

امتیازی (مهلت ارسال: اتمام مهلت ارسال تمرین بعدی)

در درس کرنل‌های میانگین‌گیری ساده را دیدید که برای مثال برای یک کرنل ۳ در ۳ ماتریس آن چنین است:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{9}$$

در این سوال می‌خواهیم کرنل میان‌گیری‌ای طراحی کنیم که به پیکسل‌های مرکزی بیشتر از کناری‌ها اهمیت بدهد. اگر از پیکسل وسط شروع کنیم و با مقیاس City block فاصله آن را از تمامی پیکسل‌های یک کرنل $n \times n, n \in \mathbb{O}$ حساب کنیم، پیکسل‌ها را می‌توان در طبقه‌بندی‌های مختلف قرار داد. بالاترین طبقه، طبقه ۰ خواهد بود که تنها پیکسل مرکزی در آن عضو است، زیرا که فاصله پیکسل مرکزی با خودش صفر است. سپس در طبقه ۱، چهار پیکسل اطراف آن عضو خواهند بود که فاصله‌شان تا پیکسل مرکزی ۱ است. با این روند اگر یک کرنل را طبقه‌بندی کنیم و مقدار شدت روشنایی طبقه i را L_i بگذاریم و تعداد اعضای L_i را با N_i نشان دهیم، آنگاه خواص مورد نظر ما از کرنل به شرح زیر است:

$$\begin{cases} \sum_i N_i L_i = 1 \\ N_{i+1} L_{i+1} = L_i \end{cases}$$

مثال: اگر $n = 3$ خروجی چنین می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{36}$$

یا اگر $n = 5$ خروجی چنین می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 32 & 4 & 1 \\ 4 & 32 & 256 & 32 & 4 \\ 32 & 256 & 1024 & 256 & 32 \\ 4 & 32 & 256 & 32 & 4 \\ 1 & 4 & 32 & 4 & 1 \end{bmatrix} \times \frac{1}{2340}$$

حال موارد زیر را برآورده سازید:

۱. نشان دهید زمانی که اندازه کرنل به سمت بی‌نهایت برود، مقدار پیکسل مرکزی این کرنل به عدد ثابت $\frac{1}{1+e^{\frac{1}{F}}}$ میل می‌کند. راهنمایی:

$$\bullet \quad n = 2m + 1$$

• فرمول N_i را به ازای هر i بدست آورید.

• L_{2m} را بر حسب L بدست آورید.

• از قضیه فشردگی استفاده کنید.

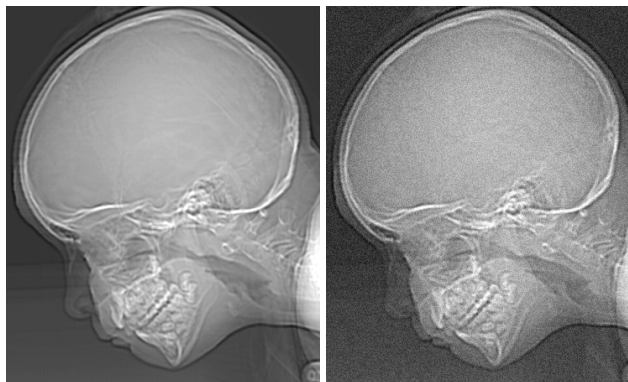
$$\bullet \quad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

۲. تابعی را کدنویسی کنید که ضرایب این کرنل را با ابعاد $n \times n, n \in \mathbb{O}$ بدست آورد. (استفاده از حلقه، دستور شرط، فهرست‌ها و مجموعه‌ها توصیه می‌شود.)

۳. مقادیر کرنل ۳ در ۳ را حساب کنید و به عنوان تصویر خاکستری نشان دهید. مقادیر v_{\min} و v_{\max} را آزاد بگذارید.

۴. برداری از ضریب پیکسل مرکزی کرنل‌های ۳ در ۳ تا ۳۳ در ۳۳ ایجاد کنید و آن را مانند یک خم نمایش دهید. خط افقی با مقدار $\frac{1}{1+e^{\frac{1}{F}}}$ را نیز به شکل خط‌چین رسم کنید و مشاهده کنید که چطور با زیاد شدن ابعاد کرنل، ضریب پیکسل مرکزی به این ثابت می‌گردد.

۵. تصویر نویزی `ctskull.png` را بخوانید. فیلتر میان‌گیری عادی ۵ در ۵ یک بار روی آن اعمال کنید و ذخیره کنید. به روش دیگر، تصویر اولیه را دو بار با کرنل طراحی شده ۵ در ۵ فیلتر کنید. برای هر کدام جذر میانگین مجذور نویز (قدرت نویز) را حساب کنید. نویز را با حساب کردن قدر مطلق تفاوت تصویر `ctskull_org.png` با تصاویر بدست آمده، حساب کنید. سپس هر دو تصویر فیلتر شده را کنار یکدیگر قرار دهید و در مورد قدرت نویز و تارشدگی هر دو تصویر بحث کنید. همچنین بیان کنید اگر با کرنل طراحی شده، به جای دو بار، یک بار تصویر را فیلتر می‌کردیم چه مزیتی از دست می‌رفت.



نحوه ارسال: فایل گزارش را به همراه کدهای نوشته شده در قالب یک فایل فشرده‌ی zip به اسم `HWExtra1_Num` باشد که `Num` شماره‌ی دانشجویی شما هست، مانند `HWExtra1_9433001`. **فقط از طریق سامانه مدیریت یادگیری Moodle ارسال بفرمایید.** موفق باشید.