

(N1)  
 б)  $\{010101, 110011, 000000, 001100, 111111\}$   
 соседние: нет

противоположные: 3 и 5, 2 и 4

в) соседние: ~~1 и 3~~, 2 и 3, 1 и 3  
 противоположные: 2 и 4

(N2)  
 а)  $\frac{2^{n-1}}{n}$   
 б)  $2^{n-1}$

(N4)  
 Докажем методом математической индукции:

База:  $n=2$ . 00 01 11 10 - верно

Пусть утв. верно для  $n=k$ ,  
 но тогда оно также верно для  
 $k+1$ , поскольку  $k+1$  можно

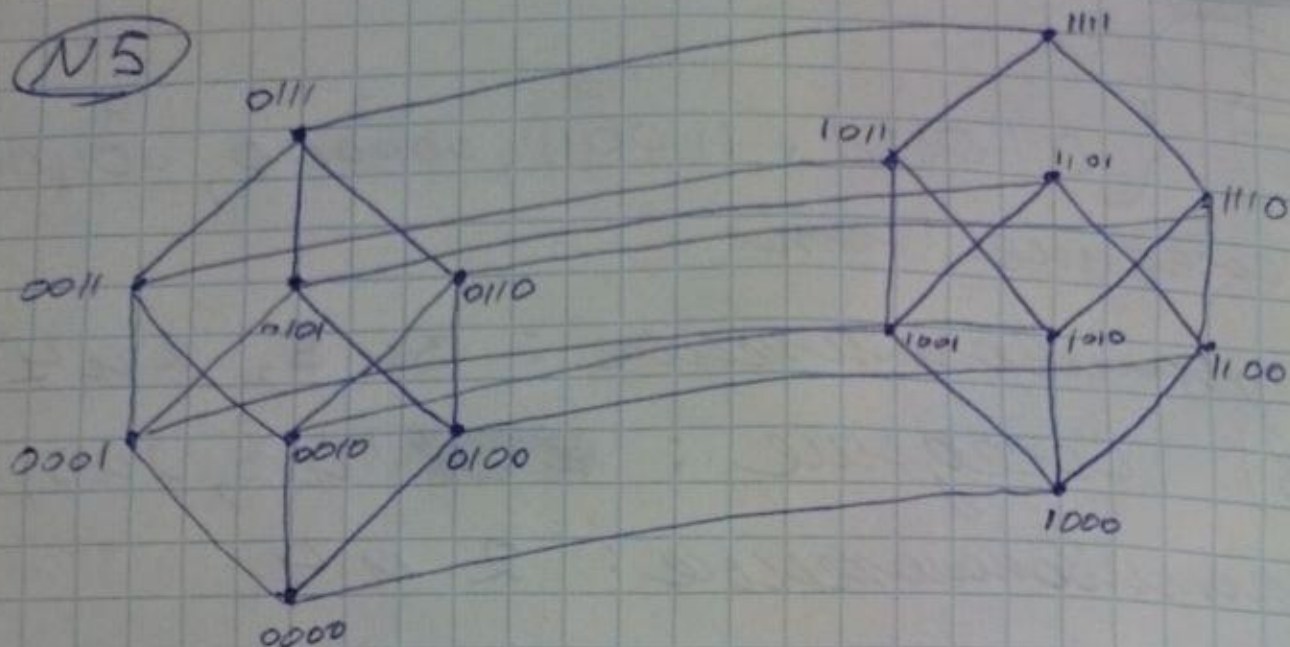
получить из  $k$ :

$0 \underbrace{00 \dots 00}_k, 0 \underbrace{00 \dots 01}_k, \dots, 0 \underbrace{100 \dots 00}_k, 1 \underbrace{100 \dots 00}_k, \dots, 1 \underbrace{k 00 \dots 01}_k, 1 \underbrace{00 \dots k 00}_k$



$$x_2) \vee (\bar{x}_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_2) =$$

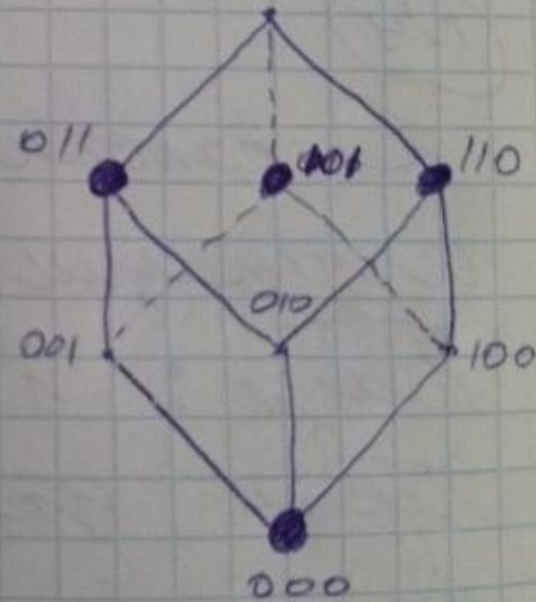
N5



N6

$$d) x_1 + x_2 + x_3 \text{ o/2} = 0$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0





(N8)  $f(x_i), g(x_i), i = \overline{1..n}$

$$N_f = \{x_1, \dots, x_n \in \{0, 1\}^n : x_1 + \dots + x_n \equiv 0 \pmod{3}\}$$

$$N_g = \{ \text{---} // \text{---} : x_1 + \dots + x_n \equiv 0 \pmod{3} \}$$

$$|N_{f \cdot g}| = ? \quad |N_{f \vee g}| = ? \Rightarrow \begin{aligned} &\equiv 0 \pmod{2} \\ &\equiv 0 \pmod{3} \end{aligned}$$

$$f \cdot g \Rightarrow x_1 + \dots + x_n \equiv 0 \pmod{6}$$

$$1 + C_n^6 + C_n^{12} + \dots + C_n^{6k}, \quad 6k < n$$

(Ng)  
a)

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	1
0	0	1	0
...	...	...	...
1	1	1	0

$$\Rightarrow 2^{2^n} - 3^{2^{n-1}}$$

b)

...  $110 \dots 0 \leftarrow 0$

$00 \dots 1 \quad 100 \dots 0 \leftarrow 1$

$00 \dots 0 \leftarrow 0 \Rightarrow 2$



2) аналогично  $\delta$ .

N10

$\delta) n=3, i=2, \Sigma=3$

Ответ:  $2^{n-\Sigma}$ , где  $\Sigma = C_n^i$ .

N12

a)  $w(f) = 10101010$

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$\Rightarrow x_1$  и  $x_2$  — фиктивные

$\delta) w(f) = 01100110$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$f$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1
1	1	0	0

$x_1$  — фиктивная



$$b) w(f) = 11110011$$

$x_1$  и  $x_3$  — фиктивные.

000	1
001	1
010	1
011	1
100	0
101	0
110	1
111	1

(N14)

$$a) ((x_1 \oplus x_2) \sim x_3) \cdot (x_1 \rightarrow (x_2 \cdot x_3))$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 \oplus x_2$	$x_2 \cdot x_3$	$1 \sim x_3$	$x_1 \rightarrow 2$	$3 \cdot 4$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	0

~~(N14)~~

b)

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$a$	$\delta$	$\theta$	$f$	$\delta$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1



N15

a

δ)  $X_1 \vee (X_2 \sim X_3)$

$f_1$

	a	f <sub>1</sub>	δ	β	f <sub>2</sub>
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1

$(X_1 \vee X_2) \sim (X_1 \vee X_3)$

$f_2$

$\Rightarrow f_1 = f_2$

b)  $X_1 \cdot (X_2 \sim X_3)$

$f_1$

	a	f <sub>1</sub>	$X_1 \wedge X_2$	$X_1 \wedge X_3$	β	f <sub>2</sub>
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

$(X_1 \cdot X_2) \sim (X_1 \cdot X_3) \sim X_1$

$f_2$

$\Rightarrow f_1 = f_2$

N18

δ)  $X_1 \cdot (\bar{X}_1 \vee X_2) = X_1 \cdot X_2$

LHS:  $(X_1 \cdot \bar{X}_1) \vee (X_1 \cdot X_2) = X_1 \cdot X_2 \quad \square$



$$b) X_1 \vee (\overline{X_1} \cdot X_2) = X_1 \vee X_2.$$

$$LHS = (X_1 \vee \overline{X_1}) \cdot (X_1 \vee X_2) = X_1 \vee X_2 \quad \square$$

$$2) (\overline{X_1 \cdot X_2} \rightarrow X_1) \rightarrow X_2 = X_1 \rightarrow X_2$$

N17

$$a) \overline{X_1 \cdot X_2 \dots \cdot X_n} = \overline{X_1} \vee \overline{X_2} \vee \dots \vee \overline{X_n}$$

по индукции, очевидно

$$b) X_1 \vee X_2 \vee \dots \vee X_n = (X_1 \oplus 1) \cdot (X_2 \oplus 1) \cdot \dots \cdot (X_n \oplus 1)$$

$$MHU: X_1 = (X_1 \oplus 1) \oplus 1$$

$$0 = 1 \oplus 1 \text{ — верно.}$$

$$1 = 0 \oplus 1$$

$$X_1 \vee X_2 = (X_1 \oplus 1) \cdot (X_2 \oplus 1) \oplus 1$$

$$A = X_1 \vee \dots \vee X_{n-1} = (X_n \oplus 1) \cdot \dots \cdot (X_{n-1} \oplus 1)$$

$$A \vee X_n = A \cdot (X_n \oplus 1) \quad \square$$

N18

$$a) (\overline{X_1} \downarrow \overline{X_2}) \rightarrow (X_1 \vee X_3)$$

$$X_1 \vee X_2 = X_1 \downarrow X_2$$

$$(\overline{X_1 \vee X_2}) \vee (X_2 \rightarrow X_1) =$$

$$\overline{X_1 \vee X_2} \vee (X_1 \vee X_3) = (\overline{X_1} \cdot \overline{X_2}) \vee (X_1 \vee X_3) = 1 \quad \square$$



b)  $((X_1 \rightarrow X_2) \rightarrow X_2) \oplus (X_1 \downarrow X_2)$

$X_1$	$X_2$	$X_1 \rightarrow X_2$	$\rightarrow X_2$	$X_1 \downarrow X_2$	$\oplus$
0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1

N19

$$a) X_1 \sim (X_2 \sim (X_1 \vee X_2)) =$$

$$\downarrow (X_2 \sim X_1) \vee (X_2 \sim X_2) \Leftrightarrow X_{PM}$$

$$= X_1 \sim (X_2 \sim X_1) = X_1 \sim X_2$$

$$b) ((X_1 \oplus X_2) \rightarrow (\bar{X}_1 \vee \bar{X}_3)) \vee (X_1 \rightarrow \bar{X}_3) =$$

=

$$2) ((X_1 \downarrow X_1) \downarrow (X_2 \downarrow X_2)) \downarrow (- // -) =$$

$$= (X_1 \cdot X_2) \downarrow (X_1 \cdot X_2) = \overline{X_1 \cdot X_2}$$



$$x_1 \rightarrow x_2 \Leftrightarrow \overline{x_1} \vee x_2$$

N23

$$a) (x_1 \vee x_2) \rightarrow x_3 = \overline{x_1 \vee x_2} \vee x_3 =$$

$$= \overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \vee x_3 \xrightarrow{\text{HP}} \text{HP}, L=2$$

$$b) (x_1 \oplus x_2) \oplus x_3$$



N24

$$\begin{aligned}
 a) f(x_1, x_2, x_3) &= (\bar{x}_1 \cdot x_2) \vee \bar{x}_3 = \\
 &= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot 1) \vee \bar{x}_3 = \\
 &= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot (\bar{x}_3 \vee x_3)) \vee \bar{x}_3 = \\
 &= (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3) \vee \bar{x}_3 = \\
 &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_3 \cdot 1 \cdot 1 &= \bar{x}_3 \cdot (x_2 \vee \bar{x}_2) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_1) = \\
 &= (x_2 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_1) = \dots
 \end{aligned}$$

(потом ещё вычеркнуть  
одну из одинаковых)



(N25)

a)  $2^n - 2$

$$f(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{\substack{\delta_1, \dots, \delta_n \\ f(\delta_1, \dots, \delta_n) = 1}} \left( x_1^{\delta_1} x_2^{\delta_2} \dots x_n^{\delta_n} \right)$$

$$\left( x_1 \vee \dots \vee x_n \right) \cdot \left( \overline{x_1} \vee \dots \vee \overline{x_n} \right)$$

$$f = 0 \Leftrightarrow x_1 = \dots = x_n = 0 \text{ oder } 1$$



(N27)

$$a) X_1 \sim X_2 = (X_1 \cdot X_2) \vee (\overline{X_1} \cdot \overline{X_2}) =$$

$$= \cancel{X_1 \vee \overline{X_1}} \cdot \cancel{X_1 \vee \overline{X_2}} \rightarrow \cdot \cancel{X_2 \vee \overline{X_2}} \cdot X_2 \vee \overline{X_1} =$$

$$= X_1 \vee \overline{X_2} \cdot X_2 \vee \overline{X_1}, \text{ КНФ, } L=2$$



N28

$$a) \bar{X}_1 \cdot (\bar{X}_2 \vee X_3) = \bar{X}_1 \cdot (\bar{X}_2 \vee X_3 \vee 0) =$$

$$= \bar{X}_1 \cdot (\bar{X}_2 \vee X_3 \vee (X_1 \cdot \bar{X}_1)), \text{ поскольку } X_1 \cdot \bar{X}_1 = 0$$

b) N24



№29

d)  $w(f) = 01101001$

✓ 000	0
✓ 001	1
✓ 010	1
011	0
✓ 100	1
101	0
110	0
✓ 111	1

СДНФ —  $\bigvee_{\delta_1, \delta_2, \delta_3} (x_1^{\delta_1} x_2^{\delta_2} x_3^{\delta_3})$   
 $f = 1$

$$x_1^0 \cdot x_2^0 \cdot x_3^1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$$

$$x_1^0 \cdot x_2^1 \cdot x_3^0 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$$

...

⇓  
 СДНФ —  $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \dots$

$x_i^0 = \overline{x_i}$

31 — 69/3

32 — 69/3

33 — 69/3

34 — 69/3



$$a = (b \cdot c) \\ (a+b)(c+d)$$

N31

$$\begin{aligned} a) f(x_1, x_2, x_3) &= (x_1 | x_2) \downarrow x_3 = \\ &= (1 \oplus (x_1 \cdot x_2)) \downarrow x_3 = 1 \oplus (1 \oplus (x_1 \cdot x_2)) \oplus x_3 \oplus \\ &\oplus (1 \oplus (x_1 \cdot x_2)) \cdot x_3 = 1 \oplus \cancel{(x_1 \cdot x_2)} \oplus x_3 \oplus \\ &\oplus x_3 \oplus x_3 \cdot 1 \oplus x_1 x_2 x_3 = 0 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_2 x_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (x_1 \vee x_2) \rightarrow ((x_3 | x_1) \cdot x_2) &= \\ &= 1 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus ((x_1 \vee x_2) \cdot (x_3 | x_1) \cdot x_2) = \\ &= 1 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus ((x_1 \vee x_2) \cdot (1 \oplus (x_1 \cdot x_3)) \cdot x_2) = \\ &= 1 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus ((x_1 \vee x_2) \cdot (1 \cdot x_2 \oplus x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)) = \\ &= 1 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus ((x_1 \vee x_2) \cdot x_2 \oplus (x_1 \vee x_2) \cdot x_1 x_2 x_3) = \\ &= 1 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus (\cancel{x_1 \cdot x_2} \vee x_2 \cdot x_2 \oplus x_1 x_2 x_3) = \\ &= 1 \oplus x_1 \vee x_2 \oplus x_2 \vee (x_1 \cdot x_2) \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= \cancel{1 \oplus x_1 \vee x_2} \oplus \cancel{(x_2 \vee x_1) \cdot x_2} = 1 \oplus x_1 \oplus \cancel{x_2} \oplus x_1 \cdot x_2 \\ &\oplus \cancel{x_2} \oplus \cancel{x_1 \cdot x_2} \oplus \cancel{x_1 x_2} \oplus x_1 x_2 x_3 = \\ &= \cancel{1} \oplus x_1 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_2 x_3 \end{aligned}$$



N32

$$\begin{aligned}
 a) & (X_1 \cdot \overline{X_2}) \vee (\overline{X_1} \cdot X_2) \vee (X_1 \cdot X_2) = \\
 & = (X_1 \cdot (X_2 \oplus 1)) \oplus ((X_1 \oplus 1) \cdot X_2) \oplus (X_1 \cdot X_2) = \\
 & = (\cancel{X_1 \cdot X_2} \oplus X_1) \oplus (X_1 \cdot \cancel{X_2} \oplus X_2) \oplus X_1 \cdot X_2 = \\
 & = 0 \oplus X_1 \oplus X_2 \oplus X_1 \cdot X_2
 \end{aligned}$$

N34

a)  $w(f) = 00006011$

b)  $w(f) = 01110011$

c)  $w(f) = 10101110$

a)

0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0

b)

0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot X_2$



0 1 1 1 0 0 1 1

1 0 0 1 0 1 0

1 0 1 1 1 1

1 1 0 0 0

0 1 0 0

0 1

1

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 \oplus x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$$



N36

$$a) F = \{X_1 \downarrow X_2\}$$

$$\overline{X_1} = \overline{X_1 \vee X_1} = X_1 \downarrow X_1$$

$$X_1 \vee X_2 = \overline{X_1 \downarrow X_2} = (X_1 \downarrow X_2) \downarrow (X_1 \downarrow X_2)$$

$$\begin{array}{l} \{X_1 \vee X_2, \overline{X_1}\} \\ \{X_1 X_2, \overline{X_1}\} \\ \{X_1 \mid X_2\} \end{array}$$

$\overline{X_1 \vee X_2}$

$$b) F = \{X_1 \rightarrow X_2, \overline{X_1 \oplus X_2 \oplus X_3}\}$$

$$\overline{X_1} = \overline{\overline{X_1} \oplus \overline{X_1} \oplus \overline{X_1}}, \text{ m.k. } X_1 \oplus X_1 = 0, \\ 0 \oplus X_1 = X_1$$

$$X_1 \vee X_2 = \overline{X_1} \rightarrow X_2 = \overline{X_1 \oplus X_1 \oplus X_1} \rightarrow X_2. \boxtimes$$

$$b) F = \{0, (X_1 \cdot X_2) \vee (X_1 \cdot X_3) \vee (X_2 \cdot X_3), X_1 \oplus X_2 \oplus 1\}$$