

Übungen zur Vorlesung Computeralgebra (Blatt 1)

PD Dr. Jürgen Müller

(1.1) Aufgabe: SAGE.

a) Die Aufgaben auf diesem und den kommenden Übungsblättern sollen mit dem Computeralgebra-System **SAGE** bearbeitet werden. Dazu starten Sie **SAGE** in einer Konsole mittels des Kommandos `'sage'`. Warten Sie das Erscheinen des Prompts `'sage:'` ab, dann können Sie mittels Eingaben in die Kommandozeile interaktiv mit **SAGE** rechnen. Mittels `'Ctrl-c'` können Sie laufende Rechnungen, und mittels `'exit'` oder `'Ctrl-d'` können Sie **SAGE** ganz beenden.

b) Starten Sie die Browser-gestützte Einführung in **SAGE** mittels `'tutorial()'`. Sehen Sie sich darin unter 'A Guided Tour' die Abschnitte 'Assignment, Equality, and Arithmetic', 'Getting Help' und 'Functions, Indentation, and Counting' an, und probieren Sie einige der dort genannten Beispiele aus. (Auch in Zukunft wird es hilfreich sein, wenn Sie sich weitere Abschnitte der Einführung und des Handbuchs `'manual()'` ansehen.)

c) Im folgenden werden Sie häufig selbst **SAGE**-Programme schreiben. Um die grundlegenden Elemente der **SAGE**-Programmiersprache kennen zu lernen, sehen Sie sich in der Einführung unter 'Programming' die Abschnitte 'Loading and Attaching Sage files', 'Lists, Tuples, and Sequences' und 'Loops, Functions, Control Statements, and Comparisons' an, und probieren Sie einige der dort genannten Beispiele aus.

Die Benutzung von Systemen wie **SAGE** lernt man im übrigen am einfachsten spielerisch, durch Versuch und Irrtum, und es dauert nicht lange, bis es richtig Spaß macht! Falls es Ihnen so geht, und Sie mehr davon wollen, so können Sie **SAGE** (kostenlos und leicht) auf Ihrem eigenen Rechner installieren; besuchen Sie dazu etwa die Internet-Seite `'http://www.sagemath.org/de/'`.

(1.2) Aufgabe: Fakultäten.

Für $n \in \mathbb{N}$ ist die **Fakultät** definiert als $n! := n \cdot (n - 1) \cdots 2 \cdot 1$.

a) Berechnen Sie $n!$ für $n \in \{1, \dots, 6\}$ interaktiv mit **SAGE**, und vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen der **SAGE**-Funktion `factorial`; zu dieser finden Sie Details im Handbuch.

b) Schreiben Sie Funktionen `fak1`, `fak2` und `fak3`, die auf verschiedene Weisen $n!$ berechnen:

i) Verwenden Sie eine `for`-Schleife über einen geeigneten `range`.

ii) Verwenden Sie eine `while`-Schleife über einen geeigneten absteigenden Zähler.

iii) Verwenden Sie die Beziehung $n! = n \cdot (n - 1)!$, für $n \geq 2$, für eine rekursive Funktion, die sich selbst aufruft.

Den Programmcode können Sie am besten in einer Text-Datei schreiben, die das Kürzel `'sage'` trägt, und per `'load(" <name>")'` oder `'attach(" <name>")'` in **SAGE** eingelesen wird. Lesen Sie dazu nochmals die Kommentare in der Einführung zu den genannten Elementen der Programmiersprache, sowie zu Funktionsdefinitionen und Einrückungen; etwa sollte die erste Definition mit `'def fak1(n):'` beginnen.

c) Vergleichen Sie für $n \in \{1, \dots, 1000\}$ die Ergebnisse Ihrer drei Funktionen mit denen von `factorial`; hier bietet sich etwa eine Listenkonstruktion `'[factorial(n) for n in range(1,1001)]'` an.

(1.3)* Aufgabe: Addition und Multiplikation.

Ermitteln Sie die Laufzeiten von Addition $x+y$ und Multiplikation $x \cdot y$ in SAGE, in Abhängigkeit von der Eingabegröße von $x, y \in \mathbb{N}$. Betrachten Sie etwa den Fall $x = y := 10^e$, wobei $e = k \cdot 10^l$ mit $k \in \{1, \dots, 5\}$ und $l \in \{3, 4, 5\}$.

Verwenden Sie dazu die SAGE-Funktionen 'time' und 'cputime'. Um gute Zeitmessungen zu erhalten, führen Sie die jeweilige Operation in einer Schleife hinreichend oft aus. Interpretieren Sie die Ergebnisse. (Wieviel Zeit kostet etwa der Schleifendurchlauf?)

Protokollieren Sie Ihre Experimente in Ihrem Arbeitsheft, sowie in einer Text-Datei, in die Sie auch Ihre '.sage'-Datei kopieren. Die Text-Datei können Sie dann wie gehabt per E-Mail abgeben. Die mit '*' gekennzeichnete Aufgabe ist, wie auch schon auf dem letzten Blatt, eine Zusatzaufgabe außerhalb der Pflichtprogramms.

Abgabe per E-Mail an abgabe-compalg@math.uni-hannover.de bis spätestens Montag, den 05.11.2012, 16:00 Uhr. Gemeinschaftsabgabe ist bis zu drei Personen zulässig, unter Betreff Blatt 1, Matrikelnummer1, Matrikelnummer2, Matrikelnummer3.