№1

б) $\{ \overset{1}{010101},\ \overset{2}{110011},\ \overset{3}{000000},\ \overset{4}{001100},\ \overset{5}{111111} \}$

соседние: нет

противоположные: 3 и 5, 2 и 4

в) соседние: 1 и 3, 2 и 3, 1 и 3

противоположные: 2 и 4

1

№2

а) $\frac{2^{n-1}}{n}$

б) 2^{n-1}

№4

Докажем методом математической индукции:

База: $n = 2$. 00 01 11 10 – верно

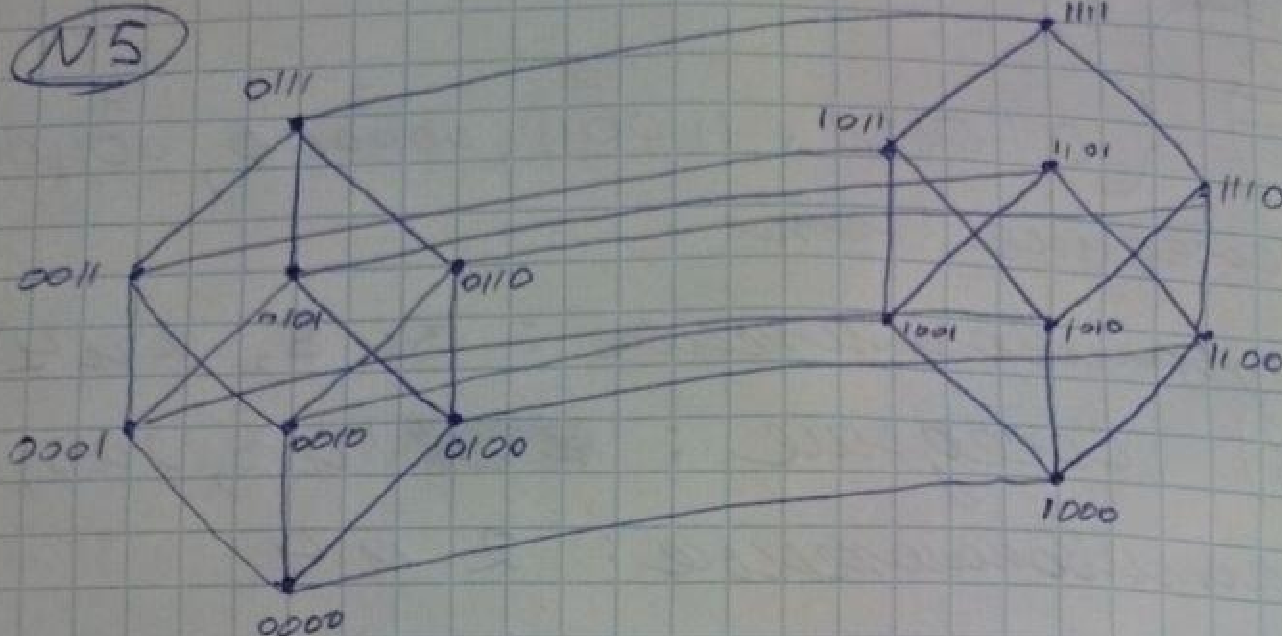
Пусть утв. верно для $n = k$, но тогда оно также верно для $k+1$, поскольку $k+1$ можно получить из k:

$0\underbrace{00\ldots000}, 0\underbrace{00\ldots1}, \ldots, 0\underbrace{100\ldots0},$

$1\underbrace{100^{k}\ldots0}, \ldots 1\underbrace{^{k}00\ldots1}, 1\underbrace{00\ldots^{k}0}$ $\boxed{N}$

$\cdot x_2) \vee (\bar{x}_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_2) =$

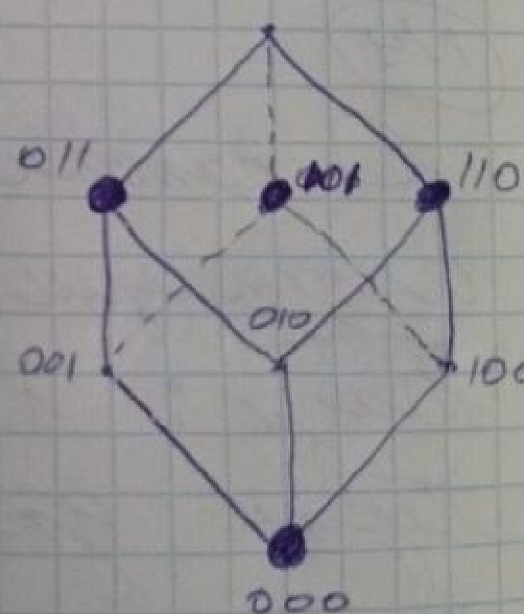
N5



N6

б) $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \ \% \ 2 = 0$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



№8 $f(x_i),\ g(x_i),\ i = \overline{1..n}$

$N_f = \{ \alpha_1 \dots \alpha_n \in \{0;1\}^n : \alpha_1 + \dots + \alpha_n \equiv 0 \pmod 2 \}$

$N_g = \{ \text{— // —} : \alpha_1 + \dots + \alpha_n \equiv 0 \pmod 3 \}$

$|N_{f \cdot g}| - ?\quad |N_{f \vee g}| - ? \Rightarrow \begin{array}{l} \equiv 0 \bmod 2 \\ \equiv 0 \bmod 3 \end{array}$

$f \cdot g \Rightarrow \alpha_1 + \dots + \alpha_n \equiv 0 \pmod 6$

$1 + C_n^6 + C_n^{12} + \dots + C_n^{6k},\quad 6k < n$

№9

б)

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	1 0
0	0	1	
.	.	.	
1	1	1	0 1

2 2 2 ...

$\Rightarrow 2^{2^n} - 3^{2^{n-1}}$

в)

...

$1,0\dots0 \leftarrow 0$

$00\dots1 \quad 100\dots0 \leftarrow 1$

$00\dots0 \leftarrow 0$

$\Rightarrow 2$

$\cdot \bar{x}_2) \vee (\bar{x} . x) \vee (\ldots) -$

2) аналогично б).

№10

б) $n = 3, \quad i = 2, \quad \sum = 3$

Ответ: $2^{n-\Sigma}$, где $\Sigma - C_n^i$.

№12

а) $\omega(f) = 10101010$

0	0	1	1
0	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
1	1	1	1
1	1	0	0

$\Rightarrow$ x_1 и x_2 — фиктивные

б) $\omega(f) = 01100110$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
1	1	1	1
1	1	0	0

x_1 — фиктивная

в) $\omega(f) = 11110011$

x_1 и x_3 — фиктивные.

0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

№14

а) $((x_1 \oplus x_2) \sim x_3) \cdot (x_1 \to (x_2 \cdot x_3))$

x_1	x_2	x_3	1: $x_1 \oplus x_2$	2: $x_2 \cdot x_3$	3: $1 \sim x_3$	4: $x_1 \to 2$	$3 \cdot 4$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	0

в)

x_1	x_2	x_3	а	б	в	f
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	1	1

б)

0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1

N15

б) $\underbrace{x_1 \vee \overset{a}{(x_2 \sim x_3)}}_{f_1}$ $\underbrace{\overset{б}{(x_1 \vee x_2)} \sim \overset{в}{(x_1 \vee x_3)}}_{f_2}$

			a	f_1	б	в	f_2
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$\Rightarrow f_1 = f_2$.

в) $\underbrace{x_1 \cdot \overset{a}{(x_2 \sim x_3)}}_{f_1}$ $\overbrace{\underbrace{(x_1 \cdot x_2) \sim (x_1 \cdot x_3)}_{в} \sim x_1}^{f_2}$

			a	f_1	$x_1 \wedge x_2$	$x_1 \wedge x_3$	в	f_2
0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

$\Rightarrow f_1 = f_2$

N16

б) $x_1 \cdot (\bar{x}_1 \vee x_2) = x_1 \cdot x_2$.

Lhs: $(x_1 \cdot \bar{x}_1) \vee (x_1 \cdot x_2) = x_1 \cdot x_2$ $\boxtimes$

в) $x_1 \vee (\overline{x}_1 \cdot x_2) = x_1 \vee x_2$.

$LHS = (x_1 \vee \overline{x}_1) \cdot (x_1 \vee x_2) = x_1 \vee x_2$ $\boxtimes$

г) $(\overline{x_1 \cdot x_2} \to x_1) \to x_2 = x_1 \to x_2$

N17

б) $\overline{x_1 \cdot x_2 \ldots \cdot x_n} = \overline{x}_1 \vee \overline{x}_2 \vee \ldots \vee \overline{x}_n$

по индукции, очевидно

в) $x_1 \vee x_2 \vee \ldots x_n = (x_1 \oplus 1) \cdot (x_2 \oplus 1) \cdot \ldots (\ ) \oplus 1$

ММИ: $x_1 = (x_1 \oplus 1) \oplus 1$

$\boxed{\begin{matrix} 0 = 1 \oplus 1 \\ 1 = 0 \oplus 1 \end{matrix}}$ – верно.

$x_1 \vee x_2 = (x_1 \oplus 1) \cdot (x_2 \oplus 1) \oplus 1$

$A = x_1 \vee \ldots \vee x_{n-1} = (x_n \oplus 1) \cdot (\ \ ) \ldots (x_{n-1} \oplus 1) \oplus 1$

$A \vee x_n = A \cdot (x_n \oplus 1)$ $\boxtimes$

N18

б) $(\overline{x}_1 \downarrow \overline{x}_2) \to (x_1 \vee x_3)$

$x_1 \vee x_2 = x_1 \downarrow x_2$

$\overline{\overline{x_1 \vee x_2}} \vee x_1 \vee x_3$

$\overline{x}_1 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_3 = 1$ $\boxtimes$

$(\overline{\overline{x}_1 \vee x_2}) \vee (\overline{x_2 \to x_1}) = (x_1 \cdot \overline{x}_2) \vee (x_2 \cdot \overline{x}_1) = \mathcal{L}$

$\cdot \overline{x}_2) \vee (\overline{x} \vee) \ldots ($

в) $((x_1 \to x_2) \to x_2) \oplus (x_1 \downarrow x_2)$

x_1	x_2	$x_1 \to x_2$	$\to x_2$	$x_1 \downarrow x_2$	$\oplus$
0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1

??

N19

б) $x_1 \sim (x_2 \sim (x_1 \vee x_2)) =$

$(x_2 \sim x_1) \vee (x_2 \sim x_2)$ $\Leftrightarrow$ т.м.

$= x_1 \sim (x_2 \sim x_1) = x_1 \sim x_2$

в) $((x_1 \oplus x_2) \to (\overline{x}_1 \vee \overline{x}_3)) \vee (x_1 \to \overline{x}_3) =$

$=$

г) $((x_1 \downarrow x_1) \downarrow (x_2 \downarrow x_2)) \downarrow (- '' -) =$

$= (x_1 \cdot x_2) \downarrow (x_1 \cdot x_2) = \overline{x_1 \cdot x_2}.$

$x_1 \to x_2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \overline{x}_1 \vee x_2$

№23

а) $(x_1 \vee x_2) \to x_3 = \overline{x_1 \vee x_2} \vee x_3 =$
$= \overline{x}_1 \wedge \overline{x}_2 \vee x_3$ — ДНФ, $l = 2$

б) $(x_1 \oplus x_2) \oplus x_3$

$\cdot \overline{x}_2) \vee (\overline{x}_1 \cdot x_2) \vee ($

№24

а) $f(x_1, x_2, x_3) = (\overline{x}_1 \cdot x_2) \vee \overline{x}_3 =$

$= (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot 1) \vee \overline{x}_3 =$

$= (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot (\overline{x}_3 \vee x_3)) \vee \overline{x}_3 =$

$= (\overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee \overline{x}_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x}_3) \vee \overline{x}_3 =$

$=$

$\overline{x}_3 \cdot 1 \cdot 1 = \overline{x}_3 \cdot (x_2 \vee \overline{x}_2) \cdot (x_1 \vee \overline{x}_1) =$

$= (x_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 \cdot \overline{x}_3) \cdot (x_1 \vee \overline{x}_1) = \ldots$

(потом ещё вычеркнуть одну из одинаковых)

N25

a) $2^n - 2$

$$f(x_1 \dots x_n) = \bigvee_{\substack{\delta_1 \dots \delta_n \\ f(\delta_1 \dots \delta_n) = 1}} \left(x_1^{\delta_1} \cdot x_2^{\delta_2} \dots x_n^{\delta_n} \right)$$

$$(x_1 \vee \dots \vee x_n) \cdot (\bar{x}_1 \vee \dots \bar{x}_n)$$

$f = 0 \Leftrightarrow x_1 = \dots = x_n = 0$ или 1

№17

a) $x_1 \sim x_2 = (x_1 \cdot x_2) \vee (\overline{x}_1 \cdot \overline{x}_2) =$

$= \cancel{x_1 \vee \overline{x}_1} \cdot x_1 \vee \overline{x_2} \cdot \cancel{x_2 \vee \overline{x}_2} \cdot x_2 \vee \overline{x}_1 =$

$= x_1 \vee \overline{x_2} \cdot x_2 \vee \overline{x}_1$, КНФ, $L = 2$

№28

а) $\overline{x}_1 \cdot (\overline{x}_2 \vee x_3) = \overline{x}_1 \cdot (\overline{x}_2 \vee x_3 \vee 0) =$

$= \overline{x}_1 \cdot (\overline{x}_2 \vee x_3 \vee (x_1 \cdot \overline{x}_1))$, короче как

в $\boxed{№24}$

№29

а) $w(f) = 01101001$

000	0
✓ 001	1
✓ 010	1
011	0
✓ 100	1
101	0
110	0
✓ 111	1

СДНФ — $\bigvee\limits_{\substack{\sigma_1\sigma_2\sigma_3 \\ f=1}} \left(x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} x_3^{\sigma_3}\right)$

$\boxed{x_1^0 = \overline{x_1}}$

$x_1^0 \cdot x_2^0 \cdot x_3^1 = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$

$x_1^0 \cdot x_2^1 \cdot x_3^0 = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$

...

⇓

СДНФ — $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \vee \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \ldots$

31 – вд/з
32 – вд/з
33 – вд/з
34 – вд/з

N31

$a\oplus(b\cdot c)$

$(a+b)(c\oplus d)$

а) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 | x_2)\downarrow x_3 =$

$= (1\oplus(x_1\cdot x_2))\downarrow x_3 = 1\oplus(1\oplus(x_1\cdot x_2))\oplus x_3\oplus$

$\oplus(1\oplus(x_1\cdot x_2))\cdot x_3 = \cancel{1}\oplus \cancel{1}\oplus x_1x_2\oplus$

$\oplus\cancel{x_3}\oplus\cancel{x_3}\cdot 1\oplus x_1x_2x_3 = 0\oplus x_1x_2\oplus x_1x_2x_3$

б) $(x_1\vee x_2)\to((x_3|x_1)\cdot x_2) =$

$= 1\oplus(x_1\vee x_2)\oplus((x_1\vee x_2)\cdot(x_3|x_1)\cdot x_2) =$

$= 1\oplus(x_1\vee x_2)\oplus((x_1\vee x_2)\cdot(1\oplus(x_1\cdot x_3))\cdot x_2) =$

$= 1\oplus(x_1\vee x_2)\oplus((x_1\vee x_2)\cdot(1\cdot x_2\oplus x_1\cdot x_2\cdot x_3)) =$

$= 1\oplus(x_1\vee x_2)\oplus((x_1\vee x_2)\cdot x_2\oplus(x_1\vee x_2)\cdot x_1x_2x_3) =$

$= 1\oplus(x_1\vee x_2)\oplus(x_1\cdot x_2\vee x_2\cdot x_2\oplus x_1x_2x_3) =$

$= 1\oplus x_1\vee x_2\oplus x_2\vee(x_1\cdot x_2)\oplus x_1x_2x_3 =$

$= 1\oplus x_1\oplus\cancel{x_2}\oplus x_1\cdot x_2$

$\oplus\cancel{x_2}\oplus\cancel{x_1\cdot x_2}\oplus\cancel{x_1x_2}\oplus x_1x_2x_3 =$

$= 1\oplus x_1\oplus x_1x_2\oplus x_1x_2x_3$

N32

а) $(x_1 \cdot \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_2) =$

$= (x_1 \cdot (x_2 \oplus 1)) \oplus ((x_1 \oplus 1) \cdot x_2) \oplus (x_1 \cdot x_2) =$

$= (\cancel{x_1 \cdot x_2} \oplus x_1) \oplus (x_1 \cdot x_2 \oplus x_2) \oplus \cancel{x_1 x_2} =$

$= 0 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2$

~~б~~

N34

а) $w(f) = 00000011$

б) $w(f) = 01110011$

в) $w(f) = 10101110$

а)

0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0

$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2$

б)

0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

=

0 1 1 1 0 0 1 1

1 0 0 1 0 1 0

1 0 1 1 1 1

1 1 0 0 0

0 1 0 0

1 1 0

0 1

1

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_3 \oplus x_2 \oplus x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 \oplus x_1 x_2 x_3$$

$\{x_1 \vee x_2,\ \overline{x_1}\}$

$\{x_1 x_2,\ \overline{x_1}\}$

$\{x_1 \mid x_2\}$

$\overline{x_1} \vee \overline{x_2}$

N36

а) $F = \{x_1 \downarrow x_2\}$

$\overline{x_1} = \overline{x_1 \vee x_1} = x_1 \downarrow x_1$

$x_1 \vee x_2 = \overline{x_1 \downarrow x_2} = (x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2)$

б) $F = \{x_1 \to x_2,\ \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$

$\overline{x_1} = \overline{x_1 \oplus x_1 \oplus x_1}$, т.к. $x_1 \oplus x_1 = 0$, $0 \oplus x_1 = x_1$

[redacted]

$x_1 \vee x_2 = \overline{x_1} \to x_2 = \overline{x_1 \oplus x_1 \oplus x_1} \to x_2$. ⊠

в) $F = \{0,\ (x_1 \cdot x_2) \vee (x_1 \cdot x_3) \vee (x_2 \cdot x_3),\ x_1 \oplus x_2 \oplus 1\}$

$=1$

№48 а)

$$f(x_1,x_2) = x_1 \sim x_2$$

$$f^*(x_1,x_2) = \overline{\bar{x}_1 \sim \bar{x}_2} = \bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 =$$

$$= x_1 \oplus x_2 \oplus 1 \oplus 1 = x_1 \oplus x_2$$

б) $x_1 \to x_2$

$$f^* = \overline{\bar{x}_1 \to \bar{x}_2} = \overline{x_1 \cancel{\to} \bar{x}_2} =$$

$$= \bar{x}_1 \cdot x_2$$

в) $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$

$$f^* = \overline{\bar{x}_1 \oplus \bar{x}_2 \oplus \bar{x}_3} = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus 1$$

$$= x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$$

№49

а)

	x_1	x_2	f		$180°$		f^*
	0	0	1		0		1
	0	1	0	$\longrightarrow$	1	$\to$	0
	1	0	1		0		1
?	1	1	0		1		0

N50a

а) $f = (x_1 \cdot x_2) \oplus (x_1 \cdot x_3) \oplus (x_2 \cdot x_3)$ *

$\cdot \to \vee$

* $\oplus \to \sim$

$f^* = (x_1 \vee x_2) \sim (x_1 \vee x_3) \sim (x_2 \vee x_3)$.

N52

а) $x_1 \vee x_2$ б) $x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$ — да, см. 48в

$f^* = x_1 \cdot x_2$

в) $(x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) \cdot x_4 \vee (x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3)$

$f^* = \overline{(\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \cdot \bar{x}_4 \vee (\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3)} =$

$= \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_4 \vee x_2 \bar{x}_4 \vee x_3 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3} = \overline{\bar{x}_1 \bar{x}_4} \cdot \overline{x_2 \bar{x}_4} \cdot \overline{x_3 \bar{x}_4} \cdot \overline{\bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3} =$

$= (x_1 \vee x_4) \cdot (\bar{x}_2 \vee x_4) \cdot (\bar{x}_3 \vee x_4) \cdot (x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3) =$

$= f$. $\Rightarrow$ самодвойственная.

г) $(x_1 \to x_2) \oplus (x_2 \to x_3) \oplus (x_2 \to x_1)$.

$f^* = \overline{(\bar{x}_1 \to \bar{x}_2) \oplus (\bar{x}_2 \to \bar{x}_3) \oplus (\bar{x}_2 \to \bar{x}_1)} =$

$= (\bar{x}_1 \to \bar{x}_2) \sim (\bar{x}_2 \to \bar{x}_3) \sim (\bar{x}_2 \to \bar{x}_1) = (x_1 \vee \bar{x}_2) \sim$

$\sim (x_2 \vee \bar{x}_3) \sim (x_2 \vee \bar{x}_1) = \ldots$