

# 1 Úkol

1. Změřte účinník:

- (a) rezistoru,
- (b) kondenzátoru ( $C = 10 \mu\text{F}$ )
- (c) cívky.

Určete chybu měření. Diskutujte shodu výsledků s teoretickými hodnotami pro ideální prvky. Pro cívku vypočtete indukčnost a odpor v sériovém a paralelním náhradním zapojení.

- 2. Změřte účinník sériového a paralelního zapojení rezistoru a kondenzátoru ( $C = 1; 2; 5; 10 \mu\text{F}$ ). Z naměřených hodnot stanovte odpor rezistoru. Určete chyby měření a rozhodněte, které z obou zapojení je v daném případě vhodnější pro stanovení odporu.
- 3. Změřte závislost proudu a výkonu na velikosti kapacity zařazené do sériového RLC obvodu.
- 4. Výsledky úkolu 3. zpracujte graficky, v závislosti na zařazené kapacitě vynesete účinník, fázový posuv napětí vůči proudu a výkon.

## 2 Teorie

### 2.1 Účinník

Výkon střídavého proudu za určitý čas  $T$  je definován

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt, \quad (1)$$

kde  $u$  a  $i$  jsou okamžité hodnoty proudu a napětí. Pro sinusový průběh proudu, kde  $\varphi$  je fázový rozdíl napětí vůči proudu získáme integrací

$$P = \frac{U_0 I_0}{2} \cos \varphi, \quad (2)$$

což můžeme pro efektivní hodnoty upravit na

$$P = UI \cos \varphi. \quad (3)$$

Účinník je  $\cos \varphi$  z rovnic 2 a 3, z kterých ho snadno vypočítáme.

## 2.2 Resistance, kapacitance a induktance

Resistance nijak neovlivňuje velikost účinníku. V obvodu, ve kterém je pouze odpor je účinník roven jedné. Pokud je v obvodu poze kondenzátor, vzniká fázový posun napětí  $\varphi$ , který je v ideálním případě roven  $-\frac{\pi}{2}$ . Podobná situace nastane u cívky, kdy je  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ . V obou případech je účinník roven nule.

Při zapojení více prvků do série pro fázový posun napětí vůči proudu platí

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}, \quad (4)$$

kde  $L$  je indukčnost,  $C$  kapacita a  $R$  celkový odpor obvodu. Při paralelním zapojení platí pro fázový posun proudu vůči napětí  $\varphi'$

$$\varphi' = \arctan \left( \omega RC - \frac{R}{\omega L} \right). \quad (5)$$

## 2.3 Výpočet $L$ , $R$ a $C$

Při zapojení cívky a odporu dá snadno vypočítat velikosti indukčnosti a odporu. Dle [1] pro sériové zapojení platí

$$R_S = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \quad (6)$$

$$L_S = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi}} \quad (7)$$

a pro paralelní platí platí

$$R_P = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} \quad (8)$$

$$L_P = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{\tan^2 \varphi}} \quad (9)$$

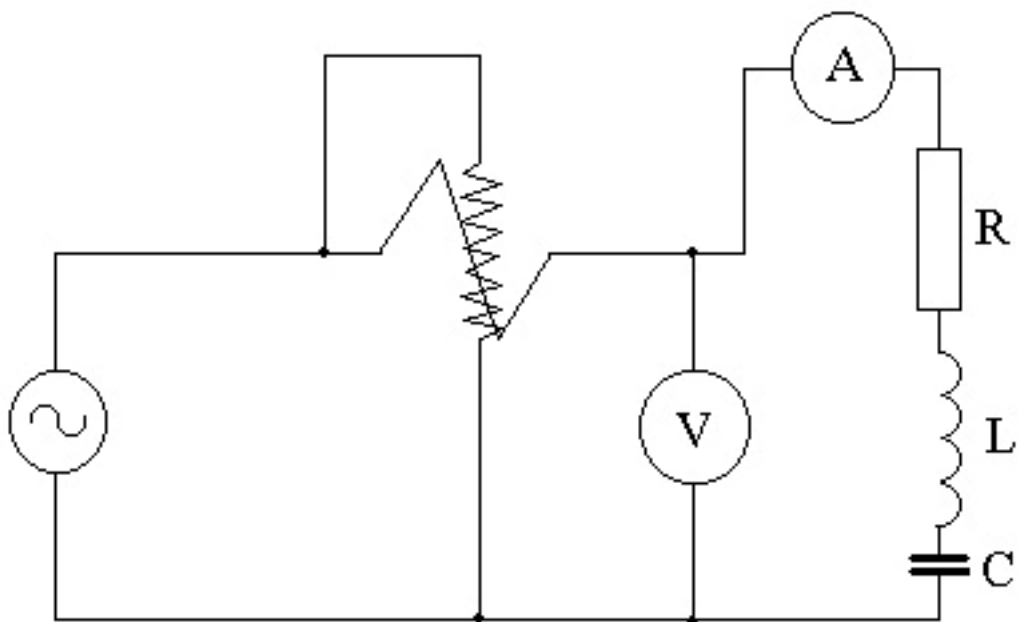
Podobné vzahy platí i pro zapojení kondenzátoru a odporu. Konkrétní rovnice jsou

$$R_S = \frac{U}{I} \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} \quad (10)$$

$$C_S = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{1 + \tan^2 \varphi}{\tan^2 \varphi}} \quad (11)$$

$$R_P = \frac{U}{I} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} \quad (12)$$

$$C_P = \frac{U}{\omega I} \sqrt{\frac{\tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi}} \quad (13)$$



Obrázek 1: Schéma měření

## 2.4 Chyby

Při měření byla použita jak analogová, tak digitální zařízení. Pro chybu analogových musíme znát jejich třídu přesnosti. V tomto případě se jednalo o ampérmetr resp. watmetr, který měl třídu přesnosti 1.5 resp. 0.2. Velikost absolutní chyby získáme

$$\sigma = 1.5 \frac{R}{100}, \quad (14)$$

kde  $R$  je rozsah ampérmetru resp. watmetru.

Digitální přístroje mají svou procentuální chybu naměřené hodnoty, ke které se přičte jistá hodnota v řádu poslední číslice na displeji. Voltmetr měl konkrétně chybu  $\pm 2.5\% \pm 10d$ .

## 3 Měření

### 3.1 Účinník odporu, cívky a kondenzátoru

Zapojil jsem měřící přístroje dle obrázku 1 a postupně jsem zapojoval jednotlivé součástky. Následně jsem zapojil cívku s odporem, a to jak sériově, tak paralelně. Naměřené hodnoty se spočteným účinníkem jsou v tabulce 1. Z posledních dvou jsem vypočetl odpor

	$U/V$	$I/\text{mA}$	$P/W$	$\cos \varphi$
$R$	$51 \pm 1$	$44 \pm 2$	$2.00 \pm 0.07$	$0.89 \pm 0.09$
$L$	$51 \pm 1$	$29 \pm 2$	$0.50 \pm 0.07$	$0.33 \pm 0.08$
$C$	$51 \pm 1$	$140 \pm 5$	$0.00 \pm 0.07$	$0.00 \pm 0.08$
$RLs.$	$51 \pm 1$	$21.0 \pm 0.5$	$0.70 \pm 0.07$	$0.65 \pm 0.09$
$RLp.$	$51 \pm 1$	$67 \pm 2$	$2.55 \pm 0.07$	$0.75 \pm 0.06$

Tabulka 1: Hodnoty naměřné v úkolu 1.

$C/\mu\text{F}$	$U/V$	$I/\text{mA}$	$P/W$	$\cos \varphi$	$R/\Omega$
1	$51 \pm 1$	$53 \pm 2$	$2.00 \pm 0.07$	$0.74 \pm 0.07$	$710 \pm 70$
2	$51 \pm 1$	$61 \pm 2$	$2.05 \pm 0.07$	$0.66 \pm 0.06$	$550 \pm 50$
5	$51 \pm 1$	$100 \pm 5$	$2.10 \pm 0.07$	$0.41 \pm 0.04$	$210 \pm 20$
10	$51 \pm 1$	$160 \pm 5$	$2.10 \pm 0.07$	$0.26 \pm 0.02$	$80 \pm 8$

Tabulka 2: Sériové zapojení kondenzátoru a odporu

a indukčnost v náhradním zapojení

$$R_s = (1.6 \pm 0.2)\text{k}\Omega \quad (15)$$

$$L_s = (60 \pm 6)\mu\text{H} \quad (16)$$

$$R_p = (1.0 \pm 0.1)\text{k}\Omega \quad (17)$$

$$L_s = (3.6 \pm 0.4)\text{H} \quad (18)$$

### 3.2 Odpor a kondenzátor

Pro sériové a paralelní zapojení odporu a kondenzátoru jsem měřil charakteristiky s různými kapacitami. Naměřené hodnoty jsou v tabulkách 2 a 3. Tato zapojení jsem také o něco hustěji proměřil digitálním měřákem, který rovnou ukazoval i velikost účinníku. Výsledky tohoto měření jsou v tabulkách 4 a 5 spolu s dopočteným odporem.

$C/\mu\text{F}$	$U/V$	$I/\text{mA}$	$P/W$	$\cos \varphi$	$R/\Omega$
1	$51 \pm 1$	$15 \pm 0.5$	$0.20 \pm 0.07$	$0.3 \pm 0.1$	$10000 \pm 1000$
2	$51 \pm 1$	$27.5 \pm 0.5$	$0.60 \pm 0.07$	$0.43 \pm 0.07$	$4000 \pm 400$
5	$51 \pm 1$	$44 \pm 2$	$1.50 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.07$	$1700 \pm 200$
10	$51 \pm 1$	$49 \pm 2$	$1.90 \pm 0.07$	$0.76 \pm 0.07$	$1400 \pm 100$

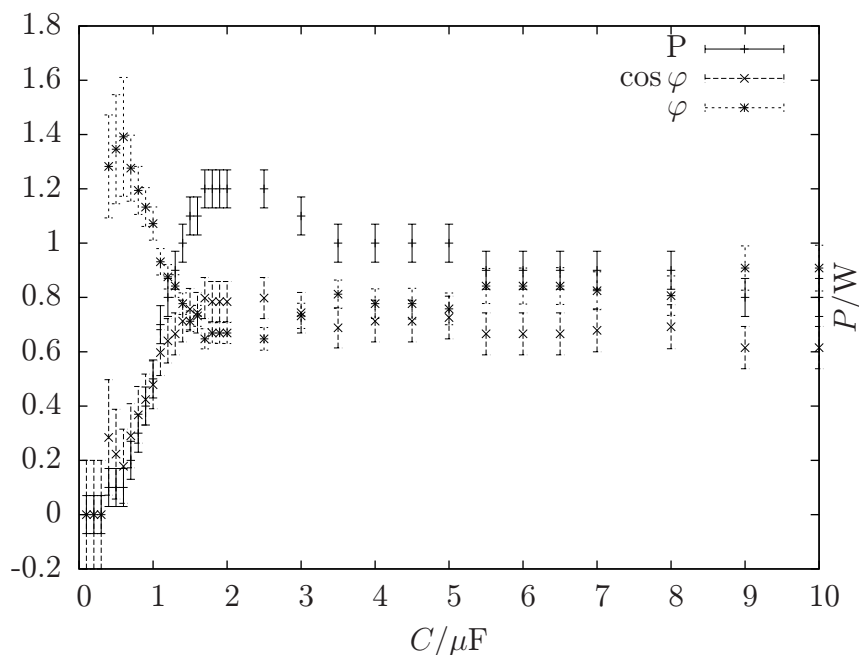
Tabulka 3: Paralelní zapojení kondenzátoru a odporu

$C/\mu\text{F}$	$U/\text{V}$	$I/\text{mA}$	$P/\text{W}$	$\cos \varphi$
1	$50.9 \pm 0.7$	$15 \pm 5$	$0.24 \pm 0.01$	$0.31 \pm 0.04$
2	$50.9 \pm 0.7$	$27 \pm 5$	$0.75 \pm 0.02$	$0.54 \pm 0.04$
3	$50.7 \pm 0.7$	$35 \pm 5$	$1.22 \pm 0.02$	$0.69 \pm 0.04$
4	$50.9 \pm 0.7$	$40 \pm 5$	$1.59 \pm 0.02$	$0.79 \pm 0.05$
5	$50.9 \pm 0.7$	$43 \pm 5$	$1.86 \pm 0.03$	$0.85 \pm 0.05$
6	$50.9 \pm 0.7$	$45 \pm 5$	$2.04 \pm 0.03$	$0.89 \pm 0.05$
7	$50.9 \pm 0.7$	$46 \pm 5$	$2.15 \pm 0.03$	$0.91 \pm 0.05$
8	$50.9 \pm 0.7$	$47 \pm 5$	$2.23 \pm 0.03$	$0.93 \pm 0.05$
9	$50.8 \pm 0.7$	$48 \pm 5$	$2.30 \pm 0.03$	$0.95 \pm 0.05$
10	$50.9 \pm 0.7$	$48 \pm 5$	$2.35 \pm 0.03$	$0.96 \pm 0.05$

Tabulka 4: Sériové zapojení kondenzátoru a odporu měřeno digitální měřákem.

$C/\mu\text{F}$	$U/\text{V}$	$I/\text{mA}$	$P/\text{W}$	$\cos \varphi$
1	$50.7 \pm 0.7$	$54 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.94 \pm 0.05$
2	$50.7 \pm 0.7$	$61 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.84 \pm 0.05$
3	$50.7 \pm 0.7$	$71 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.72 \pm 0.04$
4	$50.7 \pm 0.7$	$83 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.62 \pm 0.04$
5	$50.8 \pm 0.7$	$96 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.53 \pm 0.04$
6	$50.8 \pm 0.7$	$110 \pm 5$	$2.58 \pm 0.03$	$0.46 \pm 0.04$
7	$50.8 \pm 0.7$	$125 \pm 6$	$2.58 \pm 0.03$	$0.41 \pm 0.04$
8	$50.8 \pm 0.7$	$140 \pm 6$	$2.59 \pm 0.03$	$0.36 \pm 0.04$
9	$50.8 \pm 0.7$	$155 \pm 6$	$2.59 \pm 0.03$	$0.33 \pm 0.04$
10	$50.8 \pm 0.7$	$171 \pm 6$	$2.59 \pm 0.03$	$0.30 \pm 0.04$

Tabulka 5: Paralelně zapojení kondenzátoru a odporu měřeno digitální měřákem.



Obrázek 2: Graf závislosti výkonu, účinníku a fázového posunu napětí vůči proudu na kapacitě.

### 3.3 Sériový RLC obvod

Do série jsem zapojil rezistor, cívku a kondenzátor a měřil jsem závislost proudu a výkonu na kapacitě. Následně jsem dopočítal účinník a fázový posun napětí vůči proudu. Výsledky měření jsou v tabulce 6 zaneseny do grafu na obrázku 2. Pro názornost jsou data proložena křivkou.

## 4 Diskuze

Při měření účinníku byla konečná chyba okolo 10 %. To bylo způsobeno zejména vysokou relativní chybou na wattmetru. Ač bylo toto zařízení velice přesné, na chybě se výrazně podepsalo to, že jsem měřil ve spodní části stupnice. V tomto případě by pomohla změna rozsahu.

Jako nejideálnější prvek se jevil kondenzátor. Pouze u něj odpovídala velikost účinníku teorii. Cívka rozhodně neměla zanedbatelný odpor, čemuž odpovídal i výrazně vyšší účinník, než by měl být. Rezistor v rámci chyby odpovídá teorii. Dopočítané hodnoty, jak odporu, tak indukčnosti cívky mi nepřijdou příliš reálné, chybu ve výpočtu se mi však najít nepodařilo. Dle mého názoru by k určení charakteristik součástek mělo být zapojení sériové.

Použití digitálního přístroje se ukázalo být mnohem rychlejší a přesnější. Celková chyba je dokonce řádově odlišná. Navíc nebylo nutné přepočítávat naměřené hodnoty na účinník.

$C/\mu\text{F}$	$U/\text{V}$	$I/\text{mA}$	$P/\text{W}$	$\cos \varphi$	$\varphi$
0.1	$51 \pm 1$	$1.6 \pm 0.2$	$0.00 \pm 0.07$	$0.0 \pm 0.2$	$2 \pm 1$
0.2	$51 \pm 1$	$3.3 \pm 0.2$	$0.00 \pm 0.07$	$0.0 \pm 0.2$	$2 \pm 1$
0.3	$51 \pm 1$	$5.1 \pm 0.2$	$0.00 \pm 0.07$	$0.0 \pm 0.2$	$2 \pm 1$
0.4	$51 \pm 1$	$6.9 \pm 0.2$	$0.10 \pm 0.07$	$0.2 \pm 0.2$	$1 \pm 1$
0.5	$51 \pm 1$	$8.8 \pm 0.2$	$0.10 \pm 0.07$	$0.2 \pm 0.2$	$1 \pm 1$
0.6	$51 \pm 1$	$11.0 \pm 0.5$	$0.10 \pm 0.07$	$0.2 \pm 0.1$	$1.4 \pm 1$
0.7	$51 \pm 1$	$13.5 \pm 0.5$	$0.20 \pm 0.07$	$0.3 \pm 0.1$	$1.3 \pm 0.5$
0.8	$51 \pm 1$	$16.0 \pm 0.5$	$0.30 \pm 0.07$	$0.47 \pm 0.1$	$1.2 \pm 0.3$
0.9	$51 \pm 1$	$18.5 \pm 0.5$	$0.40 \pm 0.07$	$0.42 \pm 0.09$	$1.1 \pm 0.3$
1.0	$51 \pm 1$	$20.5 \pm 0.5$	$0.50 \pm 0.07$	$0.48 \pm 0.09$	$1.1 \pm 0.2$
1.1	$51 \pm 1$	$23.0 \pm 0.5$	$0.70 \pm 0.07$	$0.60 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
1.2	$51 \pm 1$	$24.5 \pm 0.5$	$0.80 \pm 0.07$	$0.64 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
1.3	$51 \pm 1$	$26.5 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
1.4	$51 \pm 1$	$27.5 \pm 0.5$	$1.00 \pm 0.07$	$0.71 \pm 0.08$	$0.78 \pm 0.08$
1.5	$51 \pm 1$	$28.5 \pm 0.5$	$1.10 \pm 0.07$	$0.76 \pm 0.08$	$0.71 \pm 0.07$
1.6	$51 \pm 1$	$29.0 \pm 0.5$	$1.10 \pm 0.07$	$0.74 \pm 0.07$	$0.73 \pm 0.07$
1.7	$51 \pm 1$	$29.5 \pm 0.5$	$1.20 \pm 0.07$	$0.80 \pm 0.08$	$0.65 \pm 0.06$
1.8	$51 \pm 1$	$30.0 \pm 0.5$	$1.20 \pm 0.07$	$0.78 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.06$
1.9	$51 \pm 1$	$30.0 \pm 0.5$	$1.20 \pm 0.07$	$0.78 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.06$
2.0	$51 \pm 1$	$30.0 \pm 0.5$	$1.20 \pm 0.07$	$0.78 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.06$
2.5	$51 \pm 1$	$29.5 \pm 0.5$	$1.20 \pm 0.07$	$0.80 \pm 0.08$	$0.65 \pm 0.06$
3.0	$51 \pm 1$	$29.0 \pm 0.5$	$1.10 \pm 0.07$	$0.74 \pm 0.07$	$0.73 \pm 0.07$
3.5	$51 \pm 1$	$28.5 \pm 0.5$	$1.00 \pm 0.07$	$0.69 \pm 0.07$	$0.81 \pm 0.09$
4.0	$51 \pm 1$	$27.5 \pm 0.5$	$1.00 \pm 0.07$	$0.71 \pm 0.08$	$0.78 \pm 0.08$
4.5	$51 \pm 1$	$27.5 \pm 0.5$	$1.00 \pm 0.07$	$0.71 \pm 0.08$	$0.78 \pm 0.08$
5.0	$51 \pm 1$	$27.0 \pm 0.5$	$1.00 \pm 0.07$	$0.73 \pm 0.08$	$0.76 \pm 0.08$
5.5	$51 \pm 1$	$26.5 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
6.0	$51 \pm 1$	$26.5 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
6.5	$51 \pm 1$	$26.5 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.67 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
7.0	$51 \pm 1$	$26.0 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.68 \pm 0.08$	$0.8 \pm 0.1$
8.0	$51 \pm 1$	$25.5 \pm 0.5$	$0.90 \pm 0.07$	$0.69 \pm 0.08$	$0.81 \pm 0.09$
9.0	$51 \pm 1$	$25.5 \pm 0.5$	$0.80 \pm 0.07$	$0.62 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$
10.0	$51 \pm 1$	$25.5 \pm 0.5$	$0.80 \pm 0.07$	$0.62 \pm 0.08$	$0.9 \pm 0.1$

Tabulka 6: Závislost výkonu, účinníku a fázového posunu napětí vůči proudu na kapacitě.

V charakteristice RLC obvodu je dobře vidět místo, kdy dochází k rezonanci. Závislosti se mi však nepodařilo proložit rozumným polynomem, a proto je křivka namalovaná pouze rukou. Hlavním příspěvek chyby opět způsobil wattmetr.

## 5 Závěr

Změřil jsem účinník rezistoru, cívky a kondenzátoru, jehož velikosti jsou v tabulce 1. Změřil jsem účinník pro sériové i paralelní zapojení rezistoru a kondenzátoru. Výsledky jsou v tabulkách 2 a 3.

Změřil jsem závislost proudu, účinníku a fázového posunu napětí vůči proudu v sériovém RLC obvodu. Výsledky jsou v tabulce 6 a na obrázku 2.

## Reference

- [1] **Studijní text na praktikum II**  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_206.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_206.pdf) (22. 11. 2011)
- [2] *J. English: Zpracování výsledků fyzikálních měření*  
LS 1999/2000