

Exercicios Aula 3

Affonso Amendola

NUSP 9301753

March 31, 2020

Exercício 1

Jogue um dado honesto uma vez; Quais são o valor médio e a variância esperados?

Considerando que um dado honesto é uma distribuição uniforme discreta podemos usar:

$$P(x|X) = 1/X \quad (1)$$

Com x variando de 1 a 6 e $X = 6$

Então temos o cálculo de valor médio usando:

$$E(x) = \sum_{x=1}^6 x * (1/6) = 3.5 \quad (2)$$

E de variância:

$$\sigma^2 = E(x^2) - E(x)^2 = \sum_{x=1}^6 x^2 * (1/6) - 3.5^2 = 2.916 \quad (3)$$

Exercício 2

Em uma distribuição gaussiana, qual é a probabilidade de se ter um resultado maior que 5σ da média?

$$P(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{(2\pi\sigma)^{1/2}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (4)$$

A probabilidade F é a mesma da distribuição cumulativa da gaussiana mas com valor de:

$$x = -5\sigma \quad (5)$$

Supondo que a distribuição tem seu centro em 0 (se não tiver, podemos simplesmente deslocar para 0 e calcular exatamente da mesma maneira)

Já que temos:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x P(x'|\mu, \sigma) dx' = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x - \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) \right] \quad (6)$$

$$F(-5\sigma) = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{erf}(\frac{-5\sigma - \mu}{\sqrt{2}\sigma})] \quad (7)$$

E já que no caso de uma gaussiana centrada em 0 a média μ é 0:

$$F(-5\sigma) = \frac{1}{2}[1 + \operatorname{erf}(-\frac{5}{\sqrt{2}})] = \frac{1}{2}[1 - 0.99998] = 0.00002/2 = 0.00001 \quad (8)$$

Exercício 3

Se 60% das estrelas são binárias, qual é a probabilidade de que uma amostra aleatória de 5 estrelas contenha 0, 1, 2, 3, 4, e 5 binárias?

Para encontrar a probabilidade neste caso é necessário o uso de uma função de distribuição binomial.

Usando a função `dbinom()` do R, foram obtidos os seguintes resultados:

0.0102 para 0 binárias

0.0768 para 1 binária

0.2304 para 2 binárias

0.3456 para 3 binárias

0.2592 para 4 binárias

0.0778 para 5 binárias