$t_1 = x$ wtedy gdy

$$\sum_{j=1}^{x-1}\binom{n-j}{k-1} \le r < \sum_{j=1}^{x}\binom{n-j}{k-1} \quad *$$

Mamy już t_1, teraz t_2

$t_2 = x$ wtedy gdy

$$\sum_{j=t_1+1}^{x-1}\binom{n-j}{k-2} \le r - \sum_{j=1}^{t_1-1}\binom{n-j}{k-1} < \sum_{j=t_1+1}^{x}\binom{n-j}{k-2} \quad **$$

$x \leftarrow 1$

dla kolejnych składowych $t_1, t_2, \dots, t_k$

$(i = 1, 2, \dots, k)$

<u>while</u> $\binom{n-x}{k-i} \le r$

<u>do</u> $r \leftarrow r - \binom{n-x}{k-i}$

$x \leftarrow x + 1$

$t_i \leftarrow x$

$x \leftarrow x + 1$

$(t_1, t_2, \dots, t_k)$ $\qquad t_1 < t_2 < \dots < t_k$

unrank Lex

<u>Dane</u> n, k, r $\qquad 0 \leq r \leq \binom{n}{k} - 1$

<u>Wynik</u> $(t_1, \dots, t_k)$

1^0 $t_1 = ?$ $\qquad n = 5, k = 3, r = 8$

$i = 1$

			r
1	2	3	0
1	2	4	1
1	2	5	2
1	3	4	3
1	3	5	4
1	4	5	5
2	3	4	6
2	3	5	7
2	4	5	8
3	4	5	9

* Szuk. ~~pe~~ najm. x speł. nierówność (prawą stronę)

$$8 < \binom{n-1}{k-1} = 6 \quad \text{NIE}$$

$t_1 \neq 1$

$r \leftarrow r - 6 = 2$

$x = 2 \quad x \leftarrow x + 1$

~~$2 \Leftarrow$~~

~~$x \Rightarrow$~~ $2 < \binom{n-2}{k-1} = \binom{3}{2} = 3 \quad \text{TAK}$

$t_1 = 2$

$t_2 = ?$

$i=2 \quad x=3 \qquad x \leftarrow t_1 + 1$

Czy $r=2 < \binom{n-3}{k-2} = 2$ NIE

$r=0 \qquad r \leftarrow r-2$ *

~~$r=0$~~

$x=4$

Czy $r=0 < \binom{n-4}{k-2} = 1$ TAK

$t_2 = 4$

$x \leftarrow t_2 + 1 = 5$

$x = n$

$t_3 = 5$

$x \leftarrow 1$

dla kolejnych składowych $t_1, t_2, \ldots$

do while $\binom{n-x}{k-i} \leq r$

do $r \leftarrow r - \binom{n-x}{k-i}$

$x \leftarrow x+1$

$t_i \leftarrow x$

$x \leftarrow x+1$

k-elem. podzb. $T \subseteq S$ $\quad S = \{1, 2, \dots, n\}$

$|S| = \binom{n}{k}$

k-elem. podzb. T jest repr. przez listę

$\overleftarrow{T} = (t_1, \dots, t_k)$ gdzie $t_1 > t_2 > \dots > t_k$

Uporządk. antyleks. wyz. jest przez leksykograf. uporząd. ciągów

$n = 5 \quad k = 3$

			r
3	2	1	0
4	2	1	1
4	3	1	2
4	3	2	3
5	2	1	4
5	3	1	5
5	3	2	6
5	4	1	7
5	4	2	8
5	4	3	9

while $(t_{i-1} - t_i = 1)$ and $(i \neq 1)$

<u>do</u> $i \leftarrow i - 1$

$t_i \leftarrow t_i + 1$

$(t_{i+1}, \dots, t_k)$ jak najmniejsze

RANK $1 \le t_1 \le n$ $(t_1 > t_2 > \dots > t_k)$

$\overleftarrow{X} \in {}_1S$

$\overleftarrow{X} = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ $x_1 > x_2 > \dots > x_k$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 < t_1 \\ k \\ \vdots \\ \boxed{t_1 - 2} \\ \boxed{t_1 - 1} \end{array}\right\} \binom{t_1 - 1}{k}$$

$(t_1, t_2, \dots, t_k)$

$x_1 = t_1$ $x_2 < t_2$

$$x_1, x_2, \dots, x_k$$

$$\left.\begin{array}{l} k-1 \\ \vdots \\ t_2 - 2 \\ t_2 - 1 \end{array}\right\} \binom{t_2 - 1}{k - 1}$$

$\boxed{t_1}, t_2, \dots, t_k$

Dla dowolnego $1 \le i \le k$ i liczb cstk.

$t_1, t_2, \dots, t_i$ $x_1 = t_1, x_2 = t_2, \dots x_{i-1} =$

oraz $x_i < t_i$ mamy

$$\binom{t_i - 1}{k - (i - 1)}$$

podzbiorów $\overleftarrow{X} \in {}_1S$

$$\text{rank}\,(\overleftarrow{T}) = \sum_{i=1}^{k} \binom{t_i - 1}{k - i + 1}$$

UNRANK $(t_1 > t_2 > \dots > t_k)$

$n = 6,\ k = 4$

				r
4	3	2	1	0
5	3	2	1	1
5	4	2	1	2
5	4	3	1	3
5	4	3	2	4
6	3	2	1	5
6	4	2	1	6
6	4	3	1	7
6	4	3	2	8
6	5	2	1	9
6	5	3	1	10
6	5	3	2	11

$r = 8$

$t_1 = ?$

$x \leftarrow n \iff x = 6$

Y6 jest 4-elem. podzb. $\{1, 2, \dots, 6\}$ $\binom{6}{4} = 15$

$$\binom{6}{4} = 15 > 8 \quad \text{TAK}$$

Ale czy mój szuk. podzb. nie jest w grupie zaczynającej się od piątki

$x \leftarrow x - 1 \iff x = 5$

$\binom{5}{4} = 5 < 8$ NiE $t_1 = x + 1$

$r \leftarrow r - \binom{5}{4} = 3$

$\binom{5}{2} = 10 > 3$ TAK $x = x-1 = 4$

$\binom{4}{3} = 4 > 3$ TAK $x = x-1 = 3$

$\binom{3}{3} = 1 \leq 3$ NiE

$t_2 = x+1 = 4$

$x \leftarrow n$

dla kolejnych skład $t_1, t_2, t_3, \dots, t_k$

<u>do</u> <u>while</u> $\binom{x}{k-i+1} > r$

~~do~~ $x \leftarrow x-1$

$t_i \leftarrow x+1$

$r \leftarrow r - \binom{x}{k-i+1}$

return T

Związek między Lex i Antilex

$T' = \{ n+1-i : i \in T \}$

T' - uporząd. antylex w odwrotnym porzą

$r_L + r_A = 0$

Niech S' składa się ze wszyst. podzbiorów $S = \{1, 2, \dots, n\}$

$rank_L(T) + rank_A(T') = \binom{n}{k}$