haute école
neuchâtel berne jura
arc ingénierie
www.he-arc.ch

Rapport

Titre	Laboratoire 5 : Intégration numérique
Professeur	Stéphane Gobron
Étudiants	Diego Antognini, Alexandre Perez, Sébastien Vaucher
Date	27 Mai 2013

Contexte

Le but de ce laboratoire est d'approximer la valeur de π à l'aide de l'intégrale suivante :

$$\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2}dx$$

Fonction f(x), Figure 1

Choix

Pour commencer, nous avons choisi de restreindre l'ensemble des méthodes proposées, une parmi les méthodes de « base » et une parmi celles « avancées ». Les différentes méthodes à comparer sont :

- La méthode du point milieu $e < \frac{Max_{f''}}{24n^2}(b-a)^3, O(h^2)$
- La méthode de *Simpson* $e \leq Sup\left|f^{(4)}(x)\right|\frac{(b-a)^5}{180\cdot n^4}, O(h^4)$

$\int_a^b f(x)dx$

Sup : $Supremum\ de\ f(x), x \in [a;b]$

n : $nombre\ de\ sous-ensembles$

Concernant les méthodes de « base » (méthodes des rectangles et trapèzes), nous avons gardé celle ayant une erreur minimale. Quant à celles avancées (*Simpson* et quadrature de *Gauss*), nous avons retenu celle de *Simpson* car elle peut s'appliquer à notre cas contrairement à l'autre.

Nous avons implémenté les deux méthodes et avons vite constaté une meilleure précision avec la méthode de *Simpson*. Nous avons ainsi décidé de continuer avec cette dernière.

Dans cette méthode, il y a une particularité : il faut définir un $n \in \; x \in \square \mid x\ pair$ sous-ensembles à intégrer. Selon le n choisi, la précision de π varie. Afin d'avoir la meilleure précision possible[1], nous avons lancé des simulations avec $n \in \; x \mid x = 2i, i \in \; 0;500000$. Le résultat de ces simulations nous a montré que la meilleure valeur est $n = 494$ (d'autres ont la même précision mais nous gardons la première) avec une précision de 18 décimales.

Concernant la représentation graphique, nous représentons la fonction ainsi que son intégrale (Figure 1). Nous avons aussi décidé d'afficher la valeur moyenne de cette intégrale, qui vaut aussi π .

Résultats

Comme dit précédemment, la meilleure précision obtenue quant à l'approximation de π est de 18 décimales, indépendamment du nombre élevé de simulations.

Conclusion

En comparant les différentes méthodes possibles pour l'intégration numérique, on peut vite départager les bonnes des moins bonnes. Suite aux divers essais effectués, on peut s'apercevoir de la meilleure précision obtenue par la méthode de *Simpson* par rapport aux autres. Quant au nombre de sous-ensembles, on peut voir que la précision de π ne s'accroit pas forcément avec un grand nombre.

Référence

1. Règle de *Simpson* en détails, disponible sur http://en.wikipedia.org/wiki/Simpson's_rule

[1] Les 2400 premières décimales de π sont disponibles sur : http://trucsmaths.free.fr/images/pi/pi2400.htm

Hes·so
Haute Ecole Spécialisée
de Suisse occidentale