

# Exercicios Aula 4

Affonso Amendola  
NUSP 9301753

April 13, 2020

## Exercício 1

Estime a integral  $I = \int_0^1 x^3 dx$  via MC usando  $n=10, 100, 1000$  e  $10000$  pontos. Para estudar o erro da média de estimativas deste tipo faça  $N=10000$  simulações para cada  $n$  e determine a variância nos valores simulados de  $I$ . Faça um gráfico log-log dessa variância versus  $n$  e verifique se a variância é proporcional a  $1/n$

Usando o seguinte código de R:

```
1 funcao_a_integrar <- function(x)
2 {
3   return (x^3)
4 }
5
6 monte_carlo <- function(npt)
7 {
8   x <- runif(npt)
9   y <- runif(npt)
10  d <- funcao_a_integrar(x) - y
11
12  n_ac <- which(d > 0)
13
14  return (length(n_ac)/npt)
15 }
16
17 estimate <- function(N, npt)
18 {
19   arr = array(dim=N)
20   for (i in 1:N)
21   {
22     arr[i] = monte_carlo(npt)
23   }
24
25   return(arr)
26 }
27
28 g_N = 10000
29
30 x = rep(0,4)
31 y = rep(0,4)
32
33 for(i in 1:4)
34 {
35   x[i] = 10^i
36   y[i] = var(estimate(g_N, x[i]))
37 }
38
39 plot(x,y,xlab="N",ylab="Variância do valor da funcao por Monte-Carlo",, main="Mostrando que
40   a variancia cai com 1/N",log = "xy")
```

```

41 a=10^mean(log10(x)+log10(y))
42 x1=seq(x[1],x[4],1)
43 y1=a/x1
44 lines(x1,y1, col = 'red')

```

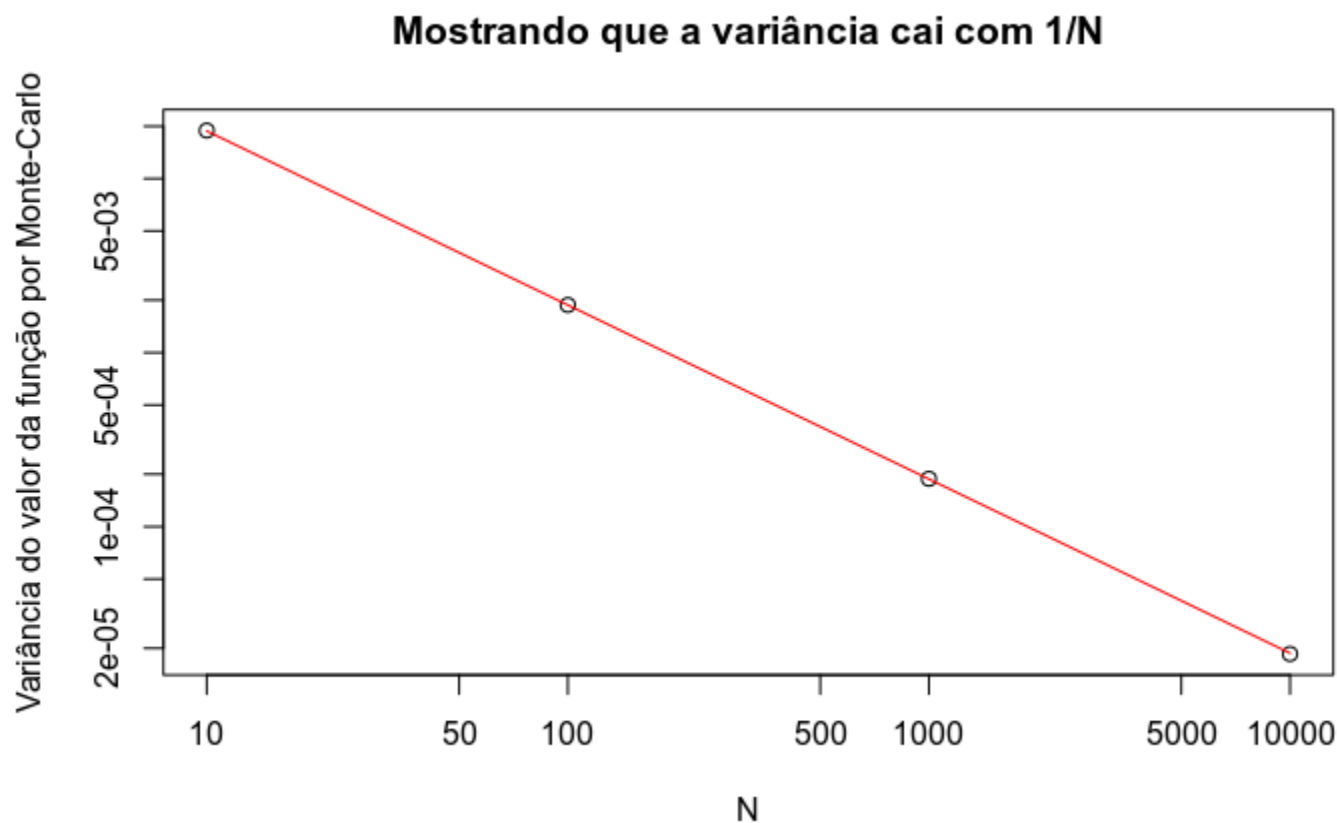
Foram obtidos os seguintes valores para cada valor de n:

```

1 n=10      -> [1] 0.3
2 n=100     -> [1] 0.31
3 n=1000    -> [1] 0.265
4 n=10000   -> [1] 0.2527

```

E o seguinte gráfico para a relação entre variância e N:



## Exercício 2

Em um observatório verifica-se uma relação entre a qualidade da noite hoje (boa, razoável, ruim) e a de amanhã, de acordo com a tabela, Faça uma simulação para determinar a fração de noites boas no longo prazo?

Usando o seguinte código em R:

```

1 QUALIDADE_BOA = 0
2 QUALIDADE_MEDIA = 1
3 QUALIDADE_RUIM = 2
4
5 simular <- function(n_noites)

```

```

6 {
7   n_noites_boas <- 0
8   qualidade_ultima_noite <- QUALIDADE_MEDIA
9
10  for(i in 1:n_noites)
11  {
12    qualidade_noite = -1
13    rnd = runif(1)
14
15    if(qualidade_ultima_noite == QUALIDADE_BOA)
16    {
17      if(rnd <= 0.6) qualidade_noite <- QUALIDADE_BOA
18      else if(rnd <= 0.6 + 0.3) qualidade_noite <- QUALIDADE_MEDIA
19      else qualidade_noite <- QUALIDADE_RUIM
20    }
21
22    if(qualidade_ultima_noite == QUALIDADE_MEDIA)
23    {
24      if(rnd <= 0.5) qualidade_noite <- QUALIDADE_BOA
25      else if(rnd <= 0.5 + 0.25) qualidade_noite <- QUALIDADE_MEDIA
26      else qualidade_noite <- QUALIDADE_RUIM
27    }
28
29    if(qualidade_ultima_noite == QUALIDADE_RUIM)
30    {
31      if(rnd <= 0.2) qualidade_noite <- QUALIDADE_BOA
32      else if(rnd <= 0.2 + 0.4) qualidade_noite <- QUALIDADE_MEDIA
33      else qualidade_noite <- QUALIDADE_RUIM
34    }
35
36    if(qualidade_noite == QUALIDADE_BOA)
37    {
38      n_noites_boas <- n_noites_boas + 1
39    }
40    qualidade_ultima_noite <- qualidade_noite
41  }
42
43  return(n_noites_boas)
44 }
45
46 N = 100000
47 print(simular(N)/N)

```

E escolhendo um valor de N razoável, como 100000, obtemos que a fração de noites boas ao longo prazo é de:

[1] 0.48502