

# 1 Úkol

1. Pro tři vodorovné trubice s různými poloměry kruhového průřezu, které jsou opatřeny manometry, naměřte závislost objemového průtoku  $Q_V$  na úbytku statického tlaku  $\Delta p$  na vyšetřované délce trubice  $l$  ve směru proudění.
2. Sestrojte grafy závislosti  $Q_V = Q_V(p)$ . Do grafu zakreslete teoretický průběh této závislosti plynoucí z Poiseuillovy rovnice.
3. Ze směrnice závislosti  $Q_V = Q_V(p)$  v oblasti laminárního proudění urete poloměr trubice.
4. Upravený poloměr dosadte do vztahu pro výpočet  $Re$  a  $k$ .
5. Sestrojte graf závislosti  $k = k(Re)$ , kde  $k$  je součinitel odporu trubice a  $Re$  je Reynoldsovo číslo.

# 2 Teorie

Při proudění kapaliny trubicí rozlišujeme tři základní typy. Laminární, turbulentní a smíšené vzniklé střídáním předešlých dvou. K lepšímu určení toho, o který typ se zrovna jedná se zavádí Reynoldsovo číslo definováno vztahem

$$Re = \frac{r \rho v_s}{\eta}, \quad (1)$$

kde  $r$  je poloměr trubice,  $\rho$  hustota kapaliny,  $v_s$  střední hodnota rychlosti proudění a  $\eta$  dynamická viskozita kapaliny. Při hodnotě tohoto čísla nižší než 2000 se přibližně jedná o laminární proudění. Od hodnoty 1000 se začínají objevovat trubulence. Proto na intervalu od 1000 do 2000 vzniká proudění smíšené.

Pro laminární proudění platí Poissellova rovnice pro velikost průtoku trubicí

$$Q_V = \frac{\pi r^4}{8 \eta l} \Delta p, \quad (2)$$

kde  $r$  je poloměr trubice,  $\eta$  dynamická viskozita a  $\Delta p$  pokles tlaku v trubicí na úseku délky  $l$ . V [1] naleznete odvození vztahů potřebných pro úlohu. Nám postačí

$$Q_V = V/t \quad (3)$$

$$\Delta p = h \rho g \quad (4)$$

$$Re = \frac{Q_V}{\pi r \eta} \rho \quad (5)$$

$$k = \frac{2\pi \Delta p r^5}{l \rho Q_V^2} \quad (6)$$

$n$	$r/\text{mm}$	$r'/\text{mm}$	$l/\text{cm}$
1	$1.8 \pm 0.1$	$1.65 \pm 0.04$	$20.1 \pm 0.1$
2	$1.6 \pm 0.1$	$1.47 \pm 0.03$	$25.1 \pm 0.1$
3	$1.1 \pm 0.1$	$0.96 \pm 0.01$	$25.0 \pm 0.1$

Tabulka 1: Parametry trubic

## 3 Výsledky měření

### 3.1 Podmínky

Teplota vody tekoucí trubicemi byla  $22.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### 3.2 Výpočty

Veškeré naměřené hodnoty byly statisticky vyhodnoceny dle [3]. Tento zdroj jsem také použil při stanovení chyb vypočítaných veličin. U odměrných válců jsem bral jako chybu měřidla polovinu nejmenšího dílku, chybu měření času jsem odhadl na  $0.3\text{ s}$  a při stanovení výšky vodního sloupce v nanometru jsem počítal, až na výjimky popsané níže s  $1\text{ mm}$ .

Za hodnotu hustoty vody a dynamické viskozity jsem dosadil hodnoty z [4]

$$\rho = 0.980\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}, \quad (7)$$

$$\eta = 1.002 \cdot 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}. \quad (8)$$

### 3.3 Parametry trubicí

Poloměry trubic jsem měřil plastovým posuvným měřidlem, jejich délku metrem. Naměřené hodnoty naleznete v tabulce 1.

### 3.4 Průtok trubicemi

Pro každou trubicí jsem změřil objem  $V$ , který protekl trubicí za čas  $t$  za výšky  $h$  vodního sloupce v nanometru. Tyto hodnoty jsou v tabulkách 2, 3 a 4.

Z naměřených hodnot jsem vypočítal dle 3 a 4  $Q_V$  a  $\Delta p$  a zanesl je do grafu. Jeho hodnoty jsem v laminární části za pomoci programu Gnuplot proložil přímkou a z její směrnice jsem stanovil skutečný poloměr trubic. Tyto hodnoty jsou pro možnost porovnání opět v tabulce 1 označeny čárkou. Do grafu jsem ještě zanesl teoretické hodnoty  $Q_V$  dle 2. Výsledný graf naleznete pod obrázkem 1.

### 3.5 Závislost odporu trubice na Reynoldově čísle

Dle vztahů 5, 6, dopočtených poloměrů a naměřených hodnot sestrojil graf závislost  $k$  na  $Re$ . Jedná se o obrázek 2. Dále jsem zanesl teoretickou závislost pro laminární a turbulettní

$h/\text{cm}$	$V/\text{ml}$	$t/\text{s}$
1.5	$9.3 \pm 0.1$	$17.0 \pm 0.3$
2.0	$24.0 \pm 0.3$	$12.0 \pm 0.3$
2.5	$46.0 \pm 0.3$	$16.8 \pm 0.3$
3.0	$94.0 \pm 1.0$	$27.4 \pm 0.3$
3.5	$88.0 \pm 1.0$	$21.4 \pm 0.3$
4.0	$88.0 \pm 1.0$	$18.6 \pm 0.3$
4.5	$80.0 \pm 1.0$	$15.0 \pm 0.3$
5.0	$90.0 \pm 1.0$	$15.4 \pm 0.3$
5.5	$88.0 \pm 1.0$	$14.4 \pm 0.3$
6.0	$88.0 \pm 1.0$	$13.0 \pm 0.3$
$8.0 \pm 0.5$	$82.0 \pm 1.0$	$10.8 \pm 0.3$
$12.0 \pm 0.5$	$90.0 \pm 1.0$	$11.2 \pm 0.3$
16.0	$92.0 \pm 1.0$	$9.8 \pm 0.3$
20.0	$88.0 \pm 1.0$	$8.2 \pm 0.3$

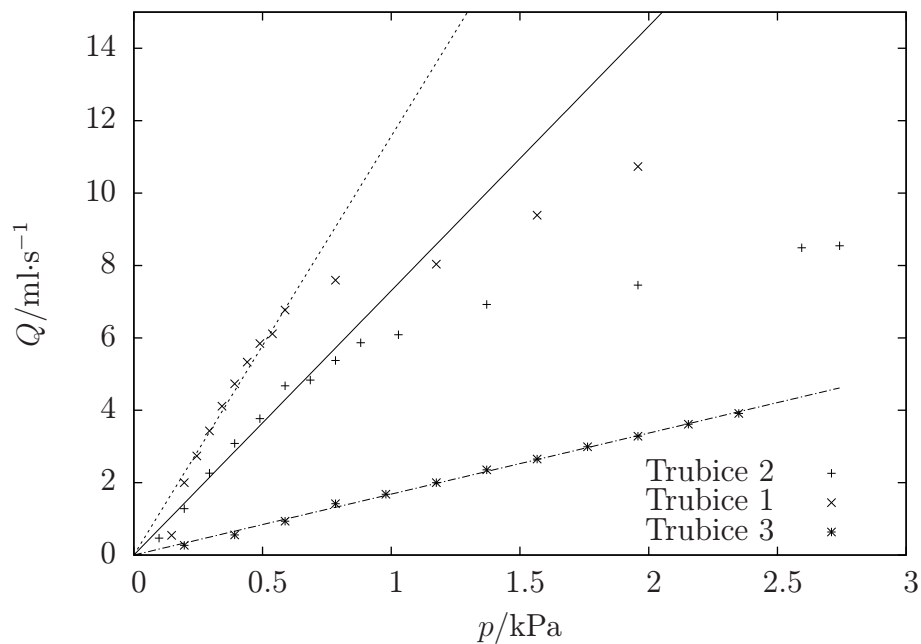
Tabulka 2: Výsledky měření pro trubici 1.

$h/\text{cm}$	$V/\text{ml}$	$t/\text{s}$
1.0	$8.9 \pm 0.1$	$19.0 \pm 0.3$
2.0	$21.0 \pm 0.3$	$16.4 \pm 0.3$
3.0	$24.0 \pm 0.3$	$10.6 \pm 0.3$
4.0	$45.0 \pm 0.5$	$14.6 \pm 0.3$
5.0	$49.0 \pm 0.5$	$13.0 \pm 0.3$
6.0	$86.0 \pm 1.0$	$18.4 \pm 0.3$
7.0	$88.0 \pm 1.0$	$18.2 \pm 0.3$
8.0	$86.0 \pm 1.0$	$16.0 \pm 0.3$
9.0	$88.0 \pm 1.0$	$15.0 \pm 0.3$
$10.5 \pm 0.5$	$84.0 \pm 1.0$	$13.8 \pm 0.3$
$14.0 \pm 1.0$	$90.0 \pm 1.0$	$13.0 \pm 0.3$
$20.0 \pm 1.0$	$88.0 \pm 1.0$	$11.8 \pm 0.3$
26.5	$90.0 \pm 1.0$	$10.6 \pm 0.3$
28.0	$94.0 \pm 1.0$	$11.0 \pm 0.3$

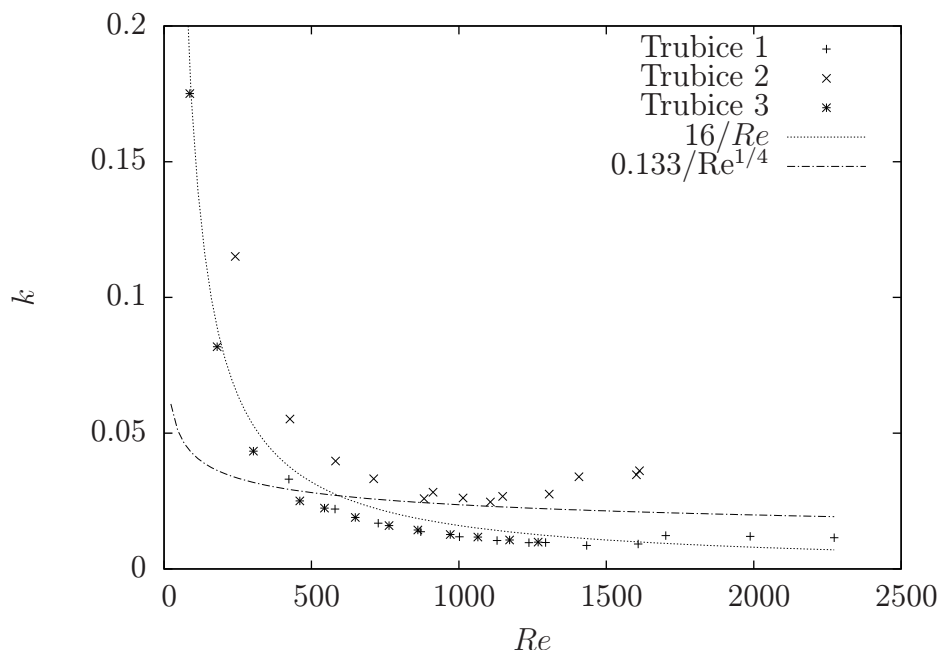
Tabulka 3: Výsledky měření pro trubici 2.

$h/\text{cm}$	$V/\text{ml}$	$t/\text{s}$
2	$9.4 \pm 0.1$	$35.0 \pm 0.3$
4	$22.0 \pm 0.3$	$39.6 \pm 0.3$
6	$21.5 \pm 0.3$	$23.0 \pm 0.3$
8	$46.0 \pm 0.5$	$32.4 \pm 0.3$
10	$47.0 \pm 0.5$	$28.0 \pm 0.3$
12	$68.0 \pm 1.0$	$34.0 \pm 0.3$
14	$72.0 \pm 1.0$	$30.6 \pm 0.3$
16	$86.0 \pm 1.0$	$32.4 \pm 0.3$
18	$88.0 \pm 1.0$	$29.4 \pm 0.3$
20	$86.0 \pm 1.0$	$26.2 \pm 0.3$
22	$86.0 \pm 1.0$	$23.8 \pm 0.3$
24	$90.0 \pm 1.0$	$23.0 \pm 0.3$

Tabulka 4: Výsledky měření pro trubici 3.



Obrázek 1: Graf závislosti  $Q_V$  na  $\Delta p$



Obrázek 2: Graf závislosti  $k$  na  $Re$

proudění zmíněnou v [1].

## 4 Diskuze

Mnou naměřené hodnoty v oblasti laminárního proudění dobře odpovídají teoretickým hodnotám daným Poissellovou rovnicí. Závislost  $k$  na  $Re$  v oblasti proudění není, obzvláště u trubice 2, tak přesná. V oblasti smíšeného proudění jsou hodnoty pouze orientační, protože vlivem častého střídání typu proudění nebylo možné přesně stanovit  $\Delta p$ .

Menší nesnáze jsou měly s kroužkem korigujícím průtok hadicemi. Místy bylo nastavení přesného tlaku vcelku nesnadné a záleželo na tom, zda se zrovna člověk kroužku dotýkal či nikoliv. Dále by nebylo špatné trochu zvýšit stojan s trubicemi, protože větší odměrné válce se při měření museli držet šikmo.

Díky velkému času a relativně velkému objemu vody při měření byla výsledná chyba malá, a proto nebylo třeba měření opakovat.

## 5 Závěr

Změřil jsem závislost objemového průtoku na úbytku tlaku ve třech trubicích. Tuto závislost jsem zanesl do grafu, který je označen jako obrázek 1.

Ze směrnice grafu  $Q_V = Q_V(\Delta p)$  v oblasti laminárního proudění jsem stanovil skutečné poloměry trubic

$$r'_1 = (1.65 \pm 0.04)\text{mm} \quad (9)$$

$$r'_2 = (1.47 \pm 0.03)\text{mm} \quad (10)$$

$$r'_2 = (0.96 \pm 0.01)\text{mm} \quad (11)$$

Dosazením skutečných poloměrů do rovnic 1 a 6 jsem dopočetl  $Re$  a  $k$  a jejich závislost zanesl do grafu označeným obrázek 2.

## Reference

- [1] **Studijní text na praktikum I**  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_103.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_103.pdf) (26. 4. 2011)
- [2] *Prof. RNDr. Jozef Kvasnica, DrSc. a kolektiv: Mechanika*  
Academia, Praha 1988
- [3] *J. Englich: Zpracování výsledků fyzikálních měření*  
LS 1999/2000
- [4] *Jiří Mikulčák a kolektiv: Matematické, fyzikální a chemické tabulky*  
Prometheus, Praha 1988