



## گزارش تکلیف پردازش تصویر سری ۲

امیرحسین دارایی

۹۷۳۳۰۲۳

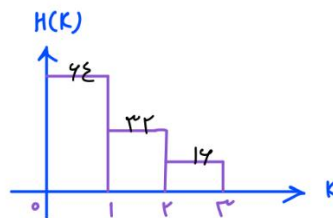
### سوال ۱

در صورتی که یک تصویر خاکستری با سه بیت نمایش داده شود و تابع هیستوگرام آن با  $H(k)$  به صورت زیر بیان شود، به بخش‌های آ و ب پاسخ دهید.

$$H(k) = 128 \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

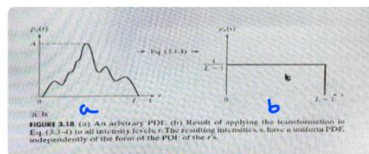
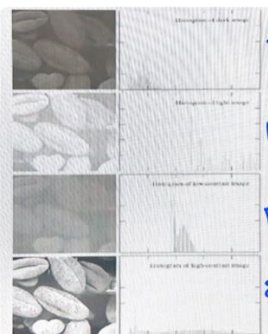
(آ) هیستوگرام این تصویر را رسم کنید. (۲۰٪)

(ب) ابتدا خواص مورد انتظار از یک تابع یکنواخت‌ساز هیستوگرام را بیان نمایید، سپس دو تابع مختلف (از لحاظ تعداد و نوع عبارات ریاضی) برای یکنواخت‌سازی این هیستوگرام پیشنهاد دهید و در مورد نحوه انتخاب پارامترهای این توابع بحث کنید. (۸۰٪)



پاسخ سوال ۱ (تست ۱)

پاسخ سوال ۱ (تست ۲) می‌خواهم آبی داشته باشم که توزیع هیستوگرامی از ۰ تا ۳ را به توزیع ۴ تبدیل کند (تقریب ۱)



تقریب ۲

اگر توزیع هیستوگرام (پرسنه) در تقریب ۲، باشد، آنگاه باید آن را به

توزیع موجود در تقریب ۲ تبدیل کنیم. توزیع یکنواخت است.

باید تبدیلی باشد که مقادیر پیکسل‌ها در تقریب اصلی را بگیرد و به تقریب دیگری

تبدیل کند. یکدانه دیگر این تبدیلی آن است که می‌خواهم صعودی باشد یعنی مثلاً اگر تبدیلی ۷ را به ۱۰ می‌برد باید ۸ را به حداقل ۱۰ یا بیشتر ببرد. باید کردن این تبدیلی هدف ماست.

$$P_s(s) = P_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|, \quad s = T(r)$$

این تبدیل است  $s = T(r) = (L-1) \int_0^r P_r(w) dw$  فرض

$$\frac{ds}{dr} = \frac{dT(r)}{dr} = \frac{d(L-1) \int_0^r P_r(w) dw}{dr} = (L-1) P_r(r)$$

$$P_s(s) = P_r(r) \left[ (L-1) P_r(r) \right]^{-1} = \frac{1}{L-1} \quad \checkmark$$

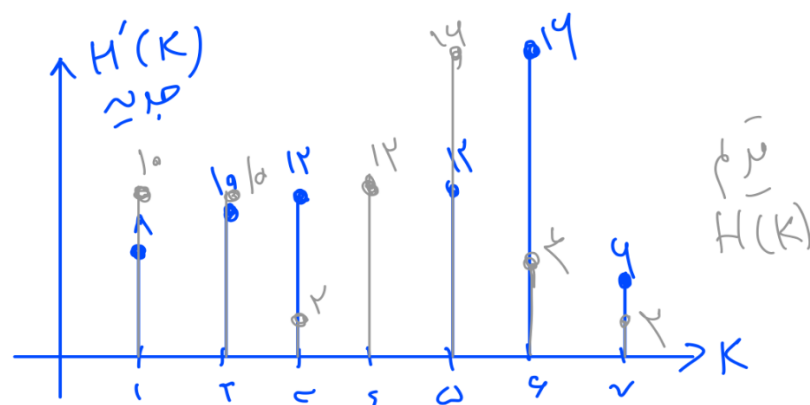
تابع توزیع احتمال (هستگرام) مقصود  
جدید یک تابع یکزه است ثابت است.

$$s = T(r) = (L-1) \int_0^r P_r(w) dw$$

Gray Level ( $r_k$ )	0	1	2	3	4	5	6	7
No of Pixels ( $P_k$ )	8	10	10	2	12	14	4	2

Total No of pixels = 92

$r_k$	$P_k$	$P_m = \frac{P_k}{92}$	Cumulative sum $C_m$	$L = 7 \times C_m$	Round off	No of pixels
0	8	0.1467	0.1467	0.875	1	8
1	10	0.1842	0.2917	1.9917	2	10
2	10	0.1467	0.4383	3.0417	3	12
3	2	0.0217	0.4600	3.2117	3	12
4	12	0.1842	0.6442	4.5000	5	12
5	14	0.1522	0.7964	5.5333	6	14
6	4	0.0435	0.8399	5.8750	6	4
7	2	0.0217	0.8617	6.0000	7	2
7	2	0.0217	1	✓	✓	4



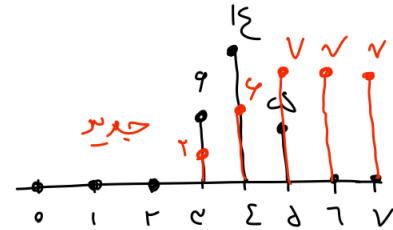
۴	۵	۵	۵	۵
۳	۵	۵	۵	۳
۳	۵	۵	۵	۳
۳	۴	۵	۴	۳
۴	۵	۵	۵	۵

min

۶	۶	۶	۶	۶
۲	۶	۷	۶	۲
۶	۷	۷	۷	۲
۲	۶	۷	۶	۲
۶	۶	۶	۶	۶

۲

gray level	0	1	2	3	۵	۵	۶	۷
no. of pixels	0	0	0	4	12	۵	0	0



$2^3 = 8 \Rightarrow 3 \text{ bits}$   
[0 to 7]

gray level	no. of pixels	PDF	CDF = $S_k$	$S_k \times 7$	Histogram Equal Val.
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	4	$\frac{4}{28} = 0.142$	0.142	1.198	۲
۵	12	$\frac{12}{28} = 0.428$	0.57	۵.۱۶	۶
۵	۵	$\frac{5}{28} = 0.178$	1	۷	۷
۶	0	0	1	۷	۷
۷	0	0	1	۷	۷

قبل از E

جدید

## سوال ۲

اگر تبدیل چرخش  $30^\circ$  درجه بر روی ماتریس تصویر اعمال شود، در صورتی که از روش Backward و درونیایی Bilinear برای پیاده‌سازی این چرخش استفاده شود، مختصات  $(2, 2)$  در ماتریس جدید چه مقداری خواهد داشت؟ (شیوه مختصات‌دهی برای پیکسل‌ها مطابق قرارداد درس است.)

1	1	1	1	1
1	15	15	8	1
1	15	15	15	7
1	15	14	14	13

forward mapping  $\underbrace{[x \ y \ 1]}_{\text{خروجی}} = \underbrace{[v \ w \ 1]}_{\text{ورودی}} T$  (بسیار سوال ۲)

inverse mapping  $[v \ w \ 1] = [x \ y \ 1] T^{-1}$

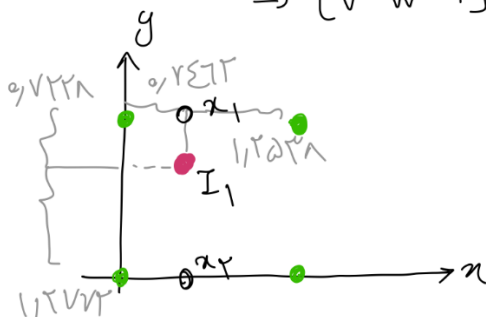
$$T = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1	1	1	1	1
1	15	15	8	1
1	15	15	15	7
1	15	14	14	13

$$x=2, y=2 \Rightarrow [2 \ 2 \ 1] T^{-1} = [v \ w \ 1]$$

$$\Rightarrow [v \ w \ 1] = [0.7328 \ 2.7328 \ 1]$$



$$x_1 = 1 \times 0.7328 + 1 \times 1.2572$$

$$x_2 = 1 \times 0.7328 + 1 \times 1.2572$$

$$x_1 = 1, x_2 = 1.9904$$

$$I_1 = 1 \times 1.2572 + 1.9904 \times 0.7328 = 2.4576$$

1	1	1	1	1
1	15	15	8	1
1	15	15	15	7
1	15	14	14	13

$$f(v, w) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 a_{ij} v^i w^j$$

$$a_{0,0} = f(0,0) = 10$$

$$a_{1,0} = f(0,0) - f(1,0) = 10 - 1 = 9$$

$$a_{0,1} = f(0,1) - f(0,0) = 1 - 10 = -9$$

$$a_{1,1} = f(1,1) + f(0,0) - [f(0,1) + f(1,0)] = 1 + 10 - [1 - 1] = 10$$

$$f(v, w) = a_{0,0} + a_{1,0}v + a_{0,1}w + a_{1,1}vw$$

$$= 10 + 9 \times 0.7228 + (-9) \times 2.7222 + 10 \times 0.7228 \times 2.7222$$

$$= -0.5224$$

### سوال ۳

#### پاسخ الف)

a را برابر معکوس ۲ به توان تعداد بیت های تصویر در نظر گرفتیم. به این ترتیب هیچ گاه شدت هر پیکسل پس از اعمال تبدیل بر روی آن پیکسل بیش از حد مجاز (۲ به توان تعداد بیت تصویر) نمی شود.

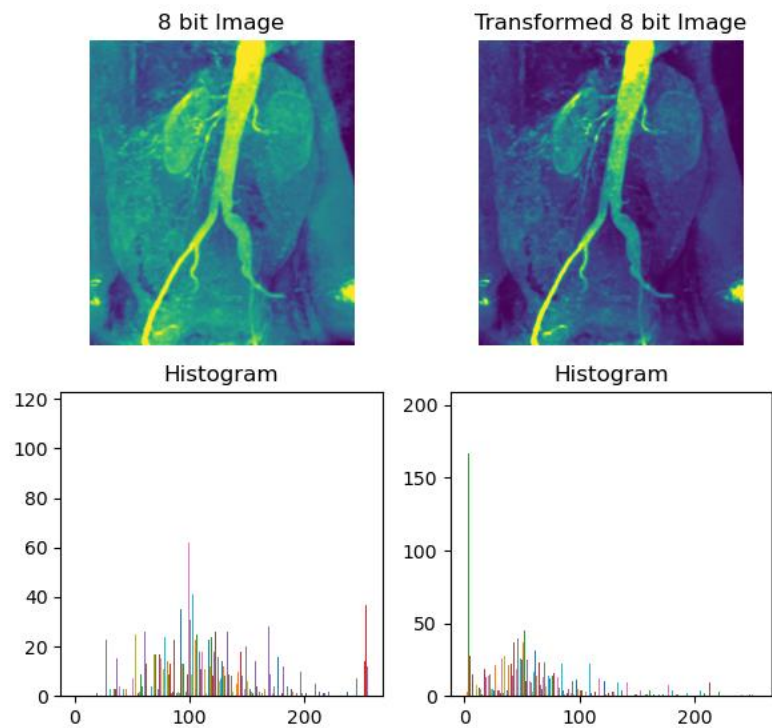
#### پاسخ ب)

تابع خواسته شده را نوشتیم. این تابع روی یک تصویر با تعداد بیت های مشخص به شکل دیجیتال اعمال می شود. به این ترتیب که ابتدا نوع داده پیکسل ها را به float32 تغییر دادیم تا ظرفیت تبدیل شدن و بزرگ تر شدن را داشته باشند. سپس تابع تبدیل را روی آنها اعمال کردم و ۰ بعد از آن تقسیم بر ۲ به توان تعداد بیت ها نمودم. سپس گردش آن کردم. در آخر هم با توجه به این که بزرگترین مقدار همچنان مانند تصویر اولیه است، نوع داده پیکسل های خروجی را به نوع داده ورودی برگرداندم.

#### پاسخ ج)

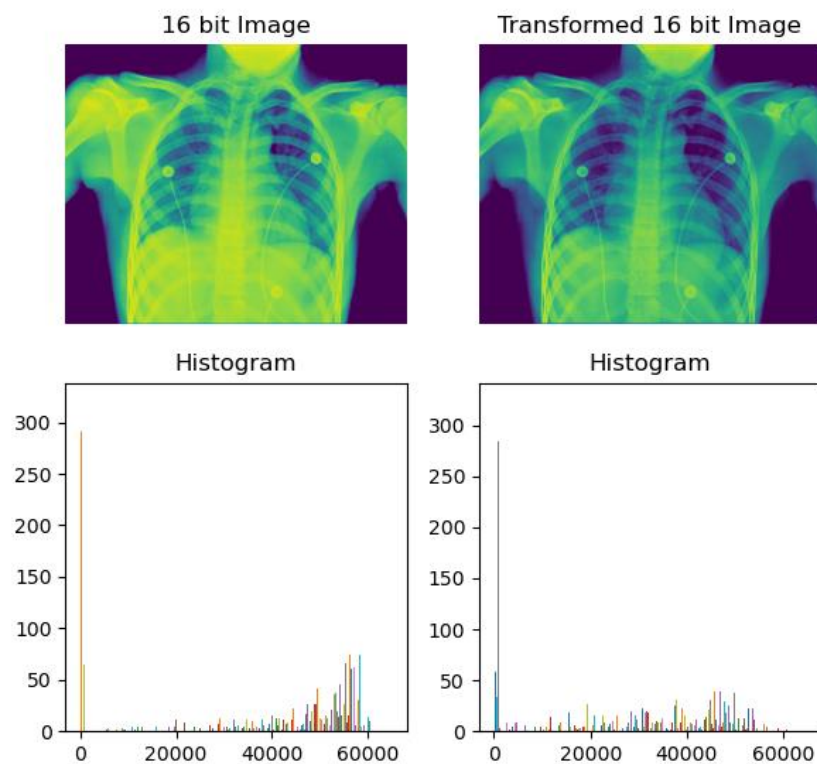
تابع را روی تصویر ۸ بیتی اعمال کردم. خروجی آن به شکل زیر شد:

### Apply Transformation on 8 bit Image



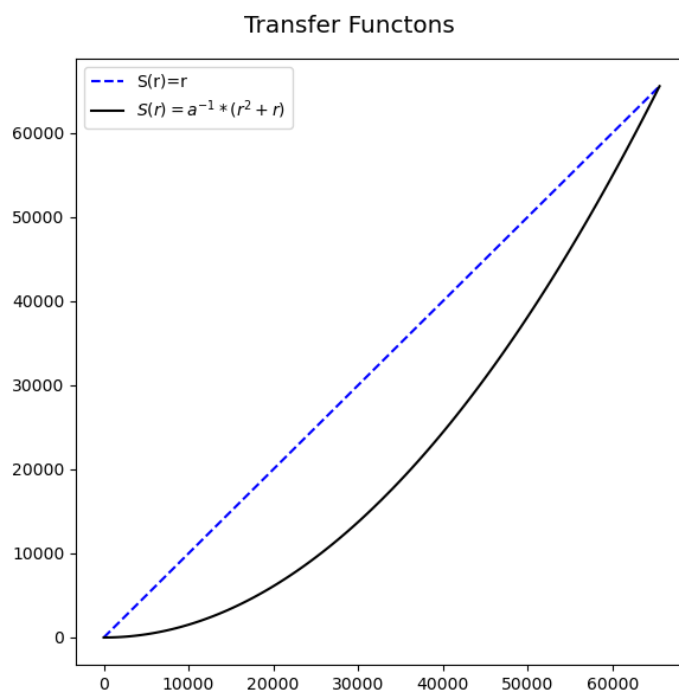
تابع را روی تصویر ۱۶ بیتی هم اعمال کردم. خروجی آن به شکل زیر شد:

### Apply Transformation on 16 bit Image



## پاسخ د)

در این قسمت تابع همانی به شکل خط چین آبی و تابع تغریف شده در بالا را به شکل خط پیوسته مشکی نمایش دادم. فرض کردم که روی یک تصویر ۱۶ بیتی آن را اعمال می‌کنم و به این معنی که محور x ها از صفر تا 2 به توان 16 منهای یک بصورت گسسته تقسیم بندی شده است.



## پاسخ ه)

(ا) این تابع تبدیل برای بهبود تصاویر روشن مناسب است. زیرا مقادیر روشن را تاریک تر می‌کند.

(ب) تبدیل لگاریتمی بصورت زیر:



این تبدیل مقادیر خیلی تاریک را روشن تر می‌کند. پس برای تصاویر تاریک مناسب است.

## سوال (۴)

(آ) فرمول ریاضی تابعی را بنویسید که روی یک تصویر ۸ بیتی اعمالی می‌شود و مقادیر خارج از A و B را صفر می‌کند و مقادیر بین آنها (شامل خودشان) را دست‌نخورده باقی می‌گذارد. (۱۰٪)

(ب) تابع  $\text{transform2}(\text{img}, A, B)$  را کدنویسی کنید که مطابق تابع بدست آمده از بخش پیش است. (۵۰٪)

(ج) مقادیر A و B را با سعی و خطا جوری تنظیم کنیم که وقتی به تصویر `HeadCT.tif` اعمال شود، پیکسل‌های مربوط به استخوان و پس‌زمینه را صفر کند. سپس تبدیل‌شده آن را در کنار تصویر اصلی نمایش دهید. (۲۵٪)

(د) نمودار تابع تبدیل بدست آمده را نیز مانند شکل 3.11 کتاب مرجع رسم کنید. توجه داشته باشید که محدوده و مقیاس رسم هر دو محور یکی و متناسب با تصویر ۸ بیتی باشد. (۱۵٪)

## پاسخ (آ)

تابع ریاضی زیر:

$$y = x(u(x - a) - u(x - b))$$

## پاسخ (ب)

تابع را نوشتم. برای نوشتن این تابع به کمک یک حلقه `for`، تابع ریاضی بالا را روی هر پیکسل اعمال می‌شود و خروجی را برمی‌گرداند. برای مثال به ازای  $A=1, B=3$  و ورودی پایین، خروجی پایین را خواهیم داشت:

```
Input:
[[1 2 3]
 [3 0 5]
 [4 3 2]]
Output:
[[1 2 3]
 [3 0 0]
 [0 3 2]]
```



### پاسخ ج)

با اعمال تابع بالا بر روی تصویر ورودی و به ازای  $A=55, B=250$ ، خروجی زیر را خواهیم داشت:



### پاسخ د)

نمودار تابع تبدیل بدست آمده را نیز برای یک تصویر ۸ بیتی بصورت زیر رسم کردم:

