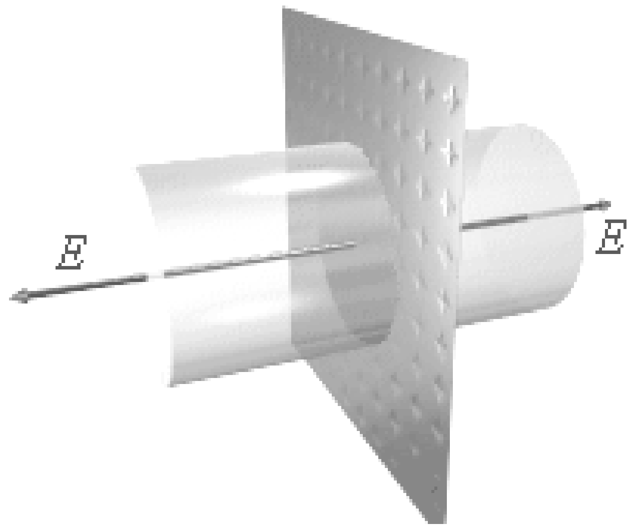


LISTRIK STATIS (2)

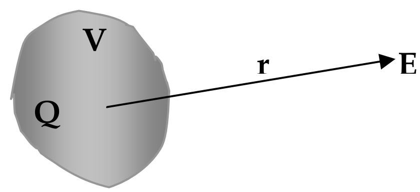
Medan Listrik pada Muatan Kontinu &Penerapan Hukum Gauss

BAB 2

Fisika Dasar II

1. MEDAN LISTRIK PADA MUATAN KONTINU

Dalam bab satu kita telah dapat menghitung medan listrik di sekitar suatu muatan titik menggunakan persamaan yang diperoleh dari hukum Coulomb. Namun bagaimana jika sumber muatan bukan muatan titik ? misalnya muatan berupa bongkahan bermuatan yang memiliki volume tertentu.



Gb 2.1 Medan listrik sejauh r dari sumber muatan listrik Q dengan volume V

Untuk muatan yang memiliki volume, dikenal rapat muatan atau ρ yang didefinisikan sebagai :

$$\rho = \frac{Q}{V} \tag{1}$$

atau dalam bentuk diferensial :

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \tag{2}$$

atau jika muatan dianggap tidak bervolume dan hanya memiliki panjang, maka muatan persatuan panjang didefinsikan sebagai :

$$\rho = \frac{dQ}{dx} \tag{3}$$

jika diungkapkan dalam pernyataan integral muatan dalam sumber muatan listrik dengan volume V :

$$Q = \int_V \rho \cdot dV \tag{4}$$

sehingga persamaan (3) dalam bab I untuk muatan kontinu menjadi :

$$\mathbf{E} = k\int \frac{dQ}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \tag{5}$$

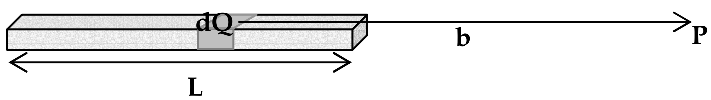
$$\mathbf{E} = k\int \frac{\rho}{r^2} dV\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (6)$$

Mari kita hitung beberapa sumber muatan kontinu menggunakan persamaan (5) atau (6)

1.1 Garis Bermuatan

a. Medan listrik sepanjang garis

Kita hitung medan listrik pada titik P sejauh x dari garis bermuatan sepanjang L berikut :

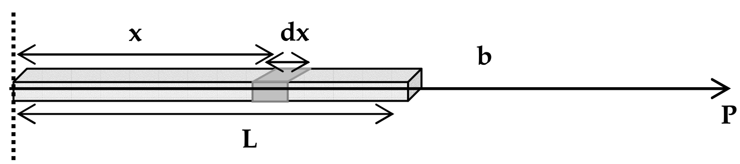


Gb 2.2 Medan listrik sejauh b dari sumber muatan berbentung garis sepanjang L

Dengan menggunakan persamaan (5) :

$$\mathbf{E} = k\int \frac{dQ}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

kita tempatkan pada ujung garis pada pusat koordinat :



Sehingga jarak elemen muatan dQ ke titik P adalah (x-b) dan dQ sebagaimana persamaan (3) adalah ρdx :

$$\mathbf{E} = k\int \frac{\rho dx}{(b - x)^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

persaaaan ini harus diintegrasi dengan teknik substitusi variabel, ini permasalahan Kalkulus.

Variabel (b-x) kita ganti dengan u sehingga :

$b - x = u$ dan $dx = -du$, maka integrasi menjadi :

$$\mathbf{E} = -k\int \frac{\rho du}{u^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} = k\rho\frac{1}{u} = k\rho\frac{1}{b-x}\bigg|_0^L = k\rho\left(\frac{1}{b-L} - \frac{1}{b}\right)$$

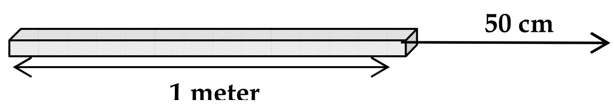
$$= k\left(\frac{\rho L}{b(b-L)}\right)$$

karena ρL = Q, maka besarnya medan magnet sejauh b dari garis sepanjang garis :

$$\boxed{E = k\left(\frac{Q}{b(b-L)}\right)} \qquad (6)$$

Contoh :

Hitunglah medan listrik dari sebuah garis bermuatan sepanjang 1 meter dengan rapat muatan 5 μC/m pada jarak 50 cm pada arah sepanjang garis seperti pada gambar :



Jawab :

Dengan mengunakan persamaan (6) di mana :

k = 9x109 Nm2/C2

L = 1 m

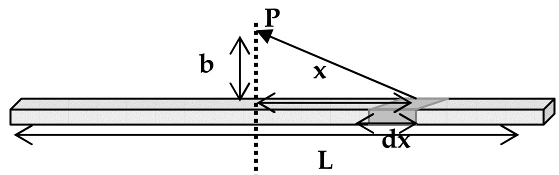
b = 1 mr + 50 cm = 1,5 m

Q = ρ L = (5x10^{-6} C/m)·(1 m) = 5x10^{-6} C

$$E = k\left(\frac{Q}{b(b-L)}\right) = 9x10^9\left(\frac{5x10 - 6}{(1{,}5)(1{,}5 - 1)}\right) = 9x10^9\left(\frac{5x10^{-6}}{(0{,}75)}\right) = 6x10^4\ N/C$$

b. Medan listrik tegak lurus pusat garis

Sekarang kita hitung medan listrik di titik p pada jarak b tegak lurus garis. Dengan menempatkan pertengahan garis pada pusat koordinat kartesius :



Gb 2.3 Medan listrik sejauh b tegak lurus garis

Dari persamaan (5) :

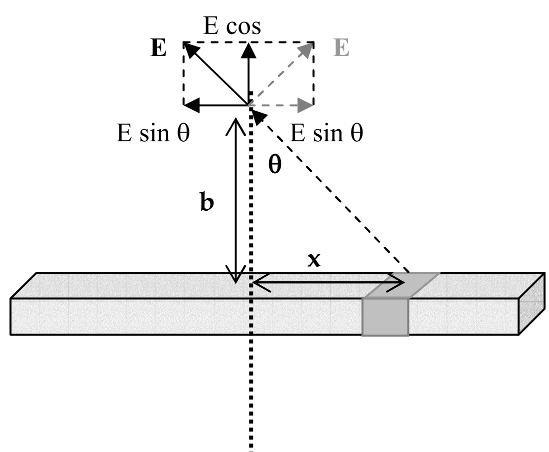
$$\mathbf{E} = k\int \frac{dQ}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

jarak dari elemen muatan dQ dengan panjang dx pada titik P adalah :

$r = \sqrt{b^2 + x^2}$ dan dQ = ρdx, sehingga :

$$\mathbf{E} = k\rho \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{b^2 + x^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

sekarang kita perhatikan gambar berikut :



Tampak bahwa komponen x dari **E** (E sinθ) saling menghilangkan satu sama lain sehingga tidak perlu kita hitung dan kita perhatikan komponen y nya saja :

$$E_y = k\rho \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\cos\theta}{b^2 + x^2} dx$$

sampai di sini permasalahannya adalah pengetahuan kalkulus :

$$E_y = k\rho \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\cos\theta}{b^2(1 + \frac{x^2}{b^2})} dx = k\rho \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\cos\theta}{b^2(1 + \tan^2\theta)} dx$$

karena $1+\tan^2\theta = \sec^2\theta$:

$$E_y = k\rho \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\cos\theta}{b^2 \sec^2\theta} dx$$

kita ganti :

$x = \tan\theta$, jika diturunkan maka $dx = \sec^2\theta \, d\theta$

sehingga :

$$E_y = k\rho \int \frac{\cos\theta}{b^2 \sec^2\theta} \sec^2\theta d\theta$$

$$E_y = \frac{k\rho}{b} \int \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{k\rho}{b} \sin\theta = \frac{k\rho}{b} \frac{x}{\sqrt{b^2 + x^2}} \Bigg|_{-1/2}^{L/2}$$

sehingga medan magnet sajauh d tegak lurus garis :

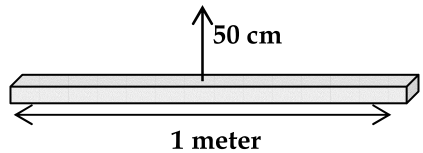
$$E_y = \frac{k\rho}{b} \left(\frac{L}{\sqrt{b^2 + (L/2)^2}} \right) \tag{7}$$

atau :

$$\boxed{E_y = \frac{2k\rho}{b} \left(\frac{L/2}{\sqrt{b^2 + (L/2)^2}} \right)} \tag{8}$$

Contoh :

Hitunglah medan listrik dari sebuah garis bermuatan sepanjang 1 meter dengan rapat muatan 5 μC/m pada jarak 50 cm tegak lurus garis seperti pada gambar :



Jawab :

Dengan mengunakan persamaan (8) di mana :

$k = 9x10^9 \ Nm^2/C^2$

L = 1 m

b = 50 cm = 0,5 m

$\rho = 5x10^{-6}$ C/m

$$E_y = \frac{2k\rho}{b}\left(\frac{L/2}{\sqrt{b^2+(L/2)^2}}\right) = \frac{2(9x10^9)(5x10^{-6})}{0,5}\left(\frac{1/2}{\sqrt{0,5^2+(1/2)^2}}\right)$$

$$= \frac{1,8x10^5}{\sqrt{2}} \approx 1.27x10^5 \, N/C$$

Jika garis sangat panjang sehingga L/2 >> b, maka persamaan (8) dapat diaproksimasi menjadi :

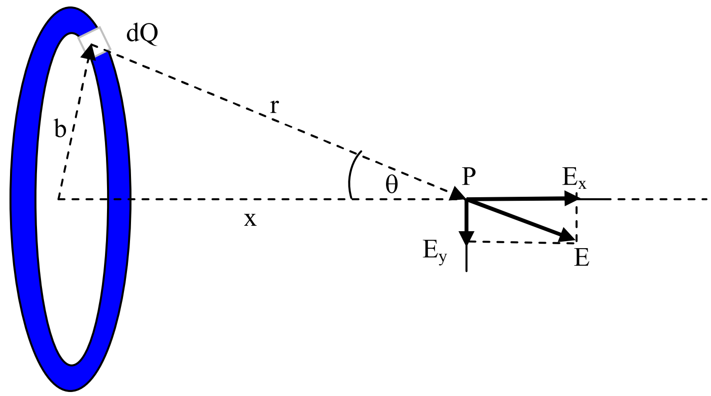
$$E_y = \frac{2k\rho}{b}\left(\frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2}}\right)$$

atau :

$$\boxed{E_y = \frac{2k\rho}{b}} \qquad (9)$$

1.2 Cincin Bermuatan

Kasus kedua misalnya sebuah cincin bemuatan sebagai berikut :



Gb 2.4 Medan listrik sejauh x dari sumber muatan berbentuk cincin berjari-jari b

Kita akan menghitung medan listrik pada titik P sejauh x dari pusat cincin menggunakan persamaan (5) :

$$\mathbf{E} = k\int \frac{dQ}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

sama dengan alasan seblumnya bahwa medan lsitrik pada komponen y akan saling menghilangkan satu sama lain, sehingga medan listrik yang kita perhatikan hanya komponen x saja :

$$E_x = k\int \frac{dQ}{r^2}\cos\theta$$

Karena jarak elemen muatan dQ pada titik P :

$r = \sqrt{b^2 + x^2}$, dan cos θ = x/r maka :

$$E_x = k\int \frac{x}{r}\frac{dQ}{b^2 + x^2}$$

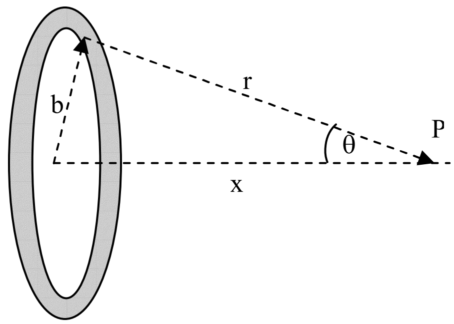
$$= \frac{kx}{(b^2 + x^2)^{3/2}}\int dQ$$

sehingga kuat medan magnet pada titik P sejauh x dari pusat cincin :

$$\boxed{E_x = \frac{kxQ}{(b^2 + x^2)^{3/2}}} \qquad (10)$$

Contoh :

Hitunglah medan listrik dari sebuah cincin bermuatan dengan jari-jari 10 cm dengan muatan 15 μC pada jarak 50 cm tegak lurus dari pusat cincin



Jawab :

Dengan mengunakan persamaan (10) di mana :

$k = 9x10^9\ Nm^2/C^2$

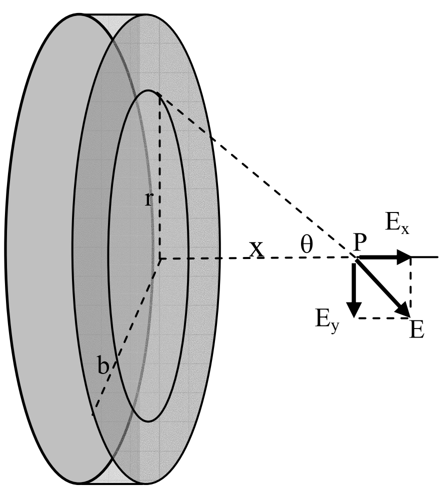
x = 50 cm = 0,5 m

b = 10 cm = 0,1 m

$Q = 5x10^{-6}\ C/m$

$$E_x = \frac{kxQ}{(b^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{9x10^9(0,5)(5x10^{-6})}{(0,1^2 + 0,5^2)^{3/2}} \approx 1,697x10^5 N/C$$

1.3 Medan Pada Pelat Cakram



Gb 2.5 Medan listrik sejauh x dari sumber muatan berbentung cakram berjari-jari b

Sekarang kita hitung kasus lain, yaitu medan listrik pada titik P sejauh x dari pusat benda berbentuk cakram dengan jari-jari b seperti pada gambar :

Kasus ini dapat dipandang sebagai penjumlahan dari muatan-muatan berbentuk cincin sebagaimana telah kita hitng sebelumnya. Cincin-cincin ini jari-jarinya membesar mulai dari r = 0 hingga r = b sehingga akhirnya membentuk cakram. Untuk itu kita tuliskan persamaan (10) dengan cincin berjari-jari r bermuatan dQ sebagai berikut :

$$dE_x = kx\frac{dQ}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

dengan dQ = rapat muatan x luas cincin = ρ(2πr·dr)

Medan akibat cincin ini kita integralkan dari r=0 hingga r=b, sehingga :

$$E_x = kx\int_0^b \frac{\rho 2\pi r dr}{(r^2+x^2)^{3/2}} = kx\rho 2\pi\int_0^b \frac{rdr}{(r^2+x^2)^{3/2}}$$

sekali lagi, ini tinggal persoalan kalkulus. Kita lakukan teknik substitusi variabel, di mana :

$u = r^2 + x^2$ dan $du = 2rdr$

$$E = kx\rho 2\pi \frac{1}{2}\int_0^b \frac{du}{u^{3/2}} = -2kx\rho\pi \left.\frac{1}{\sqrt{r^2+x^2}}\right|_0^b \tag{11}$$

$$E = -2kx\rho\pi\left(\frac{1}{\sqrt{b^2+x^2}} - \frac{1}{x}\right)$$

$$\boxed{E = 2k\rho\pi\left(1 - \frac{x}{\sqrt{b^2+x^2}}\right)} \tag{12}$$

1.3 Medan Pada Pelat Tak hingga

Untuk pelat tak hingga, kita bisa menggunakan persamaan (11) dengan menganggap b = ∞ sehingga persamaan (12) menjadi:

$$E = 2k\rho\pi\left(1 - \frac{x}{\sqrt{b^2+x^2}}\right) \approx 2k\rho\pi(1-0)$$

$$\boxed{E = 2k\rho\pi} \tag{13}$$

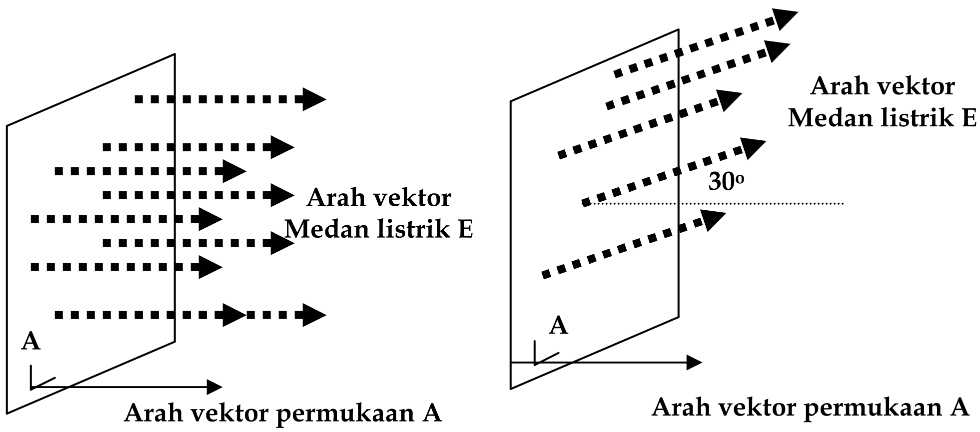
Gauss

2. HUKUM GAUSS PADA MEDIUM NON-KONDUKTOR

2.1 Fluks Listrik

Teknik lain untuk menghitung medan magnet dari muatan kontinu adalah menggunakan hukum Gauss. Teknik yang digunakan Gauss relatif lebih mudah untuk kasus-kasus benda geometris.

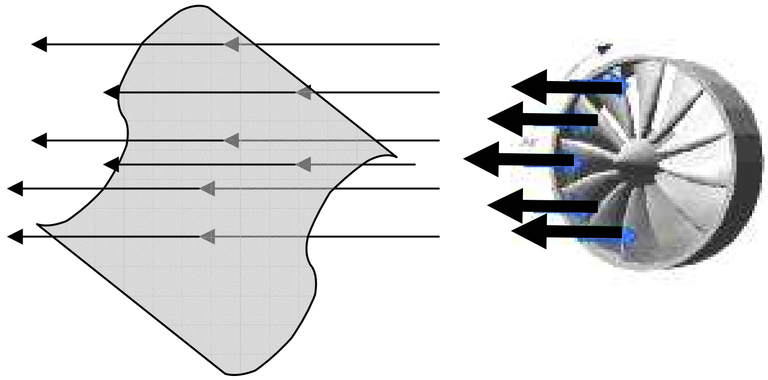
Sebelum kita melangkah lebih jauh dengan hukum Gauss, kita definisikan sebuah besaran fisis yang akan kita gunakan nanti, yaitu fluks listrik Φ. Fluks listrik didefinisikan sebagai perkalian-titik medan listrik **E** dan luas yang dilewatinya A, namun secara fisis fluks menggambarkan banyaknya garis medan magnet yang menembus sebuah permukaan luas. Jika kita ilustrasikan dalam gambar :



$$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos 0^{o} = EA \qquad \Phi = \vec{E}\cdot\vec{A} = EA\cos 30^{o} = \frac{EA}{2}\sqrt{3}$$

GB 2.6 Fluks Medan Listrik Menembus Sebuah Luas Permukaan A

Kita bisa membayangkan fluks magnetik ini dengan sebuah kipas angin yang menerpa selembar kertas, hembusan angin terasa lebih keras ketika kertas tegak lurus pada hembusan angin artinya vektor luas permukaan searah dengan arah hembusan angin, namun ketika kertas sejajar dengan arah hembusan angin, tekanan angin sangat minim.



Gb 2.7 Analogi fluks adalah seperti angin dari kipas angin yang meniup kertas, jika kertas tegak lurus arah angin (artinya vektor luas dengan vektor arah angin sejajar), maka fluksnya maksimum

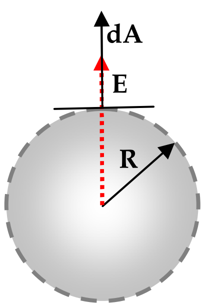
Gauss menyatakan bahwa : "Jumlah Garis Gaya yang keluar dari suatu permukaan tertutup (atau fluks Φ) sebanding dengan jumlah muatan listrik yang dilingkupi oleh permukaan tertutup itu" atau "Sumber dari sebuah medan magnet adalah muatan listrik", jika diungkapkan dalam sebuah persamaan matematis :

$$\Phi = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o} \tag{14}$$

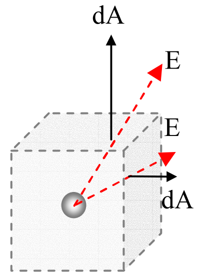
Q_{dlm} adalah besarnya muatan yang dilingkupi oleh permukaan Gauss. Hukum Gauss ini tidak akan dijelaskan terlalu detail karena kesulitan teknis mengingat anda belum mendapatkan dasar kalkulus yang cukup terutama tentang divergensi dan integral permukaan. Akan tetapi, kita akan gunakan hukum Gauss ini untuk menghitung kuat medan listrik dari sebuah benda-benda geometris sederhana seperti bola, silinder, pelat tipis, sebab pada kenyataannya kita seringkali berhadapan dengan benda-benda geometris seperti ini, dan nantinya kita akan menggunakan hasil perhitungan kuat medan listrik tersebut untuk menghitung medan listrik pada sebuah kapasitor.

Kita akan memulai menghitung medan listrik menggunakan hukum Gauss pada muatan titik sekaligus membuktikan kesesuaian medan listrik yang diperoleh hukum Coulomb pada persamaan (5) dengan hukum Gauss.

2.2 Menurunkan Medan Listrik Pada Muatan Titik Menggunakan Hukum Gauss (Membuktikan Hukum Coulomb)



Gb 2.8 Muatan ini kita lingkupi dengan sebuah permukaan Gauss berbentuk bola dengan radius R



Gb 2.9 Jika kita pilih permukaan Gauss bebentuk kubus maka sudut antara dA dengan E sangat bervariasi dan menyulitkan perhitungan

Perhatikan sebuah muatan titik dengan besar muatan Q pada gambar 2.3 Muatan ini kita lingkupi dengan sebuah "permukaan Gauss" yang kta pilih berbentuk bola. Pemilihan bentuk permukaan Gasuss ini sebetulnya sekehendak kita, kita juga boleh saja memilih berbentuk kubus atau apapun, namun dengan mempertimbangkan *pertama*, muatan harus terlingkupi seluruhnya dan *kedua*, kemudahan dalam perhitungan. Atas kedua dasar ini kita bentuk bola.

Kita gunakan hukum Gauss pada persamaan (14) :

$$\Phi = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

$$= E\oint_S dA \cos\theta^o = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$= E\oint_S dA \cos 0^o = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Sudut θ adalah sudut yang dibentuk vektor permukaan dA dengan vektor medan E yang arahnya dalam hal ini sejajar, namun jika permukaan Gauss *tidak berbentuk bola*, kedua vektor ini belum tentu sejajar bahkan mungkin berubah-ubah seperti yang anda lihat pada gambar 2.9. Inilah alasan kita memilih permukaan Gauss berbentuk bola.

Karena $\cos 0^o$ adalah 1 maka :

$$E\oint_S dA = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

integral permukaan dari dA berarti luas permukaan bola, yaitu $4\pi r^2$:

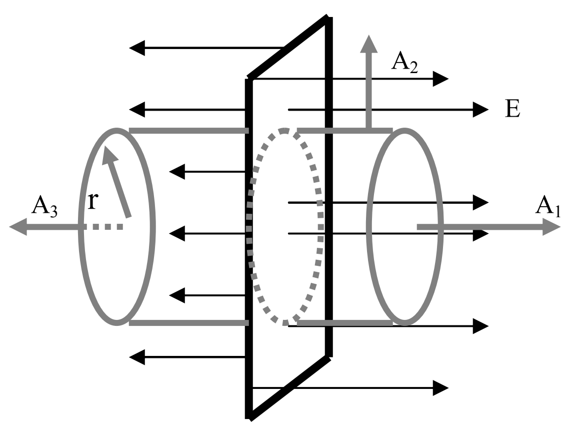
$$E 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^2}}$$

persis seperti medan listrik yang diturunkan melalui Coulomb pada bab I.

2.2 Hukum Gauss Pada Bidang Datar

Misalnya kita memiliki pelat bermuatan positif persatuan luas ρ. Untuk menghitung medan listrik dengan hukum Gauss kita harus memilih sebuah ruang-volume yang melingkupi pelat bermuatan. Pada dasarnya kita bebas memilih bentuk ruang-volume ini, pda umumnya yang biasa dipakai berbentuk silinder, bola atau kubus. Pemilihan ini sangat bergantung pada kemudahan perhitungannya nanti. Misalnya, kita ambillah permukaan sebuah silinder berjari-jari r.



Gb 2.10 Fluks listrik yang menembus sebuah permukaan bidang datar dapat didekati dengan permukaan Gauss berbentuk silinder

Pada gambar disamping kita bagi silinder menjadi tiga permukaan A1, A2, dan A3. Fluks yang menembus ketiga permukaan ini adalah :

Pada A1 : E·A1·cos 0o : EA1

Pada A3 : E·A3·cos 0o : EA3

Pada A2 : E·A2·cos 90o : 0

Dengan demikian :

$$\Phi = \oint_s E dA = E(A_1 + A_2) = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

Karena A1 dan A3 merupakan luas pelat katakanlah A. Sehingga medan pada pelat bermuatan :

$$E = \frac{Q_{total}}{2A\varepsilon_o}$$

karena Q/A =σ, maka untuk pelat bermuatan kita dapatkan medan listrik :

$$\boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_o}} \qquad (15)$$

atau :

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4\pi\varepsilon_0}{2\varepsilon_0}\rho$$
$$= k2\pi\rho$$

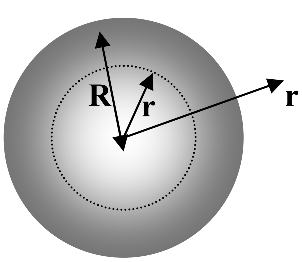
$$\boxed{E = k2\pi\rho}$$

persis seperti hasil yang diperoleh persamaan (13)

2.3 Hukum Gauss Pada Bola Pejal Bermuatan

a. Kuat medan sejauh r (r≥R)

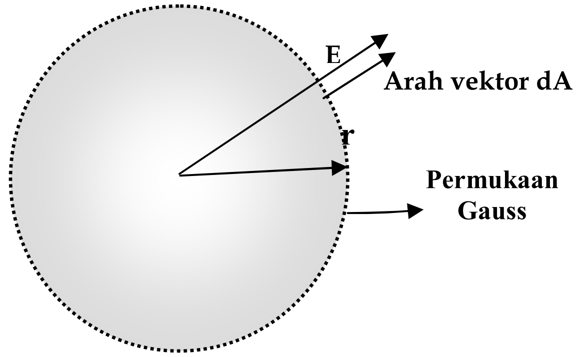
Kuat medan magnet untuk benda bermuatann berbentuk bola dengan jari-jari sejauh r seperti ditunjukkan gambar 2.6. Dengan menggunakan hukum Gauss :



Gb 2.11 Bola Pejal

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

Untuk menghitung medan listrik sejauh r kita pilih permukaan Gauss berbentuk bola dengan luas permukaan $4\pi r^2$.



Gb 2.12 Arah Medan listrik dari bola bermuatan sarah dengan arah permukaan Gauss

Karena arah vektor medan listrik searah dengan vektor permukaan (artinya sudutnya 0^o), maka :

$$\mathbf{E}\oint_S d\mathbf{A}\cos(0^o) = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

$$= E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

jarak r adalah radius permukaan Gauss yang kita pilih, sehingga medan listrik di luar bola pejal bermuatan adalah :

$$\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi \in_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}} \qquad (16)$$

b. Kuat medan sejauh r (r<R)

Kuat medan pada titik di dalam bola pejal bermuatan sejauh a dari pusat dapat kita peroleh sebagai berikut :

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

ruas kiri akan menghaasilkan nlai yang sama seperti sebelumnya :

$$(4\pi r^2)E = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

Sekarang Q_{dlm} bola dengan radius r dimana r < R dapat dihitung dari perbandingan volume :

$$Q_{dlm} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} Q = \left(\frac{r}{R}\right)^3$$

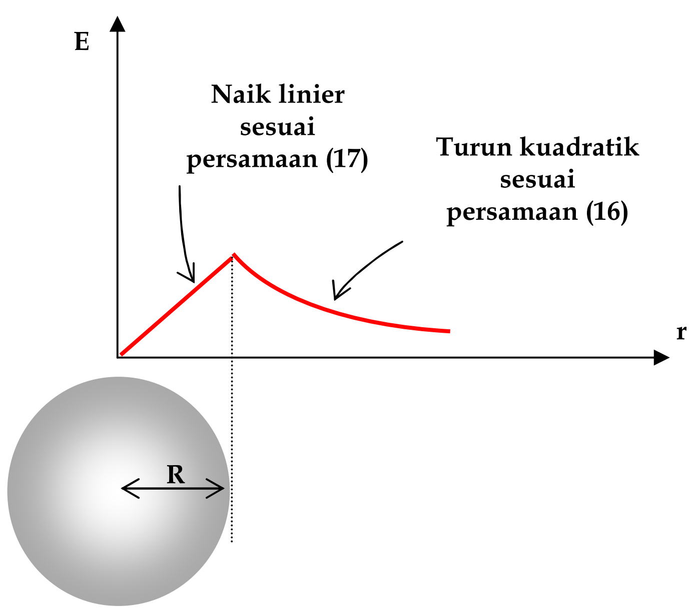
sehingga diperoleh kuat medan sejauh r di dalam bola berjari-jari R :

$$(4\pi r^2)E = \frac{(\frac{r}{R})^3}{\varepsilon_o} Q$$

konstanta

$$\boxed{E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3}\right) r} \qquad (17)$$

Medan lsitrik dalam bola pejal bermuatan mulau-mula naik secara linier sebagaimana ditunjukan persamaan (17), ketika sampai r = jari-jari bola R kuat medan menjadi persamaan (16) yang turun secara kuadratik sebanding dengan ($1/r^2$). Jika diilustrasikan :



GB 2.13 Perubahan E pada Bola Pejal Konduktor

Contoh :

Sebuah bola pejal berjari-jari 1 cm memiliki muatan 5μC, hitunglah kuat medan sejauh :

a. 2 cm dari pusat bola

b. 0,5 cm dari pusat bola

Jawab :

a. Karena jarak sejauh 2 cm berada di luar bola maka dengan menggunakan persamaan (16) :

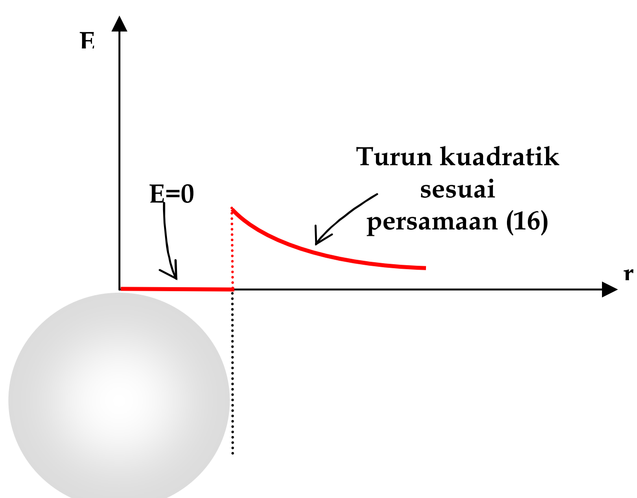
$$E = k\frac{Q}{r^2} = 9x10^9 \frac{5x10^{-6}}{2x10^{-2}} = 2{,}25x10^6 N/C$$

b. Karena jarak sejauh 0,5 cm berada di luar bola maka dengan menggunakan persamaan (17) :

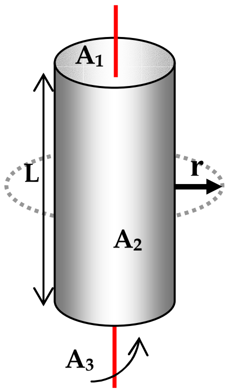
$$E = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3}\right)r = k\frac{Q}{R^3}r = 9x10^9 \frac{5x10^{-6}}{\left(1x10^{-2}\right)^3} 0{,}5x10^{-2} = 2{,}25x10^8 N/C$$

2.4 Hukum Gauss Pada Bola Berrongga ('kopong')

Istilah "bola pejal" di sini penting karena jika bola tidak pejal namun berrongga (atau *kopong*), kuat medan di dalam bola bernilai nol namun di luar bola kuat medan seperti bola pejal. Untuk bola berrongga kuat perubahan kuat medannya jika diilustrasikan menghasilkan gambar berikut :



Gb 2.14 Perubahan E pada Bola Berrongga Konduktor



Gb 2.15 Kawat Panjang Bermuatan

2.5 Hukum Gauss Pada Kawat Panjang Bermuatan

Untuk kawat panjang dengan muatan persatuan panjang ρ kita dihitung medan listrik sejauh r menggunakan hukum Gauss :

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

dengan permukaan Gauss berupa silinder kita dapatkan ruas kiri pada persamaan Gauss :

$$\mathbf{E}\cdot\mathbf{A_1} + \mathbf{E}\cdot\mathbf{A_2} + \mathbf{E}\cdot\mathbf{A_3} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

karena sudut vektor E dengan A1 (tutup silinder) dan A3 (alas silinder) adalah 90^o, sedangkan terhadap A2 0^o, maka :

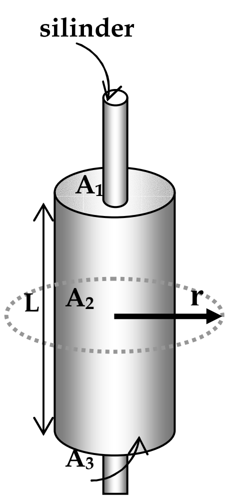
$$E\cdot A_1\cos 90^o + E\cdot A_2\cos 0^o + E\cdot A_3\cos 90^o = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

$$E\cdot A_2 = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o}$$

sedangkan A2 adalah luas selimut silinder yaitu $2\pi rL$ Maka kuat medan sejauh r dari kawat adalah sebagai berikut :

$$E = \frac{1}{2\pi r\varepsilon_o}\frac{Q_{dlm}}{L}$$

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\rho}{r}\hat{r}} \qquad (18)$$



Gb 2.16 Silinder Panjang Bermuatan

2.5 Hukum Gauss Pada Silinder Panjang Bermuatan

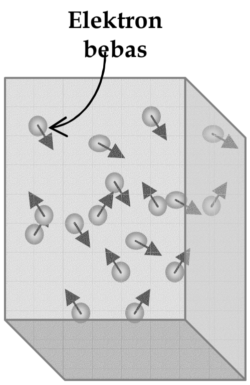
Untuk kawat berbentuk silnider berrongga, maka medan listik **di luar silinder** akan menghasilkan nilai yang sama dengan kawat panjang :

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\rho}{r}\hat{r}} \qquad (19)$$

Namun medan listrik **di dalam silinder** adalah nol, karena permukaan Gauss tidak melingkupi muatan apapun :

$$E=0$$

3. MEDAN LISTRIK PADA MEDIUM KONDUKTOR

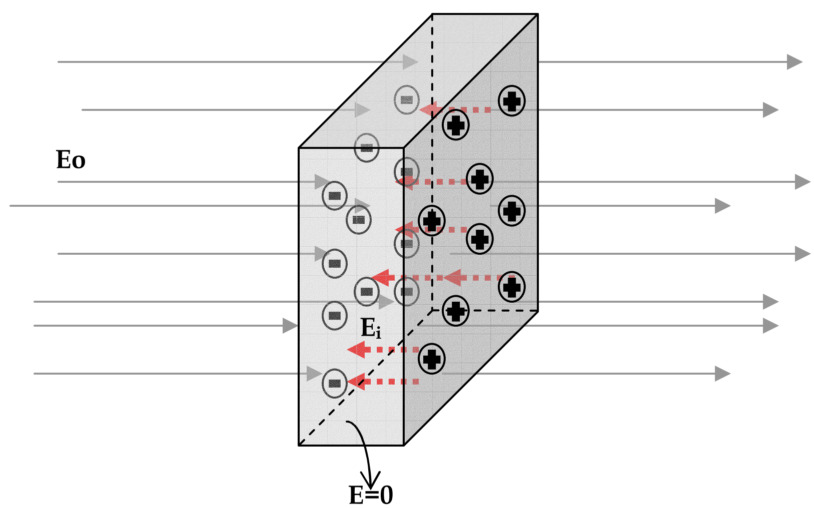


2.17 Elektron bebas dalam konduktor

Medium konduktor memiliki kekhususan tesendiri ketika dipengaruhi medan listrik. Sebagaimana kita katahui bahwa dalam konduktor terdapat muatan-muatan (dalam hal ini elektron) yang tidak terikat pada atom dan dapat bergerak secara acak dan bebas. Semakin banyak elektron bebas tersebut maka medium tersebut akan makin konduktif.

Jika terdapat medan listrik dari luar perilaku elektron berubah dan bergerak hingga permukaan konduktor sedemikian sehingga medan listrik di dalam konduktor menjadi nol.

Dalam konduktor gambar 2.18 elektron dan muatan positif di dalamnya terpolarisasi (terpisah) pada kedua sisi konduktor sehingga menimbulkan medan listrik di dalam **E**i konduktor yang awahnya berlawanan dengan medan listrik luar **E**o sehingga jumlah medan listrik di dalam konduktor nol .

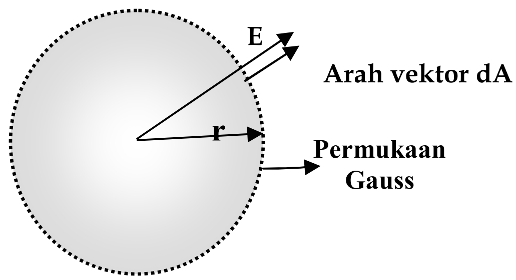


2.18 Medan listrik di dalam konduktor adalah nol karena muatan bergerak ke tepi dan membentuk medan internal yang melawan medan luar

Dengan demikian jika muatan listrik merupakan bola pejal konduktor, silinder konduktor dll, maka penerapan hukum Gauss untuk menghitung medan listrik akan menghasilkan nilai yang berbeda dengan yang telah kita hitung sebelumnya.

3.1 Hukum Gauss pada Bola Konduktor

a. Medan listrik di luar bola konduktor



2.19 Medan listrik E dari sebuah bola konduktor sejauh r

Medan listrik di luar bola konduktor akan menghasilkan nilai yang sama dengan bola pejal sebelumnya, yaitu :

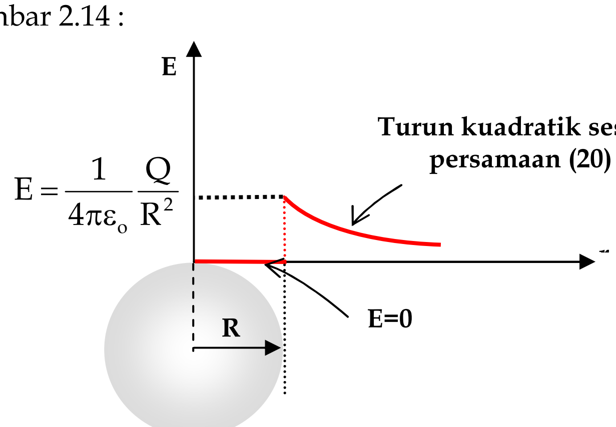
$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}} \qquad (20)$$

b. Medan listrik di dalam bola konduktor

Medan listrik di dalam bola konduktor (dan semua konduktor) adalah nol karena seluruh muatan diasumsikan berada dalam permukaan konduktor sehiingga :

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{dlm}}{\varepsilon_o} = 0 \text{, maka } \mathbf{E = 0} \qquad (21)$$

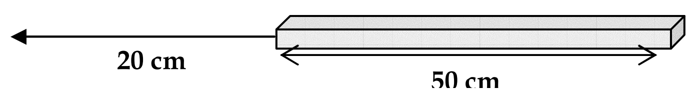
Jika kita skesta dalam gafik maka akan kita dapatkan seperti bola berrongga pada gambar 2.14 :



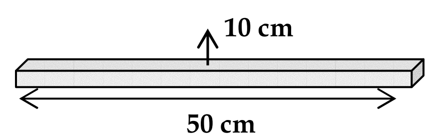
2.19 Variasi Medan listrik E dari sebuah bola konduktor

SOAL-SOAL

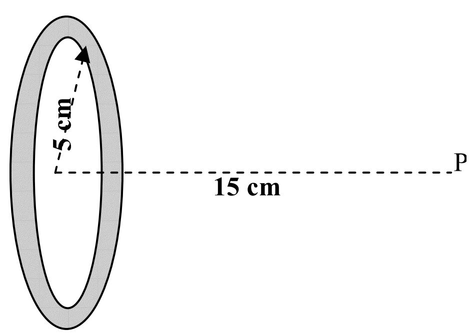
1. Muatan garis dengan kerapatan muatan 4 μC/cm sepanjang 4 cm, diletakkan dalam koordinat kartesius dari x = 0 hingga x = 4 hitunglah :
   a. Muatan total dari garis
   b. Medan listrik di x = 5 cm
   c. Medan listrik di x = 250 m
2. Hitung medan listrik dari benda yang dianggap muatan titik dengan muatan 16 μC sejauh 250 meter dan bandingkan hasilnya dengan nomor 1.d di atas
3. Hitunglah medan listrik dari sebuah garis bermuatan sepanjang 50 cm dengan rapat muatan 15 μC/m pada jarak 20 cm pada arah sepanjang garis seperti pada gambar :



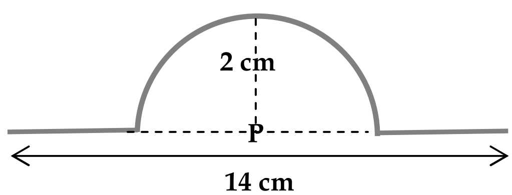
4. Hitunglah medan listrik dari sebuah garis bermuatan sepanjang 50 cm dengan rapat muatan 5 μC/m pada jarak 10 cm tegak lurus garis seperti pada gambar :



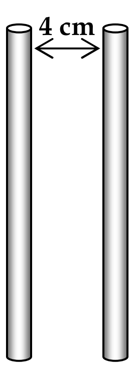
5. Hitunglah medan listrik dari sebuah cincin bermuatan dengan jari-jari 5 cm dengan muatan 15 μC pada titik P sejauh 15 cm tegak lurus dari pusat cincin



6. Hitunglah medan listrik dari sebuah cincin bermuatan dengan jari-jari 5 cm dengan muatan 15 μC di pusat cincin
7. Bola bermuatan 4 x 10^3 C berjari-jari 2 cm berada dalam medium udara. Berapakah medan listrik yang ditimbulkannya pada jarak :
   a. 4 cm dari pusat bola
   b. 1 cm dari pusat bola
8. Bola konduktor bermuatan 4 x 10^3 C berjari-jari 2 cm berada dalam medium udara. Hitunglah kuat medan listrik yang ditimbulkannya pada jarak :
   a. 4 cm dari pusat bola
   b. 1 cm dari pusat bola
9. Hitunglah medan listrik di titik P dari sebentuk kawat bermuatan yang terdiri dari dua kawat lurus identik dengan muatan masing-masing 15 μC yang dirangkai dengan kawat setengah lingkaran dengan muatan 15 μC seperti gambar di bawah ini



10. Sebuah cakram dengan jari 20 cm dengan kerapatan muatan terdistribusi merata 2μC/cm2. Hitunglah kuat medan listrik sejauh 10 cm dari pusat cakram.



11. Dua kawat panjang bermuatan 4μC/cm sepanjang 5 cm ditempatkan secara sejajar seperti pada gambar. Hitunglah kuat medan lsitrik
    a. Di tengah antara dua kawat
    b. 2 cm di kiri kawat pertama
    c. 2 cm di kanan kawat kedua