Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Lukáš Beran

Studium fyzikálních vlastností nanostruktur pomocí magnetooptickývh metod.

Fyzikální ústav UK

Vedoucí bakalářské práce:	RNDr. Martin Veis Ph.D.
Studijní program:	Fyzika
Studijní obor:	FOF

Praha 2013

Poděkování.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V .... dne .... Podpis autora

Název práce: Studium fyzikálních vlastností nanostruktur pomocí magnetooptických metod.

Autor: Lukáš Beran

Katedra: Fyzikální ústav UK

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Martin Veis Ph.D.

Abstrakt:

Klíčová slova:

Title:

Author: Lukáš Beran

Department: Název katedry či ústavu, kde byla práce oficiálně zadána

Supervisor: RNDr. Martin Veis Ph.D.

Abstract:

Keywords:

Obsah

Úvod

0.1 Co je MO?

0.2 Využití MO

0.3 Výhody MO spektroskopie

1. Polarizace

Polarizace popisuje šíření EM vlny prostorem. Pro naše účely bude stačit, když se budeme zabýat šířením nevodivým homogením isotropním prostředím. V takovém případě je EM vlna příčná a navíc platí mezi elektrickou intenzitou $\vec{E}$ a magnetickou indukcí $\vec{B}$ vztah

$$\vec{B} = \frac{1}{V}(\vec{s} \times \vec{E}), \tag{1.1}$$

kde $\vec{s}$ je jednotkový vektor ve směru šíření. Díky tomuto vztahu nám tedy stačí pro popis vlny v prostoru pouze vektor elektrické intenzity. Ten byl zvolen, především kvůli jeho výrazně větším silovým účinkům. K samotnému popisu EM vlny budeme používat komplexní symboliku. Nejjednoduší případ je rovinná EM vlna, jejíž předpis mlžeme obecně zapsat ve tvaru

$$\vec{E} = Re(\vec{E_0}exp(-i(\omega(t - \frac{\vec{r}\vec{s}}{v}) + \varphi))), \tag{1.2}$$

kde $\vec{E_0}$ značí amplitudu vlny, $omega$ úhlovou frekvenci, $\vec{s}$ jednotkový vektor ve směru šíření a φ fázový posun vlny.

Dále si můžeme zvolit soustavu souřadnou tak, aby osa z splívala s vektorem $\vec{s}$. Díky tomu víme, že zetová složka elektrické intenzity bude nulová a rovnici (1.2) můžeme přepsat do tvaru

$$\vec{E}(z,t) = E_x\vec{x} + E_y\vec{y} \tag{1.3}$$

$$E_x = a_x \cos(\tau + \varphi_x) \tag{1.4}$$

$$E_y = a_y \cos(\tau + \varphi_y) \tag{1.5}$$

$$\tau = \omega(t - \frac{z}{v})) \tag{1.6}$$

Úpravami rovnic (1.9) a (1.10) a následným sečtením rovnic můžeme docílit rovnice

$$\left(\frac{E_x}{a_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{a_y}\right) - 2\frac{E_xE_y}{a_xa_y}\cos(\varphi_y - \varphi_x) = \sin^2(\varphi_y - \varphi_y), \tag{1.7}$$

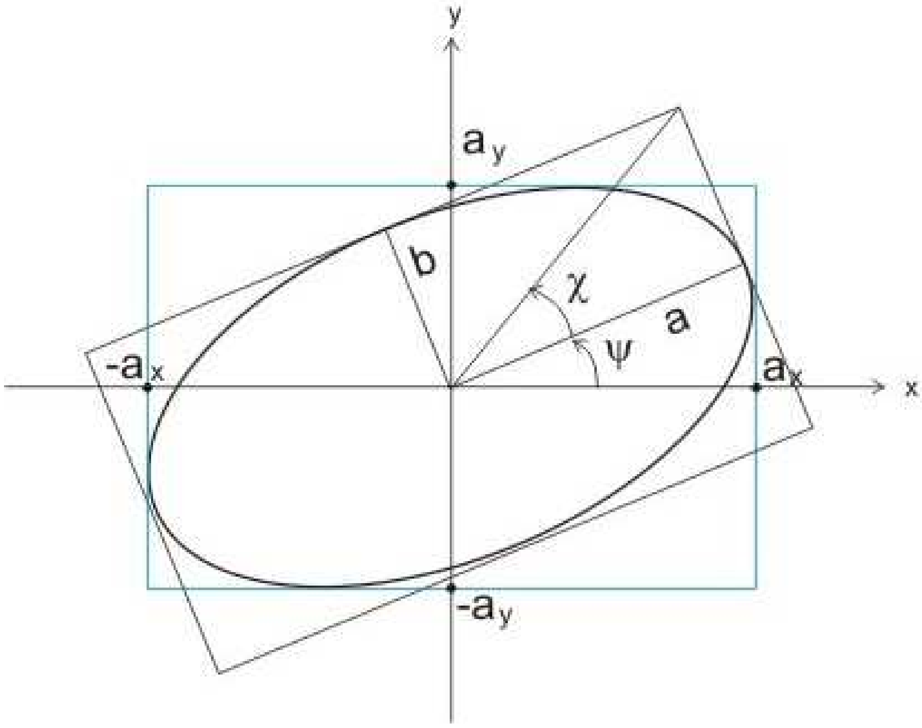
což je rovnice elispy. Ta je vykreslena na obrázku (1.1). Pro její popis si může zvolit i jiné parametry, které jsou vyznačeny na stejném obrázku. Vždy však pro úplný popis potřebujeme čtyři parametry. Pokud nás nezajímá počátek času, vystačíme si jen se třemi. Dále použícané parametry po popis polarizace tedy budou

1. a,b…hlavní a vedlejší poloosa

2. ψ…otočení poloosy

3. χ…eliptičnost

Eliptičnost může nabývat hodnot v intervalu $[-\pi/2, \pi/2]$, protože znaménko v sobě informaci o směru otáření vektoru elektrické intenzity. V naší konvenci máme



Obrázek 1.1: Polarizační elispa

pro pravotočivé světlo kladné hodnoty eliptičnosti a pro levotočivé záporné. Nula odpovídá lineárně polarizovanému světu, kdy vektor elektrické intenzity kmitá pouze v rovině. Tato rovina se nazývá rovinnou polarizace. Mezi další význačné polarizace patří kruhově polarizované světlo, kdy $a_x = a_y$ a fázový posun $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ je $\pi/2$ pro pravotočivé a $-\pi/2$ pro levotočivé světlo. Tento popis polarizace světla je sice úplný ale pro praktické účely zcela nevhodný. Z toho důvodu vzniklo mnoho formalizmů pro zjednodušení popisu svěla a jeho interakci s optickými elementy. Pro náš případ je nejběžněji používaný maticový popis za pomoci takzvaných Jonesových vektorů.

1.1 Jonesovy vektory a matice

Tento formalizmus slouží pouze pro popis zcela polarizovaného světla, což by se mohlo zdát velmi omezující, ale pro potřeby této práce s ním bohatě vystačíme. Jak bylo zmíněno výše, rovinnou elektromagneticou vlnu v homogením izotropním prostředí můžeme v komplexní symbolice zapsat

$$\vec{E}(z,t) = E_x\vec{x} + E_y\vec{y} \tag{1.8}$$

$$E_x = a_x e^{-i(\omega t - kz + \varphi_x)} = A_x e^{-i(\omega t - kz)} \tag{1.9}$$

$$E_y = a_y e^{-i(\omega t - kz + \varphi_y)} = A_y e^{-i(\omega t - kz)}, \tag{1.10}$$

kde členy A_i nazveme komplexní obálkou. Díky nim můžeme definovat

$$J = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}, \tag{1.11}$$

což nazveme Jonesovým vektorem. Tento vektor nese plnou informaci o polarizace světla. Jako příklad uvedu pár významných polarizací popsaných za pomoci tohoto formalizmu.

1. lineárně polarizované v ose x $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

2. pravotočivě kruhově polarizované světlo $\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$

Jakoukoliv polarizaci niní můžeme popsat ve tvaru

$$\vec{J} = \alpha_1 \vec{J_1} + \alpha_2 \vec{J_2} \tag{1.12}$$

kde dvojici vektorů $\vec{J_i}$ volíme ortogonální vzhledem skalárnímu součinu $(\vec{J_1}, \vec{J_2}) = J_{1x}J_{2x}^* + J_{1y}A_{2y}^*$. Nejběžněji používané baze jsou

1. $\vec{J_x} = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $\vec{J_y} = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$

2. $\vec{J_-} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$, $\vec{J_+} = 1/\sqrt{2}\begin{bmatrix}1\\+i\end{bmatrix}$

Když máme dobře popsáno světlo, můžeme se přesunout k jeho interakci s optickým prvkem. Ten můžeme popsat za pomci matice 2x2. Vektor popisující světlo po interakci s prvkem popsaným maticí T pak získáme z jednoduché rovnice

$$\vec{J_2} = T\vec{J_1} \tag{1.13}$$

analogicky bychom mohli postupovat pro soustavu n prvků, pro kterou bychom získali

$$\vec{J_n} = T_n...T_1\vec{J_1} \tag{1.14}$$

Dále uvádím několik matic popisujících optické prvky, které budou dále použity. Nejprve v bázi vekotrů lineárně polarizovaného světla ve směru osy x a y

1. polarizátor natočený o úhel ϑ od osy x - $T_P = \begin{bmatrix}\cos^2\vartheta & \sin\vartheta\cos\vartheta\\ \sin\vartheta\cos\vartheta & \sin^2\vartheta\end{bmatrix}$

2. fázová destička s fázovým posunem o úhle γ a rychlou osou ve směru x - $T_\gamma = \begin{bmatrix}e^{i\frac{\gamma}{2}} & 0\\ 0 & e^{-i\frac{\gamma}{2}}\end{bmatrix}$

3. polarizační rotátor - $T_\vartheta = \begin{bmatrix}\cos\vartheta & -\sin\vartheta\\ \sin\vartheta & \cos\vartheta\end{bmatrix}$

a následně v bazi kruhově polarizovaných světel

1. polarizátor natočený o úhel ϑ od osy x - $T_P = \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1 & e^{2i\vartheta}\\ e^{-2i\vartheta} & 1\end{bmatrix}$

2. fázová destička s fázovým posunem o úhle γ a rychlou osou ve směru x - $T_\gamma = \begin{bmatrix}\cos\frac{\gamma}{2} & i\sin\frac{\gamma}{2}\\ i\sin\frac{\gamma}{2} & \cos\frac{\gamma}{2}\end{bmatrix}$

3. polarizační rotátor - $T_\vartheta = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} e^{i\vartheta} & 0 \\ 0 & e^{-i\vartheta} \end{bmatrix}$

Velmi užitečný je vztah vztah pro transformaci matice elementu, kterou zíkáme matici odpovídající prvku otočenému o úhel ϑ

$$T' = R(\vartheta)TR(-\vartheta), \tag{1.15}$$

kde $R(\vartheta) = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix}$ Jonesovy matice můžeme také transformovat do bazí odpovídající zvojené bázové dvojici Jonesových vektorů. Zde platí vztah podobný jako vztah uvedený výše (Lze na něj nahlížet jako změnu baze na vektory pootočené o úhel $-\theta$)

$$T' = F^{-1}TF \tag{1.16}$$

kde F značí matice přechodu z nečárkované baze do baze čárkované. Podrobnosti se dají najít v leckteré učebnici lineární algebry, jako je třeba [[**?**]].

1.2 Interakce se vzorkem

V předchozích kapitolách bylo vysvětleno, jak můžeme popsat světlo po průchodu optickou soustavou. Jako poslední nám tedy chybí řešení orblému, kdy se v soustavě vyskytuje neznámý prvek. Tento element můžeme opět popsat Jonesovou maticí, které má obecně 4 komplexní prvky. V skutečnosti jesou tyto matice dvě, protže vzorek se chová jinak pro odraz a jinak pro průchod. Tyto matice si nejprve označíme

$$S_R^{sp} = \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{ss} \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

$$S_T^{sp} = \begin{bmatrix} t_{ss} & t_{sp} \\ t_{ps} & t_{ss} \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

kde sp značí, že používáme za bázi lineárně polarizované světla ve směru x a y, R zančí reflexi a T trasmisi. Pro isotropní materiál bez přítomnost magnetického pole je tato matice diagonální, tedy nedochází k žádné interakci mezi s a p vlnami. Po zapnutí magnetického pole jsou nediagonální elemnety obecně nenulové. Díky radiální symetrii vzorku můžeme psát, že platí

$$R(\alpha)S_R^{sp}R(\alpha) = S_R^{sp} \tag{1.19}$$

$$R(-\alpha)S_T^{sp}R(\alpha) = S_T^{sp} \tag{1.20}$$

kde $R(\alpha)$ značí matici rotace o úhel α. Z maticových rovnic získáme celou řadu rovnic pro maticové elementy

$$r_{ps} = r_{sp} \tag{1.21}$$
$$t_{ps} = -t_{sp} \tag{1.22}$$
$$r_{pp} = -r_{ss} \tag{1.23}$$
$$t_{pp} = t_{ss} \tag{1.24}$$
$$r_{sp}(-\vec{M}) = -r_{sp}(\vec{M}) \tag{1.25}$$
$$t_{sp}(-\vec{M}) = -t_{sp}(\vec{M}) \tag{1.26}$$
$$r_{ss}(-\vec{M}) = r_{ss}(\vec{M}) \tag{1.27}$$
$$t_{ss}(-\vec{M}) = r_{ss}(\vec{M}) \tag{1.28}$$
$$t_{ss}(-\vec{M}) = t_{ss}(\vec{M}) \tag{1.29}$$

kde $\vec{M}$ značí vektor magnetizace. V praxi se nepoužívají k popisu maticové elementy, ale koeficienty Kerrovy (Faradayovy) rotace (θ) a elipticity (ϵ), které jsou definovány

$$-\frac{r_{ps}}{r_{ss}} = \Theta_{Ks} \approx \theta_{Ks} - i\epsilon_{Ks} \tag{1.30}$$
$$\frac{t_{ps}}{t_{ss}} = \Theta_{Fs} \approx \theta_{Fs} - i\epsilon_{Fs} \tag{1.31}$$
$$\frac{r_{sp}}{t_{pp}} = \Theta_{Kp} \approx \theta_{Kp} - i\epsilon_{Kp} \tag{1.32}$$
$$-\frac{tsp}{t_{pp}} = \Theta_{Fp} \approx \theta_{Fp} - i\epsilon_{Fp} \tag{1.33}$$

V našem případě opět využíjeme rotační symetrie, díky čemuž můžeme říct, že $\Theta_{Ks} = Theta_{Kp} = \theta_K$. To samé platí i pro koeficienty transmise. Po normalizaci pak získáme matice popisující vzorek ve tvaru

$$S_R^{sp} = \begin{bmatrix} 1 & -\Theta_K \\ -\Theta_K & -1 \end{bmatrix} \tag{1.34}$$
$$S_T^{sp} = \begin{bmatrix} 1 & -\Theta_F \\ \Theta_F & 1 \end{bmatrix} \tag{1.35}$$

Pokud tyto matice transformujeme do báze kruhových polarizací, získáme

$$S_R^{LR} = \begin{bmatrix} 0 & r_{ss} \\ r_{ss} - ir_{ps} & 0 \end{bmatrix} \tag{1.36}$$
$$S_T^{LR} = \begin{bmatrix} t_{ss} & 0 \\ 0 & t_{ss} - it_{ps} \end{bmatrix} \tag{1.37}$$

2. EM vlny v anizotropním prostředí

2.1 Vlnová rovnice v anizotropním prostředí

Vlnová rovnice pro světlo v anizotropním prostředí, tedy homogení nevodivé bez nábojů a proudů, se dá snadno dovodit z Maxwellových rovnic

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0, \tag{2.1}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \tag{2.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0, \tag{2.3}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{2.4}$$

Dále předpokládáme, že $\mu_r \approx 1$ a tedy můžeme brát $\mu = \mu_0$. Prostředí je tedy charakterizováno tensorem permitivity ε. Tento tenzor má obecně tvar

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Dále se nám bude hodit tzv. redukovaný vlnový vektor, který zančíme $vecN$ a je definován

$$\vec{N} = \frac{c}{\omega}\vec{k} = (N_x\vec{i_x} + N_y\vec{i_y} + N_z\vec{i_z}) \tag{2.6}$$

Standartní řešení ve tvaru rovinné vlny

$$\vec{E} = \vec{E_0}e^{[i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})]}, \tag{2.7}$$

$$\vec{B} = \vec{B_0}e^{[i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})]} \tag{2.8}$$

dává po dosazení do rovnic (2.1) a (**??**)

$$\vec{k} \times (\vec{k} \times \vec{E}) + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon\vec{E} = 0 \tag{2.9}$$

Tuto vektorovou rovnici můžeme rozepsat pro lsožky vektorů za pomoci Levičitova symbolu ϵ do tvaru

$$\epsilon_{ijk}k_j\epsilon_{klm}k_lE_m + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{ij}E_j = 0 \tag{2.10}$$

Postupnou úpravou, která je podrobněji popsána v **??** a volbou soustavy souřadné, kde $N_x = 0$ získáme maticovou rovnici

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_z^2 & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} - N_z^2 & \varepsilon_{yz} + N_yN_z \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} + N_yN_z & \varepsilon_{zz} - N_y^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = 0 \tag{2.11}$$

Pro získání jendoznačných řešení musíme fixovat další parametr, z toho důvodu budeme dále předpokládat znalost komponenty N_y.

Řešení rovnice (2.11) nebude triviální za předpokladu, že determinant první matice bude nulový. Tak získáme charakteristickou rovnici soustavy pro "povolené" honodty N_z

$$N_z^4 \varepsilon_{zz} + N_z^3 [N_y(\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yz})] \tag{2.12}$$

$$-N_z^2 [\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{zz} - N_y^2) + \varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx} - N_y^2) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}] \tag{2.13}$$

$$-N_z[(\varepsilon_{xx} - N_y^2)(\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{zy}) - \varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx} - \varepsilon_{yx}\varepsilon_{xz}]N_y \tag{2.14}$$

$$+\varepsilon_{yy}[(\varepsilon_{xx} - N_y^2)(\varepsilon_{zz} - N_y^2) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx}] \tag{2.15}$$

$$-\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yx}(\varepsilon_{zz} - N_y^2) - \varepsilon_{yz}\varepsilon_{zy}(\varepsilon_{xx} - N_y^2)1\varepsilon_{xy}\varepsilon_{zx}\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yx}\varepsilon_{xz}\varepsilon_{zy} = 0 \tag{2.16}$$

Tato rovnice má čtyři kořeny, které můžeme zapsat ve tvaru

$$\vec{e_j} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_{xy}(\varepsilon_{zz} - N_y^2) + \varepsilon_{xz}(\varepsilon_{zy} + N_y N_{zj} \\ (\varepsilon_{zz} - N_y^2)(\varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_{zj}^2) - \varepsilon_{xz}\varepsilon_{zx} \\ -(\varepsilon_{xx} - N_y^2 - N_{zj}^2)(\varepsilon_{zy} + N_y N_{zj}) + \varepsilon_{zx}\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Tato řešení se při průchodu prostředím nemění, proto jsou vhodnou volbou pro bazi. Libovolné pole pak můžeme zapsat ve tvaru

$$\vec{E} = \sum_{j=1}^{2} E_{0j}\vec{e_j} e^{i\omega t - i\frac{\omega}{c}\vec{N_j}\cdot\vec{r}} \tag{2.18}$$

2.2 Šíření světla podél vektoru magnetizace

V případě, kdy se světlo šíří ve směru směru vektoru magnetizace víme, že tezor permitivity má výrazně jednodušší tvar

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & -i\varepsilon_{xy} & 0 \\ i\varepsilon xy & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

Díky tomu se rovnice (2.11) výrazně zjednoduší. Ve zkratce, pokud zvolíme $N_y = 0$, pak se charakteristická ropvnice redukuje na

$$N_z^4 - 2\varepsilon_1 N_z^2 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 = 0, \tag{2.20}$$

což můžeme přepsat do tvaru

$$N_x^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2. \tag{2.21}$$

Z čehož získáme řádné mody šíření

$$N_\pm = \sqrt{\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2} \tag{2.22}$$

2.3 Magnetické multivrstvy

Nyní se budeme zabývat situací, kdy máme několik tenkých anizotropních planpalarelních vrstev na sobě. Frörmalismus popisujíví tuto problematiku se jmenuje Yehův.

Jak bylo zmíněno předpokládáme materiál tvořený m vrstvami. Tyto vrstvy jsou paralelní na osu z. N-tá vrstva je charakterizovaná permitivitou $\varepsilon^{(n)}$ a tloušťkou t_n. Vlnový vektor $\vec{k}_0$ popisující dopadající vlnu svírá s osou z úhel φ. Elektrické pole v n-té vrstvě pak můžeme dle, jak bylo popsáno v výše, rozložit do řádných modů.Tak získáme pro každou z vrstev výraz

$$\vec{E}^{(n)} = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n)}(z_n)\vec{e}_j^{(n)} \exp\left\{i\omega t - i\frac{\omega}{c}[N_y y + N_{zj}^{(n)}(z - z_n)]\right\}, \tag{2.23}$$

kde z_n značí zetovou souřadnici styku n-té a $(n+1)$-ní vrstvy a N_{zj} komponenty redukovaného vlnového vektoru.

Dále bez odvození uvádím okrajové podmínky na styku n-té a $(n-1)$-ní vrstvy. Jedná se o soustavu čtyř rovnic pro E_x, E_y, B_y a B_x

$$\sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n-1)}(z_{n-1})\vec{e}_j^{(n-1)} \cdot \vec{i}_x = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n)}(z_n)\vec{e}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_x \exp\left(i\frac{\omega}{c}N_{zj}^{(n)}t_n\right), \tag{2.24}$$

$$\sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n-1)}(z_{n-1})\vec{b}_j^{(n-1)} \cdot \vec{i}_y = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n)}(z_n)\vec{b}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_y \exp\left(i\frac{\omega}{c}N_{zj}^{(n)}t_n\right), \tag{2.25}$$

$$\sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n-1)}(z_{n-1})\vec{e}_j^{(n-1)} \cdot \vec{i}_y = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n)}(z_n)\vec{e}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_y \exp\left(i\frac{\omega}{c}N_{zj}^{(n)}t_n\right), \tag{2.26}$$

$$\sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n-1)}(z_{n-1})\vec{b}_j^{(n-1)} \cdot \vec{i}_x = \sum_{j=1}^{4} E_{0j}^{(n)}(z_n)\vec{b}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_x \exp\left(i\frac{\omega}{c}N_{zj}^{(n)}t_n\right). \tag{2.27}$$

Tato soustava popisuje lineární transformaci amplitud příslušných modů. Velmi výhodné je její přepsání do maticové rovnice

$$D^{(n-1)}\vec{E}_0^{(n*1)}(z_{n-1}) = D^{(n)}P^{(n)}\vec{E}_0^{(n)}(z_n), \tag{2.28}$$

kde čtvrtá komponenta vektoru $\vec{E}_0^{(n)}$ je koeficient $E_{0j}^{(n)}(z_n)$. Prvky propagační matice P jsou dány

$$P_{ij}^{(n)} = \delta_{ij} \exp\left(i\frac{\omega}{c}N_{zj}^{(n)}t_n\right). \tag{2.29}$$

Řádky dynamická matice D jsou pak dány komponentami příslušných polarizací

$$D_{1j}^{(n)} = \vec{e}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_x, \tag{2.30}$$

$$D_{2j}^{(n)} = \vec{b}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_y, \tag{2.31}$$

$$D_{3j}^{(n)} = \vec{e}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_y, \tag{2.32}$$

$$D_{4j}^{(n)} = \vec{b}_j^{(n)} \cdot \vec{i}_x. \tag{2.33}$$

Abychom se nemuseli zabývat obencným řešením těchto rovnic, využijeme toho, že při polární magnetizaci má tenzor permitivity tvat (2.19). Díky tomu podosazení získáme jednodušší rovnic

$$D_{1j}^{(n)} = -\varepsilon_{xy}(\varepsilon_{xx} - N_y^2) + \varepsilon_{xx} N_y N_z, \tag{2.34}$$

$$D_{2j}^{(n)} = N_{zj}[-\varepsilon_{xy}^{(n)}(\varepsilon_{zz}^{(n)} - N_y^2)], \tag{2.35}$$

$$D_{3j}^{(n)} = (\varepsilon_{zz}^{(n)} - N_y^2(\varepsilon_{xx}^{(n)} - N_y^2 - N_{zj}^{(n)2}), \tag{2.36}$$

$$D_{4j}^{(n)} = -(\varepsilon_{xx}^{(n)} - N_y^2 - N_{zj}^{(n)2})N_{zj}^{(n)}\varepsilon_{zz}^{(n)}) \tag{2.37}$$

díky kterým sjme schopni určit celou dynamickou matici. Pro m vrstev pak získáme výsledný vztah pouhým násobením matic

$$\vec{E}_0^{(0)}(z_0) = [D^{(0)}]^{-1} D^{(1)} P^{(1)} [D^{(1)}]^{-1} \dots D^{(m)} P^{(m)} [D^{(m)}]^{-1} D^{(m+1)} \vec{E}_0^{(m+1)}(z_m) = M \vec{E}_0^{(m+1)}(z_m) \tag{2.38}$$

Z matice M můžeme následně vypočítat reflexní a trasmisní koeficienty. Ve zkratce získáme vztahy

$$r_{12} = \frac{M_{21}M_{33} - M_{23}M_{31}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \tag{2.39}$$

$$r_{14} = \frac{M_{41}M_{33} - M_{43}M_{31}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \tag{2.40}$$

$$r_{31} = \frac{M_{11}M_{43} - M_{41}M_{13}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}, \tag{2.41}$$

$$r_{32} = \frac{M_{11}M_{23} - M_{21}M_{13}}{M_{11}M_{33} - M_{13}M_{31}}. \tag{2.42}$$

Přičemž platí vztah vázající tyto koeficienty s Jonesovou reflexní maticí

$$\begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{12} & r_{32} \\ -r_{14} & -r_{34} \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Analogické vztahy platí i pro transmisní koeficienty. Z obou pak můžeme dopočítat příslušné Kerrovy či Faradayovy koeficienty.

3. Experimentální metody

3.1 Metoda téměř skřížených polarizátorů

3.1.1 Teorie

Toto experimentální uspořádání umožňuje rychlé určení Kerrovy rotace a elipsity pro celé spektrum. V našem případě používáme CCD spektometr v kombinaci se širokospektrálním zrojem, který se skládá z halogenové a deuteriové výbojky, což umožňuje proměření celého spektra najednou. Schéma celého experimentu naleznete na obrázku (**??**). Ze zdroje je světlo vedeno optickým vláknem do aparatury. Svazek je nejprve kolimován spojnou čočkou. Následně prochází polarizátorem, který je otočen o úhel α od svislé osy. Dále následuje fázová destička s gázovým posune δ, odraz od vzorku a nakonec analyzátor, který je natočený o úhel $\pi/2$ od svilé osy. Výstupní světlo je zachyceno sběrnou čočkou do optického vlákna, které vede do spektrometru. Za pomoci Jonesova formalizmu můžeme spočítat Jonesův vektor světla dopadajícího na detektor.

$$J = r \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\Theta_K \\ -\Theta_K & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

$$= r \begin{bmatrix} 0 \\ -\Theta_K e^{i\frac{\delta}{2}} \cos\alpha + e^{-i\frac{\delta}{2}} \sin\alpha \end{bmatrix}, \tag{3.2}$$

kde r značí reflexní koeficient. Pro intenzitu světla u sběrné čočky pak máme

$$I \approx \frac{1}{2} J J^* = \frac{R}{2} (\sin^2\alpha + |\Theta_K|^2 \cos^2\alpha + \sin(2\alpha)\mathrm{Re}(\Theta_K e^{i\delta})) \tag{3.3}$$

Nyní můžeme použít přiblížení pro malé elipsometrické úhly, pro které platí

$$\Theta_K \approx \theta_K - i\epsilon_K \tag{3.4}$$

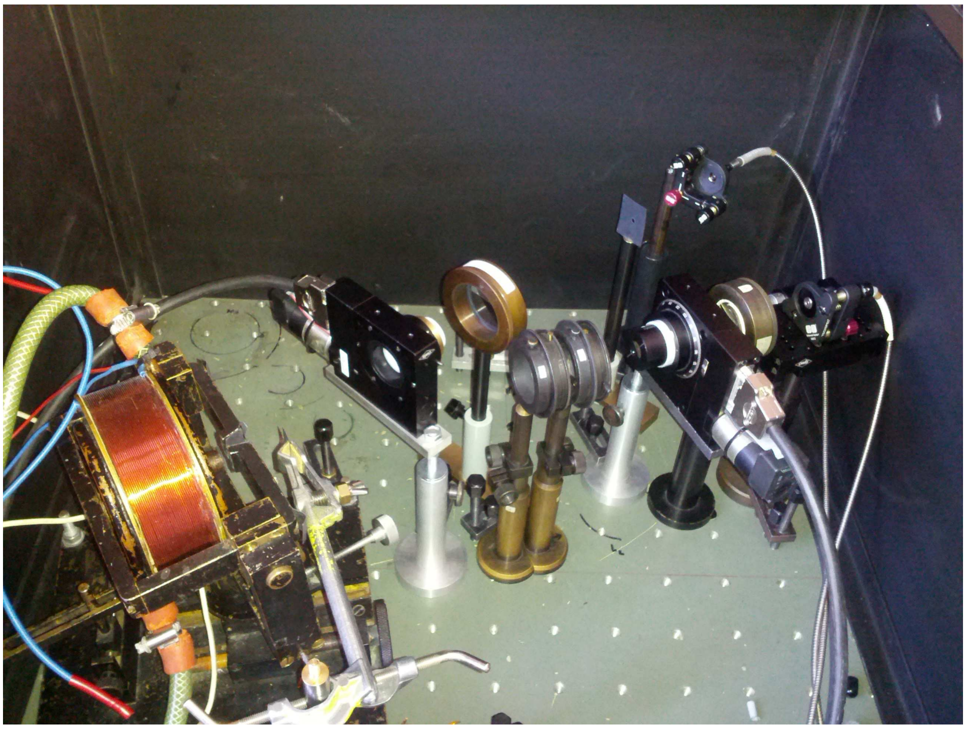
Výraz (3.3) se pak redukuje na

$$I \approx \frac{R}{2} (\sin^2\alpha + (\theta_K \cos\gamma + \epsilon_K \sin\gamma)\sin(2\alpha)) \tag{3.5}$$

V případě, že $\delta = 0$, tedy odebereme fázovou destičku, nám zcela vymizí elipticita. Fitováním na naměřenou závislost pak můžeme odečítat přímo rotaci. Pro určení elipticity následně naměříme i hodnoty s fázovou destičkou. V ideáním případě bychom použili půlvlnnou destičku, ale vzhledem k tomu, že její fáze je funkcí vlnové délky, musíme počítat s tím, že fitovaný parametr na druhé měření odpovídá celému výrazu $K = (\theta_K \cos\delta + \epsilon_K \sin\delta)$. Rotaci známe z prvního měření a δ určíme z kalibrační funkce destičky. Elipticita se nakonec rovná

$$\epsilon_K = (K - \theta_K \cos\delta)/\sin\delta \tag{3.6}$$

Tato závislost předpokádá přesné určení vzájemné polohy polarizátorů. Tu však v praxi neznáme a proto využíváme toho, že platí $\theta_K(M) = -\theta_K(-M)$. kde M značí magnetizaci. Měříme tedy závislosti pro dva opačné proudy procházející magnetem a výsledné nafitované konstanty od sebe odečteme a vydělíme dvěmi.



Obrázek 3.1: Fotografie aparatury pro metodu skřížených polarizátorů

3.1.2 Použitá zařízení

Fotografii celé aparatury můžete vidět na obrázku (3.1).

3.1.3 Světelný zdroj

Jako zdroj světla používáme heliovou a deuteriovou trubici. Obě najedou pokrývají spektrální rozsah od 250 nm do 1000 nm. Náš zdroj umožňuje použití obou trubic zároveň, avšak heliová trubice vytváří světlo o přibližně pětkrát větší intenzitě. Z toho důvodu je v oblasti malých vlnových délek znatelně vyšší šum. Dostatečná doba integrace signálu však tento šum téměř zcela vyruší.

3.1.4 Polarizátory

V experimentu používáme (dpolň prvek) polarizátory, které jsou umístěny do držáků s krokovými motorky. Ty umožňují nastavení úhlu s přesností až 10^{-3} ^{o}. Jejich ovládání je zprostředkováno kontrolní jednotkou DC 500 od společnosti Owis. Ta umožňuje jejich manuální ovládání i kontrolu přes rozhraní GPIB.

3.1.5 Magnet

V našem uspořádání vytváří magnet polární magnetické pole. Aby nedocházelo ke zahřívání vzorku, je celý magnet chlazený studenou vodou. Při proudu 2 A vytváří magnet pole okolo 0.4 T, které bylo dostatečné k nasycení měřených vzorků.

3.1.6 Spektrometr

K analýze světla používáme CCD spektrometr USB2000+ od Ocean Optics. Jeho schéma naleznete na obrázku (**??**). Rozsah spektrometru je přibližně od 200 do 900 nm s rozlišovací schopností (doplň číslo). Komunikace se spektrometrem je zprostředkována přes rozhraní USB protokolem VISA.

3.1.7 Průběh měření

Samotné měření se dá rozdělit do dvou částí. První je nastavení aparatury a druhá samotné měření. Toto rozdělení respektuje i ovládací program.

Nastavení aparatury

Po upevnění vzorku je nejprve třeba navést světelný svazek do vlákna spektrometru. Ač je na jeho začátku sběrná čočka, je třeba velmi jemného nastavení za pomoci aretačních šroubů, protože natočení této čočky má velký vliv na měřenou intenzitu.

Následně je potřeba nastavit první polarizátor tak abychom získali p-polarizované světlo. Proto za něj umístíme sklíčko tak jak je ukázáno na obrázku (**??**). Úhel odrazu od sklíčka odpovídá Brewsterově úhlu, z čehož vyplývá, že při nastavení polarizátoru na p-polaruzaci detekujeme minimální intenzitu světla. To platí nezávisle na vlnové délce, proto je nejvhodnější vyhodnocovat pouze neiintenzivnější část spektra. Minimum nalezneme tak, že proskenujeme různé úhl natočení polarizátoru a následně zhustšujeme měření v oblasti minima, dokud nedosáhneme požadované přesnosti.

Druhý polarizátor potřebujeme pouze zkřížit, aby měřené závislosti byli co nejsymetričtější, což usnadňuje fitování. Toho docílíme podobně jako u prvního, protože se opět jedná o hledání minima signálu při nulovém magnetickém poli.

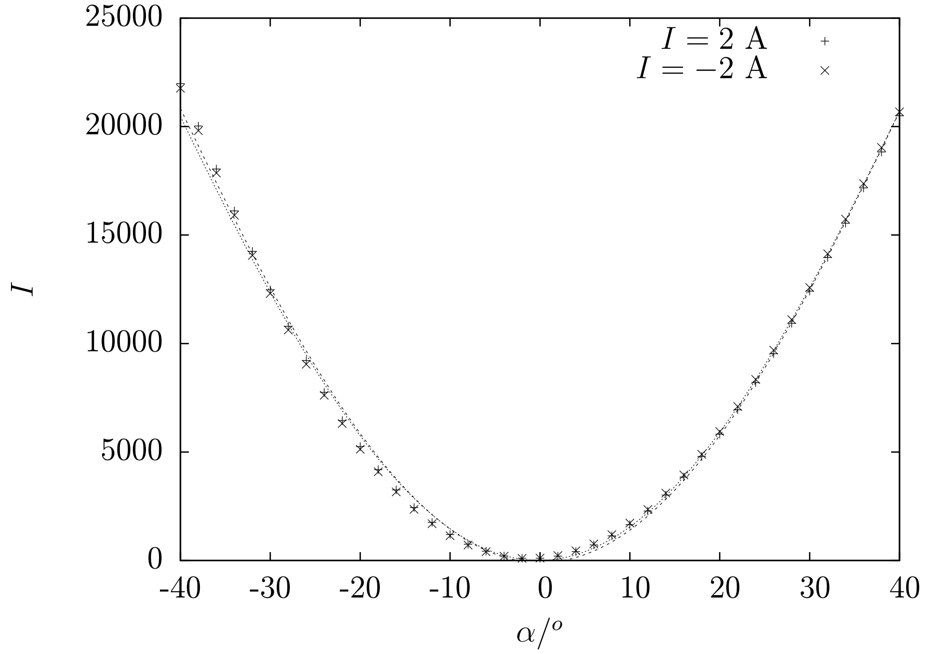
Aby nebylo nutné nastavovat aparaturu před každým měřením, jsou natočení polarizátoru uchovávány v externím souboru a při spuštění programu se použijí, pokud nastavování nepoběhne. Díky tomu je kalibrace nutná pouze v případě zásahu do aparatury.

3.1.8 Měření

Na začátku měření zadáme rozsah úhlu, které budeme měřit, krok, četnost měření spekter pro jednotlivé úhly a proud pro magnet. Tyto údaje mají velký vliv na rošumění spektra a na dobu měření. Pro srovnání můžete vidět na obrázcích (3.3) až (3.5) spektra při změnách těchto parametrů. Při našem nastavení stačí pro hrubý odhad spektra okolo 40 měření při četnosti 100. Takové měření trvá jen několik málo minut. Pokud však chceme minimální šum, měříme v rozahu od -40 do 40 stupňů s krokre 0.5 stupně a četnosti 500. Toto měření již trvá okolo 40 minut, ale jak je vidět na spektrech, výsledky jsou výrazně hladší.

Pro fitování předepsané závislosti (3.5) používáme Krameriovu metodu. Vzhledek k posunu nulové intenzity na detektoru je konečná fitovaná závislost

$$I(\alpha) = a_1 + a_2 \sin^2(\alpha) + a_3 \sin(2\alpha) \tag{3.7}$$



Obrázek 3.2: Naměřená závislost intenzity na úhlu natočení polarizátoru pro $\lambda =$

kde a_1 odpovídá zmíněnému posunu, a_2 je úměrné reflektivitě vzroku, ale vzhledem ke ztrátám na optických prvcích a v optickém vlákně nemá přílišný význam a z a_3 dopočteme za pomoci vztahu $\frac{a_3}{a_2} = (\theta_K \cos\delta + \epsilon_K \sin\delta)$ příslušný elisometrický koeficient, jak už bylo zmíněno výše. Ukázku naměřený závislosti pro $\lambda =$!!DOPLN!! nm s nafitovanými křivkami naleznete na obrázku (3.2).

3.2 Modulační metoda

Druhá aparatura, kterou používáme je na obrázku (**??**). Sestává z monochromátoru, polarizátoru propoštějícím p-polarizaci, Faradayovy cely, Faradayovu modulátoru, fázové destičky, vzorku v magnetickém poli, analyzátoru zkříženým s polarizátorem a fotonásobiče s detektorem. Opět můžeme vyjádřit Jonesův vektor světla na detektoru

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\frac{\delta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta_0 \sin\omega_m t) & -\sin(\beta_0 \sin\omega_m t) \\ \sin(\beta_0 \sin\omega_m t) & \cos(\beta_0 \sin\omega_m t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\eta & -\sin\eta \\ \sin\eta & \cos\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \cos\eta(r_{ps}e^{i\frac{\delta}{2}}\cos\tau + r_{pp}e^{-i\frac{\delta}{2}}\sin\tau) \quad -\sin\eta(r_{ps}e^{i\frac{\delta}{2}}\sin\tau - t_{pp}e^{-i\frac{\delta}{2}}\cos\tau) \end{bmatrix};$$

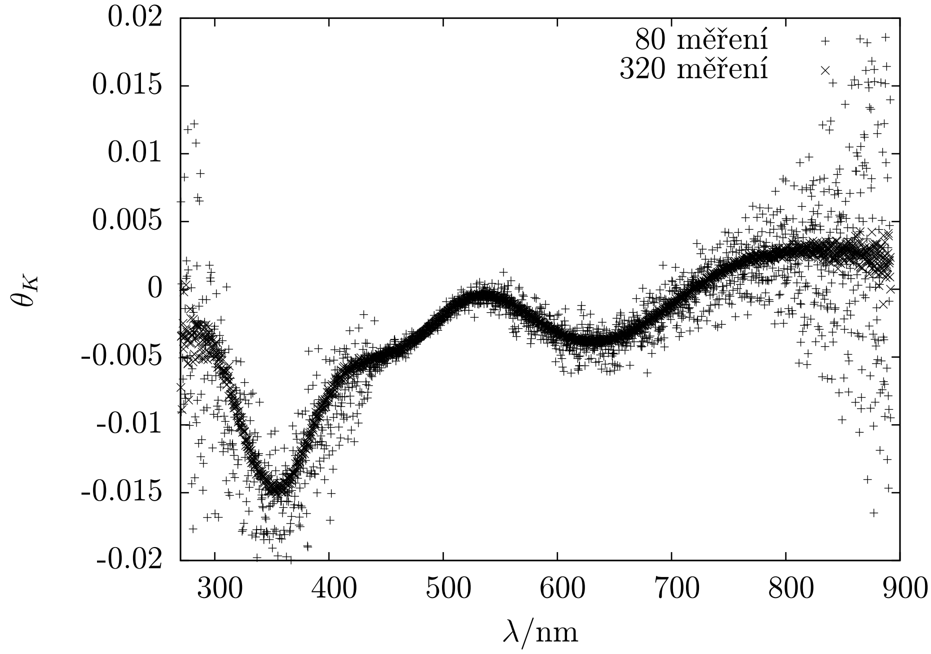
$$\tau = \beta_0 \sin\omega_m t$$

Po další úpravách, které jsou podrobněji tozebrány například v **??** získáme vztah pro intenzitu

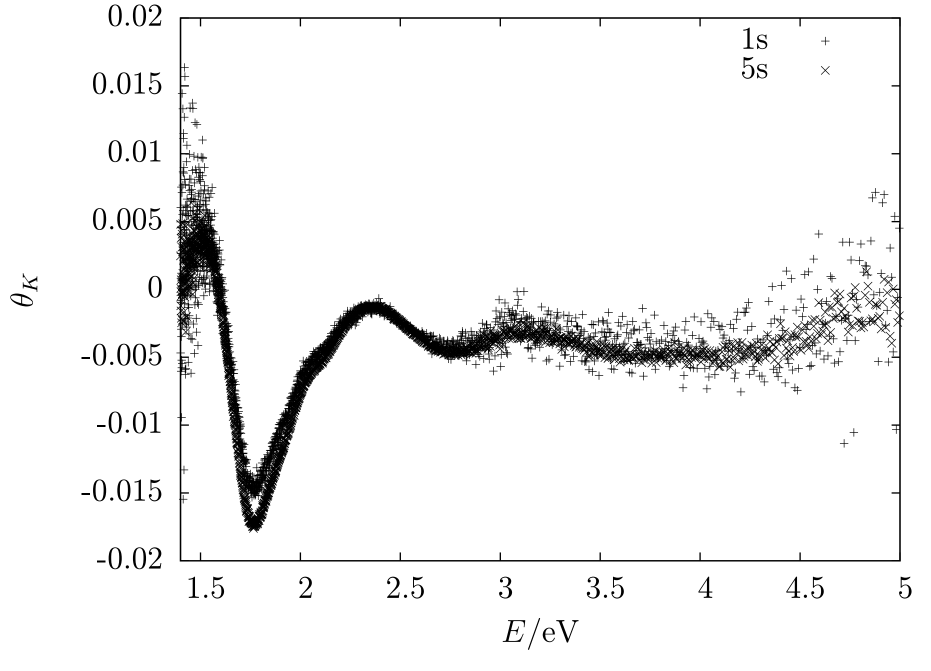
$$I \approx \frac{1}{2}\left[|r_{ps}|^2 + |r_{pp}|^2(\eta+\tau) + (r_{ps}r_{pp}^* e^{i\delta})^2 + r_{ps}^* r_{pp} e^{-i\delta})(\eta+\tau)\right] \tag{3.11}$$

a oscilující komponenta při ω_m je

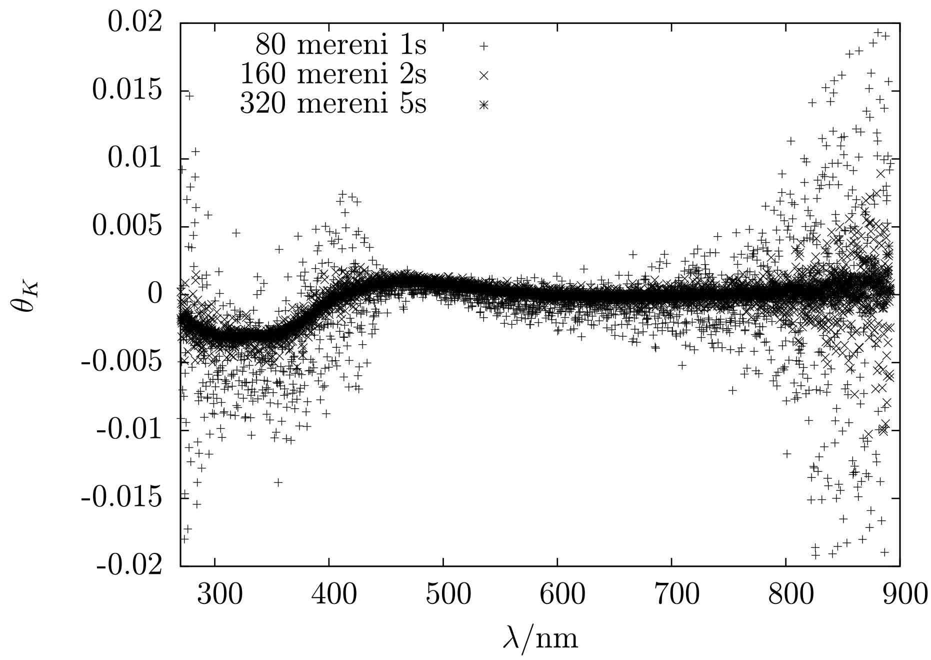
$$I_{\omega_m} \approx |r_{pp}|^2 \left[\eta + \mathrm{Re}\left(\frac{r_{ps}}{r_{pp}} e^{i\delta}\right)\right] \tau \tag{3.12}$$



Obrázek 3.3: Naměřené spektrum v pro různé množství měřených úhlů.



Obrázek 3.4: Naměřené spektrum v pro různé integrační doby spektra.



Obrázek 3.5: Naměřené spektrum v pro různé množství měření a integrační doby spektra.

grating$[g/mm]$	Disperze$[nm/mm]$	Spektrální rozsah$[nm]$
600	2.83	$0-3000$
900	1.84	$0-2000$
1200	1.34	$0-1500$

Tabulka 3.1: Parametry mřížek monochromátoru

3.3 Zařízení

3.3.1 Monochromátor

Nová aparatrura obsahuje monochromátor TRIAX 550. Jedná se o mřížkový monochromátor s možností volby z různých mřížek. V našem případě máme na výběr 600, 900 a 1200 vrypů na mm. Parametry těchto mřížek jsou uvedeny v tabulce (3.1). Tento monochromátor lze ovládat za pomoci rozhraní GPIB.

3.3.2 Multimeter

K Určení velikosti signálu na fotonásobiči používáme mulimetr Keithley 2001. V našem případě v měříme napětí na rozsahu 1 V při kterém má přesnost $\pm(0.0045\% + 0.0008)$V. Možnost automatického rozsahu nepoužíváme, protože při přepnutí rozsahu dochází ke skokům napětí. Komunikace je opět zprostředkována rozhraním GPIB.

3.3.3 Zroj

Jako zroj elektrického proudu pro magnet používáme zdroj stejnosměrbého proudu Kepco BOP. Standartně do magnetu pouštíme ± 2.5A. Při této hodnotě je chyba proudu 0.1 mA. Při přepólování magnetu je nutné měnit proud postupně, jinak by mohlo dojít ke zkratu na zdroji. V našem případě používáme krok 0.05 A za 0.1 sekundy.

3.4 Ovládací program Kerr2

Dále se budu zabývat ovladacím programem pro druhý z experimentů uvedených výše.

3.4.1 Nastavení experimentu

Tento program má hned několik funkcí, které usnadňují nastavení experimetnu. První z nich umožňuje manuální nastavení proudu magnetem. Uživatel zadá požadovaný proud a program pomalu zvyšuje proud, dokud nedosáhne požadované hodnoty. Dálší mód nastaví monochromátor na požadovanou vlnovou délku a otevře štěrbiny. Toho se používá především pro nastavení prvků v experimentu.

3.4.2 Měření spektra

Program umožňuje proměření spektra ve zvoleném rozahu s libovolným krokem. Dále umožňuje nastavení tolerance chyby měření, čekací doby po změňe magnetizace, počet měření jednotlivé vlnové délky a kalibračních koeficientů pro výpočet energie signálu. Po zahájení měření program nejprce nastaví na monochromátoru měřenou vlnovou délku a zapne proud do magnetu. Proud je přidáván postupně kvůli možnému zkratu na zroji při rychlém přepólování. Každé spektrum se měří opakovaně dle zadání uživatele, přičemž v celém prlběhu měření je kontrolováno, zda nebyl překročen rozsah. V takovém případě se měření pozastaví, aby umožnilo manuální otočení polarizátoru a měření pokračuje znovu od poslední vlnové délky. Měření opět porbíhá i pro opačnou magnetizaci, přičemž program umožňuje zadání počtu otáček potřebných pro navrácení do rozsahu po změně polarizace. Nakonec je pro danou vlnovou délku provedeno třetí měření s původní magnetizací a je zkontrolována odchylka od prvního měření. V případě příliš velké odchylky se měření opakuje. V průběhu celého měření je vykreslován graf, ze kterého je možné již při měření odhalit případné nespojitosti. Po skončení měření jsou data uložena do expterního souboru spolu se všemi parametry měření.

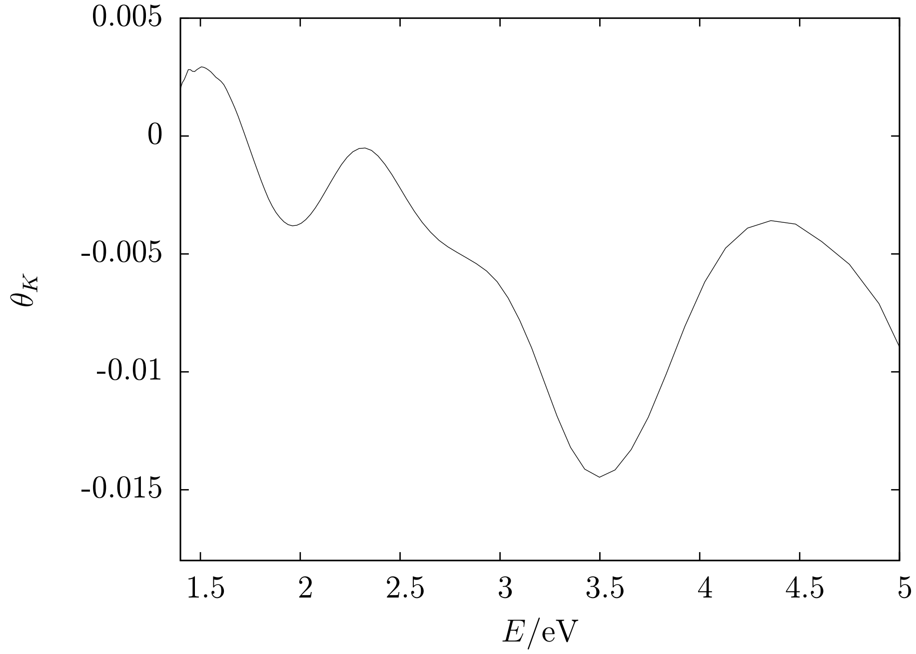
3.4.3 Hysterzní smyčky

Program dále umožňuje měření hysterzních smyček a to dvěma způsoby. První postupně proměří při zadané vlnové délce různé hodnoty proudu, přičemž postupuje od zadané hodnoty I do -I s krokem, který je rovněž zadán. Následně se stejným krokem vrátí do hodnoty I. V průběhu měření je opět kreslen graf.

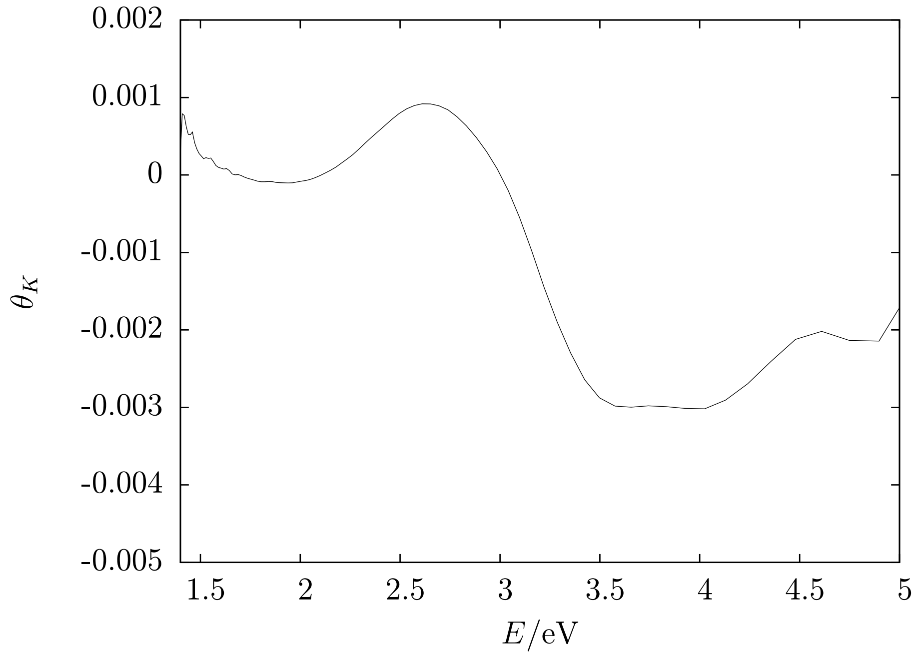
Druhá metoda nese anglický název four loop. Spočívá v postupném proměření hodnot vzdálených o ΔI od hodnoty proudu I resp -I, přičemž tato vzálenost roste se zadaným krokem. Prlběh proudu je znázorněn na obrázku (**??**). Podstatné je, že vždy dojde do hodnoty I resp. -I.

4. Vzorky

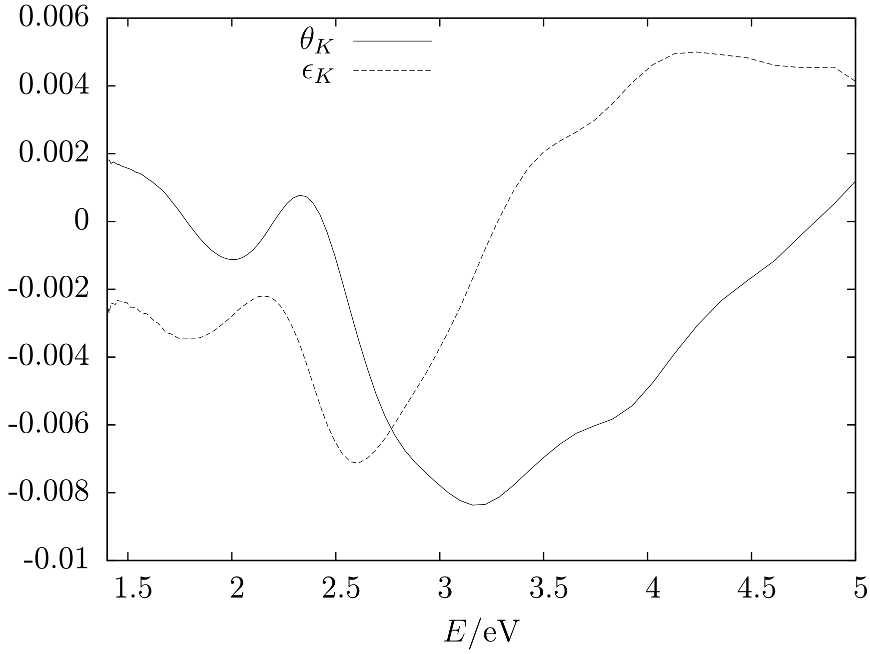
5. Výsledky



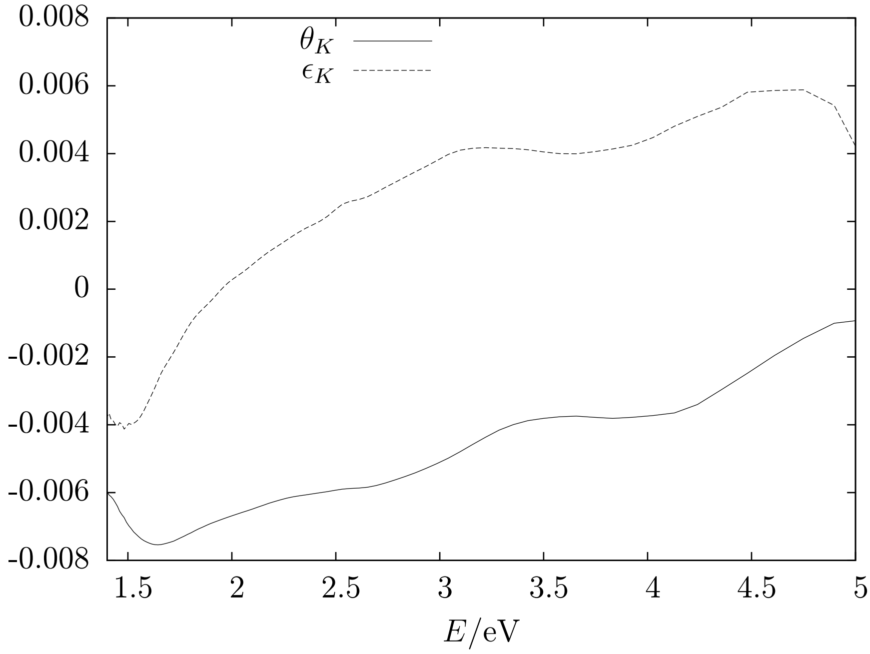
Obrázek 5.1: Spektrumn vzorku PLD189



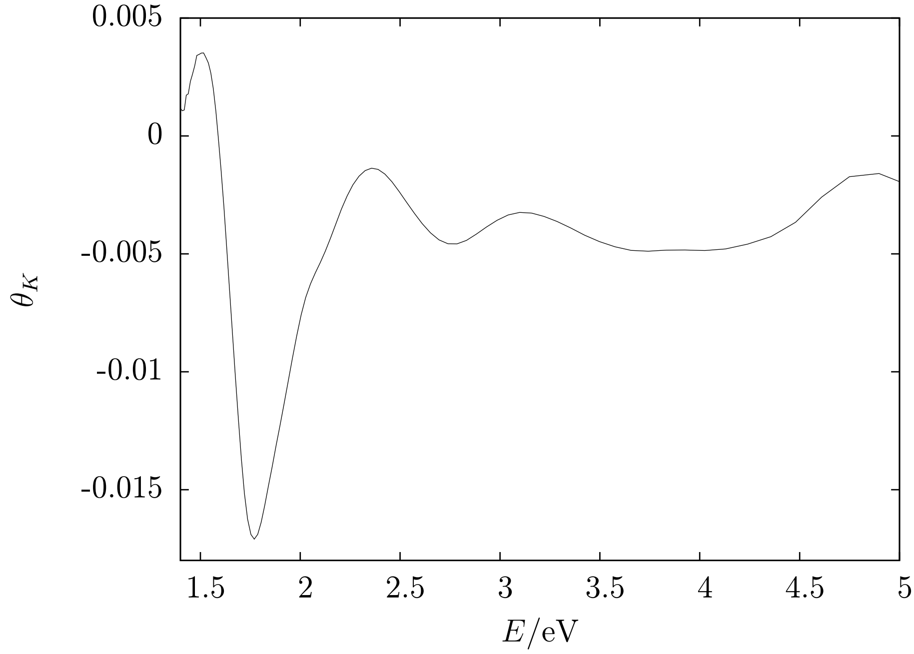
Obrázek 5.2: Spektrumn vzorku PLD194



Obrázek 5.3: Spektrumn vzorku PLD202



Obrázek 5.4: Spektrumn vzorku CoFeSi1



Obrázek 5.5: Spektrumn vzorku CoF-RT-Al100

Závěr

Seznam použité literatury

Seznam tabulek

Seznam použitých zkratek

Přílohy