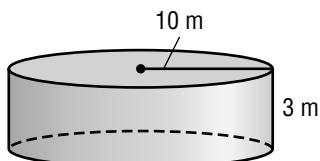
2.



3.



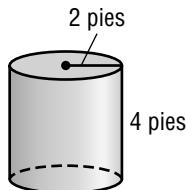
4.



8-2**C****Práctica de destrezas****Área de superficie de cilindros**

Calcula el área de superficie de cada cilindro. Redondea a la décima más cercana.

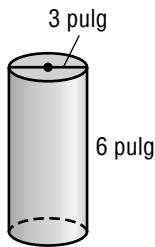
1.



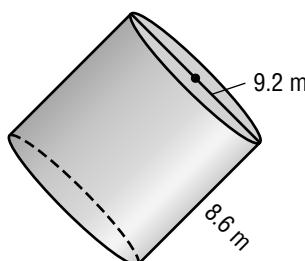
2.



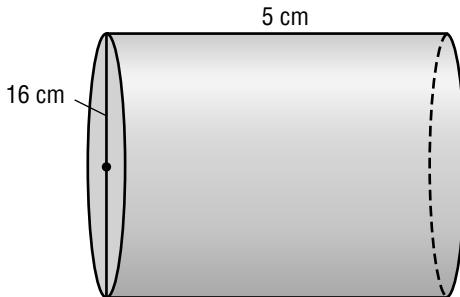
3.



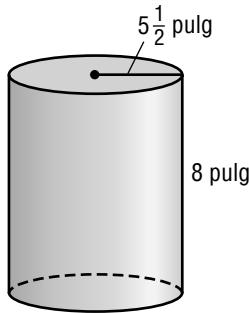
4.



5.



6.

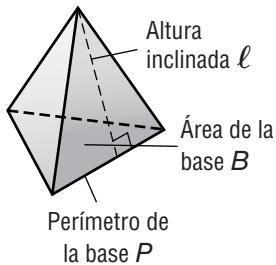
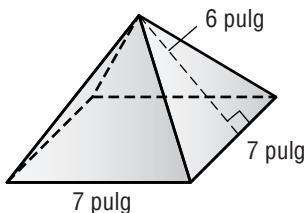


7. **JARRÓN** Un jarrón cilíndrico mide 10 pulgadas de altura y tiene un diámetro de 3 pulgadas. Calcula el área de superficie del jarrón. Redondea a la décima más cercana. (*Pista:* La parte superior del jarrón es abierta.)

8-2**E****Reforzamiento****Área de superficie de pirámides**

El área de superficie A.S. de una pirámide regular es el área lateral L más el área de la base.

$$A.S. = L + B \text{ o } A.S. = \frac{1}{2} P\ell + B$$

**Ejemplo 1****Calcula el área de superficie de la pirámide.**

$$A.S. = \frac{1}{2} P\ell + B$$

Área de superficie de una pirámide

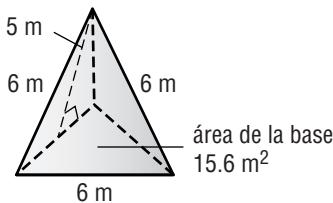
$$A.S. = \frac{1}{2} (28 \cdot 6) + 49$$

$P = 4(7)$ ó 28, $\ell = 6$, $B = 7 \cdot 7$ ó 49

$$A.S. = 133$$

Simplifica.

El área de superficie de la pirámide mide 133 pulgadas cuadradas.

Ejemplo 2**Calcula el área de superficie de la pirámide.**

$$A.S. = \frac{1}{2} P\ell + B$$

Área de superficie de una pirámide

$$A.S. = \frac{1}{2}(18 \cdot 5) + 15.6$$

$P = 3(6)$ ó 18, $\ell = 5$, $B = 15.6$

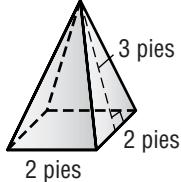
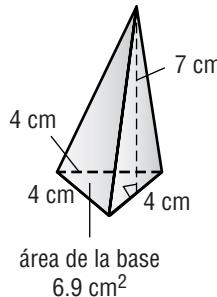
$$A.S. = 60.6$$

Simplifica.

El área de superficie de la pirámide mide 60.6 metros cuadrados.

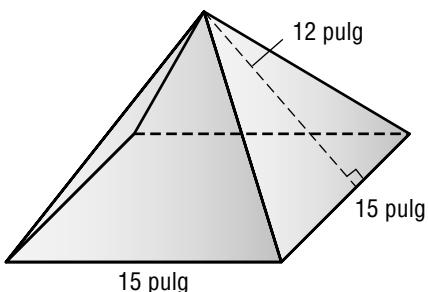
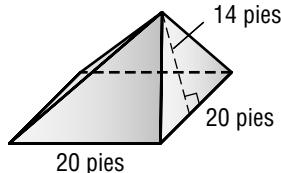
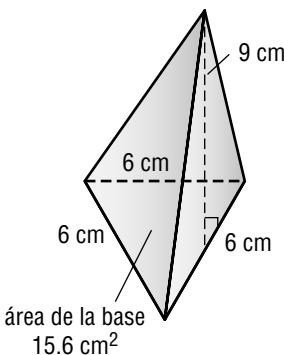
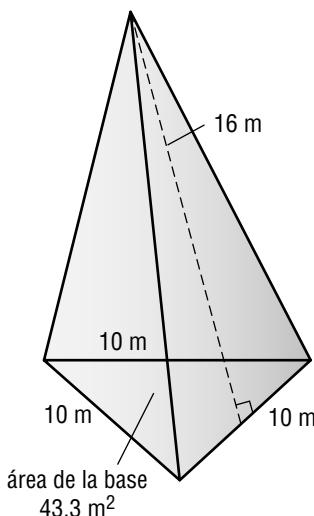
Ejercicios

Calcula el área de superficie de cada pirámide. Redondea a la décima más cercana.

1.**2.**

8-2**E****Práctica de destrezas****Área de superficie de pirámides**

Calcula el área de superficie de cada pirámide. Redondea a la décima más cercana.

1.**2.****3.****4.**

- 5.** La base de una pirámide cuadrangular tiene un lado con una longitud de 50 centímetros. La altura inclinada mide 32 centímetros. Calcula el área de superficie.

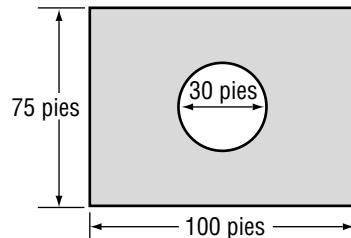
- 6.** Una pirámide triangular equilátera tiene una altura inclinada de 8.3 pulgadas. La base triangular tiene un perímetro de 4.8 pulgadas y un área de 1.1 pulgadas cuadradas. Calcula el área de superficie de la pirámide.

8-3**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Resuelve un problema más simple**

Al resolver problemas, a veces es más fácil **resolver un problema más simple** primero para hallar la estrategia correcta que servirá para resolver un problema más difícil.

Ejemplo**DEPORTES** En la Escuela Secundaria

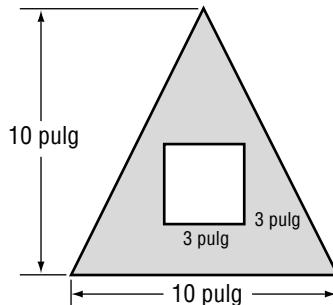
Oeste quieren pintar de azul el campo de fútbol americano, pero no el centro. Este diagrama muestra las dimensiones del campo y del círculo central. ¿Cuánta área tendrán que pintar de azul?



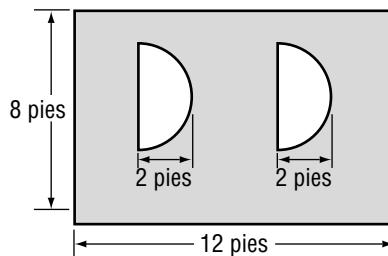
Comprende	Sabes que el campo es un rectángulo grande y que el símbolo central es un círculo grande.
Planifica	Puedes calcular el área del rectángulo y el área del círculo y restar.
Resuelve	<p>Área del rectángulo:</p> $A = \ell A$ $A = 100 \times 75 \text{ ó } 7,500$ <p>Área del círculo:</p> $A = \pi r^2$ $A = \pi \times 15^2 \text{ ó } 706.9$ <p>Resta:</p> $7,500 - 706.9 \text{ ó } 6,793.1 \text{ pies}^2$ <p>Por lo tanto, tendrán que pintar 6,793.1 pies cuadrados de campo.</p>
Verifica	Usa la estimación para verificar. El área del campo completo mide 7,500 pies y el círculo mide aproximadamente 700 pies; por lo tanto, el área debe medir menos de 6,800 pies. Como 6,793.1 es menor que 6,800 pies, la respuesta es razonable.

Ejercicios

- 1. MARCOS** Joan quiere pintar su marco favorito. ¿Cuánta pintura deberá usar para cubrir sólo el marco?



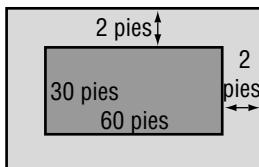
- 2. PAPEL MURAL** Calbert quiere empapelar una pared de su baño. Hay dos ventanas semi circulares en la pared. ¿Cuánto papel mural debe comprar? Redondea a la décima más cercana.



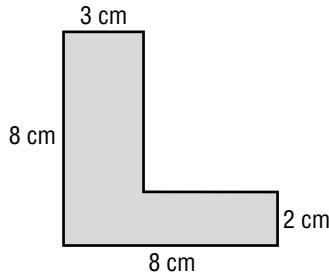
Práctica de destrezas**Investigación para resolver problemas: Resuelve un problema más simple**

Resuelve un problema más simple para hallar la respuesta.

- 1. PISCINA** Calcula el área de la acera que rodea esta piscina.

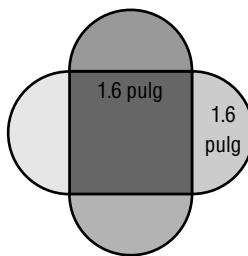


- 2. GEOMETRÍA** Calcula el área de la figura que se muestra.

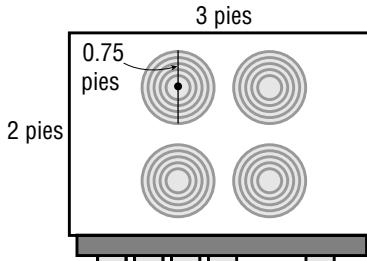


- 3. POBLACIÓN** La población de Ghostown, EE. UU., disminuye a una tasa de 3 personas por año. Si en el pueblo viven actualmente 831 personas, ¿cuándo quedará desierto el pueblo?

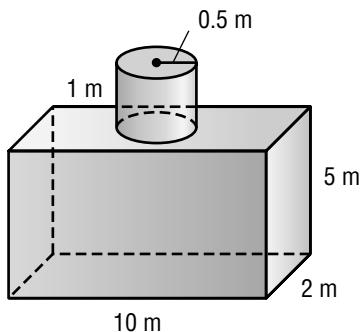
- 4. VITRAL** Calcula el área del vitral que aparece a continuación. Redondea a la décima más cercana.



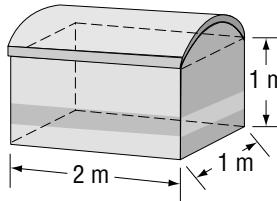
- 5. COCINAS** ¿Cuánto mide el área de esta cocina, sin incluir los quemadores? Redondea a la décima más cercana.



- 6. PISCINAS** Se agrega agua a una piscina a una tasa de 50 galones por minuto. ¿Cuánto tardará en llenarse la piscina de 10,000 galones?

8-3**C****Reforzamiento****Volumen y área de superficie de figuras compuestas****Ejemplo 1** Calcula el área de superficie de la figura compuesta.

Para calcular el área de superficie, calcula el área de la superficie expuesta y súmalas. El área lateral del prisma es $50 + 10 + 50 + 10 = 120 \text{ m}^2$. El área de la parte inferior del prisma es $10 \times 2 = 20 \text{ m}^2$. El área lateral del cilindro es la altura multiplicada por la circunferencia: $1 \times 2 \times \pi \times 0.5 = 3.1 \text{ m}^2$. El área de la parte superior del prisma es 20 m^2 . Por lo tanto, el área de superficie es $120 + 20 + 3.1 + 20 = 163.1 \text{ m}^2$.

Ejemplo 2 Calcula el volumen de la figura compuesta. Redondea a la décima más cercana.

La figura está compuesta por un prisma rectangular y medio cilindro.

$$V = \ell ah + \frac{1}{2} \pi r^2 h$$

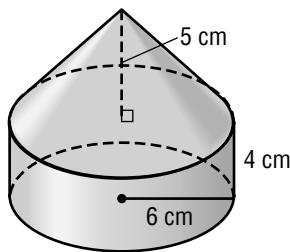
$$V = 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \pi (0.5)^2 \cdot 2$$

$$V \approx 2 + 0.785 \approx 2.785$$

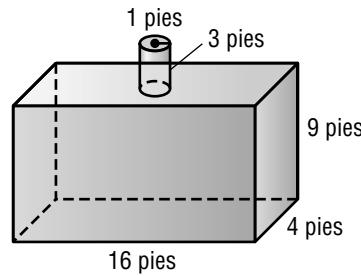
El volumen de la figura compuesta mide aproximadamente 2.8 metros cúbicos.

Ejercicios

- 1.** Calcula el volumen de la figura compuesta. Redondea a la décima más cercana.



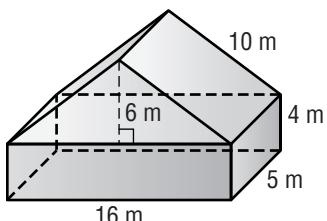
- 2.** Calcula el área de superficie de la figura compuesta. Redondea a la décima más cercana.



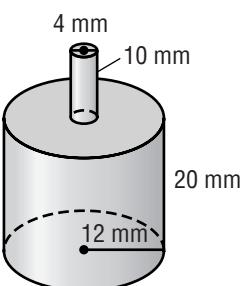
Práctica de destrezas**Volumen y área de superficie de figuras compuestas**

Calcula el volumen y el área de superficie de cada figura compuesta. Redondea a la décima más cercana.

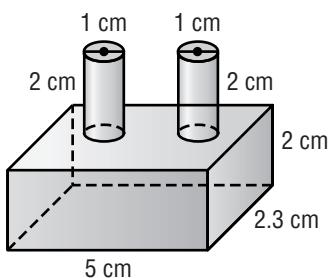
1.



2.

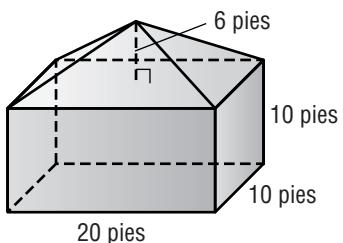


3.

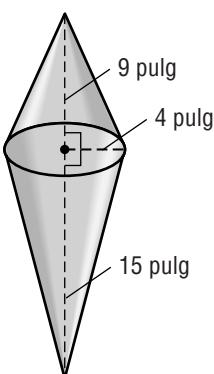


Calcula el volumen de cada figura compuesta. Redondea a la décima más cercana.

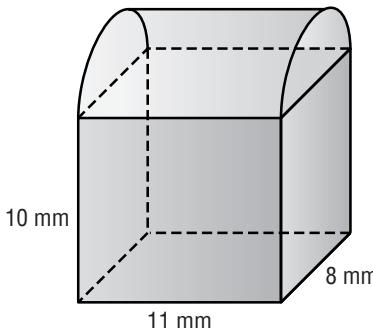
4.



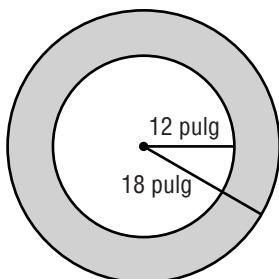
5.



6.



7. **MANTILLO** Marcus está colocando un anillo de mantillo alrededor de un árbol. La figura muestra la vista superior del mantillo. El mantillo tendrá 3 pulgadas de profundidad. Calcula el volumen del mantillo.



9-1**B****Reforzamiento****Convierte unidades inglesas**

Unidades del sistema inglés		
Longitud	Peso	Capacidad
1 pie (pie) = 12 pulgadas (pulg)	1 libra (lb) = 16 onzas (oz)	1 taza (c) = 8 onzas líquidas (oz líq)
1 yarda (yd) = 3 pies	1 tonelada (T) = 2,000 libras	1 pinta (pt) = 2 tazas
1 milla (mi) = 5,280 pies		1 cuarto (ct) = 2 pintas
		1 galón (gal) = 4 cuartos

En una **razón unitaria**, el numerador y el denominador son equivalentes, de modo que el valor de la razón es uno. Se llama razón unitaria porque el denominador es una unidad. Se pueden usar razones unitarias para convertir de una unidad a otra.

Ejemplo 1**Convierte 5 libras a onzas.**

$$\begin{aligned} 5 \text{ lb} &= 5 \text{ lb} \cdot \frac{16 \text{ oz}}{1 \text{ lb}} && \text{Multiplica por la razón unitaria } \frac{16 \text{ oz}}{1 \text{ lb}}. \\ &= 5 \cancel{\text{lb}} \cdot \frac{16 \text{ oz}}{1 \cancel{\text{lb}}} && \text{Cancela las unidades comunes.} \\ &= 80 \text{ oz} && \text{Multiplica.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 5 libras = 80 onzas.

A veces, necesitas multiplicar por el recíproco de la razón unitaria.

Ejemplo 2**Convierte 28 onzas a tazas.**

$$\begin{aligned} 28 \text{ oz} &= 28 \text{ oz} \cdot \frac{1 \text{ tz}}{8 \text{ oz}} && \text{Multiplica por el recíproco de } \frac{8 \text{ oz}}{1 \text{ tz}}. \\ &= 28 \cancel{\text{oz}} \cdot \frac{1 \text{ tz}}{8 \cancel{\text{oz}}} && \text{Cancela las unidades comunes.} \\ &= 3.5 \text{ tz} && \text{Multiplica.} \end{aligned}$$

Por lo tanto, 28 onzas = 3.5 tazas.

Ejercicios**Completa.**

1. $5 \text{ lb} = \underline{\hspace{2cm}}$ oz
2. $48 \text{ pulg} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies
3. $6 \text{ yd} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies
4. $7 \text{ ct} = \underline{\hspace{2cm}}$ pt
5. $8,000 \text{ lb} = \underline{\hspace{2cm}}$ T
6. $3\frac{1}{4} \text{ mi} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies
7. $4 \text{ tz} = \underline{\hspace{2cm}}$ oz líq
8. $6 \text{ tz} = \underline{\hspace{2cm}}$ pt
9. $\frac{1}{2} \text{ gal} = \underline{\hspace{2cm}}$ ct
10. $3 \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ pulg
11. $9 \text{ ct} = \underline{\hspace{2cm}}$ gal
12. $30 \text{ oz líq} = \underline{\hspace{2cm}}$ tz
13. $6,864 \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ mi
14. $40 \text{ oz} = \underline{\hspace{2cm}}$ lb
15. $9 \text{ pt} = \underline{\hspace{2cm}}$ tz

Práctica de destrezas**Convierte unidades inglesas****Completa.**

1. $3 \text{ lb} = \underline{\hspace{2cm}}$ oz

2. $16 \text{ ct} = \underline{\hspace{2cm}}$ gal

3. $24 \text{ pulg} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies

4. $12 \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ yd

5. $3 \text{ mi} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies

6. $12,000 \text{ lb} = \underline{\hspace{2cm}}$ T

7. $64 \text{ oz} = \underline{\hspace{2cm}}$ lb

8. $6 \text{ pt} = \underline{\hspace{2cm}}$ ct

9. $3 \text{ pt} = \underline{\hspace{2cm}}$ tz

10. $5\frac{1}{2} \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ pulg

11. $22 \text{ yd} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies

12. $\frac{1}{4} \text{ mi} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies

13. $15 \text{ T} = \underline{\hspace{2cm}}$ lb

14. $7 \text{ lb} = \underline{\hspace{2cm}}$ oz

15. $8\frac{1}{2} \text{ ct} = \underline{\hspace{2cm}}$ pt

16. $5 \text{ gal} = \underline{\hspace{2cm}}$ ct

17. $8 \text{ tz} = \underline{\hspace{2cm}}$ pt

18. $16 \text{ pulg} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies

19. $24 \text{ oz líq} = \underline{\hspace{2cm}}$ tz

20. $60 \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ yd

21. $6,600 \text{ pies} = \underline{\hspace{2cm}}$ mi

22. $7.5 \text{ T} = \underline{\hspace{2cm}}$ lb

23. $88 \text{ oz} = \underline{\hspace{2cm}}$ lb

24. $70 \text{ ct} = \underline{\hspace{2cm}}$ gal

9-1**C****Reforzamiento****Convierte unidades métricas**

El **sistema métrico** es un sistema decimal de medidas. La unidad base de longitud es el **metro**.

Unidad	Símbolo	Relación con metros	
kilómetro	km	1 km = 1,000 m	1 m = 0.001 km
metro	m	1 m = 1 m	
centímetro	cm	1 cm = 0.01 m	1 m = 100 cm
milímetro	mm	1 mm = 0.001 m	1 m = 1,000 mm

Los prefijos de *kilo-* (miles), *centi-* (centésimas), y *mili-* (milésimas) se pueden aplicar a las unidades de capacidad y masa. La unidad base de capacidad es el **litro** y la unidad base de masa es el **gramo**.

Ejemplo 1 Convierte 2.6 kilolitros a litros.

Usa la relación de $1 \text{ kL} = 1,000 \text{ L}$.

$$1 \text{ kL} = 1,000 \text{ L}$$

Escribe la relación.

$$2.6 \times 1 \text{ kL} = 2.6 \times 1,000 \text{ L}$$

Multiplica cada lado por 2.6.

$$2.6 \text{ kL} = 2,600 \text{ L}$$

Ejemplo 2 Convierte 62 centímetros a metros.

Usa la relación $1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$.

$$1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$$

Escribe la relación.

$$62 \times 1 \text{ cm} = 62 \times 0.01 \text{ m}$$

Multiplica cada lado por 62.

$$62 \text{ cm} = 0.62 \text{ m}$$

Ejercicios**Completa.**

1. $650 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

2. $57 \text{ kg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

3. $751 \text{ mg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

4. $8.2 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mL}$

5. $52 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kL}$

6. $892 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

7. $121.4 \text{ kL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

8. $0.72 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

9. $67.3 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg}$

10. $5.2 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mg}$

11. $0.05 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

12. $2,500 \text{ mg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

13. $32 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

14. $96 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

Práctica de destrezas**Convierte unidades métricas****Completa.**

1. $660 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$

2. $5.7 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

3. $543 \text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

4. $23.7 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mg}$

5. $529 \text{ mg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

6. $2,640 \text{ mL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

7. $4.32 \text{ kL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

8. $75.4 \text{ mg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

9. $8,300 \text{ mg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

10. $7.3 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

11. $250.3 \text{ kL} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ L}$

12. $799 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg}$

13. $8.5 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

14. $450 \text{ kg} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ g}$

15. $7.3 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mL}$

16. $6,140 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kL}$

17. $3,500 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$

18. $89 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

19. $26.8 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

20. $750 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$

21. $4.8 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

22. $95 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mg}$

23. $389 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

24. $56 \text{ L} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kL}$

25. $0.32 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

26. $39.1 \text{ g} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kg}$

9-1**D****Reforzamiento****Convierte entre sistemas**

Usa razones unitarias para convertir entre sistemas. A continuación aparecen algunas relaciones.

Tipo de medida	Sistema inglés	Sistema métrico
Longitud	1 pulgada	≈ 2.54 centímetros
	1 pie	≈ 0.30 metros
	1 yarda	≈ 0.91 metros
	1 milla	≈ 1.61 kilómetros
Peso/masa	1 libra	≈ 453.6 gramos
	1 libra	≈ 0.4536 gramos
	1 tonelada	≈ 907.2 kilogramos
Capacidad	1 taza	≈ 236.59 mililitros
	1 pinta	≈ 473.18 mililitros
	1 cuarto	≈ 946.35 mililitros
	1 galón	≈ 3.79 litros

Ejemplo

Convierte 36.5 pulgadas a centímetros. Si es necesario, redondea a la centésima más cercana.

Como 1 pulgada ≈ 2.54 centímetros, usa la razón $\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ pulg}}$.

$$36.5 \text{ pulg} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ pulg}} \quad \text{Multiplica.}$$

$$36.5 \cancel{\text{pulg}} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \cancel{\text{pulg}}} \quad \text{Cancela las unidades comunes.}$$

$$36.5 \times 2.54 \text{ cm} \approx 92.71 \text{ cm}$$

Por lo tanto, 36.5 pulgadas es aproximadamente 92.71 centímetros.

Ejercicios

Completa. Si es necesario, redondea a la centésima más cercana.

1. $2 \text{ tz} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ mL

2. $4.8 \text{ pt} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ mL

3. $16 \text{ mi} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ km

4. $5 \text{ gal} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ L

5. $4.2 \text{ yd} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ m

6. $2 \text{ T} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ kg

Práctica de destrezas**Convierte entre sistemas**

Completa. Si es necesario, redondea a la centésima más cercana.

1. $4 \text{ tz} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ mL

2. $2.7 \text{ lb} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ kg

3. $9 \text{ pies} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ m

4. $3 \text{ ct} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ mL

5. $7 \text{ pulg} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ cm

6. $7 \text{ mi} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ km

7. $16 \text{ yd} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ m

8. $3 \text{ T} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ kg

9. $453.6 \text{ g} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ lb

10. $5.08 \text{ cm} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ pulg

11. $41 \text{ kg} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ lb

12. $25 \text{ mi} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ km

13. $28 \text{ ct} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ L

14. $14 \text{ pulg} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ cm

15. $32 \text{ cm} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ pulg

16. $950 \text{ mL} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ tz

17. $6.5 \text{ gal} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ L

18. $2.8 \text{ T} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ kg

19. $500 \text{ mL} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ pt

20. $65 \text{ pulg} \approx \underline{\hspace{2cm}}$ m

21. **CARRERA** Sterling acaba de completar la carrera de 100 metros en su competencia de atletismo. ¿Cuántas yardas corrió?

9-1**E**

Reforzamiento

Convierte tasas

Se pueden usar razones unitarias y sus recíprocos para convertir tasas. A veces tienes que multiplicar más de una vez.

Ejemplo

El límite de velocidad en la carretera interestatal es de 65 millas por hora. ¿A cuántos pies por minuto corresponde eso?

Como la unidad de millas se debe cancelar, usa la razón unitaria $\frac{5,280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}}$ porque la unidad de millas está en el denominador. Usa $\frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}$ para convertir de horas a minutos.

$$\begin{aligned}\frac{65 \text{ mi}}{1 \text{ h}} &= \frac{65 \text{ mi}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{5,280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \\ &= \frac{65 \cancel{\text{mi}}}{1 \cancel{\text{h}}} \cdot \frac{5,280 \text{ pies}}{1 \cancel{\text{mi}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{60 \text{ min}} \\ &= \frac{65 \cdot 5,280 \text{ pies} \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 60 \text{ min}} = \frac{343,200 \text{ pies}}{60 \text{ min}} \text{ ó } \frac{5,720 \text{ pies}}{1 \text{ min}}\end{aligned}$$

Multiplica por las razones correspondientes.

Cancela las unidades comunes.

Simplifica.

El límite de velocidad es de 5,720 pies por minuto.

Ejercicios

Convierte cada tasa.

1. $10 \text{ mi/h} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies/min

2. $35 \text{ cm/s} = \underline{\hspace{2cm}}$ m/min

3. $4.5 \text{ mi/h} = \underline{\hspace{2cm}}$ pies/s

4. **CAMINATA** Tina camina a una velocidad de 180 pies por minuto. ¿A cuántos pies por segundo corresponde eso?

5. **VIAJES** Un carro viaja a una velocidad de 55 millas por hora. ¿A cuántos pies por hora corresponde eso?

Práctica de destrezas**Convierte tasas****Convierte cada tasa.**

1. $660 \text{ pies/min} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies/s}$ 2. $25 \text{ mi/h} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies/s}$

3. $32 \text{ gal/min} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ ct/h}$ 4. $425 \text{ cm/h} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ pulg/min}$

5. $0.5 \text{ L/s} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ gal/h}$ 6. $60 \text{ pies/s} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/min}$

7. $3.4 \text{ mi/h} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies/s}$ 8. $6.5 \text{ tz/min} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ tz/s}$

9. $5.6 \text{ lb/gal} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ oz/gal}$ 10. $4 \text{ m/h} \approx \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm/min}$

11. $42 \text{ cm/s} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/min}$ 12. $4,500 \text{ pies/h} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies/s}$

13. $8 \text{ mi/h} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies/min}$ 14. $900 \text{ cm/h} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm/min}$

15. TROTE Jarin trota a una velocidad de 7.5 millas por hora. ¿A cuántas millas por minuto corresponde eso?

16. CUBETAS Alonzo llena cubetas a una tasa de 6 galones por minuto. ¿Cuál es la tasa en litros por hora?

9-1**F****Reforzamiento****Convierte unidades de área y volumen**

Las relaciones de área son las relaciones al cuadrado de las relaciones que ya conoces.

$$1 \text{ pie} = 12 \text{ pulg}$$

$$1 \text{ pie}^2 = 144 \text{ pulg}^2$$

Asimismo, las relaciones de volumen son las relaciones al cubo.

$$1 \text{ yd} = 3 \text{ pies}$$

$$1 \text{ yd}^3 = 27 \text{ pies}^3$$

	Unidades del sistema inglés	Unidades métricas
Área	$1 \text{ pie}^2 = 144 \text{ pulg}^2$	$1 \text{ m}^2 = 10,000 \text{ cm}^2$
	$1 \text{ yd}^2 = 9 \text{ pies}^2$	$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
Volumen	$1 \text{ pie}^3 = 1,728 \text{ pulg}^3$	$1 \text{ m}^3 = 1,000,000 \text{ cm}^3$
	$1 \text{ yd}^3 = 27 \text{ pies}^3$	$1 \text{ cm}^3 = 1,000 \text{ mm}^3$
Volumen/capacidad		$1 \text{ cc} = 1 \text{ mL}$
Agua		$1 \text{ mL} \approx 1 \text{ g}$

Ejemplo

Una sala de estar mide 12 pies por 16 pies. ¿Cuánto mide el área de la sala de estar en yardas cuadradas?

Paso 1 Calcula el área de la sala en pies cuadrados: $12 \times 16 = 192 \text{ pies}^2$.

Paso 2 Usa la razón $\frac{1 \text{ yd}^2}{9 \text{ pies}^2}$.

$$192 \text{ pies}^2 = 192 \text{ pies}^2 \cdot \frac{1 \text{ yd}^2}{9 \text{ pies}^2} \quad \text{Multiplica.}$$

$$= 192 \text{ pies}^2 \cdot \frac{1 \text{ yd}^2}{9 \text{ pies}^2} \quad \text{Cancela la unidad común. Quedan las yardas cuadradas.}$$

$$\approx 21.33 \text{ yd}^2$$

La sala de estar tiene un área de aproximadamente 21.33 yardas cuadradas.

Ejercicios

Completa. Si es necesario, redondea a la centésima más cercana.

1. $12.5 \text{ pies}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pulg}^2$

2. $0.03 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$

3. $62.8 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

4. $4 \text{ yd}^3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pies}^3$

5. **MARCOS** Un marco de fotografía mide 10 pulgadas por 14 pulgadas. Calcula el área en pies cuadrados.

Práctica de destrezas**Convierte unidades de área y volumen**

Completa. Si es necesario, redondea a la centésima más cercana.

1. $6 \text{ pies}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ pulg²

2. $8 \text{ yd}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies³

3. $2,000,000 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ m³

4. $14 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ mm²

5. $36 \text{ pies}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ yd²

6. $15 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ m²

7. $8,500 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm³

8. $19,008 \text{ pulg}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies³

9. $7 \text{ yd}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies²

10. $28,000 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm³

11. $8.4 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ mm³

12. $350 \text{ mm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm²

13. $5 \text{ pies}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ pulg³

14. $0.005 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm³

15. $142,000 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm³

16. $216 \text{ pies}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ yd²

17. $22 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ mm²

18. $288 \text{ pulg}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies²

19. $720 \text{ pies}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ yd²

20. $125 \text{ yd}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies³

21. $105 \text{ mm}^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ cm³

22. $435 \text{ yd}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ pies²

23. **JARDINERÍA** El Sr. O'Brien pide 65 yardas cúbicas de fertilizante. ¿A cuántos pies cúbicos corresponde eso?

9-2**A****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Haz un modelo**

Al resolver problemas, haz un modelo para representar la situación dada a fin de determinar el mejor plan para una solución.

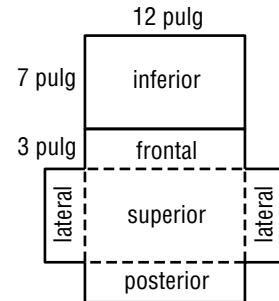
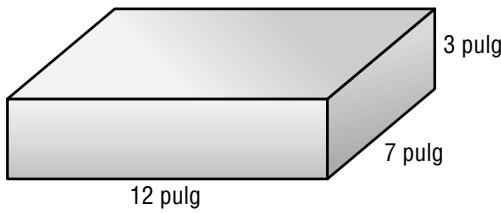
Ejemplo

PAPEL DE REGALO Daisy quiere envolver una caja rectangular. La caja mide 12 pulgadas por 7 pulgadas por 3 pulgadas de altura. ¿Cuánto debe medir el área del papel de manera que a ella le sobre 1 pulgada al extremo para envolver bien la caja?

Comprende Sabes que la caja mide $12 \times 7 \times 3$ y que debes sumar 1 pulgada a algunas medidas para que se superpongan. También sabes que el papel de envolver será un rectángulo.

Planifica Dibuja un bosquejo de la caja y luego haz un modelo de ella como si se recortara y se pusiera de manera plana. Necesitas agregar la parte que se superpone a la longitud y al ancho totales.

Resuelve Dibuja la caja. Haz un modelo de la caja desdoblada.



La longitud del papel que se necesita es la distancia alrededor de la caja más 1 pulgada. Por lo tanto, $\ell = 7 + 3 + 7 + 3 + 1$ ó 21 pulgadas.

El ancho del papel medirá $3 + 12 + 3 + 1$ ó 19 pulgadas.

El área medirá 21×19 ó 399 pulg^2 .

Verifica Forma la caja. Luego, recorta un pedazo de papel de 19 pulgadas por 21 pulgadas para ver si puedes envolver bien la caja.

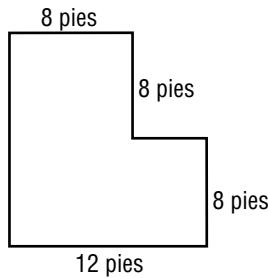
Ejercicios

1. JARDINERÍA Peg quiere colocar un camino de piedra de 3 pies de ancho alrededor de un jardín rectangular que mide 10 pies por 15 pies. ¿Cuál será el perímetro del jardín, incluido el camino de piedra?

2. DIBUJO Dante está haciendo un dibujo en tamaño real de su personaje de caricatura favorito. Si la figura mide 1 pulgada por 0.5 pulgadas y su escala es de 1 pulgada = 10 pulgadas, ¿cuánto medirá el personaje en tamaño real?

Práctica de destrezas**Investigación para resolver problemas: Haz un modelo****Haz un modelo para resolver.**

- MASCOTAS** La tienda de mascotas de Guy tiene 5 mascotas a la venta. Algunas son aves y otras son perros. Cuando Guy observa las mascotas, cuenta 18 patas. ¿Cuántas mascotas de cada tipo hay?
- DISEÑO INTERIOR** Bonnie está creando un modelo de una sala de estar. La sala mide 20 pies por 20 pies. Si la escala que usa es de 1 pie = $\frac{1}{2}$ pulgada, ¿cuáles son las dimensiones de su modelo de sala?
- COMPETENCIA DE ARTE** Según las normas de una competencia de arte, los trabajos presentados no deben ser más grandes que 11 pulgadas por 14 pulgadas. Si la fotografía de Christene mide 8 pulgadas por 10 pulgadas, ¿cuál es el papel mate más grande que puede usar si quiere que el borde sea del mismo ancho alrededor de toda la fotografía?
- REVESTIMIENTO** Rusty colocará una alfombra en un cuarto con forma de L, cuyo modelo se muestra a continuación. ¿Cuánta alfombra necesitará?



- MODELO A ESCALA** Charlotte está construyendo un modelo de la Torre Eiffel. Si la torre real mide 986 pies de altura y la escala de Charlotte es de 1 pulgada = 10 pies, ¿qué altura tendrá su modelo?
- FERIA DE CIENCIAS** Para su proyecto de la feria de ciencias, Shirleen quiere hacer un cartel que esté doblado en tres secciones. La longitud del cartel mide 36 pulgadas. Si desea que la sección intermedia mida el doble de la longitud de las secciones laterales y que las dos secciones laterales sean iguales, ¿cuánto debe medir la longitud de la sección intermedia?
- ENMARCADO** Una fotografía de 14 pulgadas por 20 pulgadas está puesta en un marco de dos pulgadas de ancho. ¿Cuánto mide el área de la fotografía con el marco?

9-2**C****Reforzamiento****Cambios en dimensiones**

Un **factor de escala** es cuánto más grande o más pequeño es un sólido en comparación con otro. Los **sólidos semejantes** tienen la misma forma y sus medidas lineales correspondientes son proporcionales.

Para los sólidos semejantes A y B :

$$\text{área de superficie de } B = (\text{área de superficie de } A) \times (\text{factor de escala})^2$$

Ejemplo 1 El área de superficie de un prisma rectangular mide 144 centímetros cuadrados. Calcula el área de superficie de un prisma semejante que es más grande por un factor de escala de 4.

$$A.S. = 144 \cdot 4^2$$

Multiplica por el factor de escala al cuadrado.

$$A.S. = 144 \cdot 16$$

Eleva 4 al cuadrado.

$$A.S. = 2,304 \text{ cm}^2$$

Simplifica.

Para los sólidos semejantes A y B :

$$\text{Volumen de } B = (\text{volumen de } A) \times (\text{factor de escala})^3$$

Ejemplo 2 El volumen de un prisma rectangular mide 120 pies cúbicos. Calcula el volumen de un prisma semejante que es más grande por un factor de escala de 2.

$$V = 120 \cdot 2^3$$

Multiplica por el factor de escala al cubo.

$$V = 120 \cdot 8$$

Eleva 2 al cubo.

$$V = 960 \text{ pies}^3$$

Simplifica.

Ejercicios

1. El área de superficie de un prisma rectangular mide 1,150 pulgadas cuadradas. Calcula el área de superficie de un prisma semejante que es más grande por un factor de escala de 2.

2. El área de superficie de una pirámide mide 38 pies cuadrados. ¿Cuánto medirá el área de superficie de una pirámide semejante que es más pequeña por un factor de escala de $\frac{1}{3}$?

3. El volumen de un prisma triangular mide 5 metros cúbicos. Calcula el volumen de un prisma semejante que es más grande por un factor de escala de 3.

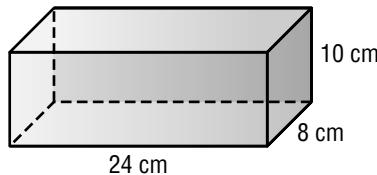
4. El volumen de un cilindro mide 416 pulgadas cúbicas. ¿Cuánto medirá el volumen de un cilindro semejante que es más pequeño por un factor de escala de $\frac{1}{2}$?

Práctica de destrezas**Cambios en dimensiones**

- Un cubo tiene un área de superficie de 150 pulgadas cuadradas. ¿Cuánto medirá el área de superficie de un cubo semejante que es más grande por un factor de escala de 2?
- El área de superficie de un prisma triangular mide 60 centímetros cuadrados. ¿Cuánto medirá el área de superficie de un prisma semejante que es más pequeño por un factor de escala de $\frac{1}{5}$?
- CORREO** Una caja de embarque tiene un área de superficie de 320 pulgadas cuadradas. ¿Cuánto medirá el área de superficie de una caja semejante que es más grande por un factor de escala de 1.2?
- LATAS** Una lata de comida tiene un volumen de 344 centímetros cúbicos. ¿Cuánto medirá el volumen de una lata semejante que es más pequeña por un factor de escala de $\frac{1}{2}$?
- Un cono tiene un volumen de 7,560 milímetros cúbicos. ¿Cuánto medirá el volumen de un cono semejante que es un sexto del tamaño del cono?
- Una pirámide tiene un área de superficie de 539 pies cuadrados. ¿Cuánto medirá el área de superficie de una pirámide semejante que es más pequeña por un factor de escala de $\frac{1}{7}$?
- ARTE** El volumen de una escultura de arcilla mide 540 pulgadas cúbicas. ¿Cuánto medirá el volumen de una escultura semejante que es más grande por un factor de escala de 2.5?

En los Ejercicios 8 y 9 usa el prisma rectangular.

- Calcula el área de superficie y el volumen de un prisma rectangular que es más grande que el que se muestra por un factor de escala de 10.



- Calcula el área de superficie y el volumen de un prisma rectangular que es más pequeño que el que se muestra por un factor de escala de $\frac{1}{10}$.

10-1**B****Reforzamiento****Traslaciones en el plano de coordenadas**

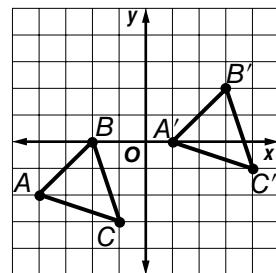
La **traslación** es el movimiento de una figura geométrica en alguna dirección sin girar la figura. Cuando se hace una transformación de traslación, cada punto de la figura original se mueve la misma distancia y en la misma dirección. Para graficar una traslación de una figura, mueve cada vértice de la figura en la dirección indicada. Luego, conecta los vértices nuevos.

Ejemplo

El triángulo ABC tiene vértices $A(-4, -2)$, $B(-2, 0)$, y $C(-1, -3)$. Halla los vértices del triángulo $A'B'C'$ después de una traslación de 5 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.

Suma 5 a cada coordenada x .Suma 2 a cada coordenada y .

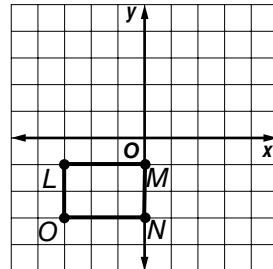
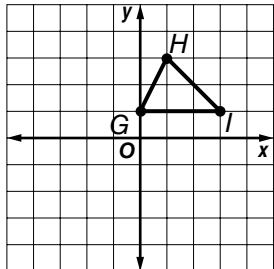
Vértices de $\triangle ABC$	$(x + 5, y + 2)$	Vértices de $\triangle A'B'C'$
$A(-4, -2)$	$(-4 + 5, -2 + 2)$	$A'(1, 0)$
$B(-2, 0)$	$(-2 + 5, 0 + 2)$	$B'(3, 2)$
$C(-1, -3)$	$(-1 + 5, -3 + 2)$	$C'(4, -1)$



Las coordenadas de los vértices del $\triangle A'B'C'$ son $A'(1, 0)$, $B'(3, 2)$, y $C'(4, -1)$.

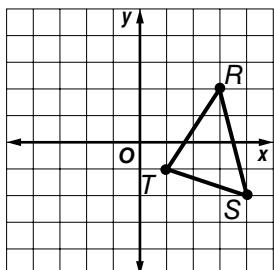
Ejercicios

1. Haz una traslación del $\triangle GHI$ 1 unidad a la izquierda y 5 unidades hacia abajo.
2. Haz una traslación del rectángulo $LMNO$ 4 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba.

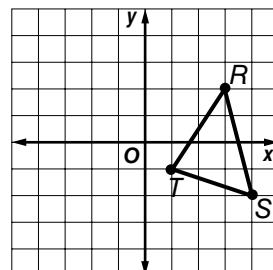


El triángulo RST tiene vértices $R(3, 2)$, $S(4, -2)$, y $T(1, -1)$. Halla los vértices de $R'S'T'$ después de cada traslación. Luego, grafica la figura y su imagen de traslación.

3. 5 unidades a la izquierda, 1 unidad hacia arriba

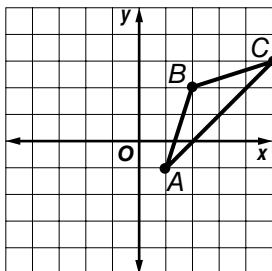


4. 3 unidades a la izquierda, 2 unidades hacia abajo

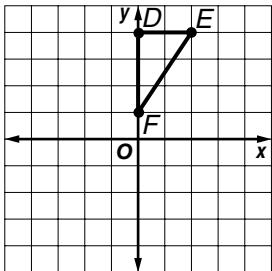


Práctica de destrezas**Traslaciones en el plano de coordenadas**

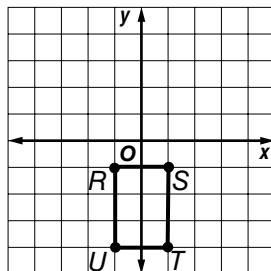
1. Haz una traslación del $\triangle ABC$ 5 unidades a la izquierda.



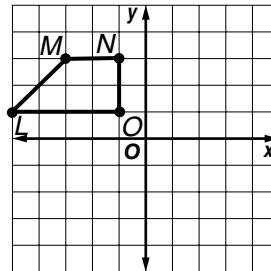
3. Haz una traslación del $\triangle DEF$ 4 unidades a la izquierda y 4 unidades hacia abajo.



2. Haz una traslación del rectángulo $RSTU$ 2 unidades a la derecha y 5 unidades hacia arriba.

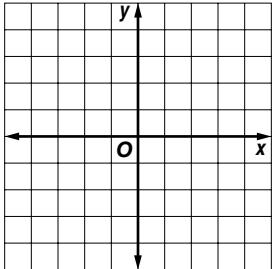


4. Haz una traslación del trapecio $LMNO$ 5 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo.

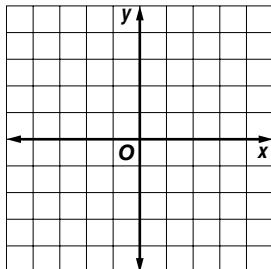


El triángulo XYZ tiene vértices $X(-4, 5)$, $Y(-1, 3)$, y $Z(-2, 0)$. Halla los vértices de $XY'Z'$ después de cada traslación. Luego, grafica la figura y su imagen de traslación.

5. 5 unidades hacia abajo



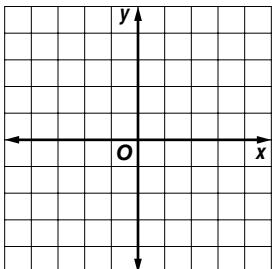
6. 4 unidades a la derecha, 3 unidades hacia abajo



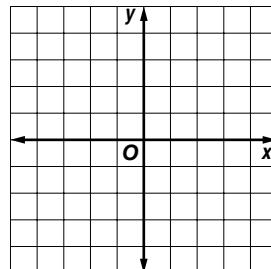
El paralelogramo $RSTU$ tiene vértices $R(-1, -3)$, $S(0, -1)$, $T(4, -1)$, y $U(3, -3)$. Halla los vértices de $R'S'T'U'$ después de cada traslación.

Luego, grafica la figura y su imagen de traslación.

7. 3 unidades a la izquierda, 3 unidades hacia arriba



8. 1 unidad a la derecha, 5 unidades hacia arriba

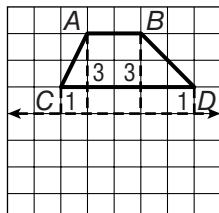


10-2**B****Reforzamiento****Reflexiones en el plano de coordenadas**

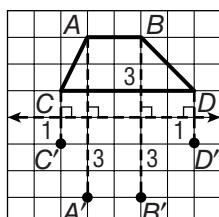
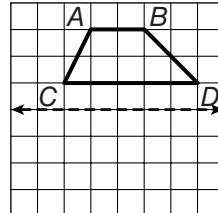
La imagen como reflejo en un espejo que se produce al invertir una figura sobre una recta se llama **reflexión**. Esta recta se llama **eje de reflexión**. Una reflexión es un tipo de **transformación** o conversión de una figura geométrica. En matemáticas, una **imagen** es la posición de una figura después de una transformación. La imagen del punto A se escribe A' y se lee A prima.

Ejemplo

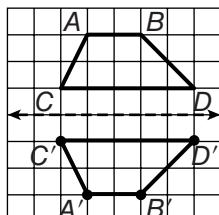
Dibuja la imagen del cuadrilátero $ABCD$ después de una reflexión sobre la recta indicada.



Paso 1 Cuenta el número de unidades que hay entre cada vértice y el eje de reflexión.



Paso 2 Para hallar el punto correspondiente al vértice A , avanza por la recta pasando por el vértice A perpendicular al eje de reflexión hasta que estés a 3 unidades de la recta en el lado opuesto. Dibuja un punto y rotúlal A' . Repite con cada vértice.

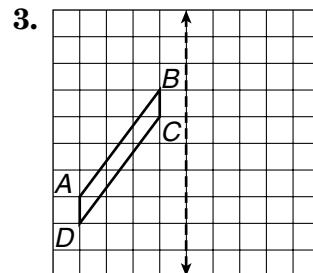
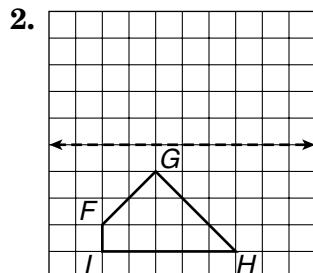
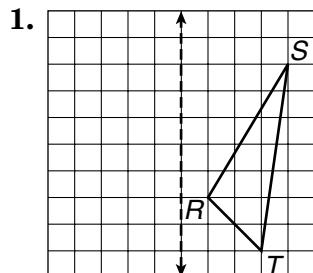


Paso 3 Conecta los vértices nuevos para formar el cuadrilátero $A'B'C'D'$.

Observa que si avanzas por el cuadrilátero $ABCD$ de A a B a C a D , te estás moviendo en el sentido de las manecillas del reloj. En cambio, si avanzas por el cuadrilátero $A'B'C'D'$ de A' a B' a C' a D' , te estás moviendo en sentido contrario de las manecillas del reloj. Una figura y su reflexión tienen orientaciones opuestas.

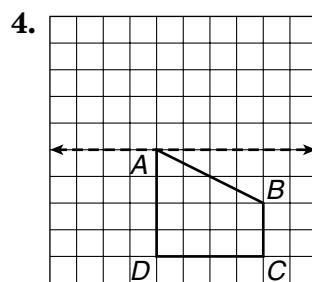
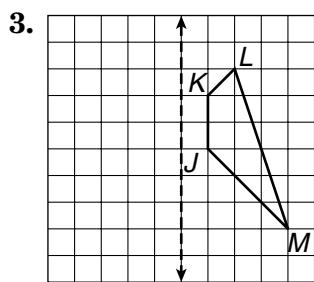
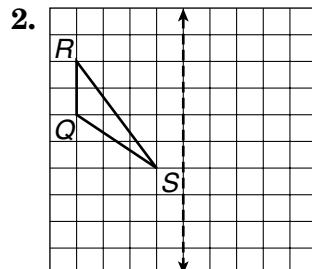
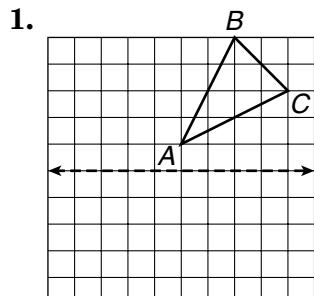
Ejercicios

Dibuja la imagen de la figura después de una reflexión sobre la recta indicada.



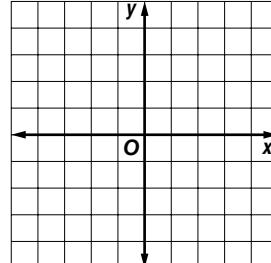
10-2**B****Práctica de destrezas****Reflexiones en el plano de coordenadas**

Dibuja la imagen de la figura después de una reflexión sobre la recta indicada.

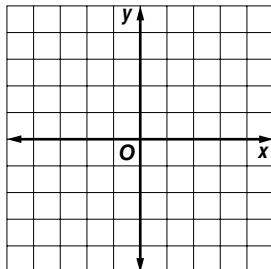


Grafica la figura y su reflexión sobre el eje x . Luego, halla las coordenadas de la imagen reflejada.

5. triángulo ABC de vértices $A(-3, 4)$, $B(1, 4)$, y $C(3, 1)$

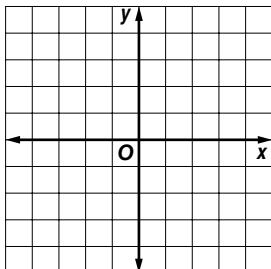


6. rectángulo $MNOP$ de vértices $M(-2, -4)$, $N(-2, -1)$, $O(3, -1)$, y $P(3, -4)$

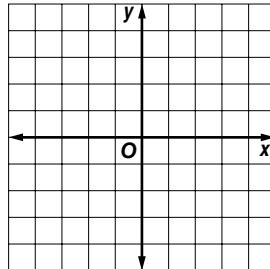


Grafica la figura y su reflexión sobre el eje y . Luego, halla las coordenadas de la imagen reflejada.

7. triángulo DEF de vértices $D(1, 4)$, $E(4, 3)$, y $F(2, 0)$



8. triángulo $WXYZ$ de vértices $W(-1, 3)$, $X(-1, -4)$, $Y(-5, -4)$, y $Z(-3, 3)$



10-3**B****Reforzamiento*****Rotaciones en el plano de coordenadas***

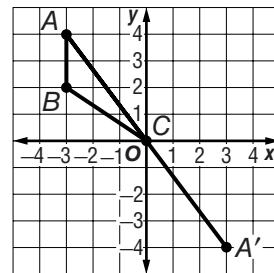
- Se produce una rotación cuando una figura se rota alrededor de un punto.
- Otro nombre para una rotación es giro.
- En una rotación en el sentido de las manecillas del reloj de 90° respecto al origen, el punto (x, y) se convierte en $(y, -x)$.
- En una rotación en el sentido de las manecillas del reloj de 180° respecto al origen, el punto (x, y) se convierte en $(-x, -y)$.
- En una rotación en el sentido de las manecillas del reloj de 270° respecto al origen, el punto (x, y) se convierte en $(-y, x)$.

Ejemplo

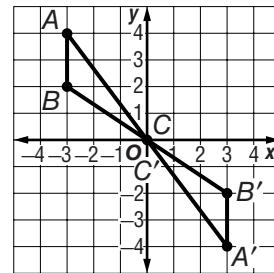
El triángulo ABC tiene vértices $A(-3, 4)$, $B(-3, 2)$, y $C(0, 0)$. Rota el triángulo ABC en el sentido de las manecillas del reloj 180° respecto al origen.

Paso 1 Grafica el triángulo ABC en un plano de coordenadas.

Paso 2 Traza el segmento AO que conecta el punto A con el origen. Traza otro segmento $A'O$ de manera que el ángulo entre el punto A , O , y A' mida 180° y el segmento sea congruente a AO .



Paso 3 Repita para el punto B (el punto C no se moverá pues está en el origen). Luego, conecta los vértices para formar el triángulo $A'B'C'$.

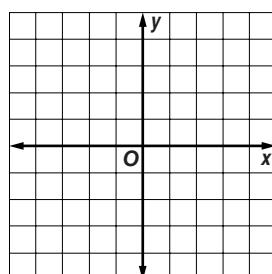
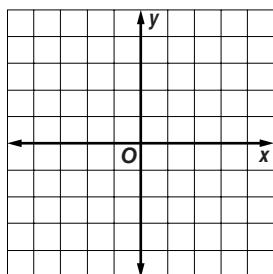
**Ejercicios**

Halla las coordenadas de la imagen de $(2, 4)$, $(1, 5)$, $(1, -3)$ y $(3, -4)$ según cada transformación.

1. una rotación en el sentido de las manecillas del reloj de 90° respecto al origen
2. una rotación en el sentido de las manecillas del reloj de 270° respecto al origen

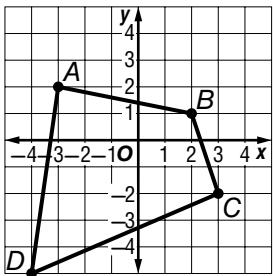
El $\triangle RST$ tiene vértices $R(-2, 1)$, $S(3, 3)$, y $T(0, 0)$. Grafica la figura y su imagen después de cada rotación. Luego, indica las coordenadas de los vértices para el triángulo $R'S'T'$.

3. 180° en sentido contrario de las manecillas del reloj respecto al origen
4. 90° en sentido contrario de las manecillas del reloj respecto al origen

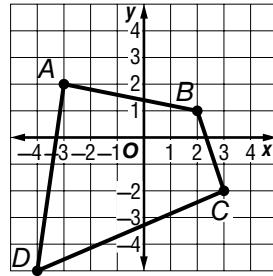


Práctica de destrezas***Rotaciones en el plano de coordenadas***

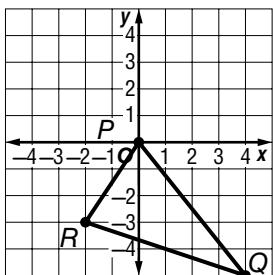
1. Rota $ABCD$ 90° en el sentido de las manecillas del reloj respecto al origen. Grafica $A'B'C'D'$.



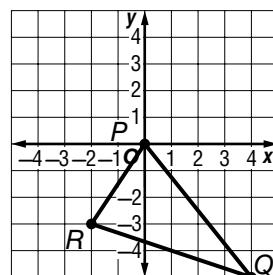
2. Rota $ABCD$ 270° en el sentido de las manecillas del reloj respecto al origen. Grafica $A'B'C'D'$.



3. Rota PQR 180° en el sentido de las manecillas del reloj respecto al origen. Grafica $P'Q'R'$.

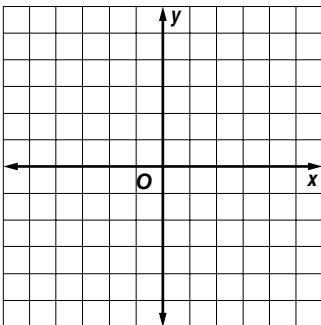


4. Rota PQR 270° en el sentido de las manecillas del reloj respecto al origen. Grafica $P'Q'R'$.

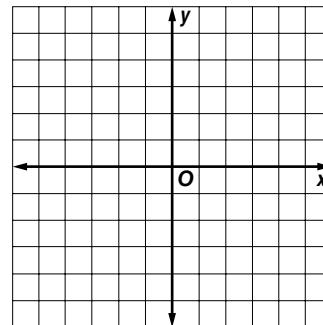


El $\triangle DEF$ tiene vértices $D(-4, 2)$, $E(-1, 5)$, y $F(0, 0)$. Grafica la figura y su imagen después de cada rotación. Luego, indica las coordenadas de los vértices para el triángulo $D'E'F'$.

5. 90° en sentido contrario de las manecillas del reloj respecto al origen



6. 180° en el sentido de las manecillas del reloj respecto al origen



10-4**Reforzamiento**
A
Homotecias

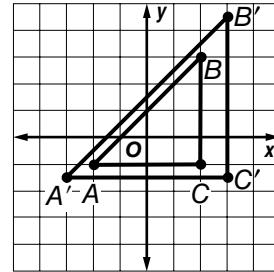
La imagen que se produce al ampliar o reducir una figura se llama **homotecia**.

Ejemplo 1 Grafica el $\triangle ABC$ de vértices $A(-2, -1)$, $B(2, 3)$, y $C(2, -1)$. Luego, grafica su imagen $\triangle A'B'C'$ después de una homotecia con un factor de escala de $\frac{3}{2}$.

$$A(-2, -1) \rightarrow \left(-2 \cdot \frac{3}{2}, -1 \cdot \frac{3}{2}\right) \rightarrow A'\left(-3, -1\frac{1}{2}\right)$$

$$B(2, 3) \rightarrow \left(2 \cdot \frac{3}{2}, 3 \cdot \frac{3}{2}\right) \rightarrow B'\left(3, 4\frac{1}{2}\right)$$

$$C(2, -1) \rightarrow \left(2 \cdot \frac{3}{2}, -1 \cdot \frac{3}{2}\right) \rightarrow C'\left(3, -1\frac{1}{2}\right)$$

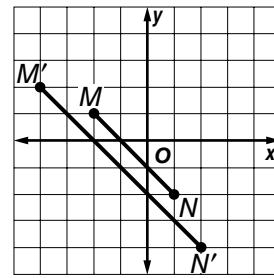


Ejemplo 2 El segmento $M'N'$ es una homotecia del segmento MN . Calcula el factor de escala de la homotecia y clasifícalo como una *ampliación* o una *reducción*.

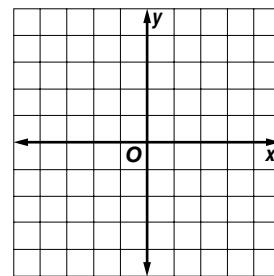
Escribe la razón de la coordenada x o y de un vértice de la figura homotética a la coordenada x o y del vértice correspondiente de la figura original. Usa las coordenadas x de $N(1, -2)$ y $N'(2, -4)$.

$$\frac{\text{coordenada } x \text{ del punto } N'}{\text{coordenada } x \text{ del punto } N} = \frac{2}{1} \text{ ó } 2$$

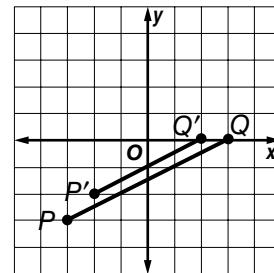
El factor de escala es 2. Como la imagen es más grande que la figura original, la homotecia es una ampliación.

**Ejercicios**

1. El polígono $ABCD$ tiene vértices $A(2, 4)$, $B(-1, 5)$, $C(-3, -5)$, y $D(3, -4)$. Halla las coordenadas de su imagen después de una homotecia con un factor de escala de $\frac{1}{2}$. Luego, grafica el polígono $ABCD$ y su homotecia.



2. El segmento $P'Q'$ es una dilatación del segmento PQ . Calcula el factor de escala de la homotecia y clasifícalo como una *ampliación* o una *reducción*.



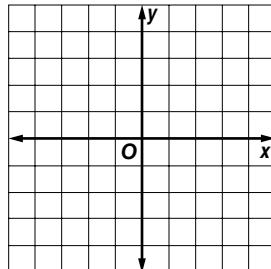
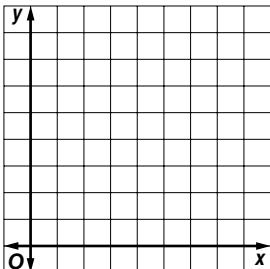
10-4**A**

Práctica de destrezas

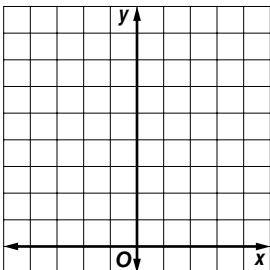
Homotecias

Halla las coordenadas de los vértices del triángulo $A'B'C'$ después de que el triángulo ABC se agranda con el factor de escala que se indica. Luego, grafica el triángulo ABC y su homotecia.

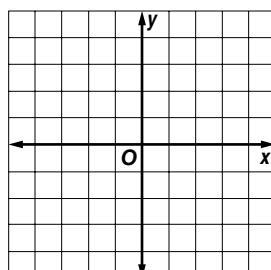
1. $A(1, 1), B(1, 3), C(3, 1)$; factor de escala 3 2. $A(-2, -2), B(-1, 2), C(2, 1)$; factor de escala 2



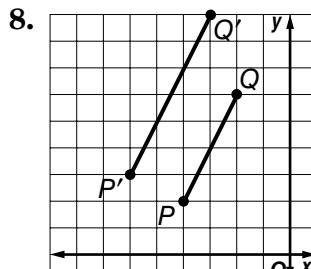
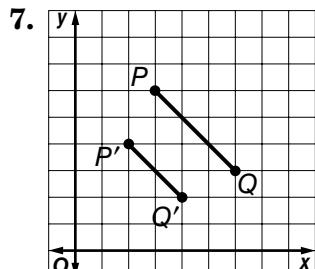
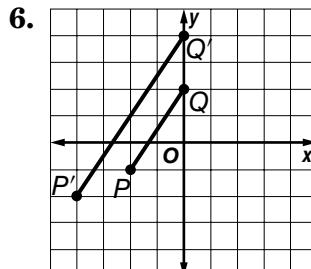
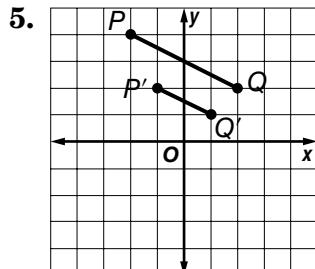
3. $A(-4, 6), B(2, 6), C(0, 8)$; factor de escala $\frac{1}{2}$



4. $A(-3, -2), B(1, 2), C(2, -3)$; factor de escala 1.5



El segmento $P'Q'$ es una homotecia del segmento PQ . Calcula el factor de escala de la homotecia y clasifícalo como una *ampliación* o una *reducción*.



10-4**B****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Trabaja al revés**

Al trabajar al revés desde donde comenzaste, puedes resolver problemas. Sigue una organización cuando trabajes al revés. Siempre comprende qué pide el problema, luego haz un plan, resuelve el problema y verifica tu respuesta para asegurarte de que es razonable.

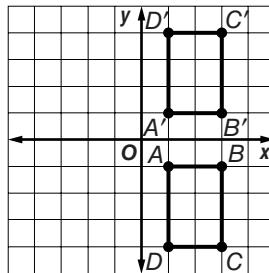
Ejemplo

El rectángulo que se muestra fue reflejado sobre el eje x . Halla las coordenadas originales del rectángulo.

Comprende Conoces la reflexión implicada.

Planifica Comienza en la imagen y trabaja al revés.

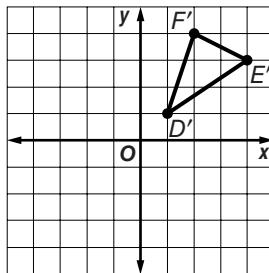
Resuelve $A(1, -1), B(3, -1), C(3, -4)$, y $D(1, -4)$



Verifica Comienza con $ABCD$ y refleja cada punto sobre el eje x . Esto da como resultado $A'B'C'D'$. Por lo tanto, la figura original es correcta.

Ejercicios

Resuelve cada problema usando la estrategia de *trabaja al revés*.



1. El triángulo que se muestra fue reflejado sobre el eje y . Halla las coordenadas originales del triángulo.
2. Halla las coordenadas originales del triángulo si se reflejara sobre el eje x .

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Trabaja al revés

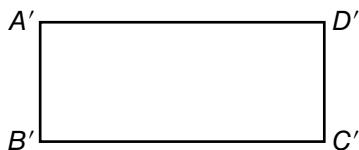
Usa la estrategia de *trabaja al revés* para resolver los Ejercicios 1 al 5.

- 1. ESCUELA** Joellen comienza a caminar desde su casa, que está ubicada en el par ordenado $(2, 3)$ de un plano de coordenadas. Camina 3 cuadras al este y ahora está a 2 cuadras al norte de la escuela. ¿Dónde se ubica la escuela en el plano de coordenadas?

- 2. TRIÁNGULO** La punta de un triángulo isósceles está orientada hacia el norte después de una rotación de 90° en sentido contrario de las manecillas del reloj. ¿Hacia qué dirección estaba orientada la punta del triángulo antes de rotarlo?

- 3. CAMINATA** Después de que August camina 6 cuadras al norte y 2 cuadras al oeste, está en la biblioteca, que se ubica en $(1, 7)$ de un plano de coordenadas. ¿Cuál es la ubicación original de August?

- 4. GEOMETRÍA** Este rectángulo se rotó 90° en sentido contrario de las manecillas del reloj. Dibuja el rectángulo original.



- 5. GEOMETRÍA** Usa el rectángulo del Ejercicio 4 para indicar cuántos grados se rotaría si el vértice A estuviera en la esquina inferior derecha del rectángulo.

11-1**A****Reforzamiento****Relaciones angulares**

Un **ángulo** es una figura que tiene dos lados que comparten un extremo en común denominado **vértice**. Los ángulos se miden en unidades llamadas **grados**. El símbolo de ángulo es \angle .

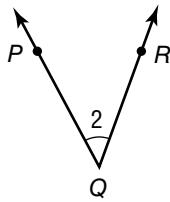
Tipos de ángulos clasificados según su medida:

ángulo recto	ángulo agudo	ángulo obtuso	ángulo llano
exactamente 90°	menor que 90°	entre 90° y 180°	exactamente 180°

Ejemplo

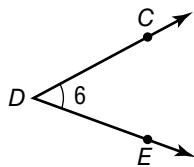
Nombra el ángulo. Luego, clasifica el ángulo como **agudo**, **obtuso**, **recto** o **llano**.

- Usa el vértice como letra intermedia y un punto de cada lado.
 $\angle PQR$ o $\angle RQP$
- Usa sólo el vértice. $\angle Q$
- Usa un número. $\angle 2$
- El ángulo tiene una medida menor que 90° , por lo tanto es agudo.

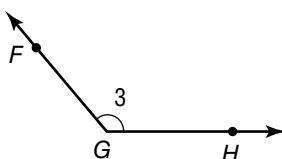
**Ejercicios**

Nombra cada ángulo de cuatro maneras. Luego, clasifica el ángulo como **agudo**, **obtuso**, **recto** o **llano**.

1.



2.

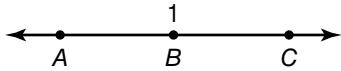


Práctica de destrezas

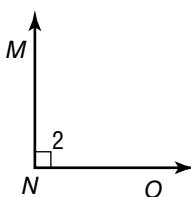
Relaciones angulares

Nombra cada ángulo de cuatro maneras. Luego, clasifica el ángulo como **agudo, obtuso, recto o llano**.

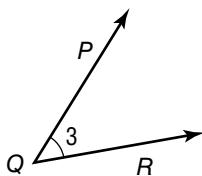
1.



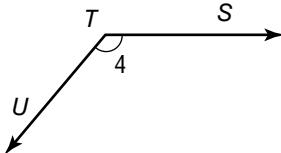
2.



3.

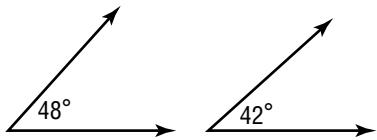


4.

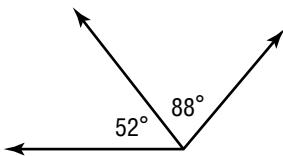


Identifica cada par de ángulos como **complementarios, suplementarios o ninguno de ellos**.

5.



6.



7. Si el $\angle A$ y el $\angle B$ son complementarios y la medida del $\angle A$ es 86° , ¿cuál es la medida del $\angle B$?

8. ¿Cuál es la medida del $\angle C$ si el $\angle C$ y el $\angle D$ son suplementarios y la medida del $\angle D$ es 97° ?

11-1**B**

Reforzamiento

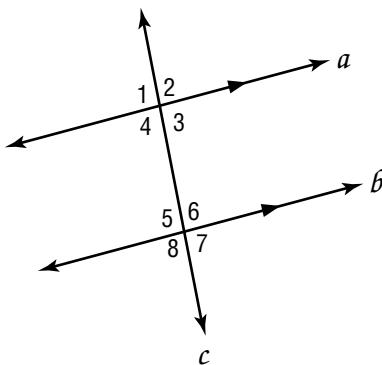
Rectas paralelas

Las rectas de un plano que nunca se intersecan son **rectas paralelas**. Las rectas que se encuentran o cruzan para formar una esquina en ángulo recto son **rectas perpendiculares**. Cuando dos rectas paralelas son intersecadas por una tercera recta, esta recta se llama **transversal**.

Transversales y ángulos

- Los **ángulos alternos internos** están en los lados opuestos de la transversal y dentro de las rectas paralelas.
- Los **ángulos alternos externos** están en los lados opuestos de la transversal y fuera de las rectas paralelas.
- Los **ángulos correspondientes** están en la misma posición en las rectas paralelas en relación con la transversal.

Ejemplo Sea $a \parallel b$ y $m\angle 8 = 62^\circ$, calcula $m\angle 4$.



$\angle 8$ y $\angle 4$ son ángulos correspondientes.

$$m\angle 8 = m\angle 4 = 62^\circ$$

Ejercicios

Usa la figura del Ejemplo de arriba. Clasifica cada par de ángulos.

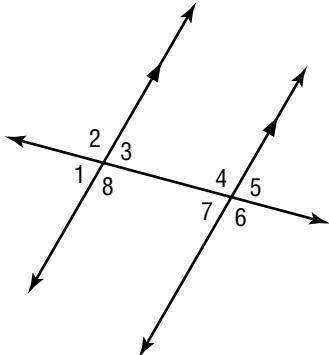
1. $\angle 1$ y $\angle 5$ 2. $\angle 6$ y $\angle 8$ 3. $\angle 4$ y $\angle 6$

Si $m\angle 2 = 86^\circ$, calcula cada medida.

4. $m\angle 3$ 5. $m\angle 6$ 6. $m\angle 8$

Práctica de destrezas**Rectas paralelas**

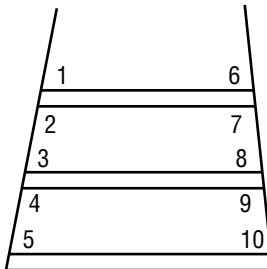
Clasifica cada par de ángulos que muestra la figura.



1. $\angle 2$ y $\angle 4$
2. $\angle 3$ y $\angle 7$
3. $\angle 1$ y $\angle 5$
4. $\angle 8$ y $\angle 6$

En la figura de arriba, si $m\angle 6 = 115^\circ$, calcula cada medida.

5. $m\angle 8$
6. $m\angle 2$
7. $m\angle 4$
8. $m\angle 3$
9. **SOPORTE PARA PLANTAS** La figura muestra un soporte para plantas. Los 3 estantes son paralelos entre sí. Si $m\angle 1 = 79^\circ$ y $m\angle 6 = 84^\circ$, calcula $m\angle 2$ y $m\angle 8$.



11-2**B****Reforzamiento****Triángulos**

Todo triángulo tiene al menos dos ángulos agudos. Una manera en que puedes clasificar un triángulo es usando el tercer ángulo. Otra manera de clasificar triángulos es según sus lados. Los lados con la misma longitud son **segmentos congruentes**.

Clasificación de triángulos según sus ángulos

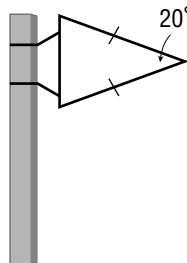
todos los ángulos agudos triángulo acutángulo	1 ángulo recto triángulo rectángulo	1 ángulo obtuso triángulo obtusángulo

Clasificación de triángulos según sus lados

lados no congruentes triángulo escaleno	al menos 2 lados congruentes triángulo isósceles	3 lados congruentes triángulo equilátero

Ejemplo

La figura muestra un banderín triangular atado a un poste. Clasifica el triángulo marcado según sus ángulos y según sus lados.



El triángulo tiene tres ángulos agudos y dos lados de la misma longitud. Por lo tanto, es un triángulo acutángulo isósceles.

Ejercicios

Dibuja un triángulo que cumpla con cada conjunto de condiciones. Luego, clasifica cada triángulo.

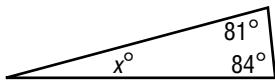
1. un triángulo con tres ángulos agudos y tres lados congruentes
2. un triángulo con un ángulo recto y sin lados congruentes

Práctica de destrezas

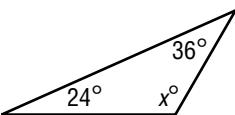
Triángulos

Calcula el valor de x . Luego, clasifica el triángulo según sus ángulos.

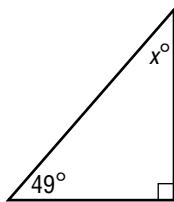
1.



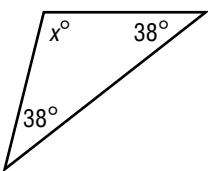
2.



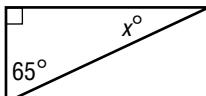
3.



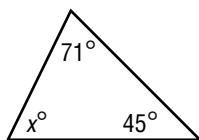
4.



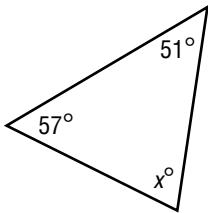
5.



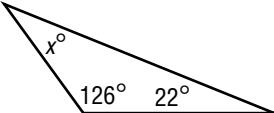
6.



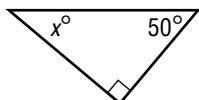
7.



8.



9.



Dibuja un triángulo que cumpla con cada conjunto de condiciones.
Luego, clasifica cada triángulo.

10. un triángulo con un ángulo obtuso y sin lados congruentes

11. un triángulo con tres ángulos agudos y tres lados congruentes

12. un triángulo con un ángulo recto y dos lados congruentes

11-2**C****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Usa el razonamiento lógico**

El razonamiento lógico es un método para resolver problemas que usa el **razonamiento inductivo** (establecer una regla después de ver varios ejemplos) o bien el **razonamiento deductivo** (aplicar una regla para tomar una decisión).

Ejemplo

Usa la fórmula $d = vt$, donde d es la distancia, v la velocidad y t el tiempo, para determinar la distancia que recorrerá un carro después de 4 horas si viaja a una velocidad constante de 65 millas por hora.

Comprende Sabes que el carro viaja 65 millas cada hora.

Planifica Prueba algunos ejemplos para hallar un patrón. Haz una tabla.

Resuelve

Horas transcurridas	Distancia recorrida
1	65
1.5	97.5
2	130
2.5	162.5
3	195
t	$65t$

Después de cada hora, el carro recorrerá 65 millas. Por lo tanto, después de 4 horas el carro recorrerá 260 millas.

Verifica La fórmula es $d = rt$, por lo tanto, $d = 65 \times 4$ ó 260 mi.

Ejercicios

Resuelve los siguientes problemas usando el razonamiento lógico.

- VIAJES** Usa la fórmula $d = vt$, donde d es la distancia, v la velocidad y t el tiempo, para determinar qué distancia ha viajado la familia Morales si conducen a una velocidad de 72 millas por hora durante 9 horas.
- TELÉFONOS CELULARES** Determina el precio por llamada telefónica si María hizo 30 llamadas el mes pasado y su cuenta total mensual fue de \$45.00.
- MÚSICA** Roxanne, Blake y Derrick tocan piano, trompeta y violín, pero no necesariamente en ese orden. Roxanne y Derrick se sientan en cualquiera de los dos lados del trompetista. Roxanne no toca violín. ¿Quién toca el violín?

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Usa el razonamiento lógico

Usa razonamiento lógico para resolver.

- 1. GEOMETRÍA** Dibuja varios cuadrados y mide sus ángulos internos. ¿Qué puedes concluir sobre las medidas de los ángulos de un cuadrado?

- 2. DINERO** Fletcher invierte dinero en una cuenta de ahorros. Usa la fórmula $I = Prt$, donde I es la cantidad de dinero ganado, P la cantidad principal de dinero invertido, r la tasa de interés y t el tiempo que el dinero está invertido. Si Fletcher invierte \$500 a un 5% de interés durante 1 año, ¿cuánto interés ganará?

- 3. PATRONES** Halla los 3 números que siguen en el patrón 2, 4, 6, 8, 10,

- 4. CONSEJO ESTUDIANTIL** Chen, Sue y Rex son presidente, vicepresidente y secretario del consejo estudiantil, no necesariamente en ese orden. Chen y el vicepresidente se quedan después de clases con Rex para planificar un baile. Chen no es el presidente. ¿Quién es el presidente?

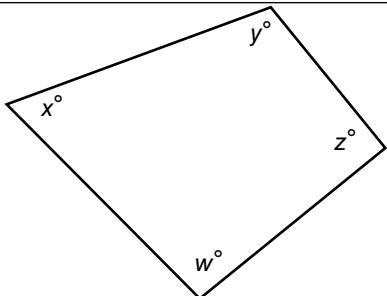
- 5. GEOMETRÍA** Dibuja varios paralelogramos y mide sus lados. ¿Qué puedes concluir sobre las medidas de los lados opuestos de un paralelogramo?

- 6. VIAJES** Usa la fórmula $d = vt$, donde d es la distancia, v la velocidad y t el tiempo, para determinar qué distancia viajó Pansy si condujo a 65 millas por hora durante 6 horas sin detenerse.

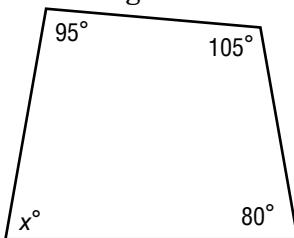
11-2**D****Reforzamiento**
Cuadriláteros

Los **cuadriláteros** tienen cuatro lados y cuatro ángulos. La suma de las medidas de los ángulos de un cuadrilátero es 360° .

$$w + x + y + z = 360$$

**Ejemplo****Calcula el valor de x en el cuadrilátero.**

La suma de las medidas de los ángulos de un cuadrilátero es 360° .



$$x + 105 + 80 + 95 = 360$$

Escribe la ecuación.

$$x + 280 = 360$$

Suma 105, 80 y 95.

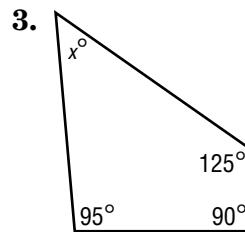
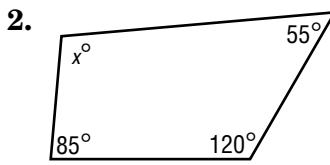
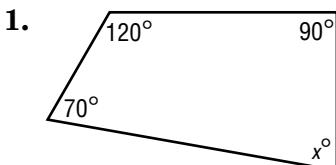
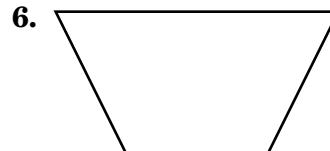
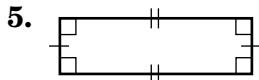
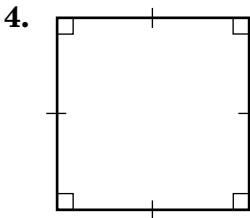
$$\begin{array}{r} -280 \\ \hline -280 \end{array}$$

Resta 280 de cada lado.

$$x = 80$$

Simplifica.

Por lo tanto, el valor de x es 80.

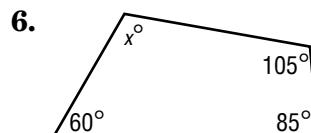
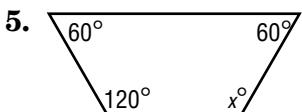
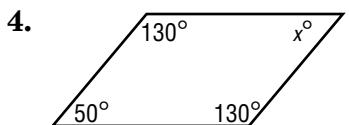
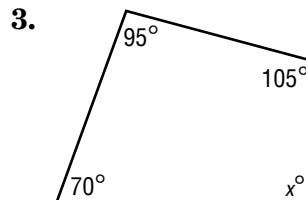
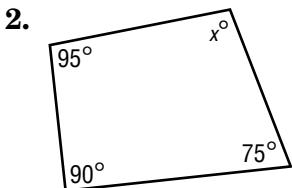
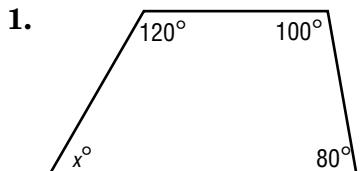
Ejercicios**Calcula el valor de x en cada cuadrilátero.****Clasifica cada cuadrilátero.**

11-2**D**

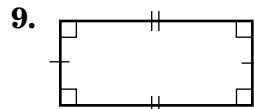
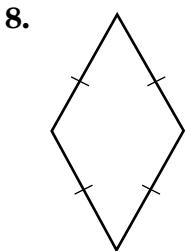
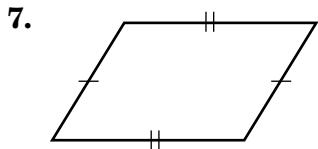
Práctica de destrezas

Cuadriláteros

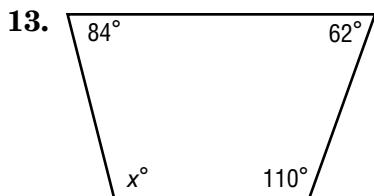
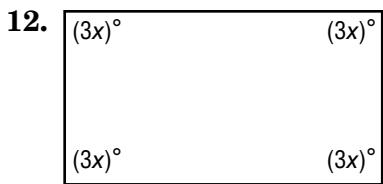
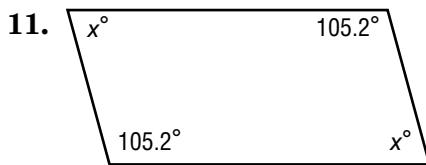
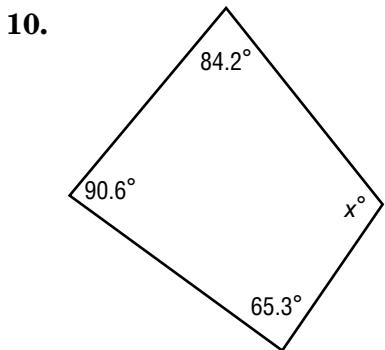
Calcula el valor de x en cada cuadrilátero.



Clasifica cada cuadrilátero.

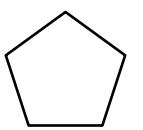
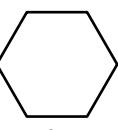
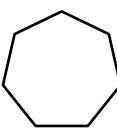
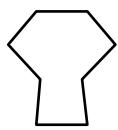
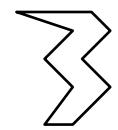


Calcula el valor de x en cada cuadrilátero.



11-2**E****Reforzamiento****Polígonos y ángulos**

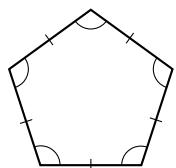
Un **polígono** es una figura simple y cerrada formada por tres o más rectas. Una figura simple no tiene rectas que se crucen. Has dibujado una figura cerrada cuando tu lápiz termina donde comenzó. Los polígonos se pueden clasificar según el número de lados que tienan.

pentágono
5 ladoshexágono
6 ladosheptágono
7 ladosoctágono
8 ladosnonágono
9 ladosdecágono
10 lados

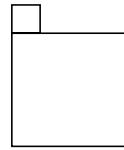
Un polígono **equilátero** tiene todos sus lados congruentes. Un polígono es **equiangular** si todos sus ángulos son congruentes. Un **polígono regular** es equilátero y equiangular si todos sus lados y ángulos son congruentes.

Ejemplos

Determina si cada figura es un polígono. Si lo es, clasifica el polígono e indica si es regular. Si no es un polígono, explica por qué.

1

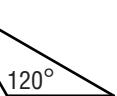
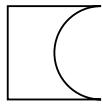
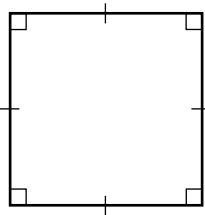
La figura tiene 5 lados congruentes y 5 ángulos congruentes. Es un pentágono regular.

2

La figura no es un polígono porque tiene lados que se sobreponen.

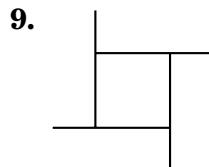
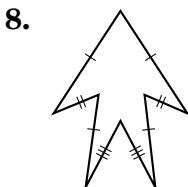
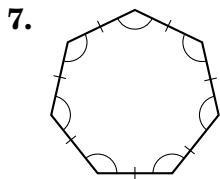
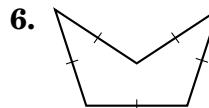
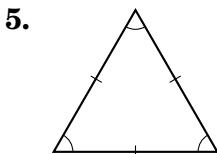
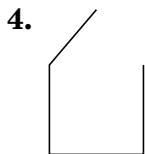
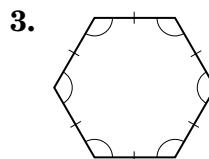
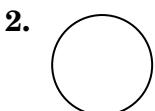
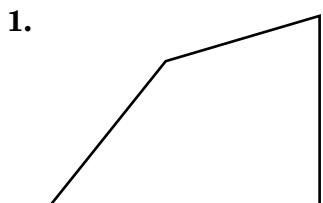
Ejercicios

Determina si cada figura es un polígono. Si lo es, clasifica el polígono e indica si es regular. Si no es un polígono, explica por qué.

1.**2.****3.****4.****5.****6.**

Práctica de destrezas**Polígonos y ángulos**

Determina si cada figura es un polígono. Si lo es, clasifica el polígono e indica si es regular. Si *no* es un polígono, explica por qué.



Calcula la suma de las medidas de los ángulos de cada polígono.

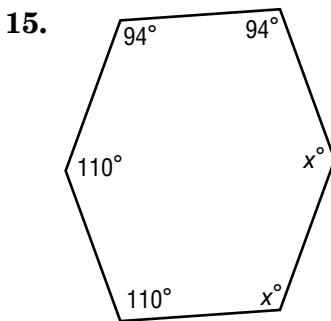
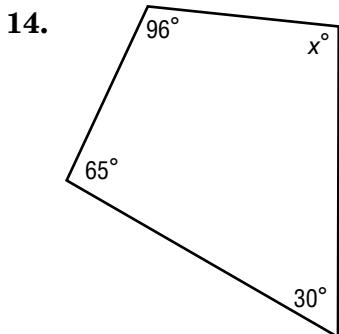
10. octágono

11. pentágono

12. triacontágono

13. Calcula la medida de cada ángulo de un octágono regular.

Calcula el valor de cada variable.



11-3**A****Reforzamiento****Raíces cuadradas**

El producto de un número por sí mismo es el **cuadrado** de ese número. Los factores que se multiplican para formar cuadrados perfectos se llaman **raíces cuadradas**. Un **signo radical**, $\sqrt{}$, es el símbolo que se usa para indicar la raíz cuadrada de un número. Por lo tanto, $\sqrt{25} = 5$.

Ejemplos

- 1** Calcula el cuadrado de 5.

$$5 \cdot 5 = 25$$

- 2** Calcula el cuadrado de 16.

$$16 \quad \boxed{x^2} \quad \boxed{\text{ENTER}} \quad 256$$

- 3** Calcula $\sqrt{49}$.

$$7 \cdot 7 = 49, \text{ por lo tanto, } \sqrt{49} = 7.$$

- 4** Calcula $\sqrt{169}$.

$$\boxed{2\text{nd}} \quad \boxed{\sqrt{}} \quad 169 \quad \boxed{\text{ENTER}} \quad 13$$

$$\text{Por lo tanto, } \sqrt{169} = 13.$$

- Ejemplo 5** Una baldosa cuadrada tiene un área de 144 pulgadas cuadradas. ¿Cuáles son las dimensiones de la baldosa?

$$12 \cdot 12 = 144$$

$$\sqrt{144} = 12$$

Por lo tanto, las dimensiones de la baldosa miden 12 pulgadas por 12 pulgadas.

Ejercicios**Calcula el cuadrado de cada número.**

1. 2

2. 9

3. 14

4. 15

5. 21

6. 45

Calcula cada raíz cuadrada.

7. $\sqrt{16}$

8. $\sqrt{36}$

9. $\sqrt{256}$

10. $\sqrt{1,024}$

11. $\sqrt{361}$

12. $\sqrt{484}$

Práctica de destrezas**Raíces cuadradas****Calcula el cuadrado de cada número.**

1. 3^2

2. 22^2

3. 25^2

4. 24^2

5. 35^2

6. 26^2

7. 37^2

8. 50^2

Calcula cada raíz cuadrada.

9. $\sqrt{25}$

10. $\sqrt{100}$

11. $\sqrt{441}$

12. $\sqrt{900}$

13. $\sqrt{961}$

14. $\sqrt{784}$

15. $\sqrt{3,600}$

16. $\sqrt{1,936}$

- 17. MESA DE JUEGO** La superficie de una mesa de juego cuadrada tiene un área de 900 pulgadas cuadradas. ¿Cuáles son las dimensiones de la superficie de la mesa?

- 18. PARQUE DE LA CIUDAD** Un parque cuadrado en el centro de la ciudad tiene un área de 14,400 yardas cuadradas. ¿Cuáles son las dimensiones del parque?

- 19. JACKSONVILLE, FL** La ciudad de Jacksonville tiene un área de aproximadamente 875 millas cuadradas, que incluyen un poco menos de 121 millas cuadradas de agua. ¿Cuáles son las dimensiones de un cuadrado con un área de 121 millas cuadradas?

11-3**B****Reforzamiento****Estima raíces cuadradas**

La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es un entero. Puedes estimar la raíz cuadrada de un número que *no* es un cuadrado perfecto. Un número que no puede expresarse como cociente de dos enteros es un **número irracional**.

Ejemplo 1 Estima $\sqrt{40}$ al número entero más cercano.

Haz una lista de algunos cuadrados perfectos.

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...

$$36 < 40 < 49$$

El 40 está entre los cuadrados perfectos 36 y 49.

$$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$$

Calcula la raíz cuadrada de cada número.

$$6 < \sqrt{40} < 7$$

$$\sqrt{36} = 6 \text{ y } \sqrt{49} = 7$$

Por lo tanto, $\sqrt{40}$ está entre 6 y 7. Como 40 está más cerca de 36 que de 49, el mejor número entero estimado es 6.

Ejemplo 2 El radio de un cilindro con volumen V y altura de 8 centímetros mide aproximadamente $\sqrt{\frac{V}{24}}$. Si un recipiente de 8 centímetros de altura tiene un volumen de 120 centímetros cúbicos, estima su radio.

$$r \approx \sqrt{\frac{V}{24}}$$

Escribe la fórmula.

$$r \approx \sqrt{\frac{120}{24}}$$

Reemplaza V con 120.

$$r \approx 2.23606$$

Usa calculadora.

Por lo tanto, el radio mide aproximadamente 2.2 centímetros.

Ejercicios

Estima cada raíz cuadrada al número entero más cercano.

1. $\sqrt{3}$

2. $\sqrt{8}$

3. $\sqrt{26}$

4. $\sqrt{41}$

5. $\sqrt{61}$

6. $\sqrt{94}$

7. $\sqrt{152}$

8. $\sqrt{850}$

9. $\sqrt{7.84}$

10. $\sqrt{0.81}$

Estima cada expresión a la décima más cercana si $a = 6$ y $b = 5.4$.

11. $\sqrt{a - b}$

12. $\sqrt{2a + b}$

Práctica de destrezas***Estima raíces cuadradas***

Estima cada raíz cuadrada al número entero más cercano.

1. $\sqrt{5}$

2. $\sqrt{10}$

3. $\sqrt{21}$

4. $\sqrt{28}$

5. $\sqrt{78}$

6. $\sqrt{102}$

7. $\sqrt{179}$

8. $\sqrt{274}$

9. $\sqrt{303}$

10. $\sqrt{563}$

11. $\sqrt{592}$

12. $\sqrt{755}$

13. $\sqrt{981}$

14. $\sqrt{1,356}$

15. $\sqrt{1,688}$

16. $\sqrt{3,287}$

17. $\sqrt{3,985}$

18. $\sqrt{4,125}$

19. $\sqrt{6.42}$

20. $\sqrt{108.7}$

21. $\sqrt{1025.3}$

Estima cada expresión a la décima más cercana si $a = 5$ y $b = 8.2$.

22. $\sqrt{a + b}$

23. $\sqrt{2b - a}$

24. $\sqrt{4a + 3b}$

Calcula cada raíz cuadrada a la décima más cercana.

25. $\sqrt{0.64}$

26. $\sqrt{2.25}$

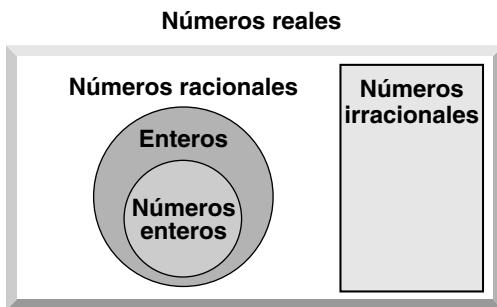
27. $\sqrt{3.61}$

28. **VIAJES** La fórmula $v = \sqrt{18d}$ se puede usar para calcular la velocidad de un carro en millas por hora cuando el carro necesita d pies para detenerse completamente después de presionar el freno. Si un carro recorrió 25 pies para detenerse completamente después de que frenó, estima la velocidad del carro.

29. **EDITORIAL** La portada de un libro cuadrado de fotografías que presenta la vida de las aves en Key West tiene un área de 135 pulgadas cuadradas. ¿Cuál es la longitud aproximada de un lado de la portada?

11-3**C****Reforzamiento*****El sistema de los números reales***

Los números racionales e irracionales forman el conjunto de los **números reales**. El siguiente organizador gráfico muestra los diversos conjuntos de números reales.

**Ejemplos**

Nombra todos los conjuntos de números a los que pertenece cada número real.

- 1 0.686868... El decimal termina en un patrón que se repite. Es un número racional, porque es equivalente a $\frac{68}{99}$.
- 2 $-\sqrt{36}$ Como $-\sqrt{36} = -6$, es un entero y un número racional.
- 3 $\sqrt{17}$ $\sqrt{17}$ es un número irracional, porque nunca termina y nunca se repite.

Ejemplo 4

Reemplaza ● con <, > ó = para hacer verdadero el enunciado

$$2\frac{3}{4} \text{ ● } \sqrt{7}.$$

Write each number as a decimal.

$$2\frac{3}{4} = 2.75$$

$$\sqrt{7} \approx 2.6457513 \dots$$

Como 2.75 es mayor que 2.6457513 ..., $2\frac{3}{4} > \sqrt{7}$.

Ejercicios

Nombra todos los conjuntos de números a los que pertenece cada número real.

1. 18
2. $5\frac{2}{3}$
3. $\sqrt{49}$
4. $-\sqrt{30}$

Reemplaza cada ● con <, > ó = para hacer verdadero el enunciado.

5. $6.3 \text{ ● } \sqrt{38}$
6. $\sqrt{12} \text{ ● } 3\frac{1}{2}$
7. $2\frac{3}{8} \text{ ● } \sqrt{6}$
8. $-4.888\dots \text{ ● } -\sqrt{23}$

Práctica de destrezas***El sistema de los números reales***

Nombra todos los conjuntos de números a los que pertenece cada número real.

1. 26

2. -19

3. $6\frac{1}{4}$

4. 9.23

5. 6.7777...

6. $-1\frac{8}{11}$

7. $\sqrt{81}$

8. $-\sqrt{100}$

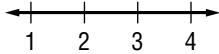
9. $-\sqrt{28}$

10. $\sqrt{10}$

Calcula cada raíz cuadrada a la décima más cercana. Luego, grafica la raíz cuadrada en una recta numérica.

11. $\sqrt{8}$

12. $\sqrt{3}$



13. $-\sqrt{15}$

14. $-\sqrt{11}$

Reemplaza cada \bullet con $<$, $>$ ó $=$ para hacer verdadero el enunciado.

15. $3.4 \bullet \sqrt{10}$

16. $\sqrt{8} \bullet 2\frac{3}{4}$

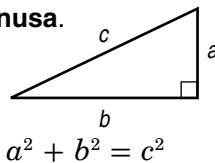
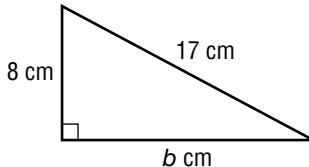
17. $-7\frac{1}{6} \bullet -\sqrt{52}$

18. $2.333\dots \bullet \sqrt{5.6}$

11-3**E****Reforzamiento****El teorema de Pitágoras**

Los lados de un triángulo rectángulo tienen nombres especiales. Los dos lados que forman el ángulo recto son los **catetos**. El lado opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**.

El **teorema de Pitágoras** describe la relación que hay entre la longitud de la hipotenusa y las longitudes de los catetos. En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

**Ejemplo****Calcula la medida desconocida del triángulo.**

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Teorema de Pitágoras}$$

$$8^2 + b^2 = 17^2 \quad \text{Reemplaza } a \text{ con } 8 \text{ y } c \text{ con } 17.$$

$$64 + b^2 = 289 \quad \text{Evalúa } 8^2 \text{ y } 17^2.$$

$$b^2 = 225 \quad \text{Resta } 64 \text{ de cada lado.}$$

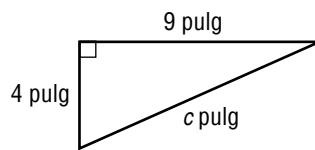
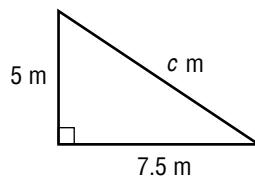
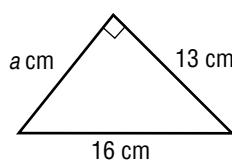
$$b = \pm\sqrt{225} \quad \text{Definición de raíz cuadrada.}$$

$$b = \pm 15 \quad \text{Simplifica.}$$

La longitud del cateto mide 15 centímetros.

Ejercicios

Calcula la medida desconocida de cada triángulo. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.

1.**2.****3.**

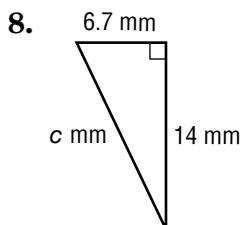
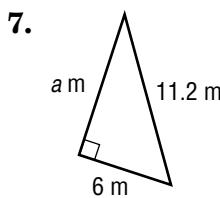
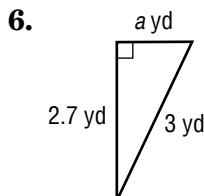
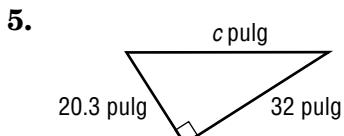
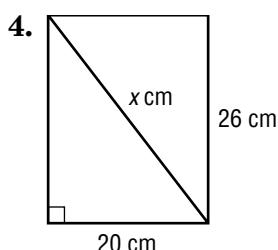
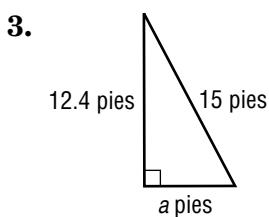
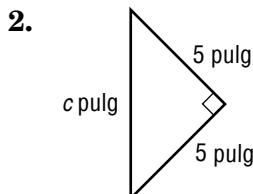
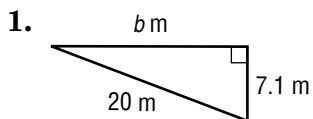
4. $a = 15$ pies, $b = 8$ pies

5. $a = 5$ pulg, $b = 13$ pulg

6. $a = 9$ yd, $c = 41$ yd

11-3**E****Práctica de destrezas****El teorema de Pitágoras**

Calcula la medida desconocida de cada triángulo. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.



9. $a = 15 \text{ cm}$, $b = 20 \text{ cm}$

10. $a = 2 \text{ yd}$, $b = 12 \text{ yd}$

11. $a = 13 \text{ pulg}$, $c = 16.5 \text{ pulg}$

12. $b = 8 \text{ mm}$, $c = 17 \text{ mm}$

13. $a = 1.3 \text{ pies}$, $b = 4.6 \text{ pies}$

14. $a = 14.7 \text{ m}$, $c = 23 \text{ m}$

15. $a = 10 \text{ pies}$, $b = 24 \text{ pies}$

16. $b = 8 \text{ pulg}$, $c = 9 \text{ pulg}$

17. $b = 9 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$

18. $a = 4.5 \text{ mm}$, $c = 7.5 \text{ mm}$

11-3**F****Reforzamiento****Distancia en el plano de coordenadas**

Puedes usar el teorema de Pitágoras para calcular la distancia entre dos puntos del plano de coordenadas.

Ejemplo

Calcula la distancia del segmento de recta con extremos $(4, -1)$ y $(-2, 2)$.

Grafica los puntos y después dibuja un triángulo rectángulo. Luego, usa el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Teorema de Pitágoras

$$6^2 + 3^2 = c^2$$

Reemplaza a con 6 y b con 3.

$$45 = c^2$$

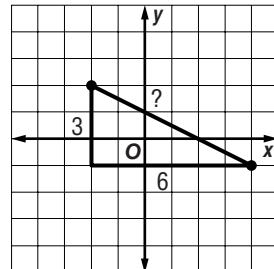
$$6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\pm\sqrt{45} = \pm\sqrt{9 \cdot 5}$$

Definición de raíz cuadrada

$$\pm 6.7 = c$$

Usa una calculadora.

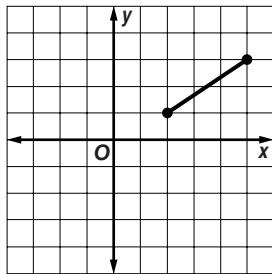


Como una distancia sólo puede ser positiva, los puntos están separados aproximadamente 6.7 unidades.

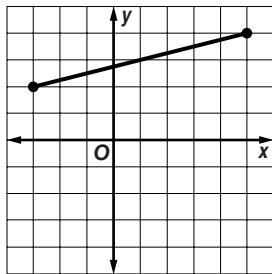
Ejercicios

Calcula la distancia del segmento de recta con los siguientes extremos, usando el teorema de Pitágoras. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.

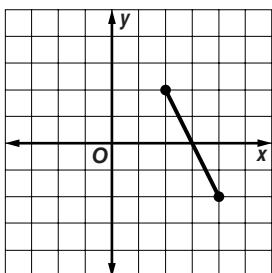
1.



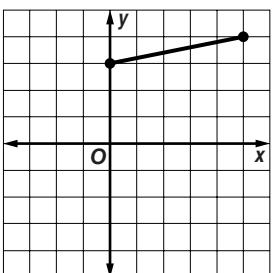
2.



3.

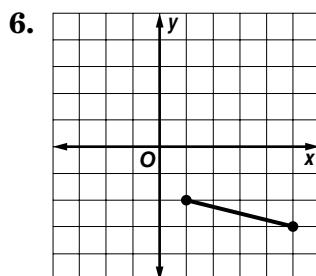
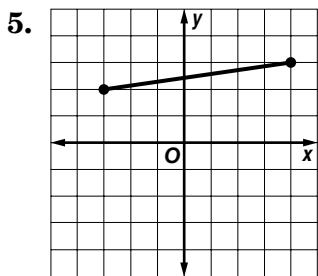
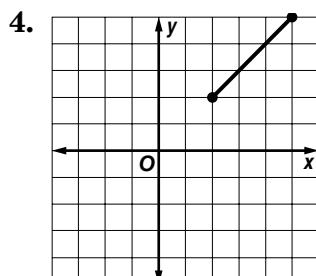
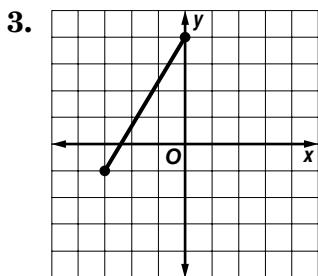
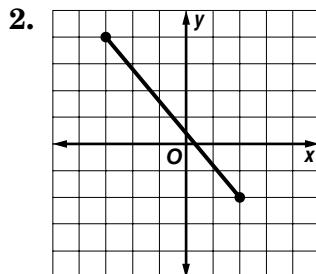
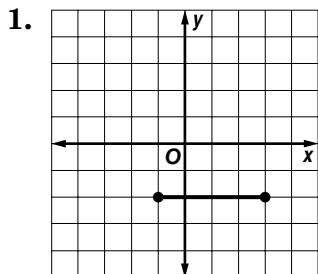


4.



Práctica de destrezas***Distancia en el plano de coordenadas***

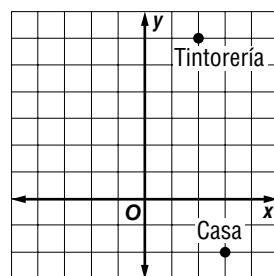
Calcula la distancia del segmento de recta con los siguientes extremos, usando el teorema de Pitágoras. Si es necesario, redondea a la décima más cercana.



7. **GEOGRAFÍA** En un mapa de Florida, Tampa está ubicado en $(-2, -5)$ y St. Augustine en $(3, 3)$. Cada unidad en el mapa es igual a 20 millas. ¿Cuál es la distancia aproximada entre las dos ciudades?

8. Calcula, a la décima más cercana, el perímetro del $\triangle XYZ$ de vértices $X(0, 2)$, $Y(3, -1)$ y $Z(-2, -3)$.

9. **MAPA** Max está conduciendo a la tintorería. Su casa está ubicada en $(3, -2)$ y la tintorería está en $(2, 6)$. Cada unidad en el mapa es igual a 1,000 yardas. Calcula la distancia desde la casa de Max hasta la tintorería.



12-1**B****Reforzamiento****Medidas de tendencia central**

Las medidas de tendencia central más comunes son la media, la mediana y la moda. Para calcular la **media** de un conjunto de datos, calcula la suma de los valores de los datos, luego divide entre el número de datos del conjunto. Para hallar la **mediana** de un conjunto de datos, coloca los valores en orden de menor a mayor, luego halla el número que está en el medio. Si hay dos números en el medio, súmalos y divídelos entre 2. La **moda** de un conjunto de datos es el o los números que aparecen con mayor frecuencia. Si ningún número aparece más de una vez, el conjunto de datos no tiene moda.

Diferentes circunstancias determinan qué medida de tendencia central es más apropiada para describir un conjunto de datos. La media es más útil cuando los datos no tienen valores extremos. La mediana es más útil cuando los datos tienen pocos valores extremos, sin grandes intervalos en el medio de los datos. La moda es más útil cuando los datos tienen muchos números idénticos.

Ejemplo

Las siguientes son las edades de los parientes que están en tu casa: 16, 38, 8, 2, 92, 36, 10 y 2. Calcula la diferencia en la media, la moda y la mediana si se elimina el valor extremo.

Media con 92

$$\frac{16 + 38 + 8 + 2 + 92 + 36 + 10 + 2}{8} = 25.5$$

sin 92

$$\frac{16 + 38 + 2 + 36 + 10 + 2}{7} = 16$$

Mediana con 92

Ordena los números de menor a mayor.

2 2 8 10 16 36 38 92

Los números que están en el medio son 10 y 16. Como $\frac{10 + 16}{2} = 13$, la mediana de las edades es 13.

sin 92

Ordena los números de menor a mayor.

2 2 8 10 16 36 38

El número que está en el medio es 10, por lo tanto la mediana es 10.

Moda con 92

El número 2 aparece 2 veces. La moda es 2.

sin 92

El número 2 sigue apareciendo dos veces. La moda es 2.

Ejercicios

Calcula la diferencia en la media, la mediana y la moda para cada conjunto de datos si se elimina el valor extremo. Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. distancia a la que se lanza una pelota: 27, 56, 34, 19, 104, 56, 27, 25, 34, 56
2. número de películas vistas este mes: 3, 3, 3, 3, 3, 10, 3
3. número de libros leídos durante las vacaciones de verano: 4, 0, 12, 10, 0, 5, 7, 16, 58, 10, 12, 12

Práctica de destrezas

Medidas de tendencia central

Calcula la diferencia en la media, la mediana y la moda para cada conjunto de datos si se elimina el valor extremo. Redondea a la décima más cercana si es necesario.

1. pulgadas de agua caída: 2, 1, 2, 3, 2, 6

2. número de naranjas comidas: 6, 8, 7, 6, 2, 15

3. dinero en el bolsillo: \$22, \$7, \$26, \$32, \$98, \$7

4. número de sitios de Internet visitados: 9, 15, 6, 5, 11, 44, 4, 11

5. distancia a la escuela: 2.4, 2.8, 1.4, 1.7, 2.5, 2.9, 1.5, 10.2, 3.6, 1.4

6. número de tiros libres durante la práctica: 33, 2, 24, 27, 24, 28, 38, 29, 29, 24

12-2**A****Reforzamiento****Medidas de variación**

Las **medidas de variación** se usan para describir la distribución de los datos. El **rango** es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos. Los **cuartiles** son valores que dividen el conjunto de datos en cuatro partes iguales. La mediana de la mitad inferior de un conjunto de datos es el **cuartil inferior** y la mediana de la mitad superior de un conjunto de datos es el **cuartil superior**. La diferencia entre el cuartil superior y el cuartil inferior se llama **rango entre cuartiles**.

Ejemplo 1 **Calcula las medidas de variación para el número de votos que recibió el presidente del gobierno estudiantil:**
13, 20, 18, 12, 21, 2, 18, 17, 15, 10, y 14.

El número mayor del conjunto de datos es 21. El número menor es 2. El rango es $21 - 2$ ó 19.

Para calcular los cuartiles, ordena los números de menor a mayor.

2 10 12 13 14 15 17 18 18 20 21

La mediana es 15. Los números menores de 15 son 2, 10, 12, 13 y 14.

La mediana de los números menores que 15 es 12, por lo tanto el cuartil inferior es 12.

Los números mayores que 15 son 17, 18, 18, 20 y 21. La mediana de los números mayores que 15 es 18, por lo tanto el cuartil superior es 18. El rango entre cuartiles es $18 - 12$ ó 6.

Un **valor atípico** es un valor de datos que puede ser mucho mayor o mucho menor que los demás valores del conjunto de datos. Los valores atípicos caen fuera de los cuartiles más de 1.5 veces el valor del rango entre cuartiles.

Ejemplo 2 **Calcula los valores atípicos para el conjunto de datos proporcionados en el Ejemplo 1.**

El rango entre cuartiles es $18 - 12$ ó 6.

Multiplica por 1.5 el rango entre cuartiles. $6 \times 1.5 = 9$

Cualquier dato mayor que 9 sobre el cuartil superior o bajo el cuartil inferior son valores atípicos. Calcula los límites de los valores atípicos.

Resta 9 del cuartil inferior. $12 - 9 = 3$

Suma 9 al cuartil superior. $18 + 9 = 27$

Los límites de los valores atípicos son 3 y 27. El único punto de datos que está fuera de este rango es 2, por lo tanto el único valor atípico es 2.

Ejercicios

Calcula el rango, la mediana, los cuartiles superior e inferior, el rango entre cuartiles y los valores atípicos para cada conjunto de datos.

- Millas viajadas para ver el despegue de un transbordador espacial: 19, 27, 14, 28, 30, 51, 28
- Temperaturas en Tampa: 91, 92, 88, 89, 93, 95, 65, 88, 91

A**Práctica de destrezas****Medidas de variación**

Calcula el rango, la mediana, los cuartiles superior e inferior, el rango entre cuartiles y los valores atípicos para cada conjunto de datos.

- 1.** Número de cajas de palomitas de maíz vendidas

52	72	96	21	58	40	75
----	----	----	----	----	----	----

- 2.** Número de mensajes de texto enviados

20	23	18	4	17	21	15	56
----	----	----	---	----	----	----	----

- 3.** Calificaciones del examen

83	83	85	87	89	88	67	79	81
----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 4.** Edades de las abuelas (años)

59	72	65	51	62	77	82	64	54
----	----	----	----	----	----	----	----	----

- 5.** Tiempo para esprintar 40 metros (s)

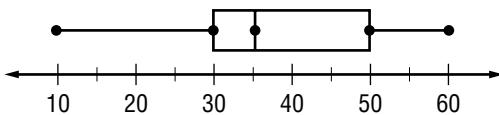
6.3	6.7	6.2	4.9	6.7	6.6	6.1	6.3	6.4	5.8
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 6.** Número de DVD

15	16	18	9	18	17	19	19	4	36
----	----	----	---	----	----	----	----	---	----

12-2**Reforzamiento****B****Diagramas de caja y patillas**

Un **diagrama de caja y patillas** es un diagrama que se construye usando la mediana, los cuartiles y los valores extremos. Se dibuja una casilla alrededor de los valores del cuartil y las frecuencias acumuladas van desde cada cuartil a los valores extremos.

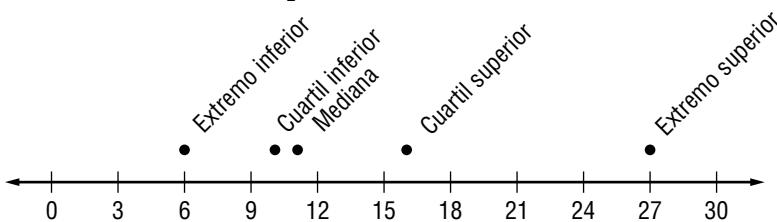
**Ejemplo**

La lista muestra el número de aviones a escala que poseen los socios del club de aviación. Dibuja un diagrama de caja y patillas de los datos.

6, 8, 10, 10, 10, 11, 12, 14, 16, 18, 27

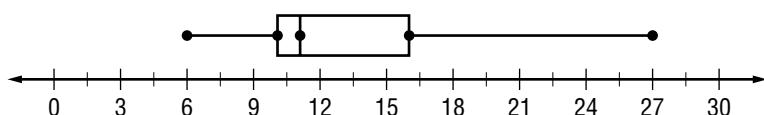
Paso 1 Ordena los números de menor a mayor. Después dibuja una recta numérica que cubra el rango de los datos.

Paso 2 Calcula la mediana, los extremos y los cuartiles superior e inferior. Marca estos puntos sobre la recta numérica.



Paso 3 Dibuja la casilla que incluya los valores del cuartil. Dibuja una línea vertical a través del valor de la mediana. Extiende las frecuencias acumuladas desde cada cuartil hasta los puntos de datos extremos.

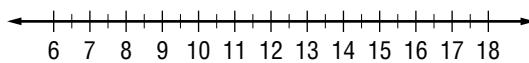
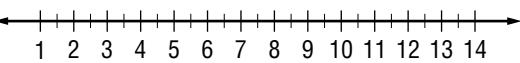
Número de aviones por socio

**Ejercicios**

Dibuja un diagrama de caja y patillas para cada conjunto de datos.

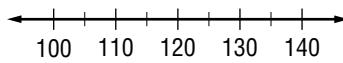
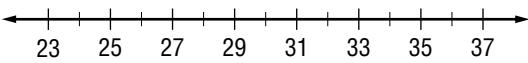
1. {4, 7, 5, 3, 12, 6, 5}

2. {13, 8, 17, 10, 6, 11, 18}



3. {23, 36, 28, 34, 30, 29, 30, 28, 34}

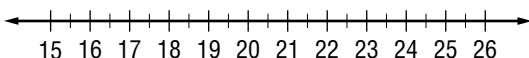
4. {108, 130, 110, 104, 106, 120, 140, 122, 114, 104}



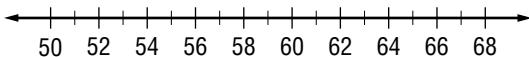
12-2**Práctica de destrezas****B****Diagramas de caja y patillas**

Dibuja un caja y patillas para cada conjunto de datos.

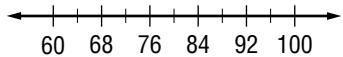
1. {23, 19, 20, 22, 26, 17, 15}



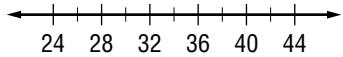
2. {54, 61, 58, 68, 66, 51, 66}



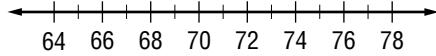
3. {61, 96, 100, 87, 82, 91, 96, 86}



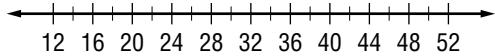
4. {27, 35, 35, 30, 26, 34, 42, 27, 37}



5. {66, 72, 78, 69, 64, 70, 67, 72, 66}

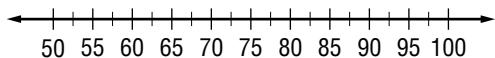


6. {39, 41, 30, 14, 44, 41, 50, 39, 42, 36}



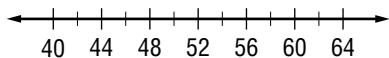
7. **Puntajes de básquetbol de los Gators**

86	83	56	73	81	64	95	84	79	90
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----



8. **Puntajes de golf para 9 hoyos**

45	58	52	58	40	56	61	47
----	----	----	----	----	----	----	----



12-2**C****Reforzamiento****Diagramas de dispersión y rectas de mejor ajuste**

Una **gráfica lineal** puede ser útil para predecir sucesos futuros, porque muestra relaciones o tendencias en el tiempo. Un **diagrama de dispersión** muestra dos conjuntos de datos en la misma gráfica. Los diagramas de dispersión también son útiles para hacer predicciones porque muestran las tendencias de los datos. Una recta que pasa por el medio de los datos en un diagrama de dispersión se llama **recta de mejor ajuste**.

Ejemplo

Usa la gráfica lineal del viaje en carro de la familia Moralez para responder a las siguientes preguntas.

- Después de 250 millas, ¿cuánta gasolina le queda a la familia Moralez?

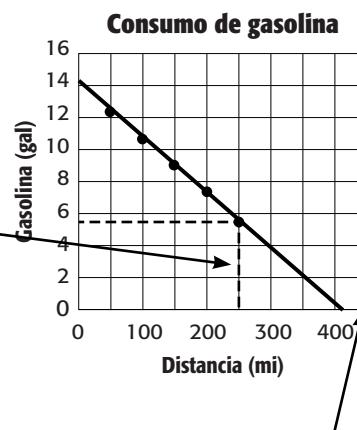
Traza una línea punteada desde 250 millas hasta que llegue a la gráfica y luego calcula la medida correspondiente de gasolina.

Les quedan aproximadamente 5.5 galones.

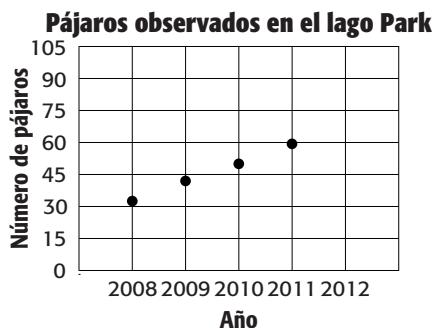
- ¿Qué distancia puede viajar la familia Moralez antes de quedarse sin gasolina?

Cuando se quedan sin gasolina, el tanque estará en 0, por lo tanto halla el lugar donde la recta llega a 0.

Pueden viajar aproximadamente 410 millas.

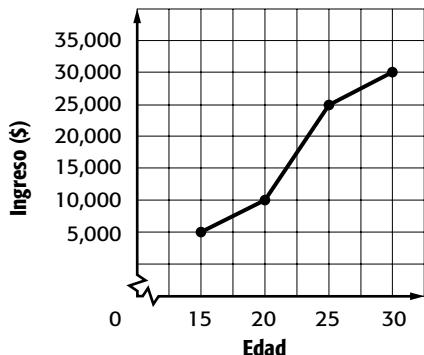
**Ejercicios****Usa la gráfica para responder a las preguntas.**

- ¿Cuántos pájaros había en el año 2009?
- ¿Qué relación ves entre el número de pájaros y el año?
- Predice el número de pájaros que había en el año 2007.
- Predice el número de pájaros que habrá en el año 2012.
- ¿En qué año crees que la población de pájaros llegaría a 100?



12-2**C****Práctica de destrezas****Diagramas de dispersión y rectas de mejor ajuste**

1. La gráfica muestra los ingresos de Carol a diferentes edades. Si la tendencia continúa, ¿qué ingreso debe esperar Carol a los 35?



En los Ejercicios 2 al 4, usa la tabla que muestra el número de flores de tres plantas de peonías en diversas edades.

Edad de la planta (años)	Número de flores
1	2, 3, 5
2	10, 12, 16
3	26, 34, 37
5	43, 51, 59

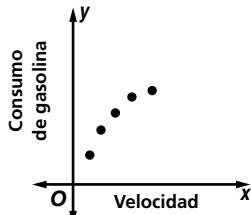
2. Muestra los datos en un diagrama de dispersión.

3. Describe la relación, si existe, entre los dos conjuntos de datos.

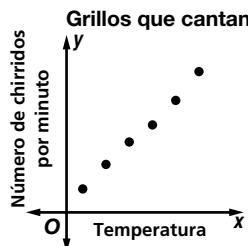
4. Predice el número de flores en una planta de 6 años.

Determina si cada conjunto de datos muestra una relación *positiva*, *negativa* o *ningún* tipo de relación. Despues describe la relación entre los conjuntos de datos.

5. Consumo de gasolina del carro de Sam



6. Grillos que cantan



12-2**D****Reforzamiento****Elige una representación apropiada**

Existen muchas maneras diferentes de representar datos. Algunas de estas representaciones y sus usos aparecen a continuación.

Tipo de representación	Se usa más para
Gráfica de barras	mostrar el número de artículos en categorías específicas
Diagrama de caja y patillas	mostrar las medidas de variación para un conjunto de datos
Gráfica circular	comparar parte de los datos con el todo
Histograma	mostrar la frecuencia de los datos divididos en intervalos iguales
Gráfica lineal	mostrar el cambio durante un período de tiempo
Diagrama de dispersión	mostrar la tendencia de los datos
Diagrama de tallo y hojas	hacer una lista de todos los datos numéricos individuales de una manera condensada
Diagrama de Venn	mostrar cómo están relacionados los elementos entre los conjuntos de datos

Cuando decidas qué tipo de representación usar, hazte las siguientes preguntas.

- ¿Qué tipo de información se proporciona?
- ¿Qué quieras que presente tu gráfica o tu representación?
- ¿Cómo se analizará la gráfica o representación?

Recuerda que todos los conjuntos de datos se pueden mostrar de más de una manera. Y generalmente hay más de una manera apropiada para mostrar un conjunto de datos proporcionados.

Ejemplos **Elige un tipo de representación apropiada para cada situación.**
1 **el cambio en los tiempos ganadores para el Derby de Kentucky durante los últimos 15 años**

Este dato no se refiere a categorías ni intervalos. Se refiere al cambio de un valor a través del tiempo. Una gráfica lineal es una buena manera de mostrar los cambios durante el tiempo.

2 **consumo de energía en EE.UU., clasificado de acuerdo al tipo de consumidor**

En este caso, hay categorías específicas. Si quieras mostrar la cantidad específica de energía que consume cada categoría, usa una gráfica de barras. Si quieras mostrar cómo se relaciona cada categoría con el todo, usa una gráfica circular.

Ejercicios
**Elige un tipo de representación apropiada para cada situación.
Justifica tu razonamiento.**

1. el costo del seguro automotriz durante los últimos 12 años
2. la cantidad de territorio que ocupan los parques nacionales en cada estado, ordenado en millas cuadradas

Práctica de destrezas***Elige una representación apropiada*****Elige un tipo de representación apropiada para cada situación.****Justifica tu razonamiento.**

1. ventas de una marca líder de cereal durante los últimos 12 años
2. calificaciones de los exámenes de una clase, ordenadas en intervalos
3. promedio de peso de los linces, clasificados por especies
4. edades de todos los estudiantes de un campamento de verano
5. puntos anotados por los integrantes de un equipo de básquetbol comparados con el total del equipo
6. consumo de energía en tu casa durante el último año, clasificado por mes

Elige un tipo de representación apropiada para cada situación.**Justifica tu razonamiento. Luego, construye la representación.**

7. **Puntos de Dwyane Wade por juego**

Temporada	Puntos por juego
2003–2004	16.2
2004–2005	24.1
2005–2006	27.2
2006–2007	27.4
2007–2008	24.6

8. **Tiempo para caminar hasta la escuela**

Tiempo (min)	Porcentaje de estudiantes
Menos de 10	20%
10–20	46%
21–30	18%
31–40	10%
Más de 40	6%

12-2**E****Reforzamiento****Investigación para resolver problemas: Usa una gráfica**

Al resolver problemas, una **gráfica** puede mostrar una representación visual de la situación y ayudarte a sacar conclusiones sobre el conjunto de datos en particular.

Ejemplo

POBLACIÓN La tabla muestra la matrícula de estudiantes de la escuela secundaria Mill durante cinco años. Estima la matrícula para el año escolar del 2010–2011.

Matrícula de la escuela secundaria Mill				
'05-'06	'06-'07	'07-'08	'08-'09	'09-'10
115	134	168	160	185

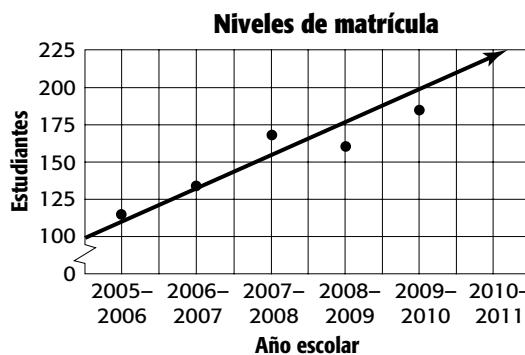
Comprende

Conoces la matrícula de estudiantes de cinco años.

Tienes que estimar la matrícula para el año escolar 2010–2011.

Planifica

Organiza los datos en una gráfica para que puedas ver una tendencia en los niveles de matrícula.

Resuelve

La gráfica muestra que la matrícula aumentó a través de los años. Al usar la gráfica puedes concluir que en la escuela secundaria Mill se matricularon aproximadamente 225 estudiantes para el año escolar 2010–2011.

Verifica

Dibuja una recta que pase lo más cerca posible de la mayor cantidad de puntos. La estimación está cerca de la recta, por lo tanto la respuesta es razonable.

Ejercicios

- 1. TEMPERATURA** La tabla de la derecha muestra los promedios de temperatura de diciembre en grados Fahrenheit durante cuatro años. Predice el promedio de temperatura para el próximo año.

Temperaturas de diciembre (°F)			
2008	2009	2010	2011
22°	17°	18°	16°

- 2. POBLACIÓN** Cada cinco años se registra la población del vecindario. ¿Cuál predices que será la población en el año 2015?

Población del vecindario		
2000	2005	2010
2,072	2,250	2,376

Práctica de destrezas**Investigación para resolver problemas: Usa una gráfica**

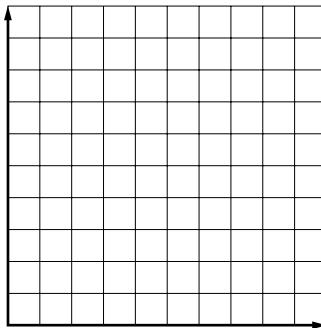
Usa una gráfica para resolver el problema.

En los Ejercicios 1 al 3, consulta la gráfica.

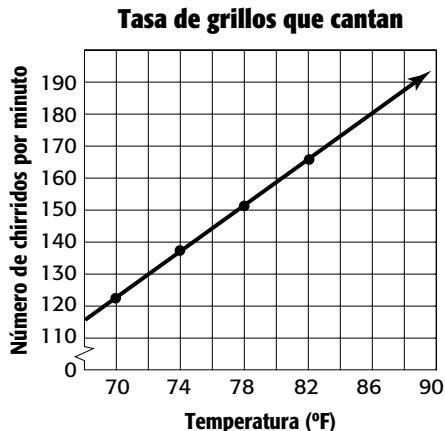
1. Estima la temperatura a la que la tasa de chirrido es de 130 por minuto.
2. Predice el número de chirridos de grillo por minuto a 86 grados.
3. Predice el número de chirridos por minuto a 90 grados.
4. **TEJER CROCHÉ** La tabla muestra el número de paños de cocina que Desiree puede tejer en croché.

Tiempo (h)	Número
1	$\frac{1}{2}$
2	1
4	2

- a. Crea una gráfica de los datos.



- b. Usa la gráfica para calcular el número de paños de cocina que Desiree podría tejer e croché en 6 horas.
5. **AVISOS** La organización de aficionados al atletismo escolar cobra \$10 por un aviso de 2 pulgadas y \$20 por un aviso de 4 pulgadas en el programa de fútbol americano. Predice el costo de un aviso de 6 pulgadas.



13-1**A****Reforzamiento*****Investigación para resolver problemas: Adivina, verifica y revisa***

Cuando resuelves problemas, una estrategia útil es la de adivinar, verificar y revisar. Basándote en la información del problema, puedes hacer una conjetura de la solución. Después usa los cálculos para verificar si tu conjetura es correcta. Puedes repetir este proceso hasta hallar la solución correcta.

Puedes usar la estrategia de *adivina, verifica y revisa* junto con el siguiente plan de cuatro pasos para resolver problemas.

- | | |
|------------------|---|
| Comprende | • Lee para tener una comprensión general del problema. |
| Planifica | • Haz un plan para resolver el problema y estima la solución. |
| Resuelve | • Usa tu plan para resolver el problema. |
| Verifica | • Verifica la razonabilidad de tu solución. |

Ejemplo

CIENCIA VETERINARIA El Dr. Miller vio a 40 pájaros y gatos en un día. En total, las mascotas que vio tenían 110 patas. ¿Cuántas mascotas vio de cada tipo de animal en un día?

Comprende Sabes que el Dr. Miller vio 40 pájaros y gatos en total. También sabes que había 110 patas en total. Tienes que averiguar cuántas mascotas vio de cada tipo de animal en un día.

Planifica Haz una conjetura y verifícalo. Ajusta la conjetura hasta que obtengas la respuesta correcta.

Resuelve

Número de pájaros	Número de gatos	Número total de patas
20	20	$2(20) + 4(20) = 120$
30	10	$2(30) + 4(10) = 100$
25	15	$2(25) + 4(15) = 110$

Verifica 25 pájaros tienen 50 patas. 15 gatos tienen 60 patas. Como $50 + 60$ es 110, la respuesta es correcta.

Ejercicio

GEOMETRÍA En una clase de matemáticas de 26 estudiantes, cada niña dibuja un triángulo y cada niño dibuja un cuadrado. Si hay 89 lados en total, ¿cuántas niñas y cuántos niños están en la clase?

Práctica de destrezas

Investigación para resolver problemas: Adivina, verifica y revisa

Resuelve cada problema usando la estrategia de *adivina, verifica y revisa*.

- 1. DEPORTES** Almena encestó canastas de 2 puntos y canastas de 3 puntos en su último juego de básquetbol. En total anotó 9 puntos. ¿Cuántas canastas de cada tipo encestó?

- 2. DIVERSIÓN** Las entradas para el circo local cuestan \$3 para los niños y \$5 para los adultos. Se venden tres veces más de entradas para niños que para adultos. En total el circo gana \$700. ¿Cuántos niños y cuántos adultos compraron entradas para el circo?

- 3. NÚMEROS** ¿Cuáles son los siguientes dos números en el patrón?

5, 13, 37, 109, 325, ___, ___

- 4. DINERO** Clark halló \$2.40 en monedas mientras limpiaba su sofá. Halló el mismo número de monedas de 25¢, de 10¢ y de 5¢. ¿Cuántas monedas halló de cada tipo?

- 5. ARCHIVOS DE COMPUTACIÓN** Un dispositivo *flash* de Jan almacena 8 *gigabytes*. Un *gigabyte* son 1,024 *megabytes*. Jan tiene 2,500 canciones almacenadas en el disco duro de su computadora. Quiere traspasarlas a su dispositivo *flash*. A la centena más cercana, ¿aproximadamente cuántas canciones puede almacenar el dispositivo *flash* si cada canción pesa aproximadamente 5 *megabytes*?

13-1**B****Reforzamiento****Resuelve desigualdades mediante adición o sustracción**

Resolver una desigualdad significa calcular valores para la variable que hacen que la desigualdad sea verdadera. Puedes usar las propiedades de adición y sustracción de la desigualdad como ayuda para resolver una desigualdad. Cuando sumas o restas el mismo número a cada lado de la desigualdad, la desigualdad permanece verdadera.

Ejemplo **Resuelve cada desigualdad.****1** $x + 4 > 9$

Escribe la desigualdad.

$$x + 4 - 4 > 9 - 4$$

Resta 4 a cada lado.

$$x > 5$$

Simplifica.

Cualquier número mayor que 5 hará verdadero el enunciado. Por lo tanto, la solución es $x > 5$.

2 $-12 \geq n - 9$

Escribe la desigualdad.

$$-12 + 9 \geq n - 9 + 9$$

Suma 9 a cada lado.

$$-3 \geq n$$

Simplifica.

La solución es $-3 \geq n$ ó $n \leq -3$.

3 **Resuelve $a + \frac{1}{3} < 1$. Grafica el conjunto solución sobre una recta numérica.**

$$a + \frac{1}{3} < 1$$

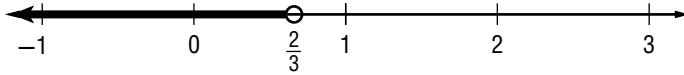
Escribe la desigualdad.

$$a + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} < 1 - \frac{1}{3}$$

Resta $\frac{1}{3}$ a cada lado.

$$a < \frac{2}{3}$$

Simplifica.

**Ejercicios****Resuelve cada desigualdad.**

1. $t - 6 > 3$

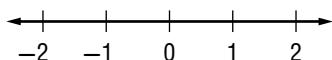
2. $b + 9 \leq 2$

3. $8 < r - 9$

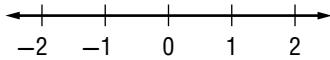
4. $-4 < p + 4$

Resuelve cada desigualdad. Grafica el conjunto solución sobre una recta numérica.

5. $s + 8 < 9$



6. $-3 \leq d - 2$



13-1**B****Práctica de destrezas****Resuelve desigualdades mediante adición o sustracción****Resuelve cada desigualdad.**

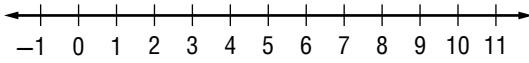
1. $a + 4 < 9$ 2. $e - 7 > 1$
 3. $-4 \geq k - 2$ 4. $y + 6 > 9$
 5. $n - 9 \geq 5$ 6. $-4 > h - 2$
 7. $-19 > x - 11$ 8. $5 \leq q + 12$

Escribe una desigualdad y resuelve cada problema.

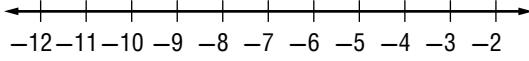
9. Dos menos que un número es menor que 9.
 10. La diferencia entre un número y 3 no es mayor que 2.
 11. La suma de un número y 8 es mayor que 4.
 12. Dos más que un número es menor que 13.

Resuelve cada desigualdad. Grafica el conjunto solución sobre una recta numérica.

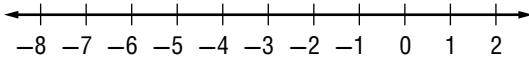
13. $8 < p - 1$



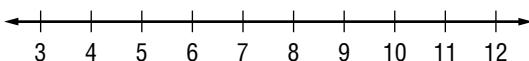
14. $w + 5 \geq -6$



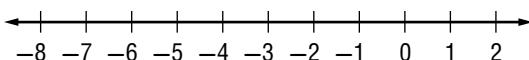
15. $1 > x + 6$



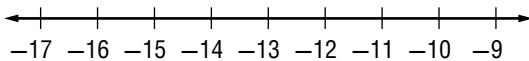
16. $4 \leq v - 7$



17. $b - 3 \leq -8$



18. $m + 9 < -8$



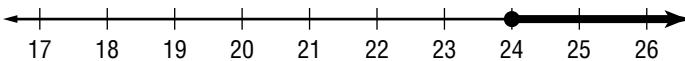
13-1**C****Reforzamiento****Resuelve desigualdades mediante multiplicación o división**

Cuando multiplicas o divides cada lado de una desigualdad por un número positivo, la desigualdad permanece verdadera. Sin embargo, cuando multiplicas o divides cada lado de una desigualdad por un número negativo, la dirección de la desigualdad debe invertirse para que la desigualdad permanezca verdadera.

Ejemplo 1 Resuelve $\frac{t}{-6} \leq -4$. Despues grafica el conjunto solución sobre una recta numérica.

$$\begin{aligned}\frac{t}{-6} &\leq -4 && \text{Escribe la desigualdad.} \\ \frac{t}{-6}(-6) &\leq -4(-6) && \text{Multiplica cada lado por } -6 \text{ e invierte el signo de desigualdad.} \\ t &\geq 24 && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

Para graficar la solución, traza un círculo cerrado en el 24 y dibuja una recta y una flecha hacia la derecha.



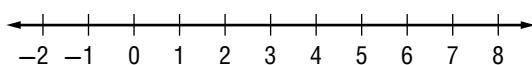
Ejemplo 2 Resuelve $\frac{4}{5}x - 5 < 23$.

$$\begin{aligned}\frac{4}{5}x - 5 &< 23 && \text{Escribe la desigualdad.} \\ \frac{4}{5}x - 5 + 5 &< 23 + 5 && \text{Suma 5 a cada lado.} \\ \frac{4}{5}x &< 28 && \text{Simplifica.} \\ \left(\frac{5}{4}\right)\frac{4}{5}x &< \left(\frac{5}{4}\right)28 && \text{Multiplica cada lado por } \frac{5}{4}. \\ x &< 35 && \text{Simplifica.}\end{aligned}$$

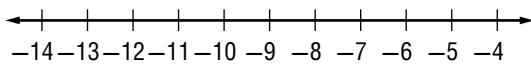
Ejercicios

Resuelve cada desigualdad. Luego, grafica la solución sobre una recta numérica.

1. $3a > 12$



2. $6 \geq \frac{r}{-2}$



Resuelve cada desigualdad. Verifica tu solución.

3. $-3.1c + 2 \geq 2$

4. $13 > -\frac{2}{3}y - 3$

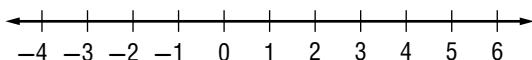
5. $-\frac{h}{5} - 6 < -10$

6. $6a + 13 \leq 31$

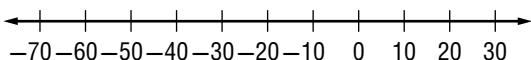
13-1**C****Práctica de destrezas****Resuelve desigualdades mediante multiplicación o división**

Resuelve cada desigualdad. Luego, grafica el conjunto solución sobre una recta numérica.

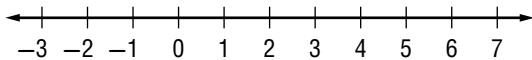
1. $3v > 12$



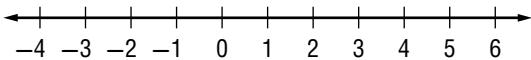
2. $\frac{p}{4} < -15$



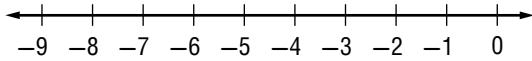
3. $-12 \leq -3g$



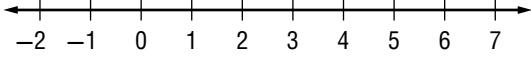
4. $60 \geq 12c$



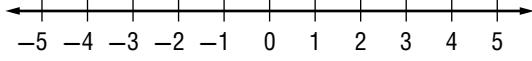
5. $\frac{a}{2} > -4$



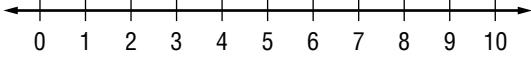
6. $1 \leq \frac{u}{5}$



7. $-14 \geq 7n$



8. $-4d \geq -36$



Resuelve cada desigualdad. Verifica tu solución.

9. $3a + 6 < -10$

10. $\frac{b}{5} - 4 \geq -29$

11. $\frac{m}{2} + 6 < 10$

12. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}r > -1$

13. $-6d + 7 \leq 1$

14. $\frac{z}{-8} - 5 < -3$

15. $-2y - 5 \leq 31$

16. $2.1n \leq -4.6n + 13.4$

17. $3x + 2 < x - 6$

18. $y - 3 > 2y - 7$

19. $\frac{a}{4} + 5 < a - 4$

20. $1.5g - 12 > \frac{3g}{4}$

13-2**Reforzamiento****A****Notación funcional**

Una relación que asigna exactamente un valor de salida por cada valor de entrada se llama función. Una función que se escribe como una ecuación también puede escribirse de una forma llamada **notación funcional**. Para calcular el valor de una función para un número determinado, reemplaza la entrada por el número y evalúa la expresión.

Ejemplo 1 Calcula $f(5)$ si $f(x) = 2 + 3x$.

$$f(x) = 2 + 3x$$

Escribe la función.

$$f(5) = 2 + 3(5) \text{ ó } 17$$

Sustituye x por 5 en la regla de una función y simplifica.Por lo tanto, $f(5) = 17$.

Puedes organizar la entrada, la regla y la salida de una función usando una tabla de función.

Ejemplo 2 Completa la tabla de función para $f(x) = 2x + 4$.Sustituye cada valor de x , o entrada, en la regla de una función. Luego, simplifica para hallar la salida.

$$f(x) = 2x + 4$$

$$f(-1) = 2(-1) + 4 \text{ ó } 2$$

$$f(0) = 2(0) + 4 \text{ ó } 4$$

$$f(1) = 2(1) + 4 \text{ ó } 6$$

$$f(2) = 2(2) + 4 \text{ ó } 8$$

Entrada x	Regla $2x + 4$	Salida $f(x)$
-1	$2(-1) + 4$	2
0	$2(0) + 4$	4
1	$2(1) + 4$	6
2	$2(2) + 4$	8

El dominio es $\{-1, 0, 1, 2\}$. El rango es $\{2, 4, 6, 8\}$.**Ejercicios****Calcula el valor de cada función.**

1. $f(2)$ if $f(x) = x + 6$

2. $f(6)$ if $f(x) = -2x$

3. $f(4)$ if $f(x) = 3x - 7$

4. $f(9)$ if $f(x) = -3x + 12$

Completa cada tabla de función. Luego, indica el dominio y el rango de la función.

5. $f(x) = x - 8$

x	$x - 8$	$f(x)$
-1		
0		
1		
2		

6. $f(x) = 4 - 5x$

x	$4 - 5x$	$f(x)$
-3		
-1		
2		
4		

13-2**Práctica de destrezas****A****Notación funcional****Calcula el valor de cada función.**

1. $f(2)$ if $f(x) = x + 1$

2. $f(9)$ if $f(x) = x - 4$

3. $f(3)$ if $f(x) = 2x + 3$

4. $f(6)$ if $f(x) = 2x - 7$

5. $f(-7)$ if $f(x) = 3x + 2$

6. $f(8)$ if $f(x) = -5x - 1$

7. $f(-5)$ if $f(x) = 4x + 6$

8. $f(-3)$ if $f(x) = -4x - 8$

9. $f(0)$ if $f(x) = 10 - 3x$

10. $f(7)$ if $f(x) = -12 - 2x$

Completa cada tabla de función. Luego, indica el dominio y el rango de la función.

11.

x	$x - 11$	$f(x)$
-2		
-1		
1		
2		

12.

x	$2x + 5$	$f(x)$
-1		
0		
1		
2		

13.

x	$7 - 3x$	$f(x)$
0		
2		
4		
6		

14.

x	$1 + 4x$	$f(x)$
-2		
0		
2		
4		

13-2**B****Reforzamiento****Representa funciones lineales**

Las funciones pueden representarse con palabras, en una tabla, como una ecuación, con una gráfica, y como pares ordenados. La **intersección en x** es donde la gráfica cruza el eje x . La **intersección en y** es donde la gráfica cruza el eje y . Una función en la que la gráfica de las soluciones forma una recta se llama **función lineal**.

Ejemplo Grafica $y = x - 4$.

Usa intersecciones.

Paso 1 Calcula la intersección en x .

Para calcular la intersección en x , sea $y = 0$.

$$y = x - 4$$

$$0 = x - 4$$

Reemplaza y por 0.

$$0 + 4 = x - 4 + 4$$

Suma 4 a cada lado.

$$4 = x$$

Como $x = 4$ cuando $y = 0$, grafica el par ordenado $(4, 0)$.

Paso 2 Calcula la intersección en y .

Para calcular la intersección en y , sea $x = 0$.

$$y = x - 4$$

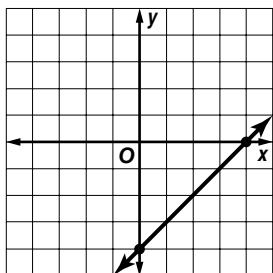
$$y = 0 - 4$$

Reemplaza x por 0.

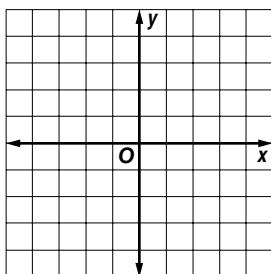
$$y = -4$$

Simplifica.

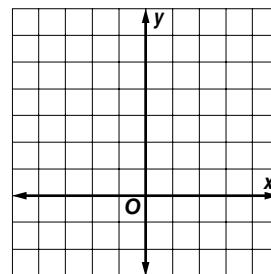
Como $y = -4$ cuando $x = 0$, grafica el par ordenado $(0, -4)$.

Paso 3 Conecta los puntos con una recta.**Ejercicios****Grafica cada función.**

1. $y = x + 1$



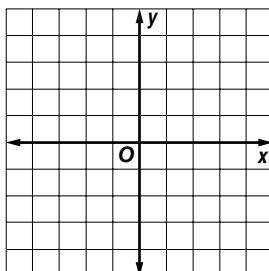
2. $y = 2x + 3$



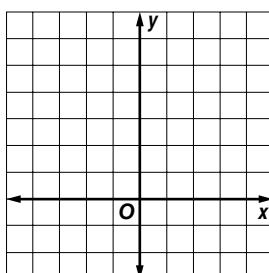
13-2**B****Práctica de destrezas****Representa funciones lineales**

Grafica cada función.

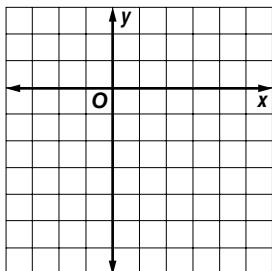
1. $y = x + 3$



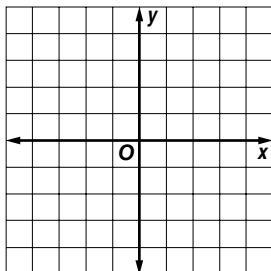
2. $y = 4x - 1$



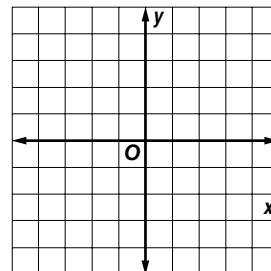
3. $y = x - 5$



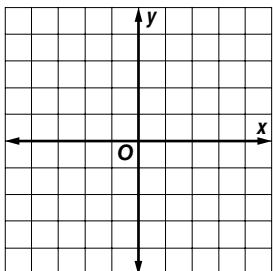
4. $y = 2x - 4$



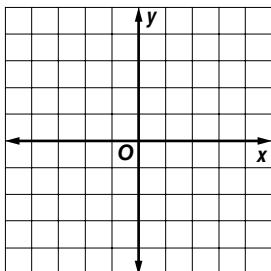
5. $y = 3 - x$



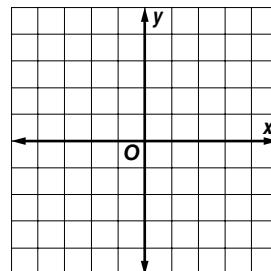
6. $y = 3x - 1$



7. $y = \frac{x}{2} - 2$



8. $y = -\frac{x}{3} + 1$



13-2**C****Reforzamiento****Forma pendiente-intersección**

Las ecuaciones lineales generalmente se escriben en la forma $y = mx + b$. Esto se llama **forma pendiente-intersección**. Cuando se escribe una ecuación de esta forma, m es la pendiente y b es la intersección en y .

Ejemplo 1 Indica la pendiente y la intersección en y de la gráfica de $y = \frac{3}{4}x - 3$.

$$y = \frac{3}{4}x - 3 \quad \text{Escribe la ecuación original.}$$

$$\begin{array}{l} y = \frac{3}{4}x + (-3) \\ \uparrow \quad \uparrow \\ y = mx + b \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Escribe la ecuación en la forma } y = mx + b. \\ m = \frac{3}{4}, b = -3 \end{array}$$

La pendiente de la gráfica es $\frac{3}{4}$, y la intersección en y es -3 .

Ejemplo 2 Grafica $y = -2x + 3$ usando la pendiente y la intersección en y .

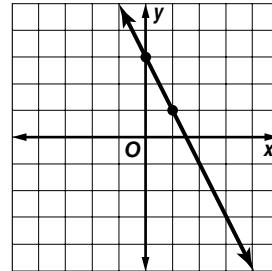
Paso 1 Calcula la pendiente y la intersección en y .

$$\text{pendiente} = -2 \quad \text{intersección en } y = 3$$

Paso 2 Grafica el punto de intersección en y en $(0, 3)$.

Paso 3 Escribe la pendiente -2 como $\frac{-2}{1}$. Úsala para localizar un segundo punto en la recta.

$$m = \frac{-2}{1} \quad \begin{array}{l} \text{cambio en } y: 2 \text{ unidades hacia abajo} \\ \text{cambio en } x: 1 \text{ unidad a la derecha} \end{array}$$



Paso 4 Dibuja una recta a través de los dos puntos.

Paso 5 Verifica localizando otro punto en la recta y sustituyendo las coordenadas en la ecuación original.

Ejercicios

Indica la pendiente y la intersección en y para la gráfica de cada ecuación.

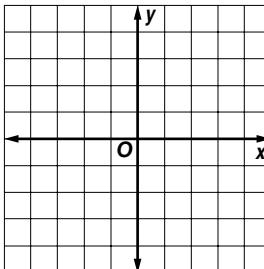
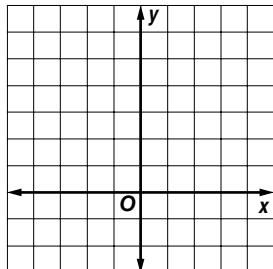
1. $y = x + 4$

2. $y = -\frac{2}{3}x - 1$

Grafica cada ecuación usando la pendiente y la intersección en y .

3. $y = -3x + 5$

4. $y = \frac{1}{2}x - 2$



13-2**C****Práctica de destrezas****Forma pendiente-intersección**

Indica la pendiente y la intersección en y para la gráfica de cada ecuación.

1. $y = x + 6$

2. $y = 5x - 2$

3. $y = 2x - 8$

4. $y = -x + 2$

5. $y = \frac{1}{2}x - 6$

6. $y = -\frac{1}{4}x + 3$

7. $y = 3x + 4$

8. $y = 6x - 1$

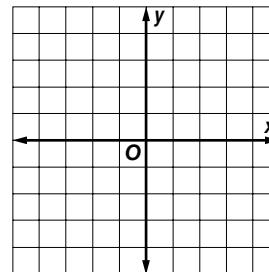
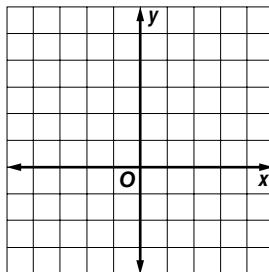
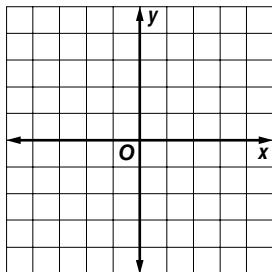
9. $y = \frac{5}{2}x - 7$

Grafica cada ecuación usando la pendiente y la intersección en y .

10. $y = 4x - 3$

11. $y = -x + 5$

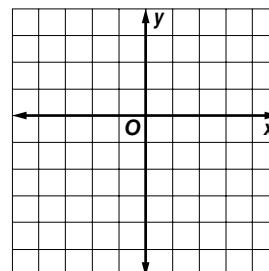
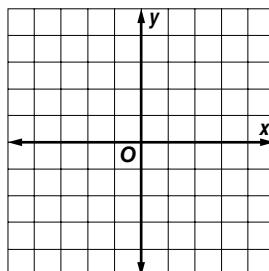
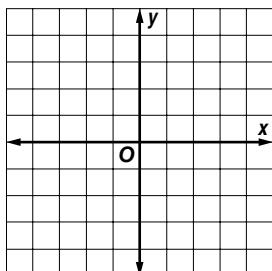
12. $y = \frac{1}{3}x - 2$



13. $y = 3x - 1$

14. $y = -\frac{3}{2}x + 4$

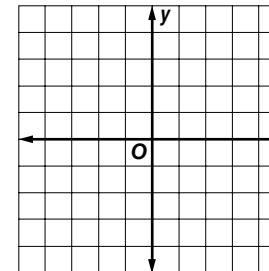
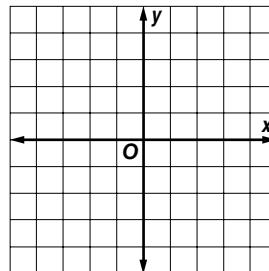
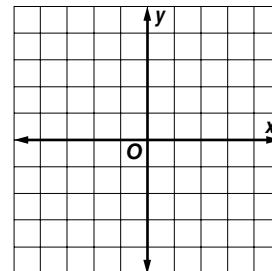
15. $y = \frac{2}{3}x - 5$



16. $y = \frac{1}{2}x + 1$

17. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

18. $y = 2x - 2$



13-3**B****Reforzamiento****Funciones lineales y no lineales**

Las funciones lineales, que tienen gráficas que son líneas rectas, representan tasas de cambios constantes. La tasa de cambio para las funciones no lineales no es constante. Por lo tanto, sus gráficas no son líneas rectas.

La ecuación para una función lineal siempre puede escribirse en la forma $y = mx + b$, donde m representa la tasa de cambio constante. Puedes determinar si una función es lineal examinando su ecuación. En una función lineal, la potencia de x es siempre 1 ó 0 y x no aparece en el denominador de la fracción.

Ejemplo 1 **Determina si $y = 2.5x$ representa una función lineal o no lineal. Explica.**

Como la ecuación puede escribirse como $y = 2.5x + 0$, la función es lineal.

Una función no lineal no aumenta ni disminuye a la misma tasa. Puedes usar una tabla para determinar si la tasa de cambio es constante.

Ejemplo 2 **Determina si la tabla representa una función lineal o no lineal. Explica.**

x	-2	2	6	10
y	8	3	-1	-4

↗
+4
 ↗
+4
 ↗
+4
 ↘
-5
 ↘
-4
 ↘
-3

A medida que x aumenta en 4, y disminuye en una cantidad diferente cada vez. La tasa de cambio no es constante, por lo tanto esta función es no lineal.

Ejercicios**Determina si cada tabla o ecuación representa una función lineal o no lineal. Explica.**

1. $y = 8 - 3x$

2.

x	1	2	3	4
y	5	10	15	20

3. $y = 4 + \frac{1}{x}$

4.

x	1	4	7	10
y	-7	-1	4	8

13-3**Práctica de destrezas****B****Funciones lineales y no lineales**

Determina si cada tabla o ecuación representa una función *lineal* o *no lineal*.

Explica.

1. $y = 2x^2 + 6$

2. $y = -\frac{3x}{5}$

3. $y = 8 - 9x$

4. $y = \frac{9}{x}$

5. $y = x^3$

6. $y = 3x + 6$

7. $y = -x^2 + 8x$

8. $y = 2x$

9.

x	1	2	3	4
y	-2	0	2	4

10.

x	-1	0	1	2
y	12	9	6	3

11.

x	2	3	4	5
y	7	9	12	14

12.

x	-3	0	3	6
y	10	1	10	37

13.

x	-2	-1	0	1
y	0	-2	-4	-6

14.

x	2	4	6	8
y	3	5	8	11

15.

x	3	6	9	12
y	2	4	6	8

13-4**A****Reforzamiento****Multiplica y divide monomios**

La propiedad del producto de potencias establece que para multiplicar potencias de igual base, se suman los exponentes: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.

Ejemplos**Multiplica. Expresa el resultado usando exponentes.****1**

$$2^3 \cdot 2^2$$

$$\begin{aligned} 2^3 \cdot 2^2 &= 2^{3+2} \\ &= 2^5 \end{aligned}$$

La base común es 2.

Suma los exponentes.

2

$$-2s^6(-7s^7)$$

$$\begin{aligned} -2s^6(-7s^7) &= [-2 \cdot (-7)](s^6 \cdot s^7) \\ &= (14)(s^{6+7}) \\ &= 14s^{13} \end{aligned}$$

Propiedades conmutativa y asociativa

La base común es s .

Suma los exponentes.

La propiedad del cociente de potencias establece que para dividir potencias de igual base se restan los exponentes: $a^n \div a^m = a^{n-m}$.

Ejemplos**Divide. Expresa el resultado usando exponentes.****3**

$$\frac{k}{k^8}$$

$$\begin{aligned} \frac{k^8}{k} &= k^{8-1} \\ &= k^7 \end{aligned}$$

La base común es k .

Resta los exponentes.

4

$$\frac{28g^{12}}{-4g^3}$$

$$\begin{aligned} \frac{28g^{12}}{-4g^3} &= \left(\frac{28}{-4}\right)\left(\frac{g^{12}}{g^3}\right) \\ &= (-7)(g^{12-3}) \\ &= -7g^9 \end{aligned}$$

Propiedades conmutativa y asociativa

La base común es g .

Resta los exponentes.

Ejercicios**Calcula cada producto o cociente. Expresa los resultados usando exponentes.**

1. $3^5 \cdot 3^2$

2. $5^2 \cdot 5^6$

3. $e^2 \cdot e^4$

4. $2a^5 \cdot 3a$

5. $-3t^4 \cdot 2t^6$

6. $4x^2(4^2x^3)$

7. $\frac{2^8}{2^7}$

8. $\frac{7^{11}}{7^4}$

9. $\frac{v^{14}}{v^9}$

10. $\frac{15w^7}{5w^3}$

11. $\frac{21z^{12}}{3z^2}$

12. $\frac{10m^8}{m^2}$

Práctica de destrezas***Multiplica y divide monomios***

Calcula cada producto o cociente. Expresa los resultados usando exponentes.

1. $2^7 \cdot 2^3$

2. $4^2 \cdot 4^5$

3. $10^4 \cdot 10^5$

4. $k^8 \cdot k^9$

5. $t^6 \cdot t^3$

6. $2w^2 \cdot 5w^2$

7. $3e^3 \cdot 6e^4$

8. $-4r^5(4r^3)$

9. $(3u^5)(3^3u^8)$

10. $(2p^7)(2^4p^2)$

11. $\frac{2^9}{2^6}$

12. $\frac{3^5}{3}$

13. $\frac{5^4}{5^2}$

14. $\frac{8^7}{8^4}$

15. $\frac{b^{11}}{b^4}$

16. $\frac{n^5}{n^3}$

17. $\frac{k^4}{k}$

18. $\frac{A^{15}}{A^{13}}$

19. $\frac{12n^6}{3n^2}$

20. $\frac{14m^3}{7m}$

21. $\frac{9b^9}{9b^4}$

22. $\frac{24t^{10}}{6t^3}$

23. $\frac{3v^7}{3v^6}$

24. $\frac{x^3 \cdot y^4}{x \cdot y^2}$

13-4**B****Reforzamiento****Exponentes negativos**

Cualquier número distinto de cero a la potencia negativa de n es el inverso multiplicativo de su n -ésima potencia.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ para } a \neq 0 \text{ y cualquier entero } n$$

Ejemplo 1 Escribe 4^{-2} usando un exponente positivo.

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} \quad \text{Definición de exponente negativo}$$

Ejemplo 2 Escribe $\frac{1}{x^6}$ usando un exponente negativo distinto de -1 .

$$\frac{1}{x^6} = x^{-6} \quad \text{Definición de exponente negativo}$$

Ejemplo 3 Simplifica $x^4 \cdot x^{-7}$.

Método 1 Cociente de potencias

$$\begin{aligned} x^4 \cdot x^{-7} &= x^{4 + (-7)} \\ &= x^{-3} \end{aligned}$$

Método 2 Definición de potencia

$$\begin{aligned} x^4 \cdot x^{-7} &= x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \frac{1}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} \\ &= \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{x} \cdot x \cdot x \cdot x} \\ &= \frac{1}{x \cdot x \cdot x} \\ &= x^{-3} \end{aligned}$$

Ejemplo 4 Simplifica $\frac{a^6}{a^4}$.

Método 1 Cociente de potencias

$$\begin{aligned} \frac{a^6}{a^4} &= a^{6 - 4} \\ &= a^2 \end{aligned}$$

Método 2 Definición de potencia

$$\begin{aligned} \frac{a^6}{a^4} &= \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a \\ &= a \cdot a \\ &= a^2 \end{aligned}$$

Ejercicios

Escribe cada expresión usando un exponente positivo.

1. 5^{-4}

2. $(-6)^{-7}$

3. a^{-8}

Escribe cada expresión usando un exponente negativo distinto de -1 .

4. $\frac{1}{5^3}$

5. $\frac{1}{x^4}$

6. $\frac{1}{16}$

Simplifica cada expresión.

7. $a^6 \cdot a^{-5}$

8. $n^{-11} \cdot n^{-2}$

9. $\frac{r^7}{r^3}$

Práctica de destrezas

Exponentes negativos

Escribe cada expresión usando un exponente positivo.

1. 6^{-2}

2. $(-5)^{-3}$

3. m^{-4}

4. 2^{-1}

5. n^{-10}

6. b^{-8}

7. c^{-3}

8. $(-a)^{-2}$

Escribe cada expresión usando un exponente negativo distinto de -1 .

9. $\frac{1}{3^9}$

10. $\frac{1}{x^4}$

11. $\frac{1}{125}$

12. $\frac{1}{2^4}$

13. $\frac{1}{k^5}$

14. $\frac{1}{36}$

15. $\frac{2}{200}$

16. $\frac{1}{m^5}$

Simplifica cada expresión.

17. $a^4 \cdot a^{-5}$

18. $b^6 \cdot b^{-4}$

19. $c^{-7} \cdot c^{-9}$

20. $2g^6 \cdot 3g^{-2}$

21. $8w^{-5} \cdot 2w^{-4}$

22. $\frac{x^9}{x^7}$

23. $\frac{s^{-11}}{s^{-4}}$

24. $\frac{20b^5}{5b}$

25. $\frac{n^{-8}}{n^{-10}}$

26. $\frac{36m^5}{6m^4}$

27. $\frac{24c^{-4}}{4c^{-2}}$

28. $\frac{30a^{-5}}{6a^{-9}}$

13-4**C****Reforzamiento****Notación científica**

Un número en notación científica se escribe como el producto de un factor que es por lo menos uno pero menor que diez y una potencia de diez.

Ejemplo 1 Expresa 8.65×10^7 en forma estándar.

$$\begin{aligned} 8.65 \times 10^7 &= 8.65 \times 10,000,000 \\ &= 86,500,000 \end{aligned}$$

$$10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ ó } 10,000,000$$

Mueve el punto decimal 7 lugares a la derecha.

Ejemplo 2 Expresa 9.2×10^{-3} en forma estándar.

$$\begin{aligned} 9.2 \times 10^{-3} &= 9.2 \times \frac{1}{10^3} \\ &= 9.2 \times 0.001 \\ &= 0.0092 \end{aligned}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3}$$

$$\frac{1}{10^3} = \frac{1}{1,000} \text{ ó } 0.001$$

Mueve el punto decimal 3 lugares a la izquierda.

Ejemplo 3 Expresa 76,250 en notación científica.

$$\begin{aligned} 76,250 &= 7.625 \times 10,000 \\ &= 7.625 \times 10^4 \end{aligned}$$

El punto decimal se mueve 4 lugares.

El exponente es positivo.

Ejemplo 4 Expresa 0.00157 en notación científica.

$$\begin{aligned} 0.00157 &= 1.57 \times 0.001 \\ &= 1.57 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

El punto decimal se mueve 3 lugares.

El exponente es negativo.

Ejercicios**Expresa cada número en forma estándar.**

1. 8.2×10^1

2. 1.9×10^3

3. 6.48×10^5

4. 3.7×10^{-3}

5. 2.36×10^{-2}

6. 7.1×10^{-6}

Expresa cada número en notación científica.

7. 342

8. 29

9. 72,300,000

10. 0.35

11. 0.081

12. 0.00048

Práctica de destrezas

Notación científica

Expresa cada número en forma estándar.

1. 9.2×10^1

2. 7.9×10^4

3. 8.3×10^3

4. 6.8×10^2

5. 4.06×10^5

6. 2.91×10^7

7. 4.35×10^{-1}

8. 1.7×10^{-6}

9. 5.6×10^{-7}

10. 5.03×10^{-4}

11. 8.99×10^{-3}

12. 6.2975×10^{-2}

13. 3.7×10^4

14. 1.025×10^5

Expresa cada número en notación científica.

15. 86

16. 772

17. 25,200

18. 3,941

19. 3,586,000

20. 12,570,900

21. 0.048

22. 0.35

23. 0.000027

24. 0.00062

25. 0.014

26. 0.00857

27. 904

28. 0.02

