

MA615_Assignment1

Sky Liu

9/17/2018

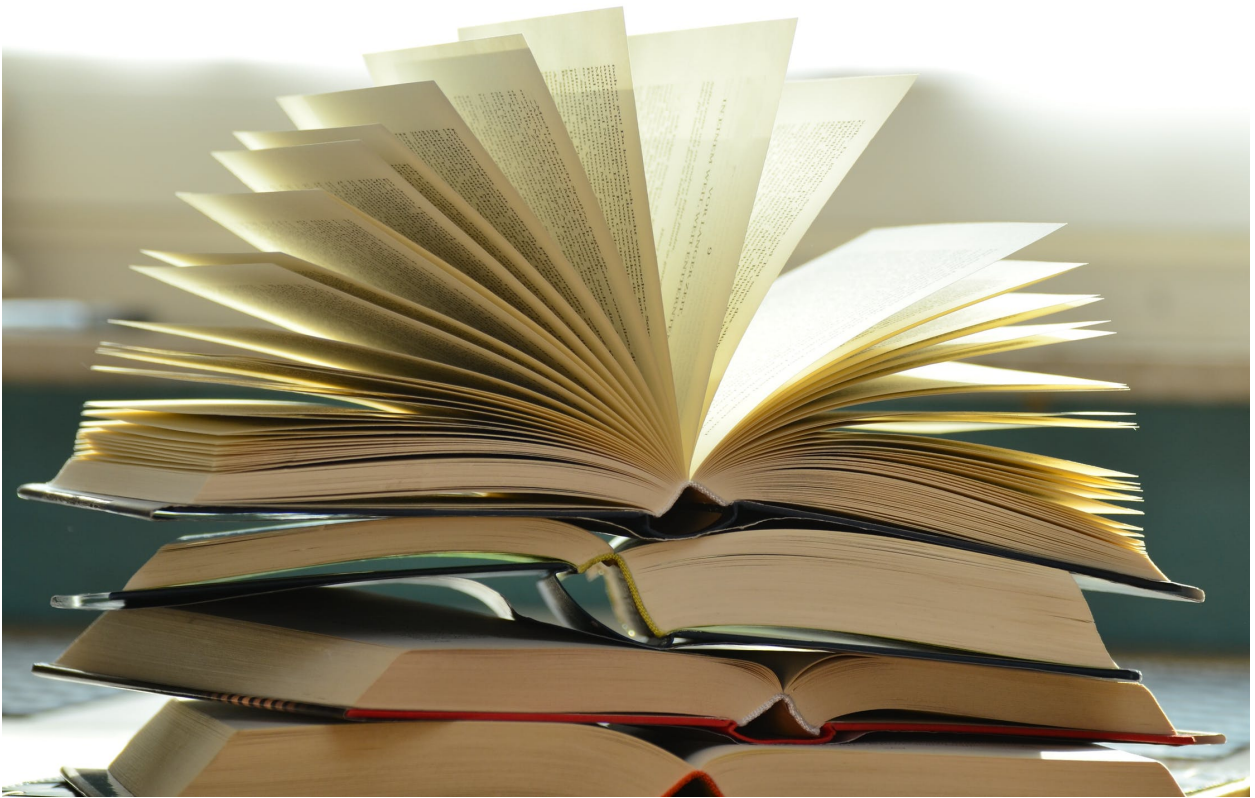


Figure 1: Book Prints Exercise

Given the condition that a book has an average of 2 misprints on each page, the distribution of number of misprints (denoted at W) on this book is assumed by Poisson distribution:

$\text{Poisson}(\lambda = 2)$.

The probability p_k of more than k misprints on a page is:

$$p_k = P(W > k) = 1 - P(W \leq k) = 1 - \text{ppois}(k, \text{lambda}=2).$$

The probability of pages that is less than n and with more than k misprints (denoted as T) is:

$$P(T \leq n) = \text{pbinom}(n, 50, p_k).$$

Our goal of this assignment is to produce a table that shows that $P(T = n | k = 1, 2, \dots, 49)$. In order to obtain this probability, first we need to know p_k for each k .

In the table below, the second column refers to $P(W = k)$, the third column refers to $1 - P(W \leq k)$ (cumsum(prob) is the cumulative probability $P(W \leq k)$)

```
options(digits = 3)
options(scipen = 999)
#produce a dataframe containing $P(T = n | k = 1, 2, ..., 49)$
k <- 0:10
k <- c(k, 48, 49)
#P(W=k)
prob <- as.data.frame(dpois(x = 0:12, lambda = 2))
#pk = 1 - cumulative probability = P(W>k)
prob <- cbind(k, prob, cumsum(prob), 1 - cumsum(prob))
colnames(prob) <- c("k_value", "P(W=k)", "P(W>k)", "pk")
#from k = 10 to k = 49, the results are the same.
prob[12,1] <- "... "
p1.table <- kable(prob)
kable_styling(p1.table, bootstrap_options = "striped",
              full_width = FALSE, position = "left")
```

k_value	P(W=k)	P(W>k)	pk
0	0.135	0.135	0.865
1	0.271	0.406	0.594
2	0.271	0.677	0.323
3	0.180	0.857	0.143
4	0.090	0.947	0.053
5	0.036	0.983	0.017
6	0.012	0.995	0.005
7	0.003	0.999	0.001
8	0.001	1.000	0.000
9	0.000	1.000	0.000
10	0.000	1.000	0.000
...	0.000	1.000	0.000
49	0.000	1.000	0.000

Next we need to calculate $P(T \leq n)$ for $k = 0, 1, \dots, 49$

```
options(digits = 3)
options(scipen = 999)
p2.table <- 0:49
p2.table <- as.data.frame(p2.table)
colnames(p2.table) <- c("n")
cp <- prob[, 4]

for (i in 1:11) {
  #producing columns of P(T<=n) for each k value between 0 and 49
  fc <- pbinom(q = 0:49, size = 50, prob = cp[i])
  fc <- as.data.frame(fc)
  colnames(fc) <- i - 1
  p2.table <- cbind(p2.table, fc)
}

#from k = 10 to k = 49, the results are the same.
i <- 12
#producing columns of P(T<=n) for each k value between 11 and 48
fc <- pbinom(q = 0:49, size = 50, prob = cp[i])
fc <- as.data.frame(fc)
colnames(fc) <- "... "
p2.table <- cbind(p2.table, fc)
#producing columns of P(T<=n) for k = 49
i <- 13
fc <- pbinom(q = 0:49, size = 50, prob = cp[i])
fc <- as.data.frame(fc)
colnames(fc) <- 49
p2.table <- cbind(p2.table, fc)

p2.table <- kable(p2.table)
p2.table <- kable_styling(p2.table, bootstrap_options = "striped",
  full_width = FALSE, position = "left", font_size = 8)
add_header_above(p2.table, c("$P(T \\\leq n | k=0:49)$" = 13), escape = FALSE)
```

$P(T \leq n k = 0 : 49)$													
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	49
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.067	0.434	0.797	0.947	0.988	0.998	1	1	1
1	0.000	0.000	0.000	0.004	0.253	0.799	0.978	0.999	1.000	1.000	1	1	1
2	0.000	0.000	0.000	0.019	0.506	0.950	0.998	1.000	1.000	1.000	1	1	1
3	0.000	0.000	0.000	0.060	0.731	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
4	0.000	0.000	0.000	0.140	0.878	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
5	0.000	0.000	0.000	0.262	0.953	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
6	0.000	0.000	0.001	0.416	0.985	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
7	0.000	0.000	0.003	0.576	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
8	0.000	0.000	0.008	0.720	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
9	0.000	0.000	0.018	0.831	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
10	0.000	0.000	0.039	0.908	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
11	0.000	0.000	0.076	0.954	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
12	0.000	0.000	0.133	0.979	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
13	0.000	0.000	0.212	0.991	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
14	0.000	0.000	0.312	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
15	0.000	0.000	0.427	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
16	0.000	0.000	0.547	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
17	0.000	0.000	0.662	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
18	0.000	0.001	0.762	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
19	0.000	0.002	0.843	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
20	0.000	0.004	0.903	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
21	0.000	0.010	0.944	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
22	0.000	0.020	0.970	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
23	0.000	0.038	0.985	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
24	0.000	0.068	0.993	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
25	0.000	0.114	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
26	0.000	0.178	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
27	0.000	0.262	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
28	0.000	0.362	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
29	0.000	0.473	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
30	0.000	0.588	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
31	0.000	0.695	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
32	0.000	0.789	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
33	0.000	0.864	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
34	0.001	0.918	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
35	0.002	0.955	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
36	0.005	0.977	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
37	0.014	0.989	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
38	0.032	0.996	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
39	0.068	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
40	0.131	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
41	0.229	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
42	0.364	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
43	0.524	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
44	0.686	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
45	0.825	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
46	0.921	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
47	0.973	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
48	0.994	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1
49	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1	1	1