

# 1 Úkol

1. Změřte průběh intensity magnetického pole na ose souosých kruhových magnetizačních cívek
  - (a) v zapojení s nesouhlasným směrem proudu při vzdálenostech 12, 16, 20 cm
  - (b) v zapojení se souhlasným směrem proudu při týchž vzdálenostech cívek
2. Změřte intensitu magnetického pole uprostřed mezi souosými kruhovými magnetizačními cívkami v zapojení se souhlasným směrem magnetizačního proudu při proměnné vzájemné vzdálenosti cívek 7 až 20 cm.
3. Přesvědčte se, že při Helmholtzově poloze cívek v zapojení se souhlasným směrem proudu je pole na ose cívek v rámci možností homogenní. Pro tento případ stanovte experimentálně konstantu úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole cívek a napětím indukovaným na detekční cívce a porovnejte ji s teoretickou hodnotou.
4. Proměřte průběh intensity magnetického pole na ose solenoidu.
5. Experimentální výsledky podle bodů 1 až 4 porovnejte s teoretickými výpočty. Veškeré výsledky zpracujte tabelárně a graficky.

# 2 Teorie

Výsledná intenzita magnetického pole  $H$  vznikne superpozicí všech jeho zdrojů. Pro osu cívky platí

$$H = \frac{NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (1)$$

kde  $N$  je počet závitů cívky,  $I$  protékající proud,  $R$  poloměr a  $x$  vzdálenost od středu cívky.

V úkolu 1 až 3 se jedná o dvě souosé cívky stejného poloměru. Na jejich společné ose má tento vektor stejný směr, proto se pouze sčítají jejich velikosti a záleží pouze na jeho orientaci, která je dána směrem proudu procházejícím cívkami. Při souhlasném proudu se vektory, při nesouhlasném odečítají. Výsledný vzorec pro intenzitu magnetického pole je

$$H = \frac{NIR^2}{2} \left\{ \frac{1}{[R^2 + (a+x)^2]^{\frac{3}{2}}} \pm \frac{1}{[R^2 + (a-x)^2]^{\frac{3}{2}}} \right\}, \quad (2)$$

kde  $a$  je vzdálenost cívek a ostatní veličiny odpovídají rovnici 1. Cívkami protéká střídavý proud, proto velikost magnetického pole určujeme z velikosti indukovaného napětí v detekční cívce umístěné na místě, které vyšetřujeme.

Výsledný vztah pro velikost intenzity magnetického pole je tedy

$$H = \frac{U}{\omega N S \mu_0} = \frac{U}{2\pi f N r^2 \mu_0}, \quad (3)$$

kde  $U$  je indukované napětí,  $f$  frekvence proudu,  $N$  počet závitů detekční cívky,  $r$  poloměr detekční cívky a  $\mu_0$  permeabilita vakua.

Helmholtzova pozice je zvláštní případ rozložení cívek. Jedná se o dvě sousední cívky o stejném poloměru a vinutí, které mají mezi sebou vzdálenost rovnou poloměru cívek. Díky tomu mezi cívkami vzniká homogenní magnetické pole, pro které platí

$$H = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{NI}{R}. \quad (4)$$

Solenoid je případ cívky namotané na válci. Pro nekonečně dlouhý platí, že intenzita magnetického pole uvnitř je konstantní. V praxi však na krajích cívky dochází ke snížení intenzity. Skutečnému průběhu by měla odpovídat funkce

$$H(x) = \frac{NI}{2l - (r_2 - r_1)} \left[ \left( \frac{l}{2} + x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} + x\right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} + x\right)^2}} + \left( \frac{l}{2} - x \right) \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 + \left(\frac{l}{2} - x\right)^2}}{r_1 + \sqrt{r_1^2 + \left(\frac{l}{2} - x\right)^2}} \right] \quad (5)$$

Všechna napětí byla měřena nastejným voltmetru. Pro úkoly 1 - 3 na rozsahu 2 V, kde je jeho chyba  $\pm 0.8\% + 0.001$ . V úkoly 4 na rozsahu 20, kde je chyba  $\pm 2.5\% + 0.01$ . Dále vystupovala nepřímá chyba, kde se relativní chyby u součinu a podílu veličin sčítají. Všechny zadané rozměry a veličiny jsem bral s chybou 1%.

## 3 Měření

### 3.1 Úkol 1

Nejprve jsem měřil velikost intenzity magnetického pole na ose sousedních cívek pro tři různé vzdálenosti cívek. Při měření jsem si nejprve zvolil počátek souřadného systému v první cívce. Z praktických důvodů jsem ho ale následně přesunul do středu mezi cívkami. Po naměření první sady hodnot jsem prohodil směr proudu v jedné z cívek. Z výsledků druhé sady jsem následně určil, zda se jedná o zapojení při souhlasném směru proudu či nesouhlasném. Naměřené napětí jsem dle vztahu 3 přepočítal na intenzitu magnetického pole. V tabulce 1 a na obrázku 1 jsou výsledky pro souhlasný směr proudu. V tabulce 2 a na obrázku 2 jsou výsledky pro nesouhlasný směr proudu. V grafech jsou pro srovnání zaneseny teoretické závislosti velikosti magnetické indukce.

### 3.2 Úkol 2

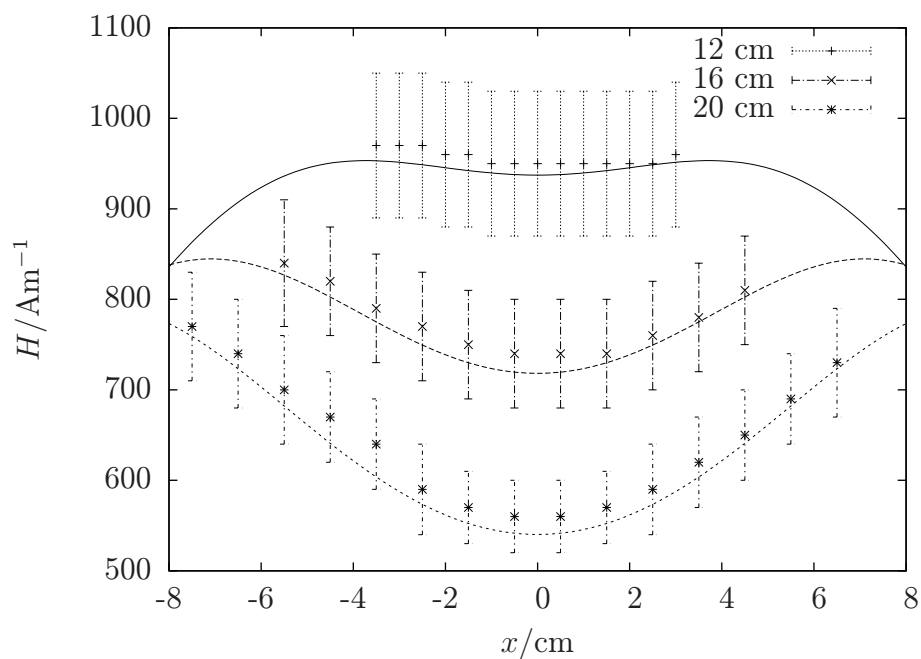
Následně jsem měřil velikost intenzity magnetického pole uprostřed cívek pro jejich různé vzdálenosti. To jsem opět vypočítal dle vztahu 3 z naměřeného indukovaného napětí. Výsledné hodnoty jsou v tabulce 3 a na obrázku 3 opět se zanesenou teoretickou závislostí.

$d/\text{cm}$	12	16	20
$x/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$	$H/\text{Am}^{-1}$	$H/\text{Am}^{-1}$
-7.5			$770 \pm 60$
-6.5			$740 \pm 60$
-5.5		$840 \pm 70$	$700 \pm 60$
-4.5		$820 \pm 60$	$670 \pm 50$
-3.5	$970 \pm 80$	$790 \pm 60$	$700 \pm 60$
-3	$970 \pm 80$		
-2.5	$970 \pm 80$	$770 \pm 60$	$590 \pm 50$
-2	$960 \pm 80$		
-1.5	$960 \pm 80$	$750 \pm 60$	$570 \pm 40$
-1	$950 \pm 80$		
-0.5	$950 \pm 80$	$740 \pm 60$	$560 \pm 40$
0	$950 \pm 80$		
0.5	$950 \pm 80$	$740 \pm 60$	$560 \pm 40$
1	$950 \pm 80$		
1.5	$950 \pm 80$	$740 \pm 60$	$570 \pm 40$
2	$950 \pm 80$		
2.5	$950 \pm 80$	$760 \pm 60$	$590 \pm 50$
3	$960 \pm 80$		
3.5		$780 \pm 60$	$620 \pm 50$
4.5		$810 \pm 60$	$650 \pm 50$
5.5			$690 \pm 50$
6.5			$730 \pm 60$

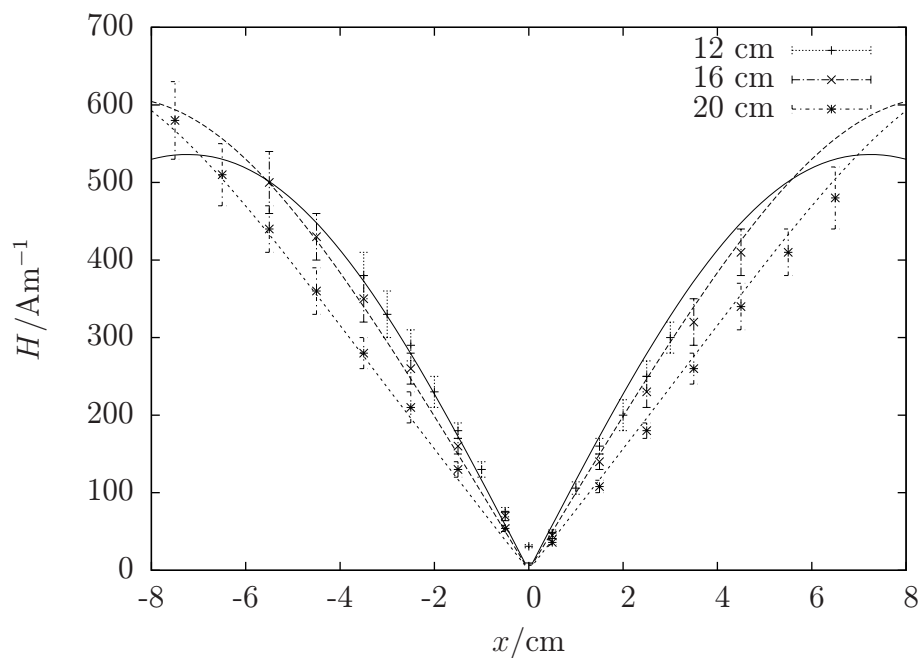
Tabulka 1: Velikosti intenzity magnetického pole na ose při souhlasném směru proudu v závislosti na poloze pro různé vzdálenosti cívek.

$d/\text{cm}$	12	16	20
$x/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$	$H/\text{Am}^{-1}$	$H/\text{Am}^{-1}$
-7.5			$580 \pm 50$
-6.5			$510 \pm 40$
-5.5		$500 \pm 40$	$440 \pm 30$
-4.5		$430 \pm 30$	$360 \pm 30$
-3.5	$380 \pm 30$	$350 \pm 30$	$280 \pm 20$
-3	$330 \pm 30$		
-2.5	$290 \pm 20$	$260 \pm 20$	$210 \pm 20$
-2	$200 \pm 20$		
-1.5	$180 \pm 10$	$160 \pm 10$	$130 \pm 10$
-1	$130 \pm 10$		
-0.5	$75 \pm 6$	$45 \pm 4$	$54 \pm 4$
0	$31 \pm 2$		
0.5	$48 \pm 4$	$45 \pm 4$	$36 \pm 3$
1	$106 \pm 6$		
1.5	$160 \pm 10$	$140 \pm 10$	$108 \pm 8$
2	$200 \pm 20$		
2.5	$250 \pm 20$	$230 \pm 20$	$180 \pm 10$
3	$300 \pm 20$		
3.5		$320 \pm 30$	$260 \pm 20$
4.5		$410 \pm 30$	$340 \pm 30$
5.5			$410 \pm 30$
6.5			$480 \pm 40$

Tabulka 2: Velikosti intenzity magnetického pole na ose při nesouhlasném směru proudu v závislosti na poloze pro různé vzdálenosti cívek.



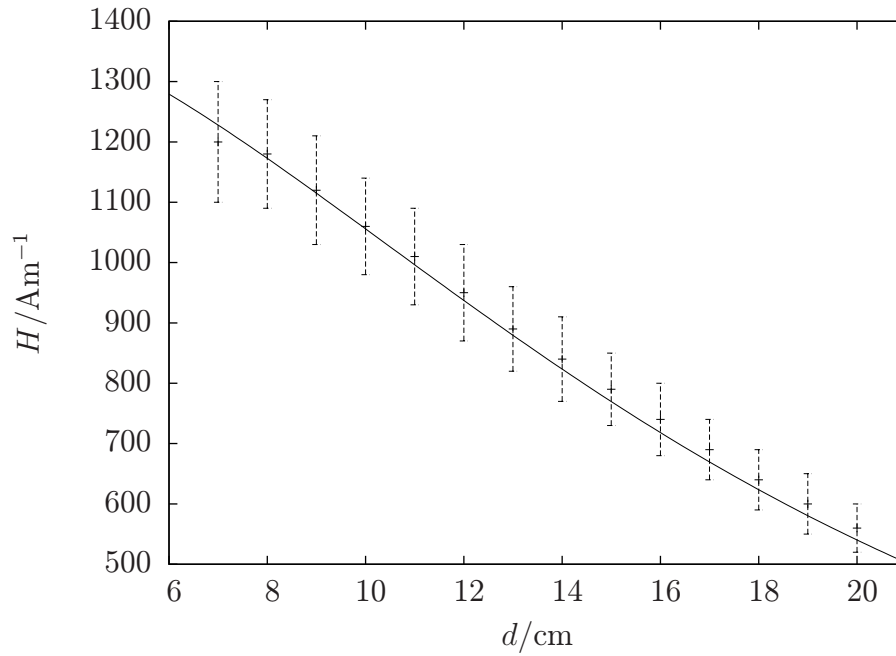
Obrázek 1: Graf závislosti velikosti intenzity magnetického pole na poloze pro různě vzdálenosti cívek při souhlasném směru proudu.



Obrázek 2: Graf závislosti velikosti intenzity magnetického pole na poloze pro různě vzdálenosti cívek při nesouhlasném směru proudu.

$d/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$
7	$1200 \pm 100$
8	$1180 \pm 90$
9	$1120 \pm 90$
10	$1060 \pm 80$
11	$1010 \pm 80$
12	$950 \pm 80$
13	$890 \pm 70$
14	$840 \pm 70$
15	$790 \pm 60$
16	$740 \pm 60$
17	$690 \pm 50$
18	$640 \pm 50$
19	$600 \pm 50$
20	$560 \pm 40$

Tabulka 3: Tabulka závislosti velikosti intenzity magnetického pole uprostřed souosých cívek v závislosti na jejich vzdálenosti.



Obrázek 3: Graf závislosti velikosti intenzity magnetického pole uprostřed cívek na jejich vzdálenosti.

$x/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$
2.5	$1040 \pm 80$
3	$1050 \pm 80$
3.5	$1050 \pm 80$
4	$1050 \pm 80$
4.5	$1050 \pm 80$
5	$1050 \pm 80$
5.5	$1050 \pm 80$
6	$1040 \pm 80$
6.5	$1040 \pm 80$
7	$1040 \pm 80$
7.5	$1040 \pm 80$

Tabulka 4: Tabulka závislosti velikosti intenzity magnetického pole na poloze při Helmholtzově zapojení.

### 3.3 Úkol 3

Naměřil jsem indukované napětí pro různé body na ose při Helmholtzově poloze cívek. Dle 3 jsem vypočetl velikost magnetické indukce. Tyto hodnoty jsou v tabulce 4. Následně jsem je zanesl do grafu, kde jsem je proložil přímkou a zanesl do něj též teoretickou hodnotu. Výsledkem jest obrázek 4. Dle programu gnuplot je střední hodnota velikosti intenzity rovna

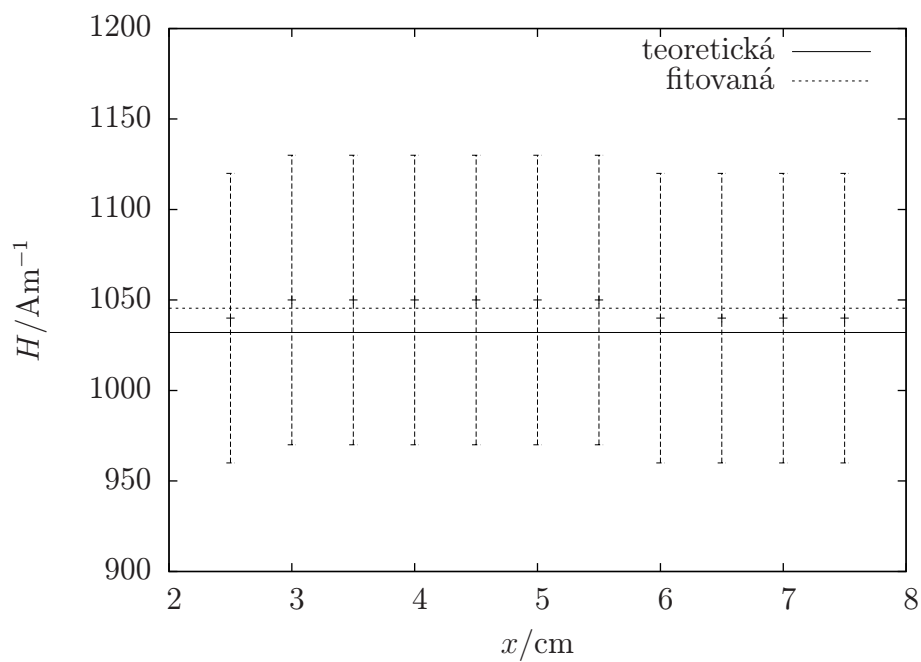
$$H = 1045 \text{Am}^{-1}, \quad (6)$$

což se od teoretické liší pouze o 1%. Konstanta úměrnosti mezi intenzitou magnetického pole a napětím indukovaném na detekční cívkce je dle vztahu (6) z [1]

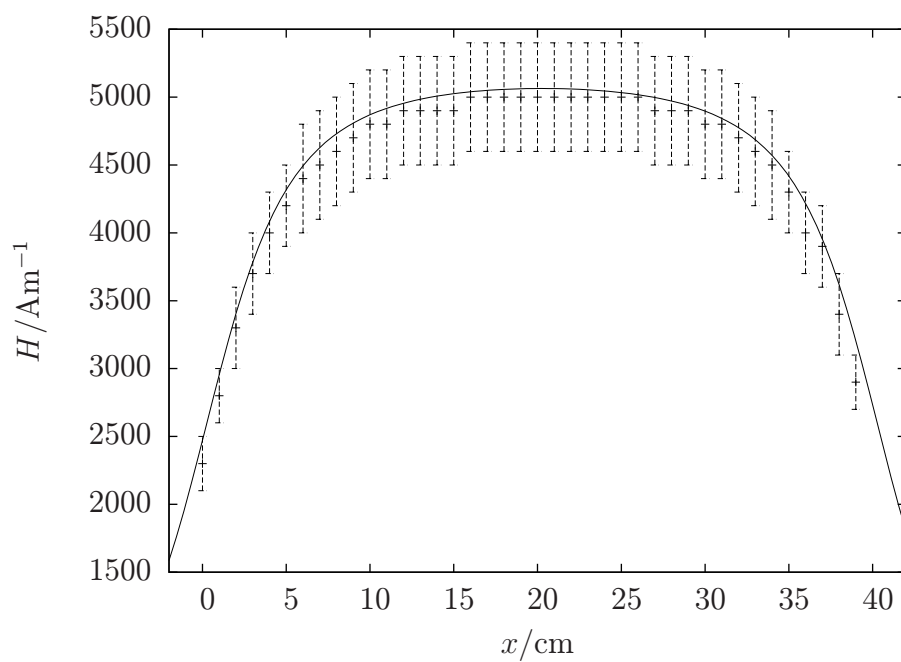
$$k = (4900 \pm 400) \frac{\text{V}}{\text{mA}} \quad (7)$$

### 3.4 Úkol 4

Nakonec jsem proměřoval velikosti intenzity magnetického pole uvnitř solenoidu. Počátek souřadného systému je přibližně na okraji cívky. Jeho parametry byly:  $N = 4204$ ,  $l = 400 \text{ mm}$ ,  $r_1 = 40 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 70 \text{ mm}$ . Parametry detekční cívky byly  $R = 10.5 \text{ mm}$  a  $N = 370$ . Indukci jsem opět vypočetl dle 3 z naměřeného napětí. Výsledky jsou v tabulce 5 a na obrázku 5 spolu s teoretickou křivkou dle předpisu 5 dofitovanou pomocí programu gnuplot, který dopočtl její posunutí o 20.3 cm, protože tento vztah platí pro souřadnice od středu solenoidu.



Obrázek 4: Graf závislosti velikosti intenzity magnetického pole na poloze pro Helmholtzovo zapojení.



Obrázek 5: Graf závislosti velikosti intenzity magnetického pole uvnitř solenoidu na poloze.



$x/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$	$x/\text{cm}$	$H/\text{Am}^{-1}$
0	$2300 \pm 200$	20	$5000 \pm 400$
1	$2800 \pm 200$	22	$5000 \pm 400$
2	$3300 \pm 300$	23	$5000 \pm 400$
3	$3700 \pm 300$	24	$5000 \pm 400$
4	$4000 \pm 300$	25	$5000 \pm 400$
5	$4200 \pm 300$	26	$5000 \pm 400$
6	$4400 \pm 400$	27	$4900 \pm 400$
7	$4500 \pm 400$	28	$4900 \pm 400$
8	$4600 \pm 400$	29	$4900 \pm 400$
9	$4700 \pm 400$	30	$4800 \pm 400$
10	$4800 \pm 400$	31	$4800 \pm 400$
11	$4800 \pm 400$	32	$4700 \pm 400$
12	$4900 \pm 400$	33	$4600 \pm 400$
13	$4900 \pm 400$	34	$4500 \pm 400$
14	$4900 \pm 400$	35	$4300 \pm 300$
15	$4900 \pm 400$	36	$4000 \pm 300$
16	$5000 \pm 400$	37	$3900 \pm 300$
17	$5000 \pm 400$	38	$3400 \pm 300$
18	$5000 \pm 400$	39	$2900 \pm 200$
19	$5000 \pm 400$		

Tabulka 5: Tabulka velikosti intenzity magnetického pole uvnitř solenoidu v závislosti na poloze.

## 4 Diskuze

Celková chyba měření se dosahuje přibližně 8 %. To je způsobeno velkou nepřímou chybou z rovnice 3. Tři veličiny v ní vystupující jsou zadány v [1], kde bohužel není zadána jejich chyba. Z toho důvodu jsem ji mohl pouze odhadnout, takže skutečná chyba je možná o něco menší.

Naměřené hodnoty vesměs odpovídají těm teoretickým. Drobné odchylky jsou způsobeny pravděpodobně lehkou idealizací úlohy, kdy cívky nejsou nekonečně krátké, což se podle mě projevuje zejména u detekční cívky. V úloze 4 by také přesnosti napomohl lepší rozsah volmetr, protože jsem chybě odhadl velikost indukovaného napětí a proto byl rozsah zbytečně velký.

## 5 Závěr

Změřil jsem průběh intenzity magnetického pole na ose souosých kruhových cívek

1. v zapojení se souhlasným směrem proudu. Výsledky jsou v tabulce 1 a na obrázku 1.
2. v zapojení s nesouhlasným směrem proudu. Výsledky jsou v tabulce 2 a na obrázku 2.

Změřil jsem intenzitu magnetického pole uprostřed osy souosých cívek pro jejich různé vzdálenosti. Výsledky jsou v tabulce 3 a na obrázku 3.

Přesvědčil jsem se o homogenitě magnetického pole při Helmholtzově poloze cívek (tabulka 4 a obrázek 4) a stanovil experimentální hodnotu konstanty úměrnosti pod vztahem 7.

Proměřil jsem průběh intenzity magnetického pole uvnitř solenoidu. Výsledky jsou v tabulce 5 a na obrázku 5.

Do všech grafů jsem zanesl i jejich teoretické průběhy.

## Reference

- [1] **Studijní text na praktikum II**  
[http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt\\_223.pdf](http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/txt_223.pdf) (19. 10. 2011)
- [2] *J. English: Zpracování výsledků fyzikálních měření*  
LS 1999/2000