Chapitre 08

L'énergie cinétique et le travail

Buts du chapitre

Dans ce chapitre, on étudie la relation entre le travail et l'énergie cinétique. Après l'étude de ce chapitre, vous serez en mesure :

- de calculer l'énergie cinétique d'un objet en mouvement ;
- de calculer le travail effectué par une force constante et par une force variable ;
- d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour résoudre des problèmes ;
- de calculer la puissance produite par un agent.

Préalables

Ce chapitre porte sur une nouvelle méthode qui permet de résoudre des problèmes de mécanique. Revoyez :

- le mouvement uniformément accéléré, étudié à la section 3.7 ;
- la deuxième loi de Newton, vue à la section 5.6 ;
- le produit scalaire entre deux vecteurs, présenté à la section 2.4.

Les chiens effectuent un travail sur le traîneau parce qu’ils exercent une force en le déplaçant.

La méthode utilisée dans les trois derniers chapitres permet de calculer le mouvement d'un objet. Ainsi, à partir des forces appliquées sur l'objet on trouve l'accélération de celui-ci à l'aide des lois de Newton. Cette méthode est générale, et on peut en principe obtenir le mouvement des objets qui se déplacent sur des trajectoires simples ou complexes.

Dans les deux prochains chapitres, nous étudions le mouvement des objets à l'aide d'une nouvelle quantité, l'*énergie*. Ce terme est utilisé dans le langage courant : on parle de voitures qui consomment beaucoup ou peu d'énergie, de moyens de réduire la consommation d'énergie, d'énergie solaire ou éolienne. Mais précisément, qu'est-ce que l'énergie ?

L'*énergie* est une quantité abstraite, difficile à définir de façon simple. De façon vague, on peut dire que l'énergie est une quantité scalaire qui décrit l'état d'un système. Il existe plusieurs types d'énergie, notamment l'énergie cinétique (liée au mouvement), l'énergie potentielle (liée à la position relative des éléments d'un système), l'énergie électrique, l'énergie lumineuse ou l'énergie chimique.

L'importance de l'énergie vient du principe suivant : l'énergie est une grandeur physique qui se conserve. Si un système est isolé (sans interaction avec son environnement), son énergie ne varie pas ; l'énergie peut être transformée d'une forme à une autre, mais la somme de tous les types d'énergie ne varie pas. Si un système n'est pas isolé, son énergie augmente (ou diminue) si l'énergie de l'environnement diminue (ou augmente). L'énergie peut être transférée de l'environnement vers le système (ou du système vers l'environnement). Le principe de conservation de l'énergie est l'un des principes les plus importants en physique et en sciences en général. Nous allons le considérer comme un fait expérimental, sans essayer de le démontrer ; même si notre étude se limite à la mécanique newtonienne, son champ d'application dépasse celui des lois de Newton.

Dans le présent chapitre, nous étudions l'énergie cinétique, soit l'énergie que peut avoir un objet en mouvement. Nous étudierons aussi la façon de transférer de l'énergie au moyen d'une force appliquée par un agent de l'environnement sur l'objet. Dans cette étude, nous allons voir que certains problèmes de dynamique sont plus faciles à résoudre si on recourt au concept de l'énergie plutôt qu'aux lois de Newton.

8.1 Un exemple de conservation

Pour bien illustrer le principe de conservation de l'énergie, nous reprenons une analogie que le physicien américain Richard Feynman a utilisée*. Supposons qu'un petit garçon s'amuse avec des blocs de construction dans une salle de jeu fermée. Au début de la journée, le garçon a 28 blocs. Après une heure, sa mère vient le voir et compte le nombre de blocs dans la pièce : il y en a 28. Le nombre de blocs ne varie pas ; la grandeur physique est conservée.

L'enfant continue de jouer avec ses blocs jusqu'au dîner. À ce moment, la mère compte les blocs dans la pièce : il y en a 25. La mère sait que les blocs n'ont pu disparaître. Elle remarque que la fenêtre est ouverte et, en regardant dehors, elle trouve les 3 blocs manquants. Le nombre de blocs dans la pièce peut diminuer si des blocs se retrouvent à l'extérieur. La mère remet les blocs à l'intérieur.

* R.P. Feynman, R.B. Leighton et M.L. Sands. *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 1, Addison-Wesley, Reading, 1963.

Après le dîner, le garçon invite un ami à venir jouer avec lui. La mère vient les voir après une demi-heure et elle compte 35 blocs. L'ami a apporté avec lui 7 blocs pour s'amuser. Donc, le nombre de blocs peut augmenter si un ami en apporte dans la salle de jeu.

L'énergie d'un objet se comporte comme le nombre de blocs : c'est une grandeur physique qui se conserve.

Conservation de l'énergie

L'énergie est une grandeur physique qui se conserve.
- L'énergie d'un système isolé demeure constante.
- Lorsqu'un système est en interaction, son énergie augmente si l'environnement lui en donne, et son énergie diminue si le système en cède à l'environnement.

Dans ce chapitre, nous analysons la variation de l'énergie cinétique d'un objet produite par une force extérieure. Ce type de transfert d'énergie est appelé le *travail*, et on le dénote par W. Le travail sera positif ($W > 0$) si l'environnement donne de l'énergie à l'objet, et le travail sera négatif ($W < 0$) si c'est l'objet qui cède de l'énergie à l'environnement (*voir la figure 8.1*).

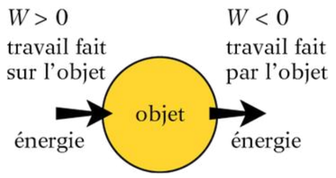


FIGURE 8.1
Un travail positif fait augmenter l'énergie de l'objet, et un travail négatif fait diminuer l'énergie de l'objet.

8.2 L'énergie cinétique

Lorsqu'un objet est en mouvement, il a de l'énergie cinétique K. Lorsque l'objet est immobile, son énergie cinétique doit être nulle. Si l'objet se déplace plus rapidement, son énergie doit augmenter. Pour un objet dont la masse est m et qui se déplace avec une vitesse de module v, son énergie cinétique est

Énergie cinétique

$$K = \frac{1}{2}mv^2 . \tag{8.1}$$

L'énergie cinétique, comme toutes les formes d'énergie, est une quantité scalaire. Elle ne dépend pas de l'orientation de la vitesse, mais seulement de son module.

Dans le SI, l'unité pour toutes les formes d'énergie est le joule (J), nommée en l'honneur du physicien anglais James Prescott Joule (1818-1889), qui a contribué à la découverte du principe de conservation de l'énergie. L'équation 8.1 permet d'exprimer le joule en fonction des unités de base du SI :

$$1\ \mathrm{J} \equiv 1\ \mathrm{kg} \times (1\ \mathrm{m/s})^2 = 1\ \mathrm{kg \cdot m^2/s^2} . \tag{8.2}$$

EXEMPLE 8.1 Une balle courbe

Au baseball, une balle de 145 g est lancée vers le frappeur. À un point de sa trajectoire, sa vitesse est $\vec{\mathbf{v}} = (20\vec{\imath} - 4{,}0\vec{\jmath} - 5{,}0\vec{k})$ m/s. Quelle est l'énergie cinétique de la balle ?

SOLUTION

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$m = 0{,}145$ kg	K
$\vec{\mathbf{v}} = (20\vec{\imath} - 4{,}0\vec{\jmath} - 5{,}0\vec{k})$ m/s	

Identifier la clé

La **clé** est la définition de l'énergie cinétique donnée par l'équation 8.1 :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 . \tag{i}$$

Nous pouvons calculer le module de la vitesse au carré à partir de ses composantes, selon l'équation 2.13 de la page 36 :

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \,. \qquad \text{(ii)}$$

Résoudre le problème

En insérant les données dans les équations (i) et (ii), nous obtenons

$$K = \frac{0{,}145 \text{ kg}}{2} \times \left[(20 \text{ m/s})^2 + (-4{,}0 \text{ m/s})^2 + (-5{,}0 \text{ m/s})^2\right]$$

$$K = 32 \text{ J} \,. \qquad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse

La réponse est un scalaire positif, exprimé en joules.

FIGURE 8.2
Le lanceur effectue un travail sur la balle.

8.3 Le travail d'une force constante

Lorsqu'on lance une balle (comme le lanceur à la figure 8.2), on exerce une force sur la balle. La force produit une accélération, c'est-à-dire un changement de vitesse. Dans le présent cas, le module de la vitesse change, donc l'énergie cinétique va changer. En lançant la balle, le joueur transfère de l'énergie à l'objet au moyen d'une force. En physique, on appelle *travail* ce type de transfert d'énergie :

> Un travail W est un transfert d'énergie, d'un agent vers un objet, au moyen d'une force. Le travail est positif lorsque l'énergie est reçue par l'objet, et le travail est négatif lorsque l'énergie est cédée par l'objet.

L'expression du travail

Pour trouver la relation exacte entre le travail et la force appliquée, prenons un disque ayant une masse m, placé sur une table à coussin d'air horizontale. La force de frottement est négligeable, et la force gravitationnelle est équilibrée par la force normale. Supposons qu'une force constante $\vec{\mathbf{F}}$ est appliquée sur le disque qui se déplace (avec $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\,\vec{\imath}$, comme le montre la figure 8.3). Supposons également que le module de la vitesse du disque varie de v_i à v_f durant ce déplacement.

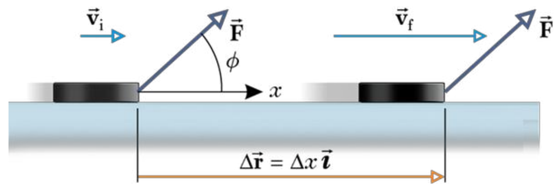


FIGURE 8.3
Une force $\vec{\mathbf{F}}$ est appliquée sur un disque qui effectue un déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. La force effectue un travail $W = F \cos\phi\, \Delta r$.

On peut exprimer v_{fx} en fonction de v_{ix} et de Δx à l'aide de l'équation 3.16 de la page 70, une équation que nous avons rencontrée lors de l'étude de la cinématique à accélération constante :

$$v_{fx}^2 = v_{ix}^2 + 2a_x\, \Delta x \,.$$

L'accélération a_x peut être calculée à l'aide de la deuxième loi de Newton. En effet, l'accélération est produite par la composante x de la force $\vec{\mathbf{F}}$:

$$\sum F_x = F\cos\phi = ma_x$$
$$\Rightarrow a_x = \frac{F\cos\phi}{m} \; .$$

On obtient alors

$$v_{\mathrm{f}x}^2 = v_{\mathrm{i}x}^2 + 2\left(\frac{F\cos\phi}{m}\right)\Delta x \; .$$

Le module de la vitesse change, ce qui indique que l'énergie cinétique change aussi. On multiplie par $m/2$ chacun des termes de la dernière équation et on laisse de côté les indices x. On obtient

$$\frac{1}{2}mv_{\mathrm{f}}^2 - \frac{1}{2}mv_{\mathrm{i}}^2 = F\,\cos\phi\,\Delta x$$
$$K_{\mathrm{f}} - K_{\mathrm{i}} = F\,\Delta x\,\cos\phi \; . \tag{8.3}$$

Le membre de gauche de l'équation représente la variation de l'énergie cinétique de la rondelle. Le membre de droite doit représenter le travail effectué par la force $\vec{\mathbf{F}}$. Pour un déplacement rectiligne dont le module est Δr, le travail de la force constante est

$$\boxed{W = F\,\Delta r\,\cos\phi\,,} \tag{8.4}$$

Travail d'une force constante (déplacement rectiligne)

où ϕ représente l'angle entre la force $\vec{\mathbf{F}}$ et le déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. Cette équation permet de calculer le travail effectué par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite. Elle sera généralisée dans les prochaines sections afin de l'appliquer quand la force n'est pas constante ou que le déplacement n'est pas rectiligne.

L'équation 8.4 indique qu'un objet doit se déplacer pour qu'une force effectue un travail. Si vous poussez contre un mur, vous n'effectuez aucun travail, car le mur reste immobile. En effet, vous ne transférez pas d'énergie au mur.

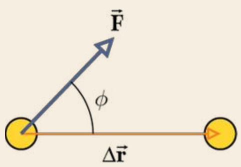
Défi animé 8.1
Déterminez l'allure du graphique du travail fait par chaque force sur un objet qui effectue un aller-retour sur un plan incliné rugueux.

Le travail est une quantité scalaire. L'unité du travail est le joule parce qu'il s'agit d'un transfert d'énergie. L'équation 8.4 montre que

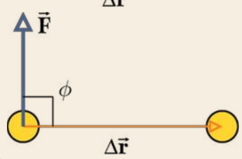
$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N} \times 1\,\mathrm{m} = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\,.$$

Le travail peut être positif, négatif ou nul, selon l'angle ϕ entre la force et le déplacement. L'énoncé suivant indique les différentes possibilités.

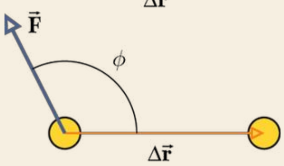
Le signe du travail dépend de l'angle ϕ entre la force $\vec{\mathbf{F}}$ et le déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$:



$0° \le \phi < 90°$ — $W > 0$ — L'objet acquiert de l'énergie.



$\phi = 90°$ — $W = 0$ — L'énergie de l'objet est constante.



$90° < \phi \le 180°$ — $W < 0$ — L'objet cède de l'énergie.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 8.1

Dans un chantier de construction, une grue soulève une poutre verticalement. La poutre subit la force gravitationnelle $\vec{\mathbf{F}}_g$ et une force de tension $\vec{\mathbf{T}}$ exercée par un câble. La force $\vec{\mathbf{F}}_g$ effectue un travail W_g, et la force $\vec{\mathbf{T}}$ effectue un travail W_T. Parmi les énoncés suivants, lequel est vrai ?

(i) $W_g > 0$ et $W_T > 0$
(ii) $W_g < 0$ et $W_T < 0$
(iii) $W_g < 0$ et $W_T > 0$
(iv) $W_g > 0$ et $W_T < 0$

EXEMPLE 8.2 Le travail d'un enfant

Un enfant tire un chariot avec une force $\vec{\mathbf{F}}$ le long d'une surface horizontale. La force $\vec{\mathbf{F}}$ a un module de 12,0 N et est orientée à un angle de 25,0° par rapport à l'horizontale. Calculez le travail effectué par l'enfant sur le chariot lorsque ce dernier se déplace d'une distance de 50,0 m.

SOLUTION

Illustrer la situation
À la figure 8.4, nous présentons le schéma de la situation à l'état initial et à l'état final. Nous avons aussi ajouté la force $\vec{\mathbf{F}}$.

Décortiquer le problème
L'angle entre $\vec{\mathbf{F}}$ et $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est $\phi = 25{,}0°$.

Connues		Inconnue
$F = 12{,}0$ N	$\phi = 25{,}0°$	W
$\Delta x = 50{,}0$ m		

Identifier la clé
La **clé** est la définition du travail donnée par l'équation 8.4 :

$$W = F\,\Delta x\,\cos\phi\ .$$

Résoudre le problème
En insérant les valeurs, nous obtenons

$$W = 12{,}0\ \text{N} \times 50{,}0\ \text{m}\ \cos(25{,}0°) = 544\ \text{J}\ . \quad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse
La valeur positive indique que l'enfant fournit de l'énergie au chariot.

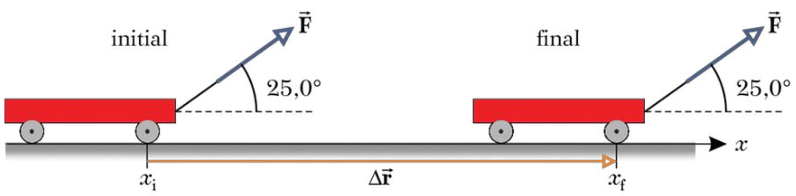


FIGURE 8.4
Le schéma de la situation pour l'exemple 8.2

Le travail et le produit scalaire

Le travail effectué par une force sur un objet est une quantité scalaire calculée à partir de deux vecteurs : la force appliquée $\vec{\mathbf{F}}$ et le déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ de l'objet. Le membre droit de l'équation 8.4 est en fait le produit scalaire entre $\vec{\mathbf{F}}$ et $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ (*pour un rappel du produit scalaire, voir la section 2.4 de la page 43*) :

Travail d'une force constante

$$W = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = F_x\,\Delta x + F_y\,\Delta y + F_z\,\Delta z\ . \tag{8.5}$$

EXEMPLE 8.3 Le travail avec le produit scalaire

Une force $\vec{\mathbf{F}} = (4{,}0\vec{\imath} + 2{,}5\vec{\jmath} - 1{,}5\vec{k})$ N est appliquée sur un objet qui se déplace le long d'un plan incliné. Son déplacement est $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (8{,}5\vec{\imath} - 3{,}2\vec{\jmath})$ m. Calculez le travail effectué par la force sur l'objet.

SOLUTION

Décortiquer le problème

Connues	Inconnue
$\vec{\mathbf{F}} = (4{,}0\vec{\imath} + 2{,}5\vec{\jmath} - 1{,}5\vec{k})$ N	W
$\Delta\vec{\mathbf{r}} = (8{,}5\vec{\imath} - 3{,}2\vec{\jmath})$ m	

Identifier la clé

La **clé** est l'équation 8.5, que nous pouvons écrire à l'aide des composantes des vecteurs, comme à l'équation 2.28 de la page 45 :

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = F_x\, \Delta x + F_y\, \Delta y + F_z\, \Delta z\,.$$

Résoudre le problème

En remplaçant les valeurs, nous obtenons

$$W = 4{,}0 \text{ N} \times 8{,}5 \text{ m} + 2{,}5 \text{ N} \times (-3{,}2 \text{ m}) + (-1{,}5 \text{ N}) \times 0{,}0 \text{ m}$$

$$W = 26 \text{ J}\,. \qquad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse

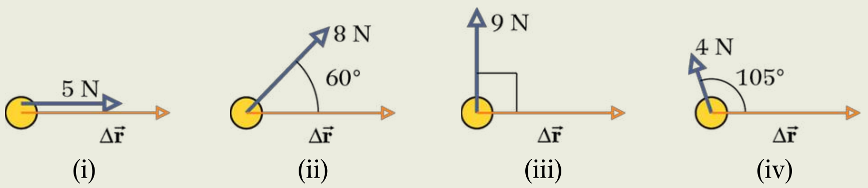
Le signe positif indique que la force donne de l'énergie à l'objet.

MISE EN GARDE

Les équations 8.4 et 8.5 peuvent être utilisées pour calculer le travail effectué sur un objet seulement lorsque la force est constante et que l'objet a un déplacement rectiligne.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 8.2

La figure suivante représente quatre situations où une force est appliquée sur un objet. Dans les quatre cas, l'objet a le même déplacement $\Delta\vec{\mathbf{r}}$. Classez ces situations dans l'ordre décroissant du travail effectué par la force.



8.4 Le théorème de l'énergie cinétique

La section précédente nous a permis de calculer le travail effectué par une force constante sur un objet qui se déplace. Nous pouvons maintenant étudier les situations où plusieurs forces effectuent un travail et calculer la variation d'énergie cinétique correspondante.

La figure 8.5 illustre un objet qui se déplace de $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ et qui est soumis aux forces $\vec{\mathbf{F}}_1, \vec{\mathbf{F}}_2, \vec{\mathbf{F}}_3$ et $\vec{\mathbf{F}}_4$. Chaque force effectue un certain travail sur l'objet. On définit le travail net comme la somme de tous les travaux effectués sur un objet :

$$W_{\text{net}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = \vec{\mathbf{F}}_1 \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} + \vec{\mathbf{F}}_2 \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} + \vec{\mathbf{F}}_3 \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} + \vec{\mathbf{F}}_4 \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} \,. \qquad (8.6)$$

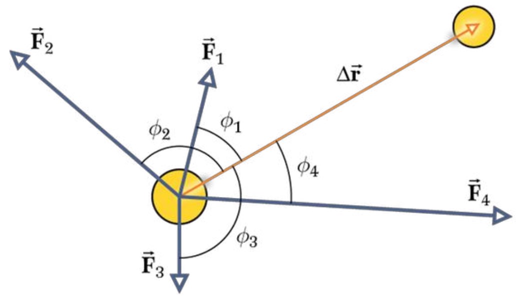


FIGURE 8.5
Un objet est soumis à plusieurs forces. Chaque force effectue un travail sur l'objet.

Le produit scalaire obéit à la distributivité (*voir l'équation 2.24 de la page 44*). On peut donc mettre en évidence le déplacement dans l'équation 8.6 :

$$W_{\text{net}} = (\vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 + \vec{\mathbf{F}}_3 + \vec{\mathbf{F}}_4) \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} \,.$$

Le terme entre parenthèses correspond à la force résultante exercée sur l'objet. Donc, lorsqu'un objet est soumis à plusieurs forces $\vec{\mathbf{F}}_1$, $\vec{\mathbf{F}}_2$, ..., $\vec{\mathbf{F}}_n$, le travail net est

Travail net

$$W_{\text{net}} = (W_1 + W_2 + \cdots + W_n) = \vec{\mathbf{F}}_{\text{rés}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} \,. \qquad (8.7)$$

Le travail net effectué sur un objet est la somme de tous les travaux. C'est aussi le travail effectué par la force résultante exercée sur l'objet.

En dynamique, on remplace les différentes forces exercées sur un objet par la force résultante, et on applique la deuxième loi de Newton pour obtenir l'accélération de l'objet. Avec la méthode du travail, on calcule le travail net, c'est-à-dire le travail de la force résultante. Le problème comportant n forces est remplacé par une situation équivalente où il n'y a qu'une force (la force résultante) exercée sur l'objet. Selon l'équation 8.3, la variation de l'énergie cinétique est produite par le travail de la force résultante, soit le travail net :

Théorème de l'énergie cinétique

$$W_{\text{net}} = \Delta K = K_{\text{f}} - K_{\text{i}} \,. \qquad (8.8)$$

Cette équation, appelée le *théorème de l'énergie cinétique*, est très utile pour connaître le module de la vitesse finale. Lorsque $W_{\text{net}} > 0$, cela indique que la force résultante a une composante dans le même sens que le déplacement, ce qui fait augmenter le module de la vitesse. Lorsque $W_{\text{net}} < 0$, alors la force résultante a une composante dans le sens opposé au sens du déplacement, ce qui fait diminuer le module de la vitesse. Lorsque $W_{net} = 0$, alors la force résultante est nulle ou elle est perpendiculaire au déplacement. Dans le dernier cas, la force est une force centripète qui change l'orientation de la vitesse sans changer le module de celle-ci.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 8.3

La vitesse d'une particule varie de $\vec{\mathbf{v}}_i = 2\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$ à $\vec{\mathbf{v}}_f = -3\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$.

a. Son énergie cinétique augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

b. Quel est le signe du travail net ?

La vitesse d'une deuxième particule varie de $\vec{\mathbf{v}}_i = 2{,}0\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$ à $\vec{\mathbf{v}}_f = -2{,}0\ \text{m/s}\,\vec{\jmath}$.

c. Son énergie cinétique augmente-t-elle ou diminue-t-elle ?

d. Quel est le signe du travail net ?

La stratégie suivante explique la méthode du travail qui permet de résoudre des problèmes faisant appel à des forces appliquées sur un objet. Cette méthode peut être utilisée à la place de la méthode de la dynamique. Elle est plus simple, car elle utilise des scalaires. Elle est aussi plus efficace lorsqu'on veut obtenir le module de la vitesse finale.

STRATÉGIE 8.1 La méthode du travail

Illustrer la situation

Dessinez un schéma de la situation, avec l'objet à son état initial et à son état final. Ajoutez les forces appliquées et le déplacement de l'objet. Tracez un système de coordonnées cartésiennes et orientez un des axes parallèlement au déplacement, afin de simplifier la solution.

Décortiquer le problème

À l'aide d'un tableau, faites ressortir les quantités connues et celles qui sont recherchées. Identifiez bien l'angle entre chaque force et le déplacement.

Identifier la clé

Calculez le travail de chaque force $W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = F\,\Delta r \cos\phi$ et le travail net, c'est-à-dire la somme de tous les travaux. Utilisez ensuite le théorème de l'énergie cinétique :

$$W_{net} = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 . \tag{8.8}$$

Résoudre le problème

Résolvez l'équation pour obtenir l'inconnue. La méthode du travail permet de trouver des quantités scalaires. Si on vous demande une quantité vectorielle, ajoutez l'orientation en utilisant le schéma de la situation comme guide.

Valider la réponse

Vérifiez le signe, les unités et l'ordre de grandeur de vos réponses numériques.

EXEMPLE 8.4 Vers la Yukon Quest ?

Un traîneau à chiens, avec le *musher* et un passager, a une masse de 145 kg. Il est tiré par des chiens au moyen de deux câbles. Chaque câble exerce une force de tension de 200 N orientée à 5,00° par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement cinétique entre la neige et le traîneau est de 0,200.

a. Calculez le travail effectué par chaque force lorsque le traîneau se déplace de 25,0 m.

b. Si le traîneau est initialement immobile, quel est le module de sa vitesse après 25,0 m ?

SOLUTION

Illustrer la situation

L'objet est le traîneau avec le *musher* et le passager. Le schéma de la situation est illustré à la figure 8.6. Cinq forces sont appliquées : les deux tensions $\vec{\mathbf{T}}_1$ et $\vec{\mathbf{T}}_2$ identiques, la force de frottement cinétique $\vec{\mathbf{f}}_c$, la force normale $\vec{\mathbf{N}}$ et la force gravitationnelle $\vec{\mathbf{F}}_g$.

Décortiquer le problème

Le déplacement s'effectue vers la droite. La force de frottement cinétique est opposée au déplacement, donc ϕ_f = 180°. La force normale et la force gravitationnelle sont perpendiculaires au déplacement, alors $\phi_g = \phi_N$ = 90°.

Connues		Inconnues	
$\Delta r = 25{,}0$ m	$m = 145$ kg	W_{T_1}	W_{T_2}
$v_i = 0{,}0$ m/s	$\mu_c = 0{,}200$	W_f	W_N
$T_1 = T_2 = 200$ N	$\phi_T = 5{,}00°$	W_g	v_f
$\phi_f = 180°$	$\phi_g = \phi_N = 90°$		

SOLUTION a.

Identifier les clés

Pour calculer le travail, la première **clé** est l'équation 8.4 :

$$W = F\ \Delta r \cos\phi\ . \qquad \text{(i)}$$

Pour le travail de la force de frottement, il faut d'abord calculer le module f_c avec la deuxième **clé**, c'est-à-dire que f_c est proportionnelle à la force normale :

$$f_c = \mu_c N\ . \qquad \text{(ii)}$$

La force normale est aussi inconnue. Nous la trouvons à l'aide de la deuxième loi de Newton appliquée à la composante y :

$$\sum F_y = T_1 \sin(5{,}00°) + T_2 \sin(5{,}00°) + N - mg = 0$$
$$\Rightarrow N = mg - (T_1 + T_2)\sin(5{,}00°)\ . \qquad \text{(iii)}$$

Résoudre le problème

Nous calculons les différents travaux :

$$W_{T_1} = W_{T_2} = T_1\ \Delta r \cos(5{,}00°)$$
$$= 200 \times 25{,}0 \cos(5{,}00°) = 4{,}98 \text{ kJ} \qquad \text{(réponse)}$$

$$W_N = N\ \Delta r \cos(90°) = 0{,}0 \text{ J} \qquad \text{(réponse)}$$

$$W_g = mg\ \Delta r \cos(90°) = 0{,}0 \text{ J} \qquad \text{(réponse)}$$

$$W_f = \mu_c\left[mg - (T_1 + T_2)\sin(5{,}00°)\right] \Delta r \cos(180°)$$
$$= 0{,}200\left[145 \times 9{,}81 - 400 \sin(5{,}00°)\right]$$
$$\times 25{,}0 \cos(180°)$$
$$W_f = -6{,}94 \text{ kJ}. \qquad \text{(réponse)}$$

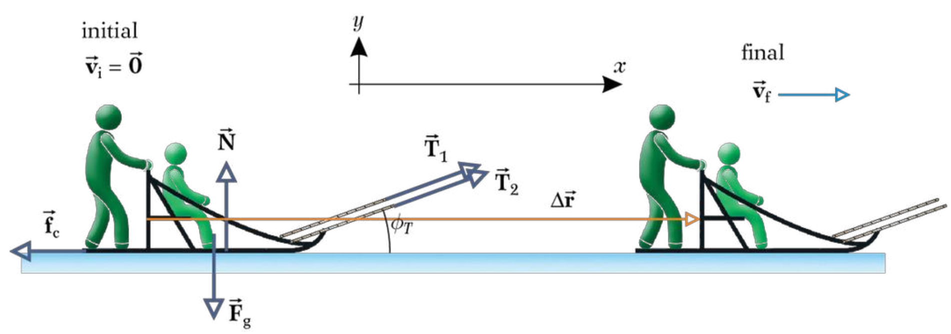


FIGURE 8.6
Le schéma de la situation pour l'exemple 8.4

Valider la réponse
Les tensions effectuent un travail positif, car les chiens font accélérer le traîneau. La force de frottement effectue un travail négatif parce que cette force s'oppose au mouvement. La force normale et la force gravitationnelle n'effectuent pas de travail, car elles sont perpendiculaires au déplacement.

SOLUTION b.

Identifier la clé
La **clé** est le théorème de l'énergie cinétique:

$$W_{\text{net}} = K_{\text{f}} - K_{\text{i}}$$

$$W_{T_1} + W_{T_2} + W_f + W_N + W_{\text{g}} = \frac{1}{2}mv_{\text{f}}^2 - \frac{1}{2}mv_{\text{i}}^2 . \quad \text{(iv)}$$

Résoudre le problème
Le travail net est

$$W_{\text{net}} = 4{,}98 \text{ kJ} + 4{,}98 \text{ kJ} - 6{,}94 \text{ kJ}$$
$$= 3{,}02 \text{ kJ} = 3{,}02 \times 10^3 \text{ J} .$$

Nous insérons ce résultat et l'expression $v_{\text{i}} = 0{,}0$ m/s dans l'équation (iv), puis nous isolons v_{f} pour obtenir

$$v_{\text{f}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{net}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3{,}02 \times 10^3 \text{ J}}{145 \text{ kg}}} = 6{,}45 \text{ m/s} . \quad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse
Le module de la vitesse est un scalaire positif. L'ordre de grandeur a du sens. Les unités sont correctes.

EXEMPLE 8.5 Un enfant glisse le long d'une pente

Un enfant de 20,0 kg sur une luge de 1,00 kg glisse le long d'une pente inclinée à 15,0°. Le coefficient de frottement cinétique entre la luge et la pente est de 0,226. Si l'enfant est initialement au repos, quel est le module de sa vitesse après qu'il a glissé sur une distance de 20,0 m ?

SOLUTION

Illustrer la situation
Le schéma de la situation est présenté à la figure 8.7.

Décortiquer le problème
Selon le schéma, l'angle entre $\vec{\mathbf{F}}_{\text{g}}$ et $\Delta\vec{\mathbf{r}}$ est l'angle complémentaire à l'inclinaison de la pente: $\phi_{\text{g}} = 90° - 15{,}0° = 75{,}0°$. La force normale est perpendiculaire au déplacement, et son travail est nul. Pour la force de frottement cinétique, $\phi_f = 180°$.

Connues		Inconnue
$m = 21{,}0$ kg	$\mu_{\text{c}} = 0{,}226$	v_{f}
$\phi_{\text{g}} = 75{,}0°$	$\phi_f = 180°$	
$\Delta r = 20{,}0$ m	$v_{\text{i}} = 0{,}0$ m/s	

Identifier la clé
La **clé** est le théorème de l'énergie cinétique:

$$W_{\text{net}} = W_{\text{g}} + W_f = K_{\text{f}} - K_{\text{i}} . \quad \text{(i)}$$

Nous devons calculer la force de frottement à partir du module de la force normale, $f_{\text{c}} = \mu_{\text{c}}N$, avec

$$\sum F_y = N - mg\cos(15{,}0°) = 0$$
$$\Rightarrow N = mg\cos(15{,}0°) . \quad \text{(ii)}$$

Résoudre le problème
Calculons chaque travail et le travail net:

$$W_{\text{g}} = mg\,\Delta r\cos(75°) = 21 \times 9{,}81 \times 20\cos(75°)$$
$$W_{\text{g}} = 1066 \text{ J}$$
$$W_f = \mu_{\text{c}} mg\cos(15°)\,\Delta r\cos(180°)$$
$$= 0{,}226 \times 9{,}81\cos(15{,}0°) \times 20\cos(180°)$$

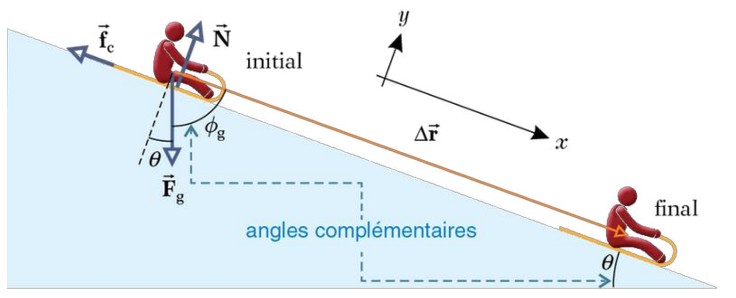


FIGURE 8.7
Le schéma de la situation pour l'exemple 8.5

$$W_f = -899 \text{ J}$$
$$W_{net} = 1066 \text{ J} - 899 \text{ J} = 167 \text{ J} .$$

Comme $K = mv^2/2$ et que $v_i = 0{,}0$ m/s, nous obtenons

$$v_f = \sqrt{\frac{2W_{net}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 167 \text{ J}}{21{,}0 \text{ kg}}} = 3{,}99 \text{ m/s} . \quad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse
Le module de la vitesse a une valeur raisonnable pour un enfant. Le travail de la force gravitationnelle est positif, car c'est cette force qui fait accélérer l'enfant. Nous avons résolu ce type de problème à l'exemple 5.7 en utilisant la méthode de la dynamique.

REMARQUE
Comme le montrent les deux exemples précédents, la méthode du travail est un outil efficace pour calculer le module de la vitesse finale. Par contre, elle ne peut être utilisée pour calculer une force perpendiculaire au déplacement. Dans les derniers exemples, on doit utiliser la deuxième loi de Newton pour calculer la force normale.

8.5 Le travail d'une force variable

Le mouvement rectiligne

La section 8.3 décrit la façon de calculer le travail d'une force lorsque celle-ci est constante. La figure 8.8 reprend le cas de la rondelle sur une surface sans frottement de la figure 8.3, mais cette fois-ci, on suppose que la force $\vec{\mathbf{F}}$ est variable. On a choisi d'orienter le système de coordonnées pour que $\Delta\vec{\mathbf{r}} = \Delta x\ \vec{\imath}$. Le graphique de la figure 8.9a indique de quelle manière la composante $F_x = F\cos\phi$ change lorsque la rondelle se déplace de x_i à x_f.

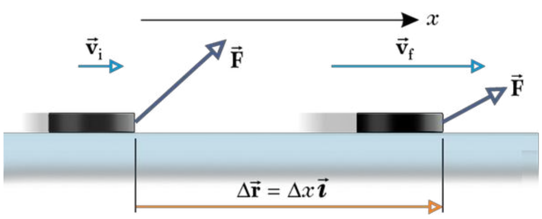


FIGURE 8.8
Une rondelle se déplace ; une force $\vec{\mathbf{F}}$ variable effectue un travail.

Pour calculer le travail, on divise le déplacement total en petits déplacements Δx_j. Durant un petit déplacement, la composante de la force F_{jx} est approximativement constante ; le travail durant ce petit déplacement est

$$W_j \approx F_{jx}\,\Delta x_j .$$

Géométriquement, ceci correspond à l'aire du petit rectangle jaune de la figure 8.9b. Pour obtenir le travail effectué durant le déplacement total Δx, on additionne tous les petits travaux W_j. On obtient la formule exacte en prenant la limite $\Delta x_j \to 0$. Le travail est alors donné par l'aire sous la courbe (l'intégrale) de F_x en fonction de x, entre x_i et x_f :

$$W = \lim_{\Delta x_j \to 0} \sum_j F_{jx}\,\Delta x_j$$

Travail d'une force variable

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,\mathrm{d}x = \text{l'aire sous la courbe} . \quad (8.9)$$

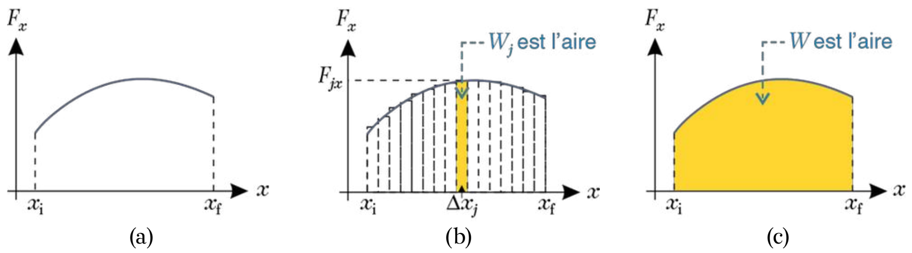


FIGURE 8.9
(a) La composante F_x varie durant le déplacement entre x_i et x_f. (b) Pour un déplacement Δx_j, le travail correspond à l'aire du petit rectangle. (c) Le travail effectué par la force $\vec{\mathbf{F}}$ correspond à l'aire sous la courbe.

MISE EN GARDE

Il faut faire attention au signe lorsqu'on utilise l'équation 8.9. Pour $x_f > x_i$, le travail est positif lorsque la courbe est au-dessus de l'axe des x, et il est négatif lorsque la courbe est sous l'axe des x. Pour $x_f < x_i$, le déplacement est inversé : le travail est négatif si la courbe est au-dessus de l'axe des x et positif si la courbe est sous l'axe des x.

Un mouvement quelconque

Jusqu'à présent, on a calculé le travail pour un objet qui se déplace en ligne droite. Lorsque la trajectoire est courbe, comme à la figure 8.10, il faut diviser la trajectoire en déplacements infinitésimaux $d\vec{\mathbf{r}} = dx\,\vec{\imath} + dy\,\vec{\jmath} + dz\,\vec{k}$. La force effectuant le travail est $\vec{\mathbf{F}} = F_x\vec{\imath} + F_y\vec{\jmath} + F_z\vec{k}$. L'équation 8.9 devient

$$W = \int_i^f \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_i^f F_x\,dx + \int_i^f F_y\,dy + \int_i^f F_z\,dz\ . \qquad (8.10)$$

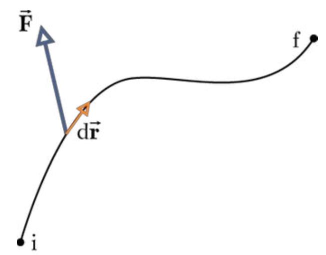


FIGURE 8.10
Un objet se déplace le long d'une trajectoire courbe, entre un point initial et un point final.

Pour calculer les trois intégrales entre le point i et le point f, on utilise l'équation exacte de la trajectoire. L'intégrale est appelée une *intégrale de ligne*. En général, le résultat dépend de la trajectoire utilisée. Si l'objet change de trajectoire, le travail sera différent, même si les points initial et final sont les mêmes.

Le théorème de l'énergie cinétique en général

Pour compléter l'étude du travail effectué par des forces variables, il faut démontrer que le théorème de l'énergie cinétique, donné par l'équation 8.8, demeure valide. Pour ce faire, supposons qu'un objet se déplace le long d'une trajectoire courbe, comme celle de la figure 8.10, et qu'il subit plusieurs forces $\vec{\mathbf{F}}_1$, …, $\vec{\mathbf{F}}_n$. Le travail net est le travail de la force résultante :

$$W_{\text{net}} = W_1 + \cdots + W_n = \int_i^f \vec{\mathbf{F}}_{\text{rés}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}\ .$$

Selon la deuxième loi de Newton, $\vec{\mathbf{F}}_{\text{rés}} = m\vec{\mathbf{a}}$. Alors,

$$W_{\text{net}} = \int_i^f m\vec{\mathbf{a}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = m\int_i^f \left(\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}\right) \cdot (\vec{\mathbf{v}}\,dt) = m\int_i^f \left(\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}\right) dt\ ,$$

où on a remplacé l'accélération par la dérivée de la vitesse par rapport au temps et le déplacement par $\vec{\mathbf{v}}\,dt$. Le produit scalaire est commutatif. On peut écrire le terme entre parenthèses de la façon suivante :

$$\left(\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} \cdot \vec{\mathbf{v}} + \vec{\mathbf{v}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt}\right) = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{v}}) = \frac{1}{2}\frac{d(v^2)}{dt} = v\frac{dv}{dt}\ .$$

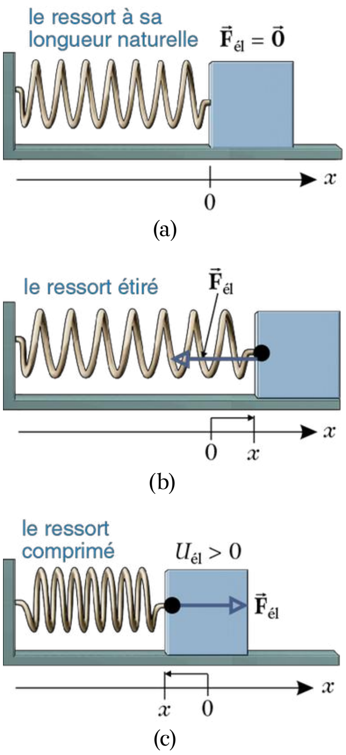


FIGURE 8.11
(a) Le ressort est à sa longueur naturelle. (b) Le ressort est étiré jusqu'à x ($x > 0$). (c) Le ressort est comprimé jusqu'à x ($x < 0$).

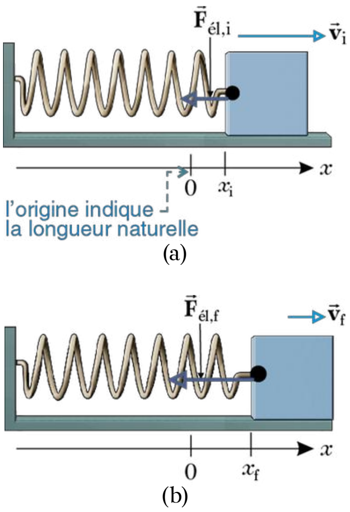


FIGURE 8.12
(a) L'état initial du bloc. (b) L'état final du bloc.

Travail élastique

Le travail s'écrit ainsi :

$$W_{net} = m\int_{i}^{f} v\frac{dv}{dt}\,dt = m\int_{v_i}^{v_f} v\,dv = m\left.\frac{v^2}{2}\right|_{v_i}^{v_f}$$

$$W_{net} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = K_f - K_i\,.$$

Par conséquent, le théorème de l'énergie cinétique demeure valide, quelle que soit la trajectoire, pour des forces variables quelconques.

8.6 Le travail effectué par un ressort

Les ressorts exercent une force qui dépend de leur étirement ou de leur compression, comme nous l'avons vu à la section 5.2. Si on attache un objet à un ressort étiré et qu'on le lâche, l'objet va subir une force variable parce que l'étirement du ressort va changer. Le ressort exerce donc une force variable.

La loi de Hooke

La figure 8.11a illustre un bloc attaché à un ressort qui n'est ni étiré ni comprimé. Le ressort a sa longueur naturelle. Il exerce une force nulle sur le bloc. Pour simplifier l'analyse, on ajoute un axe des x parallèle au ressort, en plaçant l'origine vis-à-vis de la position d'équilibre. Lorsque le ressort est étiré jusqu'à une position $x > 0$ (*voir la figure 8.11b*), l'étirement est $\Delta L = x$; la force exercée par le ressort a un module $k\,\Delta L = kx$ et elle est orientée vers la gauche. Donc,

$$\vec{\mathbf{F}}_{él} = -kx\,\vec{\imath}\,. \tag{8.11}$$

On sait que la constante k est la constante de rappel du ressort, exprimée en N/m. Lorsque le ressort est comprimé jusqu'à une position $x < 0$ (*voir la figure 8.11c*), le module de la force est $k|x|$ et celle-ci est orientée vers la droite. L'équation demeure valide. On voit que le signe négatif dans l'équation indique que la force est opposée au déplacement de l'extrémité du ressort par rapport à sa longueur naturelle.

Le travail de la force élastique

Supposons qu'un bloc est attaché à un ressort, comme à la figure 8.12a. À la suite d'une poussée extérieure brève, le bloc se déplace à une vitesse $\vec{\mathbf{v}}_i$ lorsque le ressort est étiré jusqu'à x_i. Le bloc continue son mouvement ; quand l'étirement du ressort est x_f, le bloc se déplace à une vitesse $\vec{\mathbf{v}}_f$ (*voir la figure 8.12b*). Le ressort ralentit le bloc en effectuant un travail. Pour calculer le travail de la force élastique sur le bloc, on doit calculer l'aire sous la courbe illustrée à la figure 8.13.

$$W_{él} = \text{l'aire sous la courbe,}$$

ce qui correspond à l'aire d'un trapèze. On trouve

$$W = \frac{1}{2}(-kx_i - kx_f)(x_f - x_i)$$

$$W_{él} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2\,. \tag{8.12}$$

Le travail de la force élastique peut être positif, négatif ou nul, selon la position initiale et la position finale de l'objet attaché à l'extrémité du ressort.

- $W_{él} > 0$ si $|x_i| > |x_f|$; la force élastique a le même sens que le déplacement. Le ressort donne de l'énergie à l'objet.
- $W_{él} < 0$ si $|x_i| < |x_f|$; la force élastique est opposée au déplacement. L'objet cède de l'énergie au ressort.
- $W_{él} = 0$ si $|x_i| = |x_f|$; il n'y a pas d'échange net d'énergie entre le ressort et l'objet.

La force élastique a une caractéristique spéciale : le travail ne dépend pas de la trajectoire exacte du bloc, mais seulement des points initial et final. Nous reviendrons sur cette caractéristique au chapitre 9.

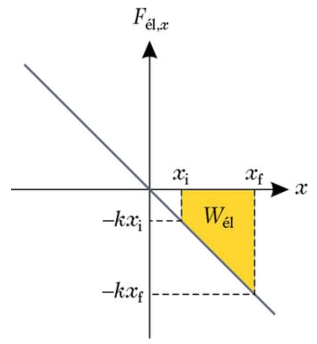


FIGURE 8.13
Le travail $W_{él}$ correspond à l'aire sous la courbe de $F_{él,x}$ en fonction de x.

TESTEZ VOTRE COMPRÉHENSION 8.4

Un bloc est attaché à un ressort dont la longueur naturelle correspond à $x = 0$. Classez les situations qui suivent dans l'ordre décroissant du travail de la force élastique.

(i) $x_i = 7$ cm et $x_f = -7$ cm
(ii) $x_i = 7$ cm et $x_f = 5$ cm
(iii) $x_i = 5$ cm et $x_f = -7$ cm
(iv) $x_i = 5$ cm et $x_f = 7$ cm

EXEMPLE 8.6 Le travail effectué pour étirer un ressort

Un bloc est attaché à un ressort dont la constante de rappel est $k = 25{,}0$ N/m. Il est sur une surface horizontale sans frottement. Le système est initialement immobile à sa position d'équilibre. Calculez le travail effectué par une force extérieure pour déplacer le bloc de 20,0 cm en étirant le ressort si la vitesse finale du bloc est nulle.

SOLUTION

Illustrer la situation

La figure 8.14 illustre le schéma de la situation initiale et de la situation finale. Un diagramme des forces simple est aussi illustré.

Décortiquer le problème

Connues		Inconnue
$x_i = 0{,}0$ m	$x_f = 0{,}200$ m	W_{ext}
$v_i = v_f = 0{,}0$ m/s	$k = 25{,}0$ N/m	

Identifier les clés

La première **clé** est le théorème de l'énergie cinétique. La variation d'énergie cinétique entre l'état initial et l'état final est nulle, car $v_i = v_f$:

$$W_{net} = \Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = 0\ . \qquad \text{(i)}$$

Comme le déplacement est horizontal, la force normale et la force gravitationnelle n'effectuent pas de travail. Alors,

$$W_{net} = W_{ext} + W_{él} = 0\ . \qquad \text{(ii)}$$

La deuxième **clé** est l'équation 8.12, qui permet de calculer le travail de la force élastique :

$$W_{él} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2\ . \qquad \text{(iii)}$$

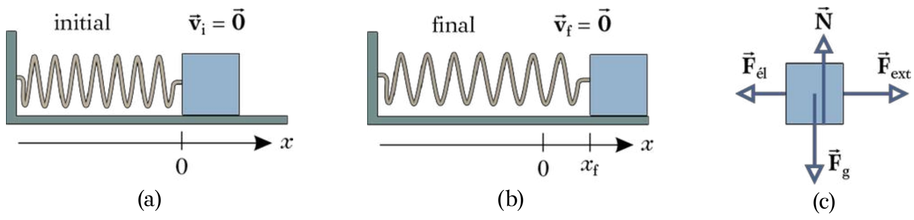


FIGURE 8.14
(a) La situation initiale. (b) La situation finale. (c) Le diagramme des forces appliquées sur le bloc.

Résoudre le problème
En insérant les valeurs dans les équations (ii) et (iii), nous obtenons

$$W_{\text{ext}} = -W_{\text{él}}$$
$$= -\frac{1}{2}kx_i^2 + \frac{1}{2}kx_f^2$$
$$W_{\text{ext}} = 0 + \frac{1}{2}(25\ \text{N/m})(0{,}200\ \text{m})^2 = 0{,}500\ \text{J}\ .$$
(réponse)

Valider la réponse
Le travail qu'il faut effectuer pour étirer un ressort est positif, car la force extérieure a le même sens que le déplacement. Dans la présente situation, l'énergie cinétique du bloc ne change pas ; le travail positif de la force extérieure est transmis au ressort.

EXEMPLE 8.7 Un ressort et du frottement

Une caisse de 20,0 kg glisse sur un plancher horizontal dont le coefficient de frottement cinétique est de 0,30. Lorsque la caisse a une vitesse de 2,70 m/s vers la gauche, elle entre en contact avec un ressort initialement à sa longueur naturelle. La constante de rappel du ressort est de 600 N/m.

a. Quelle est la compression maximale du ressort ?
b. Quelle est la vitesse de la caisse lorsque le ressort revient à sa position naturelle et que la caisse n'a plus de contact avec le ressort ?

SOLUTION
Décortiquer le problème
Il y a trois instants importants : l'instant 0 où la caisse entre en contact avec le ressort, l'instant 1 où le ressort est comprimé au maximum et la caisse momentanément immobile, et l'instant 2 où le ressort est à nouveau à sa longueur naturelle et la caisse se déplace vers la droite.

SOLUTION a.
Illustrer la situation
Pour cette partie, nous considérons l'instant 0 comme instant initial et l'instant 1 comme l'instant final. La figure 8.15 illustre la situation ainsi que le diagramme des forces simple.

Décortiquer le problème

Connues		Inconnue
$m = 20{,}0$ kg	$k = 600$ N/m	x_1
$\mu_c = 0{,}30$	$x_{0,0} = 0$ m	
$v_0 = 2{,}70$ m/s	$v_1 = 0{,}00$ m/s	

Le ressort ralentit graduellement le bloc, jusqu'à une vitesse nulle, où la compression est maximale. La force de frottement cinétique est opposée à la vitesse, donc opposée au déplacement.

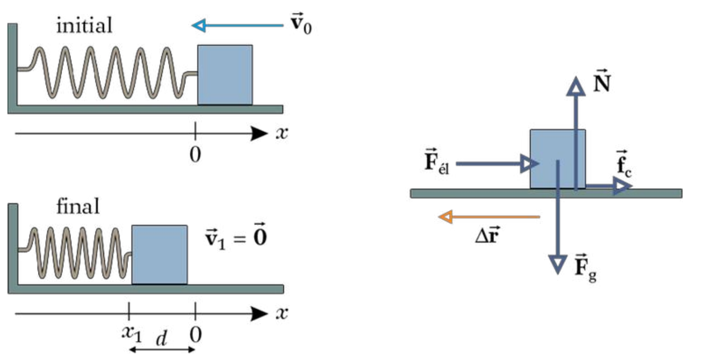


FIGURE 8.15
Le schéma de la situation pour l'instant 0 et pour l'instant 1, avec le diagramme des forces.

Identifier les clés

La première **clé** est le théorème de l'énergie cinétique. Comme la surface est horizontale, uniquement la force élastique et la force de frottement cinétique effectuent un travail :

$$W_{net} = W_{él} + W_f = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \,. \qquad \text{(i)}$$

La deuxième **clé** est l'équation 8.12, qui permet de calculer le travail de la force élastique :

$$W_{él} = \frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 = -\frac{1}{2}kx_1^2 \,, \qquad \text{(ii)}$$

car $x_0 = 0$. La troisième **clé** réside dans le fait que la force de frottement est une force constante. Son travail est

$$W_f = f_c|\Delta x|\cos 180° = -\mu_c mgd \,, \qquad \text{(iii)}$$

avec $d = |\Delta x| = |x_1|$, la distance parcourue par le bloc. L'équation (i) devient

$$-\frac{1}{2}kd^2 - \mu_c mgd = -\frac{1}{2}mv_0^2 \,.$$

Résoudre le problème

En remplaçant les valeurs, nous obtenons une équation quadratique :

$$300d^2 + 58{,}86d - 72{,}9 = 0$$

$$d = 0{,}405 \text{ m ou } d = -0{,}601 \text{ m} \,.$$

Nous avons posé d comme étant la valeur absolue de la position finale. Il faut donc choisir la solution positive :

$$\text{compression} = 40 \text{ cm} \,. \qquad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse

Nous remarquons que les deux travaux sont négatifs, car les deux forces sont opposées au déplacement. Nous avons arrondi la réponse à deux chiffres parce que μ_c n'a que deux chiffres significatifs.

SOLUTION b.

Illustrer la situation

Maintenant, nous considérons l'instant 1 comme l'instant initial et l'instant 2 comme l'instant final. Le déplacement et la force de frottement ont changé de sens par rapport à la partie **a.** Le schéma de la situation est présenté à la figure 8.16.

Décortiquer le problème

La position initiale x_1 est négative, car le ressort est comprimé.

Connues	
$m = 20{,}0$ kg	$k = 600$ N/m
$\mu_c = 0{,}30$	$x_2 = 0{,}0$ m
$x_1 = -0{,}405$ m	$v_1 = 0{,}00$ m/s
Inconnue	
$\vec{v}_2$	

Identifier les clés

Les **clés** sont les mêmes que dans la partie **a.** Selon le théorème de l'énergie cinétique,

$$W_{net} = W_{él} + W_f = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \,, \qquad \text{(iv)}$$

car $v_1 = 0{,}0$ m/s. Le travail de la force élastique entre les instants 1 et 2 est

$$W_{él} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 \,.$$

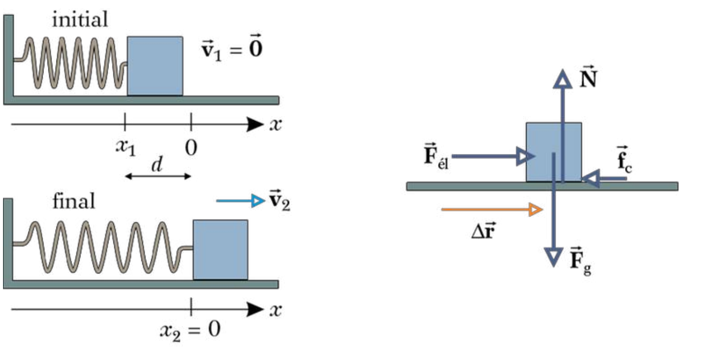


FIGURE 8.16
Le schéma de la situation pour l'instant 1 et pour l'instant 2, avec le diagramme des forces.

Le travail du frottement est le même que celui qui est donné à l'équation (iii). Nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}kx_1^2 - \mu_c mg|x_1| = \frac{1}{2}mv_2^2 .$$

Résoudre le problème

En isolant v_2 et en remplaçant les valeurs, nous obtenons

$$v_2 = \sqrt{\frac{kx_1^2 - 2\mu_c mg|x_1|}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{600(0{,}405)^2 - 2\times 0{,}30\times 20\times 9{,}81\times 0{,}405}{20{,}0}}$$

$$v_2 = 1{,}6 \text{ m/s} .$$

La vitesse de la caisse, lorsque celle-ci n'est plus en contact avec le ressort, est donc

$$\vec{\mathbf{v}}_2 = 1{,}6 \text{ m/s } \overrightarrow{\text{vers la droite}} . \qquad \text{(réponse)}$$

Valider la réponse

Nous avons gardé uniquement la racine positive dans le calcul de v_2, car c'est un module, qui est toujours positif. Pour donner la vitesse, il faut ajouter l'orientation. La vitesse obtenue a un module plus faible que le module de la vitesse à l'instant 0, car la force de frottement diminue l'énergie cinétique de la caisse. Le ressort n'a pas d'effet net puisque $x_0 = x_2$.

8.7 La puissance

Le travail représente un transfert d'énergie de l'environnement vers un objet. Ce transfert peut se faire rapidement ou lentement selon la situation. Lorsqu'on veut connaître la rapidité du transfert de l'énergie, on calcule la *puissance* de la force, c'est-à-dire le taux de transfert d'énergie.

Soit une force qui effectue un travail W sur un objet (ce qui change l'énergie de l'objet de ΔE) durant un intervalle de temps Δt. La puissance moyenne est

Puissance moyenne

$$P_{\text{moy}} \equiv \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} . \qquad (8.13)$$

On définit la *puissance instantanée* (ou simplement la *puissance*) comme la limite lorsque l'intervalle de temps est très court :

Puissance (instantanée)

$$P \equiv \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{W}{\Delta t}\right) = \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} . \qquad (8.14)$$

Si le travail est effectué de façon constante, alors la puissance moyenne et la puissance instantanée sont égales. Sinon, on doit savoir comment W varie dans le temps pour calculer la puissance instantanée à un instant précis. La puissance a le même signe que le travail : la puissance est positive lorsque la force donne de l'énergie à l'objet, et la puissance est négative lorsque l'objet cède l'énergie à l'agent responsable de la force.

Comme $dW = \vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}$, on peut calculer la puissance directement à partir du module de la force :

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{\mathbf{F}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$$

$$P = \vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{v}} = Fv\cos\phi , \qquad (8.15)$$

où ϕ est l'angle entre la force $\vec{\mathbf{F}}$ et la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$.

Dans le SI, la puissance est mesurée en watts (W), en l'honneur de l'ingénieur écossais James Watt (1736-1819). Watt a amélioré grandement la machine à vapeur, un élément essentiel de la révolution industrielle. Selon la définition de la puissance, 1 W représente la puissance d'une force qui a besoin de 1 s pour effectuer un travail de 1 J :

$$1\ \mathrm{W} \equiv \frac{1\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{s}} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^3 . \tag{8.16}$$

Il existe d'autres unités de puissance utilisées dans la vie de tous les jours. En Amérique du Nord, la puissance des moteurs qui sont alimentés par un combustible comme l'essence est donnée en *horse-power* (hp), une unité définie par James Watt :

$$1\ \mathrm{hp} = 745{,}7\ \mathrm{W} .$$

Le cheval-vapeur (ch) existe aussi en France, mais la définition est légèrement différente :

$$1\ \mathrm{ch} = 735{,}5\ \mathrm{W} .$$

Lorsqu'on multiplie la puissance par le temps, on obtient le travail. Cela signifie qu'en multipliant l'unité de puissance par une unité de temps, on obtient une unité d'énergie. Par exemple, le kilowattheure (kWh) est une unité d'énergie, utilisée entre autres par Hydro-Québec dans la facturation de l'énergie électrique :

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{kWh} &= 1\ \mathrm{kW} \times 1\ \mathrm{h} = 1000\ \mathrm{W} \times 3600\ \mathrm{s} \\ &= 3{,}6 \times 10^6\ \mathrm{J} . \end{aligned} \tag{8.17}$$

EXEMPLE 8.8 La puissance pour remonter

Dans un parc comportant une glissade, un enfant, assis sur un tube, se fait tirer par un remonte-pente à une vitesse constante ayant un module de 4,00 m/s. L'enfant et le tube ont une masse combinée de 25,0 kg, la pente est inclinée à 10,0° par rapport à l'horizontale et le coefficient de frottement cinétique est de 0,200. Calculez la puissance instantanée du remonte-pente si le câble tirant l'enfant est parallèle à la pente.

SOLUTION

Illustrer la situation

Pour calculer la puissance du remonte-pente, nous avons besoin de la force exercée par le remonte-pente sur le système enfant-tube. Nous avons donc besoin du diagramme des forces sur le système, présenté à la figure 8.17.

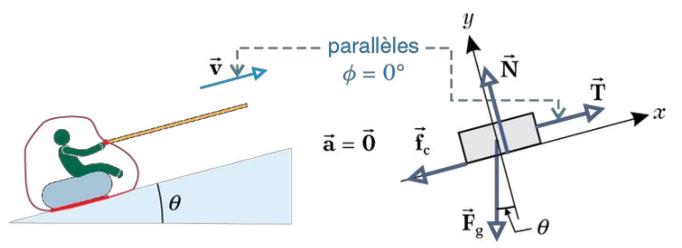


FIGURE 8.17
Le diagramme des forces du système enfant-tube

Décortiquer le problème

Connues		Inconnue
$m = 25{,}0$ kg	$\theta = 10{,}0°$	P
$\mu_c = 0{,}200$	$v = 4{,}00$ m/s	

La puissance du remonte-pente est la puissance de la force de tension $\vec{\mathbf{T}}$. Cette force est parallèle à la vitesse $\vec{\mathbf{v}}$, donc $\phi = 0{,}00°$.

Identifier la clé

Pour obtenir la puissance à partir de la force et de la vitesse, la **clé** est l'équation 8.15 :

$$P = Tv\cos\phi = Tv\ . \tag{i}$$

Nous calculons T en utilisant la première loi de Newton, car le système se déplace à vitesse constante. De plus, $f_c = \mu_c N$.

$$\sum F_x = T - \mu_c N - mg\sin\theta = 0 \tag{ii}$$

$$\sum F_y = N - mg\cos\theta = 0 \tag{iii}$$

Résoudre le problème

Nous isolons N dans l'équation (iii) pour l'insérer dans l'équation (ii), et nous isolons T :

$$\begin{aligned} T &= \mu_c mg\cos\theta + mg\sin\theta = mg\left[\mu_c\cos\theta + \sin\theta\right] \\ &= 25{,}0\times 9{,}81\left[0{,}200\cos(10{,}0°)+\sin(10{,}0°)\right] \\ T &= 90{,}9\ \text{N}\ . \end{aligned}$$

La puissance est alors

$$P = 90{,}9\ \text{N}\times 4{,}00\ \text{m/s} = 364\ \text{W}\ .$$

(réponse)

Valider la réponse

La puissance est positive, car la tension et la vitesse ont le même sens. Nous répondons bien à la question.

RÉSUMÉ

Dans ce chapitre, nous avons étudié la variation d'énergie cinétique des objets produite par le travail.

LES DÉFINITIONS

- L'**énergie** est une quantité scalaire qui décrit l'état d'un système. Il existe plusieurs types d'énergie.
- L'**énergie cinétique** est l'énergie d'un objet en mouvement :

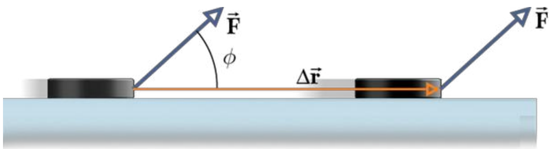
$$K = \frac{1}{2}mv^2 .$$

- Le **travail** W est un transfert d'énergie, d'un agent vers un objet, au moyen d'une force. Le travail est positif lorsque l'énergie est reçue par l'objet, et le travail est négatif lorsque l'énergie est cédée par l'objet :

$$W = \vec{\mathbf{F}} \cdot \Delta\vec{\mathbf{r}} = F\ \Delta r \cos\phi \qquad \text{(force constante)}$$

$$W = \int F_x\, dx = \text{l'aire sous la courbe} \qquad \text{(rectiligne)}$$

$$W = \int \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} . \qquad \text{(cas général)}$$



- La **puissance** représente le taux de transfert d'énergie :

$$P_{\text{moy}} \equiv \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$P \equiv \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt} = \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} .$$

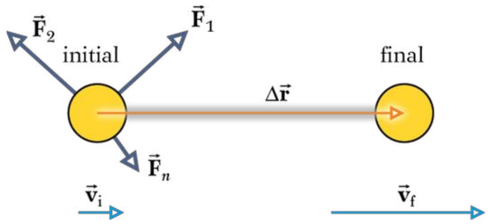
LES LOIS ET PRINCIPES

- Le **principe de conservation de l'énergie**
  - L'énergie d'un système isolé demeure constante.
  - Lorsqu'un système est en interaction, son énergie augmente si l'environnement lui en donne, et son énergie diminue si le système en cède à l'environnement.
- Le **théorème de l'énergie cinétique** pour un objet est

$$W_{\text{net}} = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 ,$$

où W_{net} est la somme des travaux effectués sur l'objet, ce qui est équivalent au travail de la force résultante sur l'objet :

$$W_{\text{net}} = W_1 + W_2 + \cdots + W_n .$$



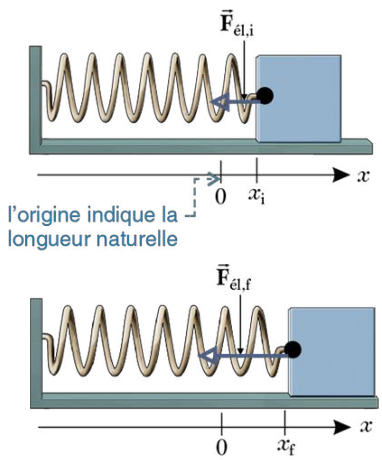
LES RÉSULTATS

- Un ressort étiré ou comprimé exerce une force élastique, selon la loi de Hooke :

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{él}} = -kx\,\vec{\boldsymbol{\imath}} .$$

- Le travail exercé par un ressort se calcule ainsi :

$$W_{\text{él}} = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2 .$$



QUESTIONS, EXERCICES ET PROBLÈMES

Q questions qualitatives • **E** exercices simples • **P** problèmes • solution disponible

Section 8.2 L'énergie cinétique

Q1 Quatre particules ayant la même masse ont les vitesses suivantes : $\vec{\mathbf{v}}_1 = (4{,}5\vec{\imath} - 6\vec{\jmath})$ m/s, $\vec{\mathbf{v}}_2 = (6\vec{\imath} + 4{,}5\vec{\jmath})$ m/s, $\vec{\mathbf{v}}_3 = 7{,}5\vec{k}$ m/s et $\vec{\mathbf{v}}_4 = (-4{,}5\vec{\imath} + 6\vec{\jmath})$ m/s. Classez les particules dans l'ordre croissant de leur énergie cinétique.

Q2 La figure 8.18 illustre le graphique de la position de quatre rondelles de hockey en fonction du temps. Les rondelles sont identiques et se déplacent en ligne droite sur une patinoire. Classez les rondelles dans l'ordre croissant de leur énergie cinétique.

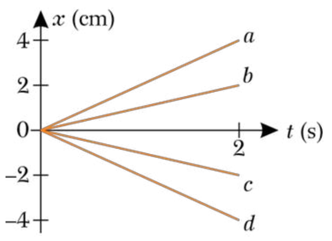


FIGURE 8.18 • Question 2

E3 Un ballon de basketball de 624 g est lancé à une vitesse de 15,0 m/s, à un angle de 65° au-dessus de l'horizontale. Quelle est son énergie cinétique ?

E4 Dans un microscope électronique, des électrons sont accélérés afin qu'ils atteignent une énergie cinétique de $4{,}005 \times 10^{-17}$ J. Quel est le module de leur vitesse ?

E5 La vitesse d'une particule de 1,78 kg varie de $\vec{\mathbf{v}}_i = (3{,}4\vec{\imath} - 2{,}8\vec{\jmath} + \vec{k})$ m/s à $\vec{\mathbf{v}}_f = (-5{,}6\vec{\imath} - 3{,}9\vec{\jmath} + \vec{k})$ m/s.

a. Calculez son énergie cinétique initiale.

b. Calculez son énergie cinétique finale.

c. Quelle est sa variation d'énergie cinétique ?

Section 8.3 Le travail d'une force constante

Q6 La figure 8.19 illustre un objet qui se déplace vers le haut dans le sens de l'axe des y. Donnez le signe des travaux effectués par les forces illustrées.

Q7 Trois rondelles glissent en ligne droite sur une patinoire horizontale. Chaque rondelle subit une force. La figure 8.20 illustre la position en fonction du temps des rondelles.

a. Classez les rondelles dans l'ordre décroissant du travail effectué sur elles par la force.

b. Quelle rondelle a une énergie cinétique constante ?

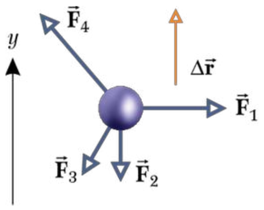


FIGURE 8.19 • Question 6

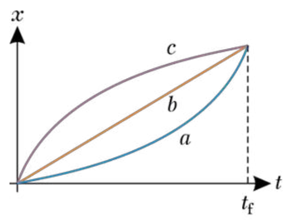


FIGURE 8.20 • Question 7

Q8 Une rondelle de masse m est placée sur une table à coussin d'air horizontale. On la fait tourner au bout d'une corde sur une trajectoire circulaire horizontale à une vitesse $\vec{\mathbf{v}}$ dont le module est constant. Quel est le travail effectué par la corde après que la rondelle a effectué une révolution ?

Q9 Deux blocs identiques (de masse m) glissent sur des plans inclinés sans frottement, ayant des inclinaisons différentes, mais des hauteurs h identiques (*voir la figure 8.21*). Chaque bloc glisse jusqu'en bas de son plan incliné respectif. Pour quel bloc le travail de la force gravitationnelle est-il le plus grand ? Expliquez votre réponse.

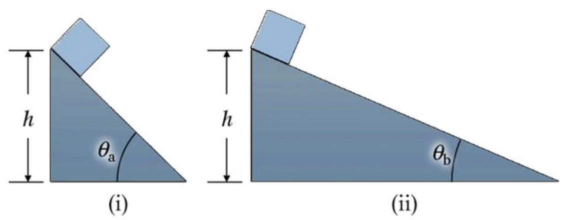


FIGURE 8.21 • Question 9

E10 Une force $\vec{\mathbf{F}} = (4{,}67\vec{\imath} + 7{,}42\vec{\jmath})$ N est appliquée sur une particule dont le déplacement est $\Delta\vec{\mathbf{r}} = (-3{,}50\vec{\imath} + 2{,}42\vec{\jmath})$ m. Quel est le travail effectué par la force ?

E11 Un père promène son enfant dans une poussette en exerçant une force de 15,0 N orientée à 25,0° sous l'horizontale. Calculez le travail effectué par le père après une promenade de 500 m.

E12 Une balle de tennis de 57,0 g est lancée verticalement vers le haut. Elle parcourt une distance verticale de 33,4 m avant de se déplacer vers le bas. Calculez le travail effectué par la force gravitationnelle :

a. entre le départ de la balle et le point le plus haut ;

b. entre le point de départ et le retour à la hauteur initiale.

P13 Un enfant tire son traîneau de 700 g jusqu'en haut d'une pente au moyen d'une corde qui forme un angle $\varphi = 20{,}0°$ par rapport à la pente (*voir la figure 8.22*). Cette pente est inclinée à $\theta = 15{,}0°$, elle est haute de h = 10,0 m et le coefficient de frottement cinétique est égal à 0,170. La tension dans la corde est de 3,00 N. Calculez le travail effectué par:

a. l'enfant;

b. la force gravitationnelle;

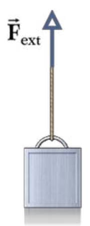
c. la force normale;

d. la force de frottement cinétique.

FIGURE 8.22 • Problème 13

Section 8.4 Le théorème de l'énergie cinétique

Q14 Le tableau suivant présente les données relatives à quatre paquets différents qui sont soulevés à l'aide d'une corde sur une hauteur Δy, comme le montre la figure 8.23. Dans chaque cas, la vitesse initiale et la vitesse finale du paquet sont nulles. Classez les travaux effectués par la force extérieure dans l'ordre décroissant.



	m (kg)	Δy (m)
(i)	1	3
(ii)	2	2
(iii)	3	1
(iv)	2	3

FIGURE 8.23 • Question 14

E15 Une skieuse de 71,0 kg (avec son équipement) arrive au bas d'une pente à une vitesse dont le module est de 9,56 m/s. Elle est alors ralentie par la neige molle de la surface horizontale, qui exerce une force de freinage, opposée à la vitesse. Cette force a un module de 280 N. Calculez la distance d'arrêt de la skieuse.

E16 La distance d'arrêt d'une voiture qui roule à 50,0 km/h est de 11,3 m. La masse de la voiture avec ses occupants est de 1 200 kg.

a. Calculez le module de la force de freinage.

b. Si la même voiture roule plutôt à 60,0 km/h, quel sera le module de sa vitesse après avoir freiné sur une distance de 11,3 m avec la force calculée en **a**?

E17 Une grue soulève une poutre sur une distance de 8,50 m. La poutre a une masse de 5 000 kg, sa vitesse initiale est nulle et sa vitesse finale est de 1,00 m/s. Quel est le travail effectué par la grue?

E18 Une patineuse se déplaçant à une vitesse de 14,0 km/h sur une surface plane arrive au bas d'une pente inclinée à 5,00°. Elle se laisse aller sur son élan pour monter cette pente. Quelle est la longueur de la pente si la patineuse se déplace à une vitesse de 6,00 km/h lorsqu'elle est rendue en haut? Supposez que le frottement est négligeable.

P19 La figure 8.24 illustre une vue en plongée d'un chariot qui roule le long d'un rail rectiligne, placé parallèlement à l'axe des x. Le module des forces illustrées est F_1 = 1,40 N, F_2 = 1,26 N et F_3 = 0,840 N. Le chariot a une masse de 212 g, sa vitesse initiale est de $3{,}50\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$ et son déplacement est $\Delta\vec{\mathbf{r}} = 1{,}050\ \text{m}\,\vec{\imath}$.

a. Quel est le travail net effectué sur le chariot?

b. Quelle est la vitesse finale du chariot?

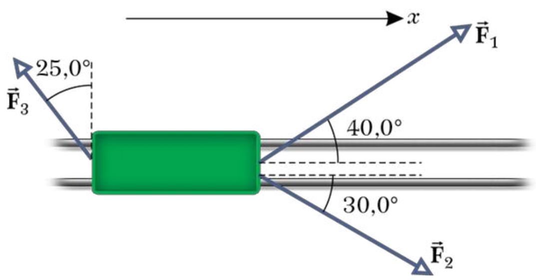


FIGURE 8.24 • Problème 19

P20 Un bloc est lancé avec une vitesse dont le module est v_i vers le haut d'un plan incliné à un angle θ (*voir la figure 8.25*). Le coefficient de frottement statique est μ_s, et le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et le plan est μ_c.

a. Quelle est la distance parcourue par le bloc avant de s'immobiliser?

b. Quel est le module de la vitesse du bloc lorsque celui-ci revient à sa position initiale?

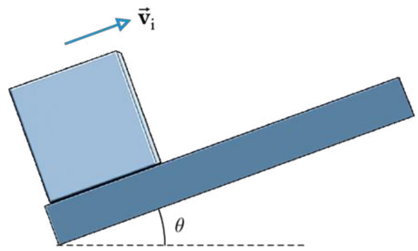


FIGURE 8.25 • Problèmes 20 et 21

P21 Un bloc est lancé à 3,67 m/s vers le haut d'un plan incliné à un angle $\theta = 15{,}0°$ (*voir la figure 8.25*). Le coefficient de frottement statique est de 0,250, et le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et le plan est de 0,150.

a. Quelle est la distance parcourue par le bloc avant de s'immobiliser ?

b. Quel est le module de la vitesse du bloc lorsque celui-ci revient à sa position initiale ?

P22 Une caisse de 110 kg descend une rampe inclinée à 21,0°. Un ouvrier ralentit la descente en exerçant une force de 100 N orientée à un angle de 32,0° par rapport au plan, comme le montre la figure 8.26. Le coefficient de frottement cinétique entre la caisse et la rampe est de 0,200, et le coefficient de frottement statique est de 0,300. La rampe a une hauteur $h = 1{,}50$ m.

a. Quel est le travail de l'ouvrier sur la caisse ?

b. Quelle est la variation d'énergie cinétique de la caisse ?

c. Calculez le module de la vitesse de la caisse en bas de la rampe si la caisse était immobile en haut de la rampe.

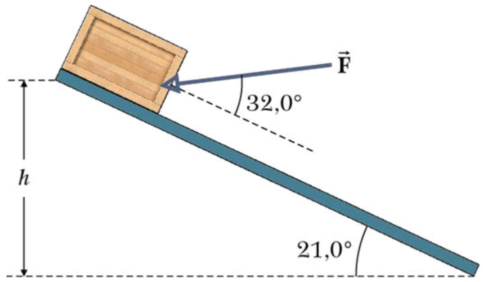


FIGURE 8.26 • Problème 22

Section 8.5 Le travail d'une force variable

E23 Le graphique de la figure 8.27 illustre la force résultante exercée sur un traîneau en fonction du module du déplacement. Les forces sont exercées par les chiens, la neige et l'air. La masse totale du traîneau avec ses occupants est de 155 kg, et sa vitesse initiale est nulle.

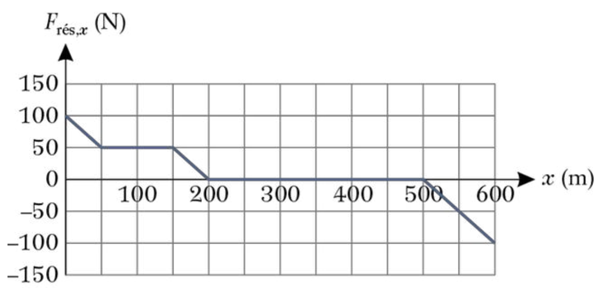


FIGURE 8.27 • Exercice 23

a. Quel est le travail net effectué sur le traîneau lorsque celui-ci se déplace de $x = 0$ m à $x = 300$ m ?

b. Quel est le travail net effectué sur le traîneau lorsque celui-ci se déplace de $x = 300$ m à 600 m ?

c. Quel est le module de la vitesse du traîneau à $x = 600$ m ?

E24 Une particule de 400 g a une vitesse $\vec{\mathbf{v}} = 4{,}5\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$ lorsqu'elle se trouve à la position $x = 2{,}0$ m. Elle subit une force variable parallèle à l'axe des x, dont le graphique en fonction de la position est illustré à la figure 8.28.

a. Quel est le travail effectué sur la particule entre $x = 2{,}0$ m et $x = 5{,}0$ m ?

b. Quelle est la vitesse de la particule à $x = 5{,}0$ m ?

c. À quelle position l'énergie cinétique de la particule est-elle maximale ?

d. Quelle est la valeur maximale de l'énergie cinétique ?

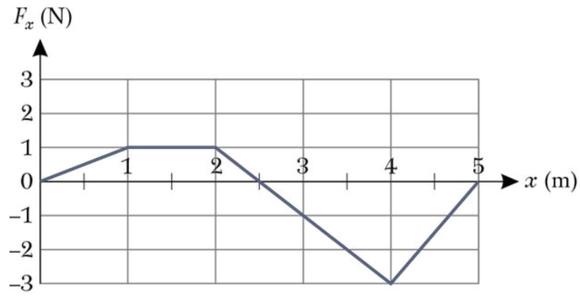


FIGURE 8.28 • Exercice 24

P25 La force résultante exercée sur une particule qui se déplace verticalement est $\vec{\mathbf{F}}_{\text{rés}} = (3{,}00y - 2{,}94)\ \text{N}\,\vec{\jmath}$, où y est exprimé en mètres. La particule a une masse de 300 g, sa position initiale est $y = 0$ m et sa vitesse initiale est nulle.

a. Quel est le travail net exercé sur la particule lorsque celle-ci se déplace de $y = 0{,}000$ m à $y = -0{,}500$ m ?

b. Quel est le module de la vitesse de la particule lorsque sa position est $y = -0{,}500$ m ?

P26 Une force horizontale variable est appliquée sur un bloc qui glisse en ligne droite sur une surface horizontale. La force est $\vec{\mathbf{F}} = (4 - 2x)\vec{\imath}$, où x est exprimé en mètres, et $\vec{\mathbf{F}}$ en newtons. La masse du bloc est de 0,500 kg. Lorsque la particule se trouve à $x = 3{,}00$ m, sa vitesse est $\vec{\mathbf{v}} = -2{,}00\ \text{m/s}\,\vec{\imath}$.

a. À quelles positions le bloc est-il immobile ?

b. Quel est le module de la vitesse du bloc à la position $x = 2{,}00$ m ?

P27 Montrez que le travail de la force gravitationnelle exercée sur un objet de masse m est $W_g = -mg\,\Delta y$. On suppose que Δy est la variation de hauteur de la particule et que ce travail ne dépend pas de la trajectoire de la particule.

Section 8.6 Le travail effectué par un ressort

E28 Un pèse-personne est composé d'un ressort dont la constante de rappel est de 325 kN/m. On place un objet sur le pèse-personne, ce qui comprime le ressort de 1,50 mm. Quelle est la masse de l'objet ?

E29 Lorsqu'on suspend un objet de 1,70 kg à un ressort vertical, celui-ci s'étire de 4,50 cm. Quelle est la constante de rappel du ressort ?

E30 Un bloc de 600 g est attaché à un ressort dont la constante de rappel est de 175 N/m. Le bloc se trouve sur une surface horizontale sans frottement. Quel est le travail effectué par une force extérieure qui déplace le bloc de sa position d'équilibre jusqu'à une position où le ressort est étiré de 35,0 cm si le module de la vitesse finale est égal au module de la vitesse initiale ?

E31 Un pistolet à fléchettes est muni d'un ressort dont la constante de rappel est de 200 N/m. Pour armer le pistolet, on place une fléchette de 110 g au bout du ressort (à sa position naturelle) et on comprime ce dernier de 4,0 cm.

a. Quel est le travail nécessaire pour armer le pistolet ?

b. Quel est le module de la vitesse de la fléchette lorsque celle-ci quitte le pistolet et est lancée horizontalement ?

P32 Un bloc de masse m se déplaçant vers le bas frappe un ressort vertical (*voir la figure 8.29*) dont la constante de rappel est k. Le bloc comprime le ressort d'une distance d avant de s'immobiliser.

a. Quel est le travail effectué par la force gravitationnelle sur le bloc durant la compression du ressort ?

b. Quel est le travail effectué par le ressort sur le bloc ?

c. Quelle est la vitesse du bloc juste avant qu'il touche le ressort ?

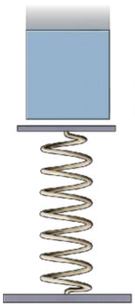


FIGURE 8.29 • Problèmes 32 et 33

P33 Un bloc de 475 g se déplaçant vers le bas frappe un ressort vertical (*voir la figure 8.29*) dont la constante de rappel est de 3,85 N/cm. Le bloc comprime le ressort de 16,0 cm avant de s'immobiliser.

a. Quel est le travail effectué par la force gravitationnelle sur le bloc durant la compression du ressort ?

b. Quel est le travail effectué par le ressort sur le bloc ?

c. Quelle est la vitesse du bloc juste avant qu'il touche le ressort ?

P34 Le long d'un plan incliné à θ = 20,0°, un bloc est placé contre un ressort qui est comprimé de 17,3 cm (*voir la figure 8.30*). Le bloc n'est pas attaché au ressort. Le ressort a une constante de rappel de 2,53 N/cm, le bloc a une masse de 720 g et le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la surface est de 0,240. On laisse aller le système qui est initialement au repos. Le ressort pousse le bloc jusqu'à sa position naturelle. Le bloc continue ensuite son mouvement vers le haut du plan incliné.

a. Quel est le module de la vitesse du bloc lorsque celui-ci perd contact avec le ressort ?

b. Jusqu'à quelle hauteur par rapport à sa hauteur initiale le bloc se rend-il avant de s'immobiliser ?

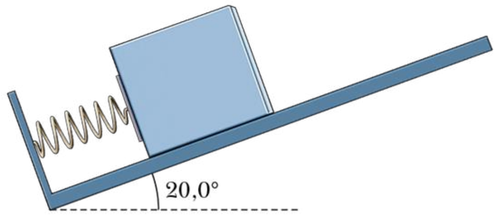


FIGURE 8.30 • Problème 34

P35 Un bloc de 670 g est placé sur un plan incliné à θ = 15,0° et il est attaché à un ressort dont la constante de rappel est de 21,2 N/m (*voir la figure 8.31*). Le coefficient de frottement entre le bloc et la surface est de 0,150. Une force variable $\vec{F}_{ext}$ est appliquée sur le bloc. Au départ, le bloc est immobile, et le ressort est comprimé de 40,0 cm. Le bloc se déplace sur une distance de 1,20 m le long du plan ; le module de sa vitesse est alors de 2,30 m/s. Calculez le travail effectué par :

a. le ressort ;

b. la force gravitationnelle ;

c. la force de frottement ;

d. la force $\vec{F}_{ext}$.

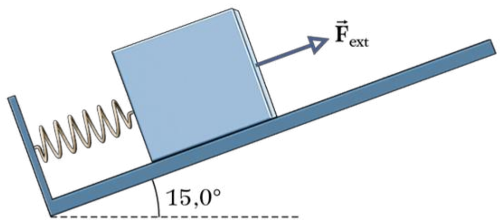


FIGURE 8.31 • Problème 35

Section 8.7 La puissance

Q36 La figure 8.32 (*voir la page suivante*) illustre quatre situations où des caisses sont tirées par une force $\vec{F}_{ext}$ le long d'un plan incliné sans frottement. Chaque caisse est tirée sur la même distance d, et la force est parallèle au plan. Les vitesses initiales et finales des caisses sont nulles. Classez les situations dans l'ordre décroissant selon :

a. le travail effectué par la force extérieure ;

b. la puissance moyenne produite par la force extérieure.

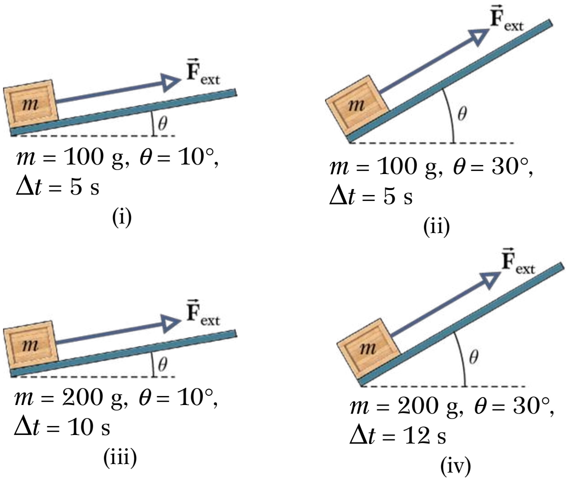


FIGURE 8.32 • Question 36

E37 Une grue soulève verticalement une poutre de 500 kg sur une distance de 10,0 m en 5,0 s. Quelle est la puissance moyenne de la grue si la poutre est immobile au début et à la fin ?

E38 Un homme pousse un chariot qui se déplace à une vitesse de 3,2 m/s vers la droite. La force exercée par l'homme sur le chariot est de 35 N et elle est orientée à un angle de 25° sous l'horizontale. Quelle est la puissance effectuée par l'homme sur le chariot ?

E39 À un instant donné, une particule se déplace à une vitesse $\vec{\mathbf{v}} = (3{,}5\vec{\imath} - 6{,}3\vec{\jmath} + 2{,}0\vec{k})$ m/s. Elle subit la force $\vec{\mathbf{F}} = (1{,}0\vec{\imath} + 3{,}1\vec{\jmath} + 2{,}8\vec{k})$ N.

a. Quelle est la puissance produite par la force à cet instant ?

b. Quel est l'angle entre la force et la vitesse ?

P40 Un ascenseur rempli à capacité a une masse de $2{,}3 \times 10^3$ kg. Un contrepoids de $1{,}0 \times 10^3$ kg et un moteur le font s'élever de 30,0 m en 11,0 s. Quelle est la puissance moyenne du moteur ?

P41 Un skieur est tiré vers le haut d'une pente par un remonte-pente qui le tire avec une force parallèle à la pente. Cette pente est inclinée à 12,0°, la masse du skieur est de 78,0 kg et le coefficient de frottement cinétique est de 0,250. Quelle est la puissance requise si le skieur se déplace à une vitesse constante dont le module est de 4,50 m/s ?

P42 Initialement au repos, une automobile de 1 270 kg est soumise à une accélération constante pendant 9,50 s. À la fin de cette accélération, la voiture a une vitesse de 90,0 km/h.

a. Quel est le travail net effectué sur l'automobile ?

b. Quelle est la puissance nette moyenne pendant l'accélération ?

c. Quelle est la puissance nette après 4,75 s ?

d. Quelle est la puissance nette lorsque la voiture a parcouru la moitié de la distance d'accélération ?

P43 Un bloc de 434 g est attaché à un ressort dont la constante de rappel est de 4,50 N/cm. Comme le montre la figure 8.33, le système est horizontal. De plus, la force de frottement exercée sur le bloc est négligeable. On tire le bloc de 10,0 cm pour étirer le ressort. On lâche alors le bloc qui accélère vers la gauche. Calculez la puissance du ressort dans les situations décrites ci-dessous.

a. Le ressort est étiré de 3,5 cm, et le bloc se déplace vers la gauche.

b. Le ressort est à sa position d'équilibre, et le bloc se déplace vers la gauche.

c. Le ressort est comprimé de 2,5 cm, et le bloc se déplace vers la gauche.

d. Le ressort est comprimé de 2,5 cm, et le bloc se déplace vers la droite.

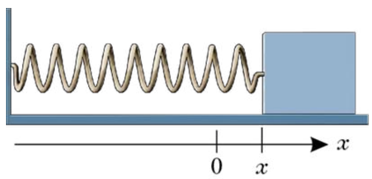


FIGURE 8.33 • Problème 43

SOLUTIONS AUX TESTS DE COMPRÉHENSION

8.1	(iii)	La poutre se déplace vers le haut. $\vec{\mathbf{T}}$ est vers le haut, donc $\phi_T = 0°$. $\vec{\mathbf{F}}_g$ est vers le bas, alors $\phi_g = 180°$.
8.2	(i) > (ii) > (iii) > (iv)	Le travail effectué par une force est $W = F\,\Delta r \cos\phi$. Dans les quatre situations, le déplacement est le même. Les travaux sont $W_i = 5\,\Delta r$, $W_{ii} = 8\,\Delta r \cos(60°) = 4\,\Delta r$, $W_{iii} = 0$ parce que $\phi = 90°$ et $W_{iv} < 0$ parce que $\phi > 90°$.
8.3	**a.** K augmente.	Le module de la vitesse augmente de 2 m/s à 3 m/s, et l'énergie cinétique augmente.
	b. $W_{net} > 0$	Selon le théorème de l'énergie cinétique, lorsque l'énergie cinétique augmente, cela est causé par un travail net positif.
	c. K est constante.	Le module de la vitesse ne change pas, alors l'énergie cinétique ne change pas.
	d. $W_{net} = 0$	La variation de l'énergie cinétique est nulle, alors le travail net est nul.
8.4	(ii) > (i) > (iii) = (iv)	Pour (ii), $\lvert x_i\rvert > \lvert x_f\rvert$ et le travail est positif. Pour (i), $\lvert x_i\rvert = \lvert x_f\rvert$ et le travail est nul. Pour (iii) et (iv), $\lvert x_i\rvert < \lvert x_f\rvert$ et le travail est négatif. Les travaux, dans les situations (iii) et (iv), sont égaux, car les positions initiales sont égales et les positions finales ont la même valeur absolue.