Exercicios Finais

Affonso Amendola
NUSP 9301753

June 15, 2020

Exercício 1

Um conjunto de aglomerados globulares é detectado em torno de uma certa galáxia, com as seguintes velocidades radiais (em relação à velocidade média da galáxia): $v_r = -8, 2, 17, 24, -14, 5, 2, -13, 14, 4, -26, -4, 0, -12, -8, 21, 0, 3, -1, 5$ **(em km/s).**
a) Qual é a velocidade mediana?
b) Qual é a probabilidade de um objeto desta amostra ter velocidade radial maior q 10 km/s
c) Se você for ajustar uma gaussiana a esta distribuição, quais seriam seus parâmetros?

a) Usando as duas linhas de código R abaixo podemos facilmente obter a velocidade mediana.

```
v = c(-8, 2, 17, 24, -14, 5, 2, -13, 14, 4, -26, -4, 0, -12, -8, 21, 0, 3, -1, 5)
median(v)
```

Que retorna um valor de 1.
b) Para obter a probabilidade de um objeto da amostra ter uma velocidade maior que 10 km/s é possível usar o seguinte código em R:

```
v = c(-8, 2, 17, 24, -14, 5, 2, -13, 14, 4, -26, -4, 0, -12, -8, 21, 0, 3, -1, 5)
n_prob <- sum(v > 10, na.rm = TRUE))
n <- length(v)
prob <- n_prob/n
```

O que retorna um resultado de 0.2, ou seja, a probabilidade de um objeto da amostra ter uma velocidade maior que 10, é de 20%.
c) Usando o seguinte código é possível ajustar uma gaussiana e obter os seus parametros.

```
require(MASS)
v = c(-8, 2, 17, 24, -14, 5, 2, -13, 14, 4, -26, -4, 0, -12, -8, 21, 0, 3, -1, 5)
fit <- fitdistr(v, "normal")
fit
```

O código acima retorna os seguintes valores:

```
     mean         sd
   0.550000   12.060162
 ( 2.696734) ( 1.906879)
```

Que são os parametros da gaussiana.

Exercício 2

Uma Se uma moeda e viciada, tal que a probabilidade de sair cara e o dobro de sair coroa. Se você lancar a moeda duas vezes, qua e a probabilidade de sair duas coroas?

Quando a probabilidade de sair cara (p_a) é duas vezes maior qua a probabilidade de sair coroa (p_b) temos que a probabilidade de sair cara é:

$$\frac{1}{2}p_a = p_b$$

$$p_a + p_b = 1$$

$$p_a + \frac{1}{2}p_a = 1$$

$$\frac{3}{2}p_a = 1$$

$$p_a = \frac{2}{3}$$

E consequentemente a probablilidade de sair coroa é:

$$p_b = \frac{1}{3}$$

Portanto para ter duas coroas consecutivas a probabilidade é de $\frac{1}{3} * \frac{1}{3} = 0.111$

Exercício 3

Num estudo de popula oes estelares em uma amostra de aglomerados estelares,verifica-se que 50% dos aglomerados tem razao massa-luminosidade na banda B maior ou igual a 1 em unidades solares e que, destes, 30% tem metalicidade menor que -0.5, enquanto que para os que tem $M/L_B < 1$, esta fração é de 60%. Para um aglomerado deste estudo escolhido ao acaso, qual e a probabilidade de que ele tenha metalicidade maior que -0.5?

Uma maneira extremamente simples de obter a probabilidade neste caso é compondo as probabilidades, se pensarmos numa amostra grande é possivel facilitar o raciocinio:

Em uma amostra de 1000 aglomerados, 500 teriam $M/L_B < 1$ e 500 teriam $M/L_B >= 1$, 70% dos aglomerados que tem razão $>= 1$, tem metalicidade maior que -0.5, ou seja, 350 tem metalicidade maior que -0.5, e para o outro caso, com razão < 1, 40% tem metalicidade maior que -0.5, ou seja 200.

Somando os números de 200 a 350 e dividindo pelo numero total temos a probabilidade deste evento.

$P = \frac{550}{1000} = 0.55$

O que concorda com a composição de probabilidades: 0.5 * 0.7 + 0.5 * 0.4 = 0.55

Exercício 4

O arquivo sdss-rab.dat cont em o logaritmo na base 10 das contagens diferenciais de galáxias (número de galáxias por intervalo de magnitude por grau quadrado) na banda $r_A B$ do SDSS (Yasuda et al., 2001, astro-ph/0105545). Modele as contagens como

$$logN(r_{AB}) = a + b * r_{AB} + c * r_{AB}^2 \tag{1}$$

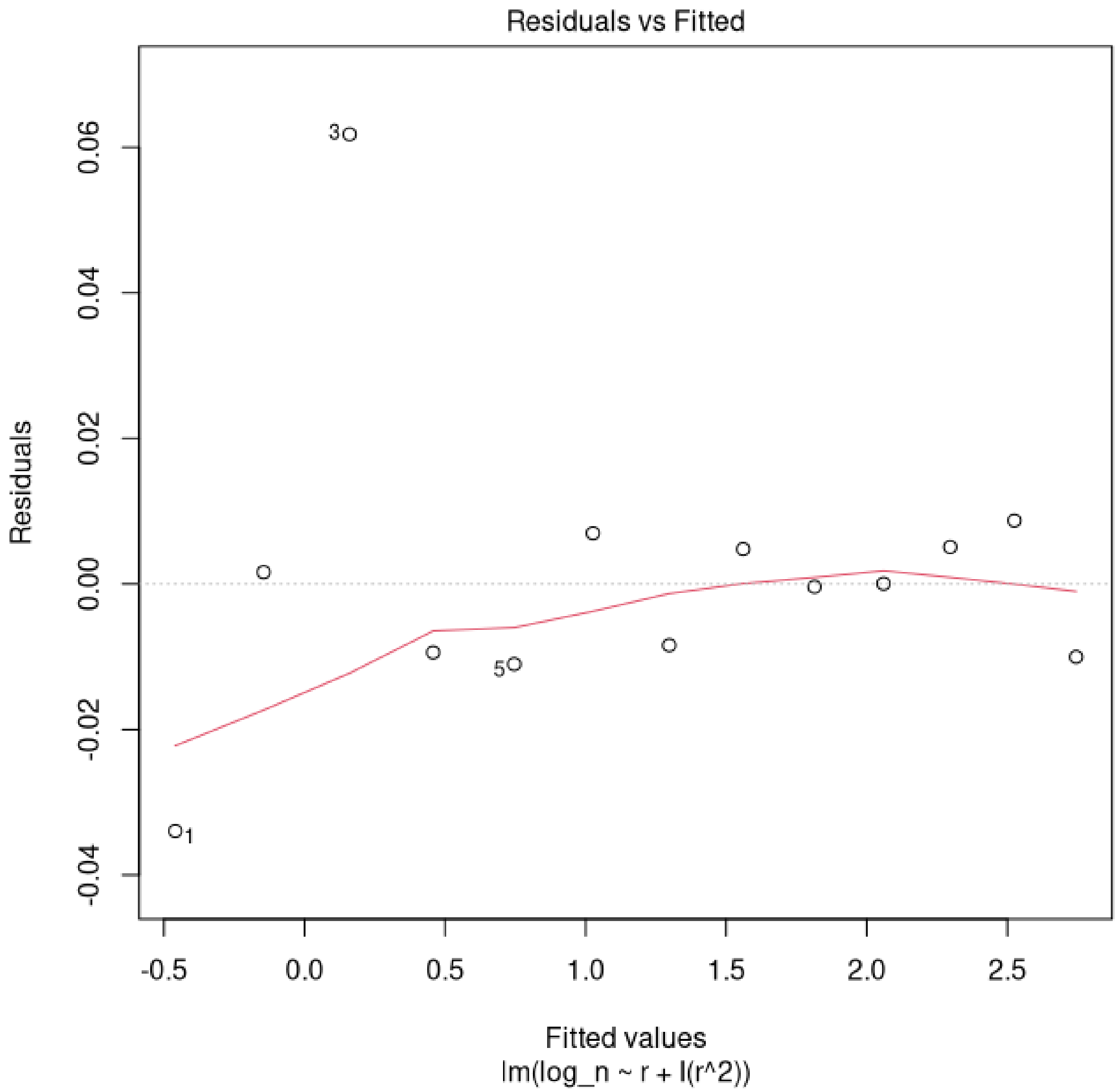
para $r_A B$ entre 13.5 e 19.5. Obtenha os parâmetros do modelo e seus erros por máxima verossimilhança usando ou lm() ou nls(). Apresente os gráficos relevantes para a visualização dos resultados.

Para obter esse modelo o seguinte código em R foi utilizado:

```
data <- read.table(file = "sdss-rab.dat", header = TRUE)
r <- data[,0]
logn <- data[,1]
err <- data [,2]
fit <- lm(log_n~r+I(r^2), weights=1/err^2)
```

Com isso, os parametros obtidos foram os seguintes:

```
Coefficients:
(Intercept)           r       I(r^2)
  -12.20311     1.10225     -0.01721
```


Residuals vs Fitted
Residuals
0.06
0.04
0.02
0.00
-0.02
-0.04
3
5
1
-0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
Fitted values
lm(log_n ~ r + I(r^2))