

# **Theoretische Informatik: Selbststudium 2**

Abgabe bis 21. November 2014

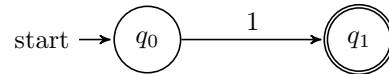
*Prof. Welzl*

**Vincent von Rotz, David Bimmler und Kevin Klein**

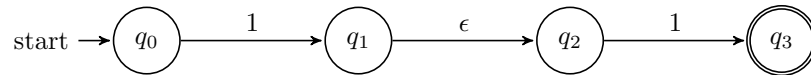
## Aufgabe 4

Wir wollen einen Automaten zu  $E = (0 + 11)^*0$  erstellen. Dazu gehen wir Schritt für Schritt vor.

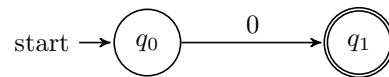
1. Für (11) können wir leicht den folgenden EA zu sich selbst konkatenieren:



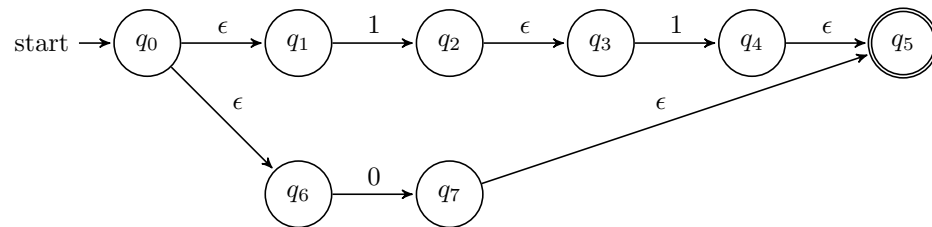
Konkatenation:



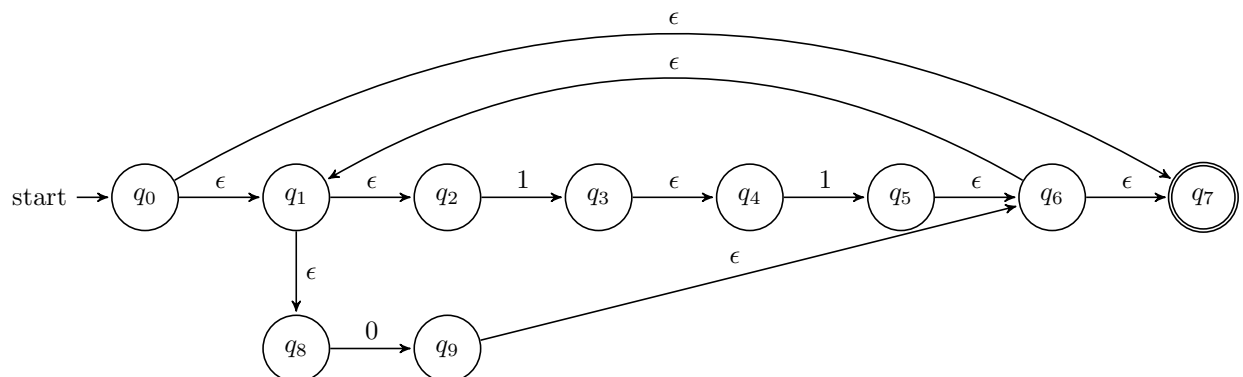
2. Für  $(0 + 11)$  vereinigen wir einfach den folgenden und den vorherigen EA:



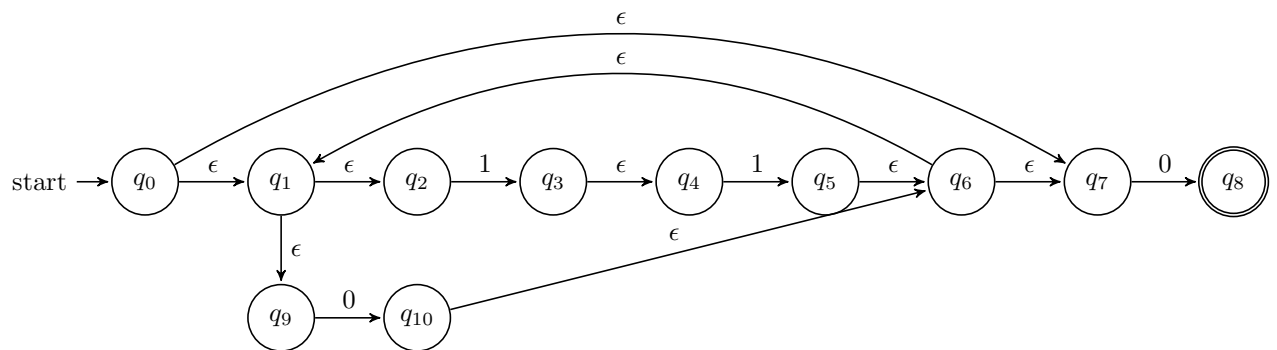
Vereinigung:



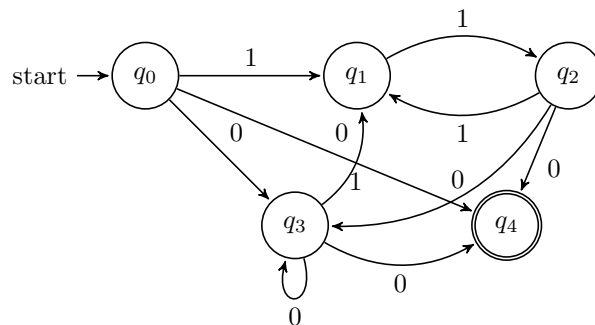
3. Für  $(0 + 11)^*$  muss jetzt sichergestellt werden, dass die Wiederholung ebenfalls akzeptiert wird, und als Spezialfall der Wiederholung das leere Wort.



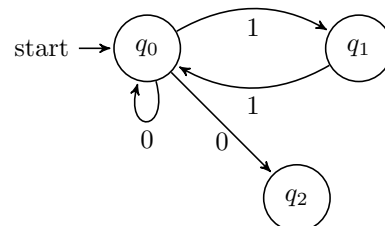
4.  $(0 + 11)^*0$  Jetzt müssen wir den Automaten nur noch mit dem "Hilfs"-Automaten aus dem zweiten Schritt konkatenieren.



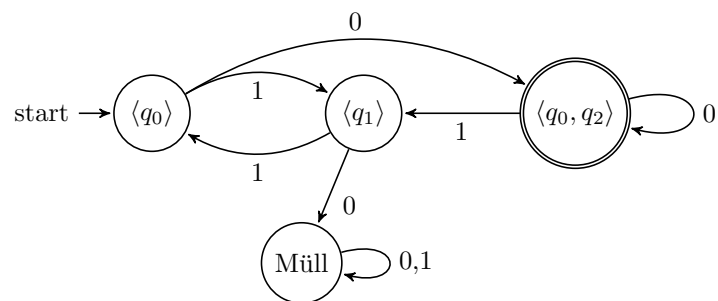
5. Somit haben wir einen  $\epsilon$ -NEA erhalten, welchen wir zu einem NEA umformen können, indem wir auf die  $\epsilon$ -Kanten verzichten.



Dieser NEA ist ziemlich kompliziert, aber er lässt sich vereinfachen:



6. Nun können wir mit etwas Übersicht diesen NEA zu einem EA umformen.



## Aufgabe 5

Wir suchen  $R_{13}^3 \cup R_{11}^3$ . Es ist offensichtlich, dass:

$R_{11}^0$	$c + \lambda$
$R_{12}^0$	$a + b$
$R_{13}^0$	$\emptyset$
$R_{21}^0$	$\emptyset$
$R_{22}^0$	$a + c + \lambda$
$R_{23}^0$	$b$
$R_{31}^0$	$\emptyset$
$R_{32}^0$	$c$
$R_{33}^0$	$a + b + \lambda$

Mit Hilfe der Formel  $R_{ij} = R_{ij}^{k-1} + R_{ik}^{k-1}(R_{kk}^{k-1})^*R_{kj}^{k-1}$  können wir nun  $R_{13}^{(k)}$  für aufsteigende  $k$  berechnen.

- $k = 1$

	direktes Einfügen	vereinfacht
$R_{11}^1$	$(c + \lambda) + (c + \lambda)(c + \lambda)^*(c + \lambda)$	$c^*$
$R_{12}^1$	$(a + b) + (c + \lambda)(c + \lambda)^*(a + b)$	$c^*(a + b)$
$R_{13}^1$	$\emptyset + cc^*\emptyset$	$\emptyset$
$R_{21}^1$	$\emptyset + \emptyset c^*(a + b)$	$\emptyset$
$R_{22}^1$	$(a + c + \lambda) + \emptyset c^*(a + b)$	$a + c + \lambda$
$R_{23}^1$	$b + \emptyset c^*(a + b)$	$b$
$R_{31}^1$	$\emptyset + \emptyset c^*$	$\emptyset$
$R_{32}^1$	$c + \emptyset c^*(a + b)$	$c$
$R_{33}^1$	$(a + b + \lambda) + \emptyset c^*\emptyset$	$a + b + \lambda$

- $k = 2$

	direktes Einfügen	vereinfacht
$R_{11}^2$	$c^* + c^*(a + b)(a + c + \lambda)^*\emptyset$	$c^*$
$R_{12}^2$	$c^*(a + b) + c^*(a + b)(a + c + \lambda)^*(a + c + \lambda)$	$c^*(a + b)(a + c)^*$
$R_{13}^2$	$\emptyset + c^*(a + b)(a + c + \lambda)^*b$	$c^*(a + b)(a + c)^*b$
$R_{21}^2$	$\emptyset + (a + c)^*\emptyset$	$\emptyset$
$R_{22}^2$	$(a + c) + (a + c)^*$	$(a + c)^*$
$R_{23}^2$	$b + (a + c)^*b$	$(a + c)^*b$
$R_{31}^2$	$\emptyset + \emptyset(a + c)^*\emptyset$	$\emptyset$
$R_{32}^2$	$c + c(a + c + \lambda)^*(a + c + \lambda)$	$c(a + c)^*$
$R_{33}^2$	$(a + b + \lambda) + c(a + c)^*b$	$(a + b + \lambda) + c(a + c)^*b$

- $k = 3$

	direktes Einfügen	vereinfacht
$R_{11}^3$	$c^* + c^*(a + b)(a + c)^*b((a + b) + c(a + c)^*b)^*\emptyset$	$c^*$
$R_{13}^3$	$(c^*(a + b)(a + c)^*b) + c^*(a + b)(a + c)^*b((a + b + \lambda) + c(a + c)^*b)^*$	$c^*(a + b)(a + c)^*b((a + b) + c(a + c)^*b)^*$

Unser regulärer Ausdruck ist nun die Union der beiden Ausdrücke:

$$A = R_{11}^3 + R_{13}^3 = c^* + c^*(a + b)(a + c)^*b((a + b) + c(a + c)^*b)^*$$