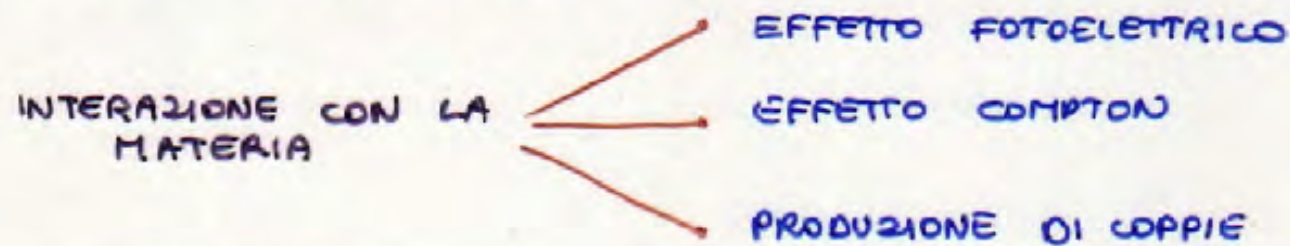


PENETRAZIONE DI FOTONI NELLA MATERIA

- CONSIDERIAMO UN FLUSSO DI FOTONI MONOENERGETICI
(ONDA ELETTROMAGNETICA MONOCROMATICA)



IN TUTTI E 3 I CASI, IL QUANTO DI ENERGIA E
DATA SCOMPARE DAL FASCIO.

→ RIDUZIONE DEL NUMERO DI QUANTI DI
ENERGIA E

- PROFONDA DIFFERENZA CON IL CASO DI PARTICELLE CARICHE:
 - L'ENERGIA NON VIENE PERDUTA IN UNA SOMMA DI PROCESSI ELEMENTARI
 - NON SI HA UNA PERDITA CONTINUA DI ENERGIA
 - IL FOTONE MANTIENE LA SUA ENERGIA FINO A QUANDO NON INTERAGISCE: A QUEL PUNTO, COME QUANTO DI ENERGIA E , IL FOTONE SPARISCE.
 - NON HA SENSO PARLARE DI PERCORSO DI UN FOTONE

- DEFINIAMO Σ (cm^2) :

SEZIONE D'URTO TOTALE DI UN PROCESSO IN CUI UN QUANTO DI ENERGIA E INTERAGISCE CON UN ATOMO.

$$\frac{\Sigma \cdot n_A \cdot V}{A} = \Sigma \cdot n_A \cdot t$$

↑ SPESSORE

→ PROBABILITÀ TOTALE DI INTERAZIONE PER UN QUANTO CHE INTERAGISCE CON UN MATERIALE DI SEZIONE A , VOLUME V E CONTENENTE n_A ATOMI PER VOLUME UNITARIO

- PROBABILITÀ DI INTERAZIONE INFINITESIMA PER UNO SPESSORE INFINITESIMO dx

$$dP = \Sigma n_A dx$$

SE n = NUMERO DI FOTONI INCIDENTI (PER UNITÀ DI TEMPO E SUPERFICIE)

$$dn = -n \cdot dP$$

↑
NUMERO DI FOTONI SOTTRATTI AL FASCIO

$$dn = -(\Sigma n_A dx) n \quad \text{INTEGRANDO:}$$

$$n = n_0 \exp[-\Sigma n_A x]$$

↑ FLUSSO INCIDENTE
↑ FLUSSO AD UNO SPESSORE x

DEFINIZIONI :

$$\Sigma N_A \equiv \mu = \frac{N_A \cdot \rho [\text{g/cm}^3]}{A [\text{g}]} \cdot \Sigma$$

N° DI AVOGADRO

COEFFICIENTE DI ATTENUAZIONE $[\text{cm}^{-1}]$

$$\lambda = 1/\mu \leftarrow \text{LUNGHEZZA DI ATTENUAZIONE} [\text{cm}]$$

$$\mu/\rho = \frac{N_A \cdot \Sigma}{A} \leftarrow \text{COEFFICIENTE DI ATTENUAZIONE MASSICO} [\text{cm}^2/\text{g}]$$

SPESSE SI SCRIVE :

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\mu}{\rho} (\rho x)\right)$$

LUNGHEZZA MISURATA IN g/cm^2

- L'ATTENUAZIONE DI UN "FASCO" DI FOTONI È DI TIPO **ESPOENZIALE** -
NON HA SENSO PARLARE DI PERCORSO, PERÒ DOPO

5λ IL NUMERO DI FOTONI SUPERSTITI DI ENERGIA E È PRATICAMENTE RIDOTTO A MENO DELL' 1% -

- DOBBIAMO QUINDI CALCOLARE: (PER CIASCUN ATOMO)

$$\Sigma = \sum_{\text{(BASSE E)}} \sigma_{ph} + \sum_{\text{(MEDIE E \sim 1 MeV)}} \sigma_c + \sum_{\text{(ALTE E)}} \sigma_{pp}$$

EFFETTO FOTOELETTRICO → RICHIEDE ATOMO
 EFFETTO COMPTON → PUÒ AVVENIRE ANCHE SU ELETTRONE LIBERO
 PRODUZIONE DI COPPIE → RICHIEDE ATOMO

PER CALCOLARE ESATTAMENTE QUESTI TRE PROCESSI,
 OCCORRE
ELETTRODINAMICA QUANTISTICA (QED)

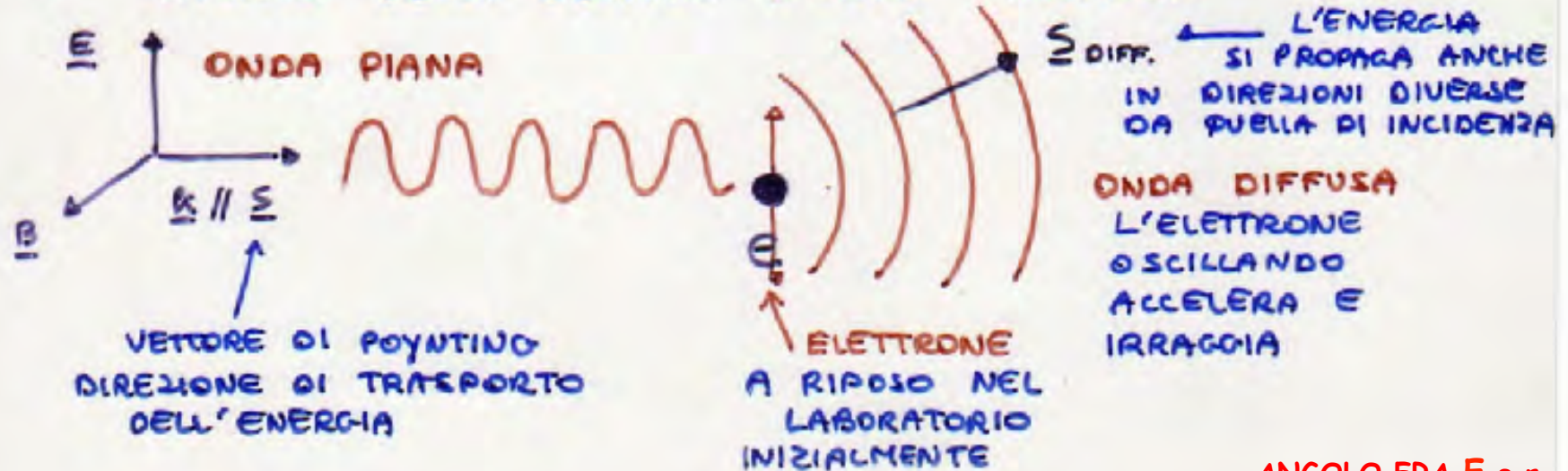
POSSIAMO PERÒ CALCOLARE **CLASSICAMENTE** LA COSIDDETTA

DIFFUSIONE THOMSON

→ DIFFUSIONE DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA
 PIANA DA PARTE DI UN ELETTRONE LIBERO

- LA SEZIONE D'URTO σ_T PER LA DIFFUSIONE THOMSON
 COMPARE COME PARAMETRO NELLE SEZIONI D'URTO
 PER GLI ALTRI PROCESSI

• CALCOLO DELLA SEZIONE D'URTO THOMSON



$$E_{\phi} = \frac{e^2 \cos^2 \phi}{4\pi\epsilon_0 mc^2} E$$

CAMPO "IRRADIATO" CAMPO "INCIDENTE"

$$\frac{I_{\phi}}{I} = \frac{e^4 \cos^2 \phi}{(4\pi\epsilon_0)^2 m^2 c^4} \div \frac{E_{\phi}^2}{E^2}$$

ANGOLO FRA \underline{E} e \underline{r}

VEETTORE DI POYNTING

RAPPORTO TRA L'INTENSITA' DELLA RAD. DIFFUSA E QUELLA INCIDENTE

CLASSICAMENTE:

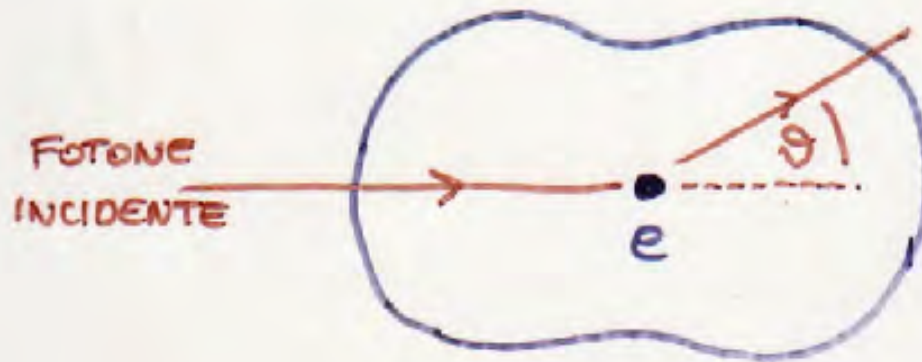
$$\nu_{INC} = \nu_{DIFF}$$

UNA PARTICELLA CARICA CHE OSCILLA CON MOTO ARMONICO DI PULSAZIONE $\omega = 2\pi\nu$, EMETTE RADIAZIONE DI FREQUENZA $\omega = 2\pi\nu$.

L'ELETTRONE COLPITO NON ACQUISTA ENERGIA

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

DISTRIBUZIONE ANGOLARE:



A $\theta = \pi$ O $\theta = 0$ IL NUMERO DI FOTONI DIFFUSI PER UNITA' DI ANGOLO SOLIDO E' IL DOPPIO

$$\rightarrow (1 + \cos^2 \theta) = 2$$

CHE A $\theta = \pi/2$

$$\rightarrow (1 + \cos^2 \theta) = 1$$

INTEGRANDO:

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_e^2$$

SEZIONE D'URTO TOTALE PER LA DIFFUSIONE THOMSON

INSERENDO IL VALORE NUMERICO:

$$r_e = 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm} = 2.8 \text{ Fm}$$

SI HA:

$$\sigma_T = 0.66 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 = 0.66 \text{ barn}$$

EFFETTO FOTOELETTRICO

- UN QUANTO DI ENERGIA $h\nu$ INTERAGISCE CON UN ATOMO E LIBERA UN ELETTRONE ATOMICO (FOTOELETTRONE) - IL QUANTO È ASSORBITO.



BILANCIO ENERGETICO:

$$h\nu - E_e = T_e + \frac{p_A^2}{2M}$$

↑
ENERGIA DI LEGAME DELL'ELETTRONE ESPULSO

DATO CHE $M \gg m$, $\frac{p_A^2}{2M} \ll T_e$ - QUINDI:

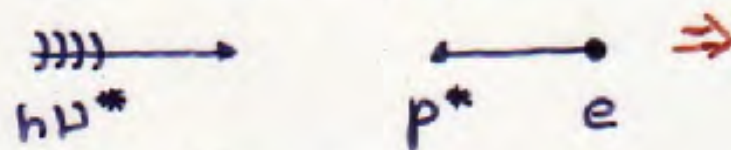
$$h\nu - E_e \simeq T_e$$

CONDIZIONE: $h\nu > E_e$

↑
RAPPRESENTA UNA
SOGLIA PER IL PROCESSO

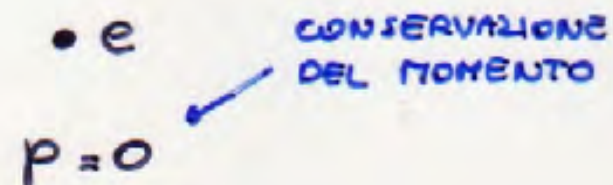
- PUÒ UN FOTONE CREARE TUTTA LA SUA ENERGIA AD UN ELETTRONE LIBERO? **NO**, PER LA CONSERVAZIONE DI E , p .

INFATTI, NEL CENTRO DI MASSA (SISTEMA DI RIFERIMENTO IN CUI $P_{TOT} = 0$)



$$\frac{h\nu^*}{c} + p^* = 0$$

PRIMA



DOPO

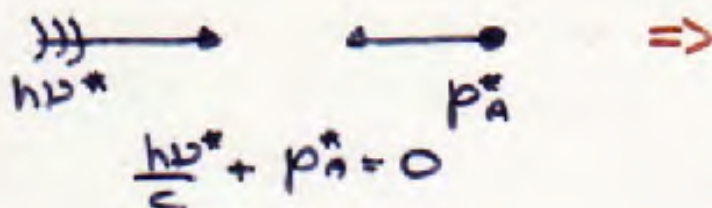
MA LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA RICHIEDE:

$$h\nu^* + \sqrt{p^{*2}c^2 + m^2c^4} = m^2c^4$$

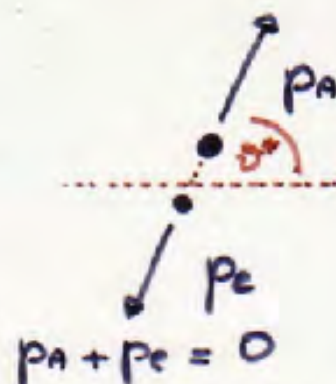
↑ ↑ QUANTITÀ POSITIVE: IMPOSSIBILE L'EGUAGLIANZA.

- SE INVECE C'È L'ATOMO:

PRIMA



$$\frac{h\nu}{c} + p_A^0 = 0$$



$$p_A + p_e = 0$$

p_A, p_e NON SONO NULLI, E GARANTISCONO L'ENERGIA CINETICA NELLO STATO FINALE CHE SERVE PER CONSERVARE L'ENERGIA.

- DA QUESTE CONSIDERAZIONI, CAPIAMO CHE: PIÙ L'ELETTRONE È LIBERO (MENO VINCOLATO ALL'ATOMO) PIÙ IMPROBABILE È L'EFFETTO FOTOELETTRICO.

↳ DUE IMPORTANTI RISULTATI QUALITATIVI:

- Σ_{phv} DECRESCe AL CRESCERE DI $h\nu$

- Σ_{ph} DECRESCe AL DECRESCERE DI E_e
- ↳ È IMPORTANTE LA STRUTTURA A STRATI ("SHELL") DELL'ATOMO.

STRATO K $n=1$ $E_e^{(K)} = 13.6 Z^2 \text{ eV}$

STRATO L $n=2$ $E_e^{(L)} = \frac{13.6}{4} (Z-2)^2 \text{ eV}$

⋮
ECC.

IN REALTÀ UN PO' MENO, PER VIA DELLO SCHERMAIO DA PARTE DEGLI ALTRI ELETTRONI

(Z-1)

(Z-5)

QUINDI CI ASPETTIAMO CHE:

$$\Sigma_{ph}^{(K)} > \Sigma_{ph}^{(L)} > \Sigma_{ph}^{(M)} > \dots \text{ ecc.}$$

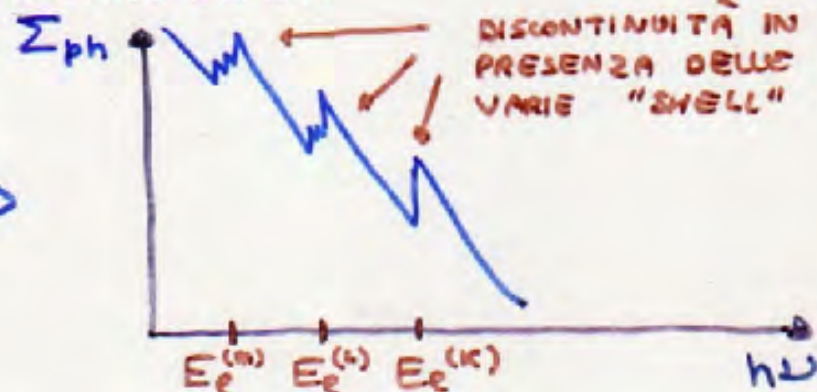
L'EFFETTO FOTOELETTRICO PERÒ È POSSIBILE SU UN ELETTRONE DELLA SHELL J-Q SOLO SE $h\nu > E_e^{(j)}$

↳ Σ È PIÙ GRANDE VICINO (SUBITO SOPRA) LA SOGLIA!

↑ SOGLIA

TIPICA STRUTTURA
DI $\Sigma_{ph}(h\nu)$

⇒



I CALCOLI DANNO:

$$\sum_{ph}^{(k)} = G_T 4\sqrt{2} \alpha^4 Z^5 \left(\frac{mc^2}{h\nu} \right)^{7/2}$$

APPROSSIMAZIONE
DI BORN ($e \rightarrow$ ONDA PIANA)

VALE PER

$$E_e^{(k)} < h\nu < mc^2$$

SE INVECE $h\nu \gg mc^2$

$$\sum_{ph}^{(k)} = G_T \frac{3}{2} \alpha^4 Z^5 \left(\frac{mc^2}{h\nu} \right)^m$$

$$m \approx 2.7 - 3.5$$

→ SI OSSERVA LA FORTE DIPENDENZA DA Z

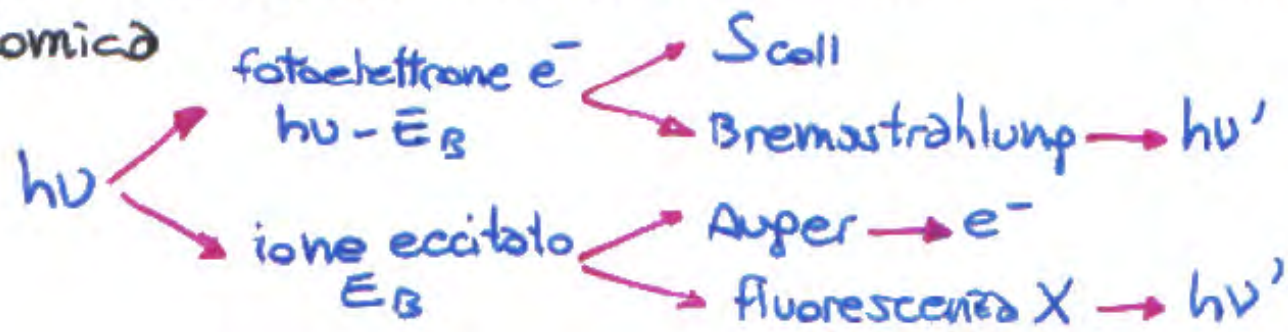
CALCOLI PIÙ ESATTI, E I RISULTATI SPERIMENTALI,
DANNO UNA DIPENDENZA DA Z PIÙ BLANDA,
SOPRATTUTTO AD ALTO Z .

$$\sum_{ph} \propto Z^n \quad 4.6 < n < 4.7$$

$$29 < Z < 82$$

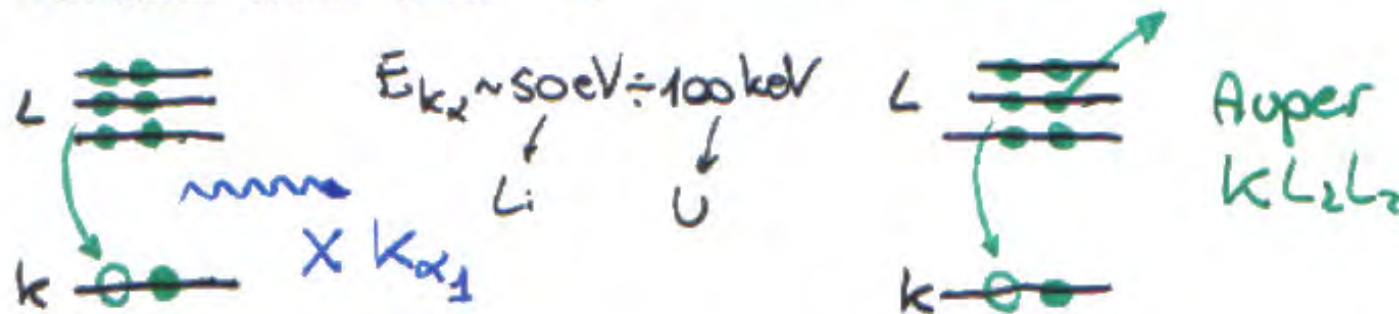
■ PROCESSI SECONDARI

- l'effetto fotoelettrico lascia una lacuna nella struttura atomica



- per riempire la lacuna gli e^- superiori si riarrangiano con transizioni radiative (X) e non (Auger...)
La somma delle energie degli X e e^- emessi è E_B

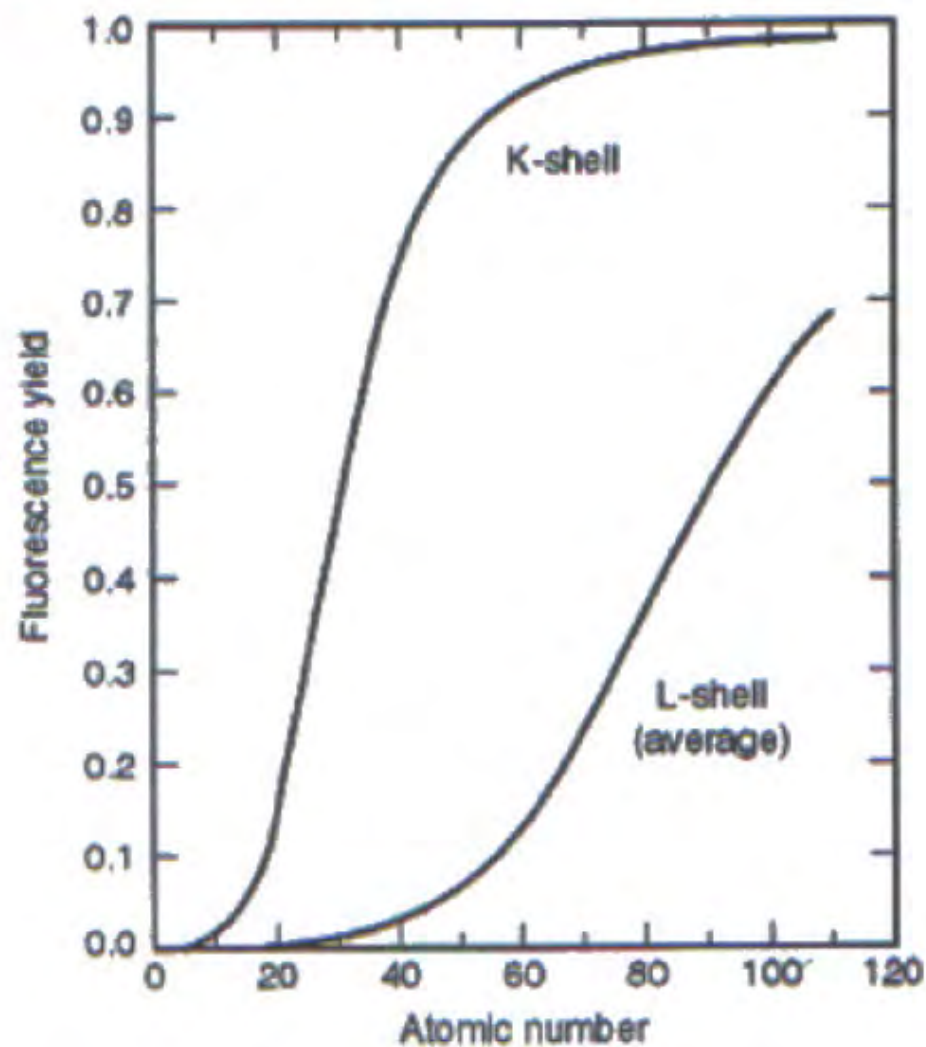
- Esempi di transizioni atomiche che "spostano" la lacuna iniziale nella shell K



TRANSIZIONI AUGER

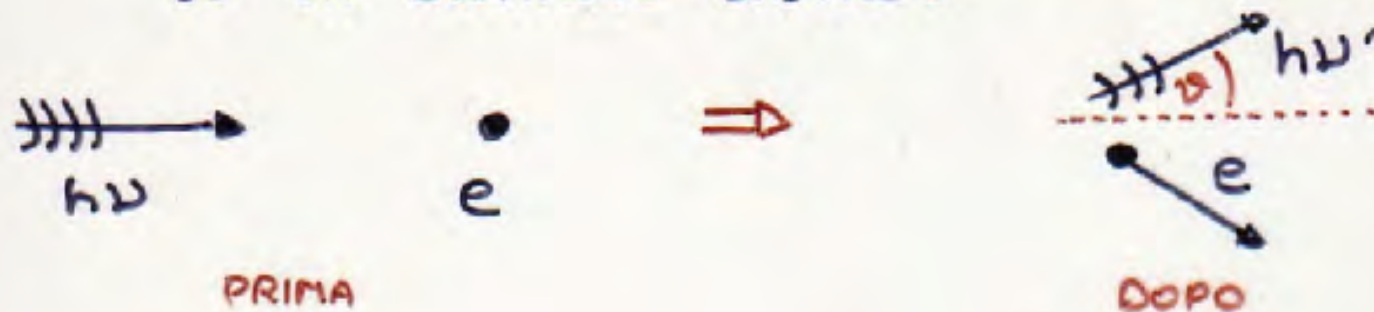
efficienza di
fluorescenza

$$\omega_k = \frac{N_{XK}}{N_{XK} + N_{e_{K\alpha}}}$$



EFFETTO COMPTON

- SE IL QUANTO RIMANE, DOPO L'INTERAZIONE CON e , È POSSIBILE CINETICAMENTE LA DIFFUSIONE SU UN ELETTRONE LIBERO.



LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA RICHIEDE:

$$T_e = h\nu - h\nu'$$

POSSO CALCOLARE $\nu' = f(\nu, \theta)$ CONSIDERANDO IL FOTONE COME UN CORPUSCOLO E SCRIVENDO LE EQUAZIONI DI CONSERVAZIONE PER ENERGIA E MOMENTO.

$$\begin{cases} p = p' + p_e \\ E + mc^2 = E' + c\sqrt{m^2c^2 + p_e^2} \end{cases}$$

$$|p| = h\nu/c \quad E = h\nu$$

$$|p'| = h\nu'/c \quad E' = h\nu'$$

p_e : MOMENTO ELETTRONE

DALLA PRIMA:

$$p - p' = p_e \Rightarrow p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' = p_e^2$$

$$p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta = p_e^2$$

- $\frac{1}{c^2} (E^2 + E'^2 - 2EE' \cos \theta) = p_e^2$

DALLA SECONDA:

$$E + mc^2 - E' = c \sqrt{m^2 c^2 + p_e^2}$$

$$(E - E')^2 + \cancel{m^2 c^4} + 2(E - E')mc^2 = \cancel{m^2 c^4} + p_e^2 c^2$$

$$E^2 - 2EE' + E'^2 + 2(E - E')mc^2 = p_e^2 c^2$$

- $\frac{1}{c^2} (E^2 - 2EE' + E'^2 + 2(E - E')mc^2) = p_e^2$

EGUAGLIANDO CON :

$$\cancel{E^2 + E'^2} - \cancel{2EE' \cos \theta} = \cancel{E^2 - 2EE' + E'^2} + \cancel{2(E - E')mc^2}$$

$$E - E' = \frac{EE'}{mc^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{mc^2} (1 - \cos\theta)$$

IN TERMINI DI LUNGHEZZA D'ONDA

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{h\nu} = \frac{\lambda}{hc}$$

$$\frac{\lambda'}{hc} - \frac{\lambda}{hc} = \frac{1}{mc^2} (1 - \cos\theta)$$

$$\rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$

LUNGHEZZA D'ONDA COMPTON
DI UN ELETTRONE

POSSO DIRE EQUIVALENTEMENTE:

- LA RADIAZIONE DIFFUSA HA LUNGHEZZA D'ONDA MAGGIORE DI QUELLA INCIDENTE
- I QUANTI DIFFUSI HANNO ENERGIA MINORE DEI QUANTI INCIDENTI

POSSIAMO CALCOLARE ANCHE LA MASSIMA ENERGIA $\leftarrow T_m$
 TRASFERITA ALL'ELETTRONE. ($\theta = \pi$)

$$E \equiv \frac{h\nu}{mc^2}$$

$$E - E' = \frac{EE'}{mc^2} \cdot 2 \quad \leftarrow \text{PONENDO } \theta = \pi$$

$$T_m = E - E' \quad \text{ALLORA:}$$

$$T_m = \frac{E}{mc^2} (-T_m + E) \cdot 2 = -\frac{2T_mE}{mc^2} + \frac{2E^2}{mc^2}$$

$$T_m (1 + 2E) = 2E \cdot E$$

$$T_m = E \frac{2E}{1 + 2E}$$

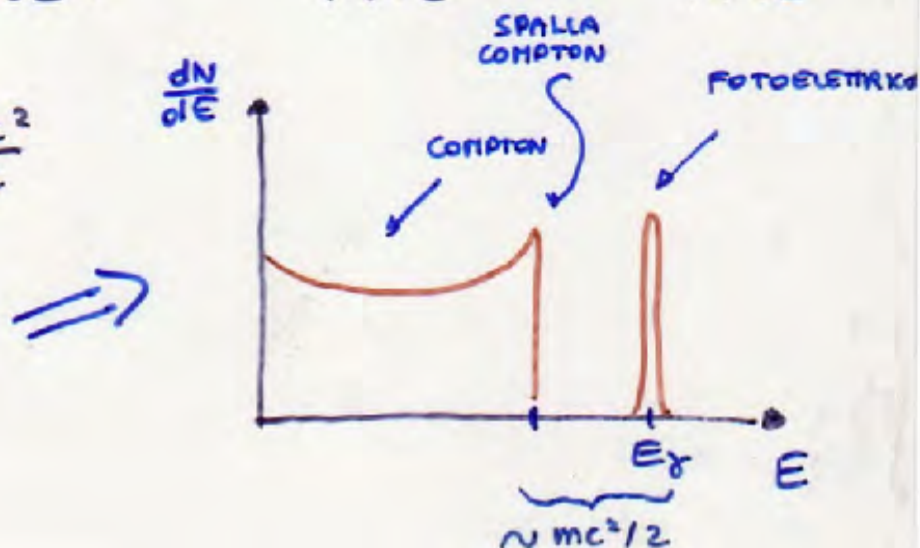
E' INTERESSANTE VALUTARE $E - T_m$:

$$E - T_m = E \left(1 - \frac{2E}{1 + 2E} \right) = E \frac{1 + 2E - 2E}{1 + 2E} = E \frac{1}{1 + 2E}$$

PER $E \gg 1$:

$$E - T_m \simeq \frac{E}{2E} = \frac{mc^2}{2}$$

TIPICA DISTRIBUZIONE
 DELL'ENERGIA DEPOSITA
 IN UN RIVELATORE
 QUANDO Σ_{ph} E Σ_c
 SONO IMPORTANTI



QUANTO VALE Σ_{TOT} ?

- PER QUANTO DETTO, POSSIAMO GIÀ AFFERMARE CHE:

NEL LIMITE DI
 $E_\gamma \rightarrow 0$

$$\Sigma_C = Z G_T$$

($E_\gamma \leq 10 \text{ keV}$)

PER UN ATOMO A Z ELETTRONI

QUESTO È VERO, MA SOTTO PARTICOLARI CONDIZIONI
($\lambda < \text{DIMENSIONI ATOMICHE}$, $E_\gamma > E_{\text{eegame}}$)

IN MODO SORPRENDENTE, NEL 1909 BARKLA OTTENNE
 $Z=6$ PER C, USANDO RADIAZIONE α CON $\lambda=0.7 \text{ \AA}$
E SUPPONENDO LA VALIDITÀ DI $\Sigma_{TOT} = Z G_T$

17.7 keV

CALCOLO ESATTO DELLA SEZIONE D'URTO SU
ELETTRONE SINGOLO:

$$\sigma_c = \sigma_T f(E)$$

COMPORTAMENTO
ASINTOTICO PER
 $f(E)$

$$E \ll 1$$

$$\sigma_c = \sigma_T (1 - 2E)$$

$$E \gg 1$$

$$\sigma_c = \frac{3}{8} \sigma_T \frac{1}{E} \left(\frac{1}{2} + \log 2E \right)$$

COME CI ASPETTAVAMO, NEL LIMITE DI $h\nu \rightarrow 0$
LA SEZIONE D'URTO COMPTON SI RIDUCE ALLA
SEZIONE D'URTO CLASSICA THOMSON

PER L'ATOMO CON Z ELETTRONI:

$$\Sigma_c = Z \sigma_T f(h\nu/mc^2)$$

(OSSERVARE LA MOLTO PIÙ BLANDA DIPENDENZA
DA Z RISPETTO A Σ_{ph})

A BASSISSIME ENERGIE ($\lambda >$ DIAMETRO ATOMO)
GLI ELETTRONI ATOMICI DIFFONDONO COERENTEMENTE
(SCATTERING RAYLEIGH)

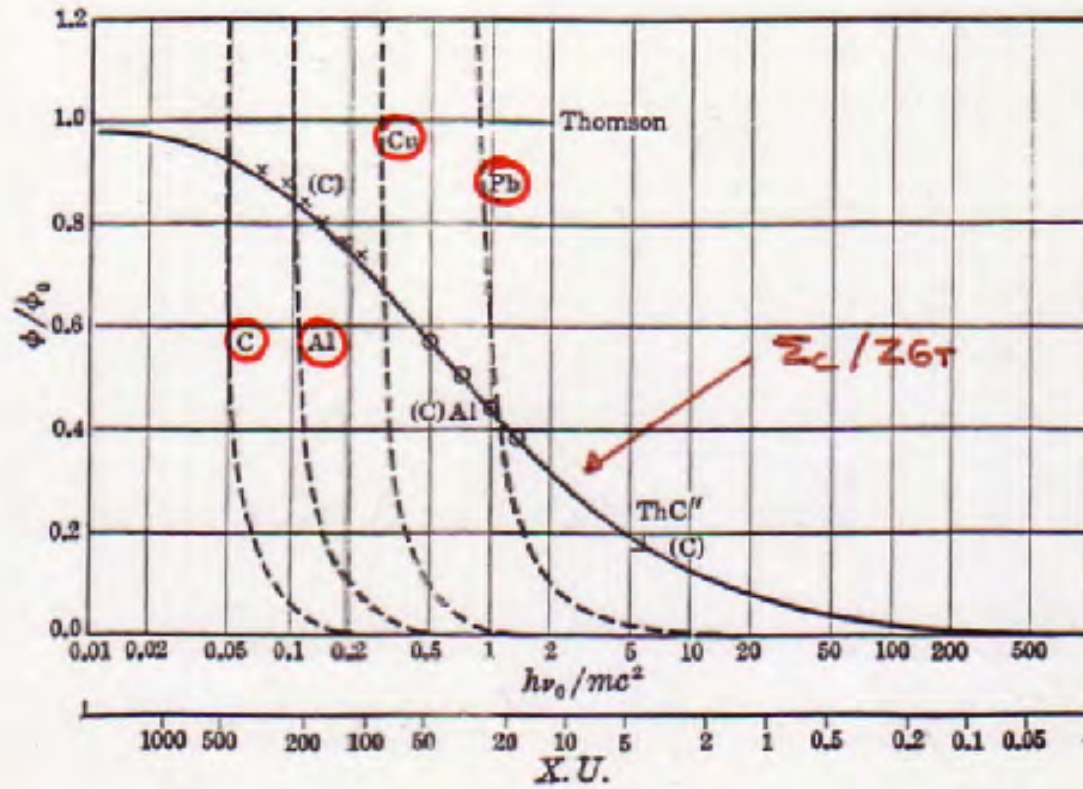
$$\Sigma_c^{coh} \propto Z^2$$

INTERFERENZE COSTRUTTIVE
TRA LE ONDE RISPESSE
DAI VARI ELETTRONI

$$\frac{\Sigma_c}{Z \cdot 6\tau}$$

(CONFRONTO
CON Σ_{ph}
NELLE STESS
UNITÀ)

Σ_{ph} : -----



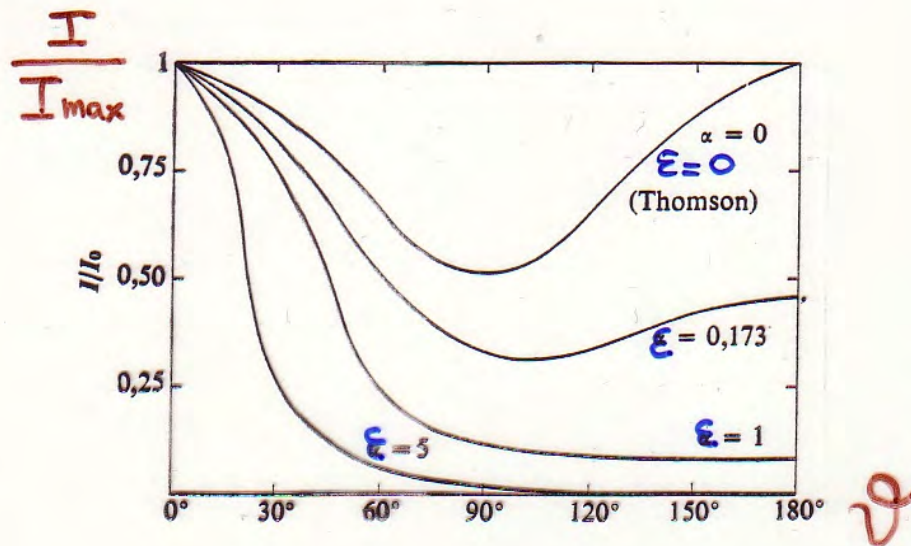
$$\frac{h\nu}{mc^2} \equiv \varepsilon$$

IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI EMISSIONE DEL FOTONE:

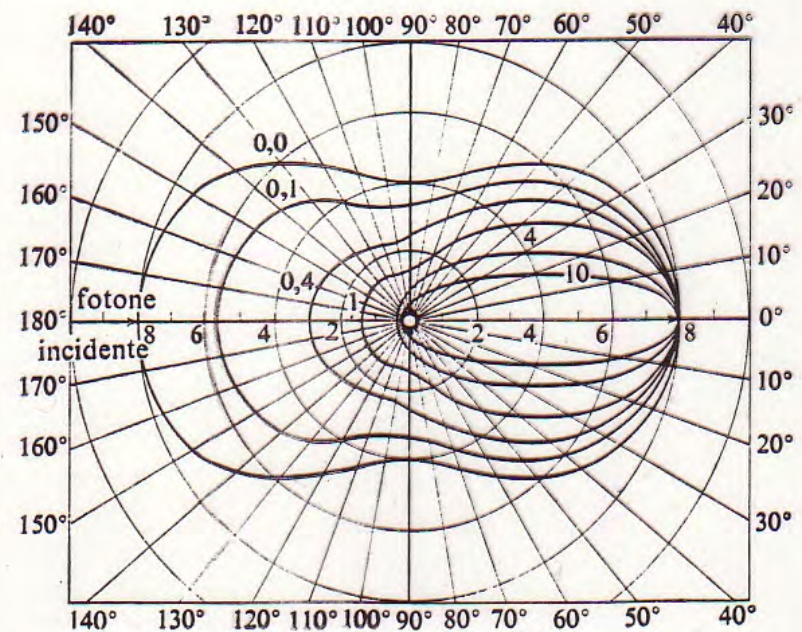
↓ KLEIN - NISHINA

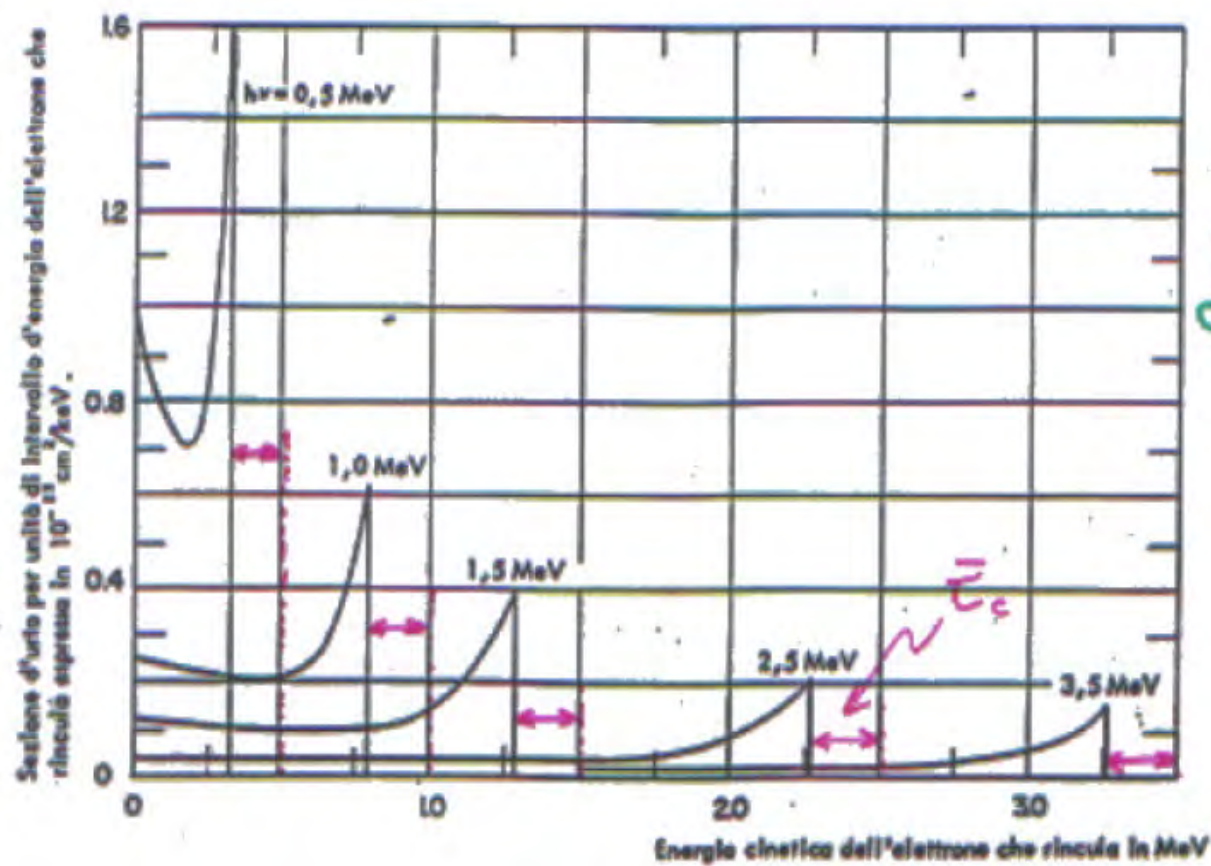
$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = g(\epsilon, \vartheta) \xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2} r_e^2 (1 + \cos^2 \theta)$$

GRAFICI PER LA DISTRIBUZIONE ANGOLARE:



NUMERI SULLE CURVE: ϵ





$\frac{dN_e}{d\epsilon_e}$
spettro energetico
dell' e^- che rincula

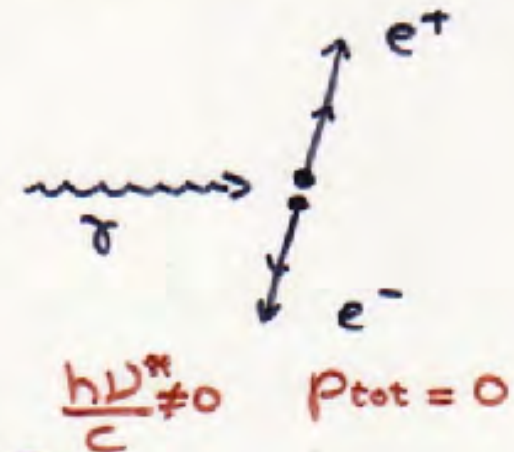
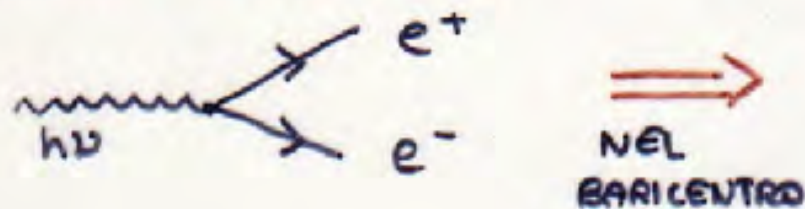
$$\epsilon_c \rightarrow \frac{m_e c^2}{2}$$

PRODUZIONE DI COPPIE

- PER RAGIONI DI CONSERVAZIONE DI ENERGIA E MOMENTO, HA BISOGNO DI UN ATOMO PER AVVENIRE.

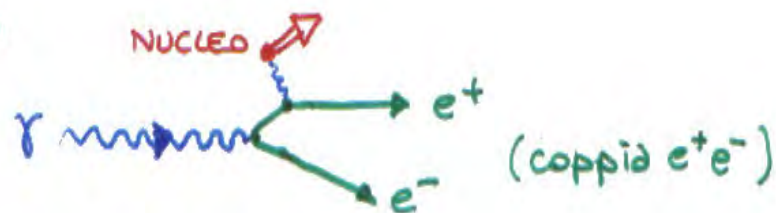
(O UN ELETTRONE)

NELLO SPAZIO VUOTO

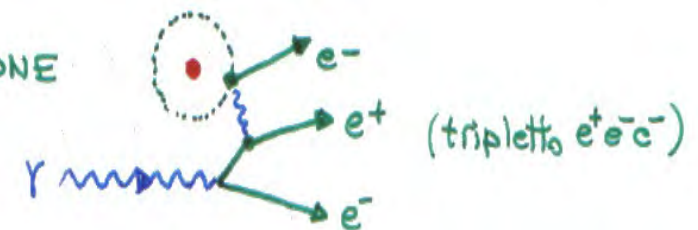


OCCORRE L'ATOMO PER CONSERVARE E, p .

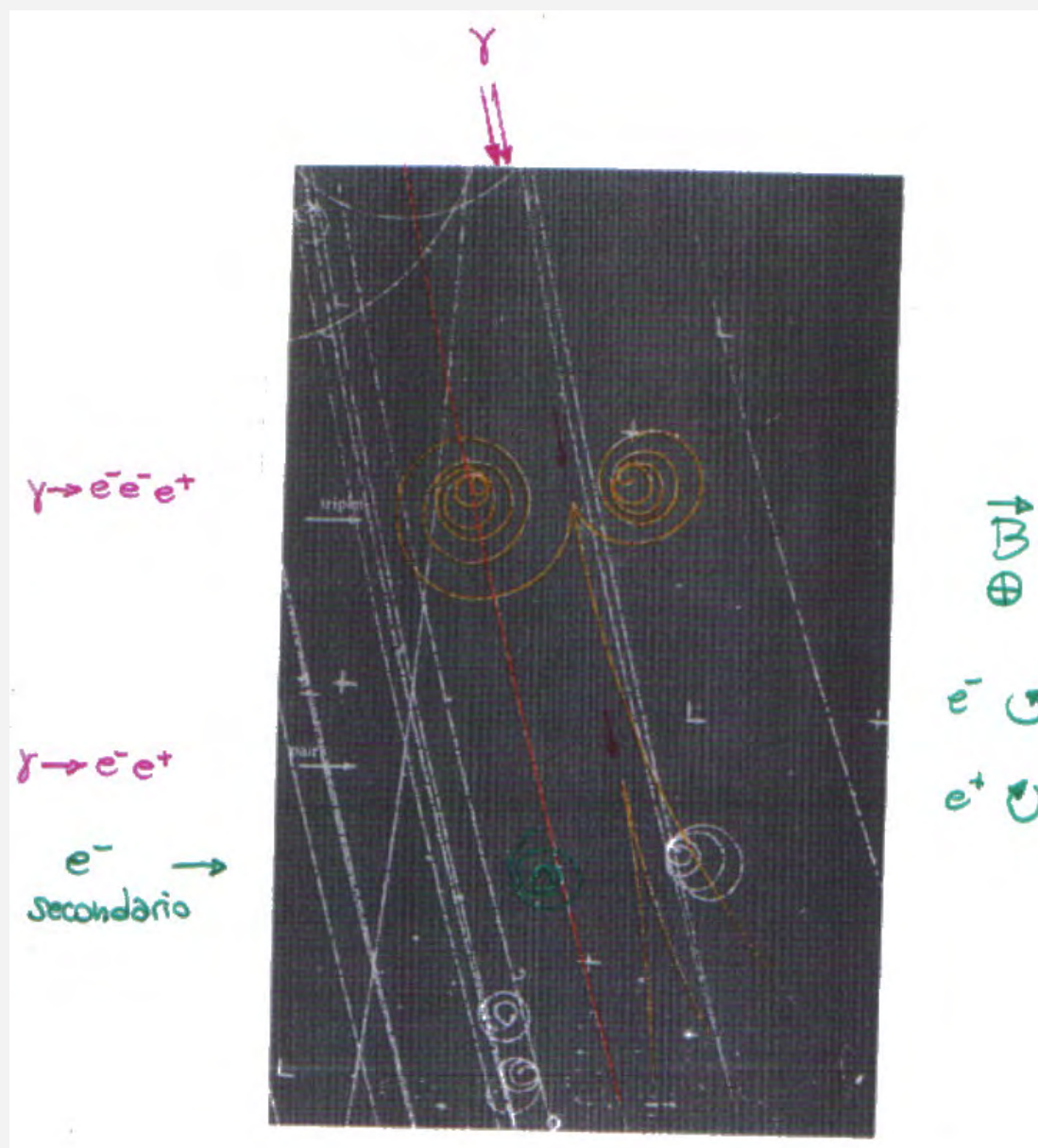
► NUCLEO



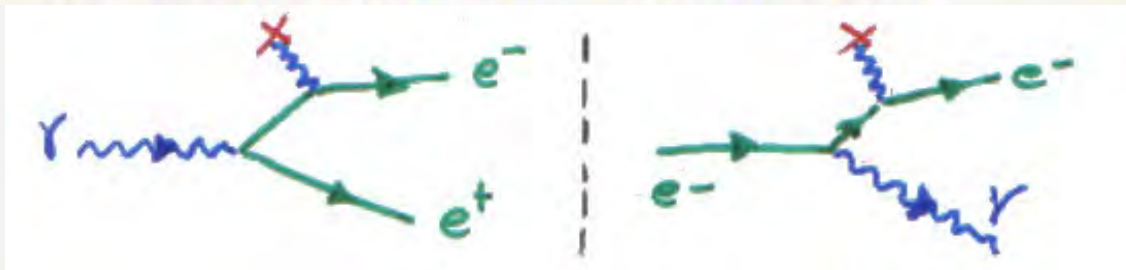
► ELETTRONE



PRODUZIONE DI COPPIE NEL CAMPO DI UN ELETTRONE O DI UN NUCLEO



- IN QED (ELETTRODINAMICA QUANTISTICA) SI DIMOSTRA CHE QUESTO PROCESSO È STRETTAMENTE IMPARENTATO CON L'IRRAGGIAMENTO DI QUANTI



PRODUZIONE DI
COPPIE

IRRAGGIAMENTO

$\rightarrow e^+ \equiv \leftarrow e^-$
 LA STRUTTURA TOPOLOGICA DEI GRAFICI È LA STESSA
 SOMIGLIANZA NELLA SEZIONE D'URTO.

- C'È UNA SOGLIA:

$$h\nu > T_{e^-} + T_{e^+} + T_{at} + 2mc^2 = T_{e^-} + T_{e^+} + 2m_e c^2 \left(1 + \frac{m_e}{M_N}\right)$$

OCCORRE ENERGIA PER
 LE DUE MASSE ELETTRONICHE

SICCOME $e^+ e^-$ E ATOMO
 POSSONO ESSERE PRODOTTI E
 LASCIATI A T MOLTO BASSE:

OCCORRE CHE $h\nu > 2mc^2$

1.022 MeV

(2.044 MeV NEL CASO DELL' e^- SPETTATORE)

- CALCOLI ESATTI DANNO:

$$\leftarrow E = h\nu/mc^2$$

$$\Sigma_{pp} = 4\alpha r_e^2 Z^2 f(E)$$

- $f(E)$ CRESCE LOGARITMICAMENTE CON
E SOPRA LA SOGLIA

$$- f(E) \rightarrow \left[\frac{7}{9} \log \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{54} \right] \approx \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{-1} \frac{7}{9}$$

PER $E \rightarrow \infty$

↑ L'ASINTOTO È DETERMINATO
DALLO SCHERMAGGIO DELLA CARICA
NUCLEARE DA PARTE DEGLI E ATOMICI

IL VALORE ASINTOTICO AD ALTE ENERGIE È DUNQUE:

$$\Sigma_{pp} \simeq 4\alpha r_e^2 Z^2 \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{7}{9}$$

↳ GLI ALTRI FENOMENI SI ATTENUANO
AL CRESCERE DI E, QUESTO RIMANE COSTANTE

↳ LA PRODUZIONE DI COPPIE DOMINA AD
ALTE ENERGIE.

AD ALTE ENERGIE:

$$n = n_0 \exp \left[- \frac{N_A \cdot \rho}{A} \sum_{pp} \cdot x \right]$$

OSSERVIAMO CHE:

$$\frac{1}{N_A \sum_{pp} / A} = \underbrace{\frac{A \cdot 3}{Z^2 4\pi 4\alpha r_e^2 \cdot N_A}} \cdot \frac{9}{7}$$

→ QUESTA È PROPRIO LA
LUNGHEZZA DI RADIAZIONE
 X_0 DEFINITA PER
L'IRRAGGIAMENTO.

DUNQUE:

$$n = n_0 \exp \left[- \frac{7}{9} \frac{x \cdot \rho}{X_0} \right]$$

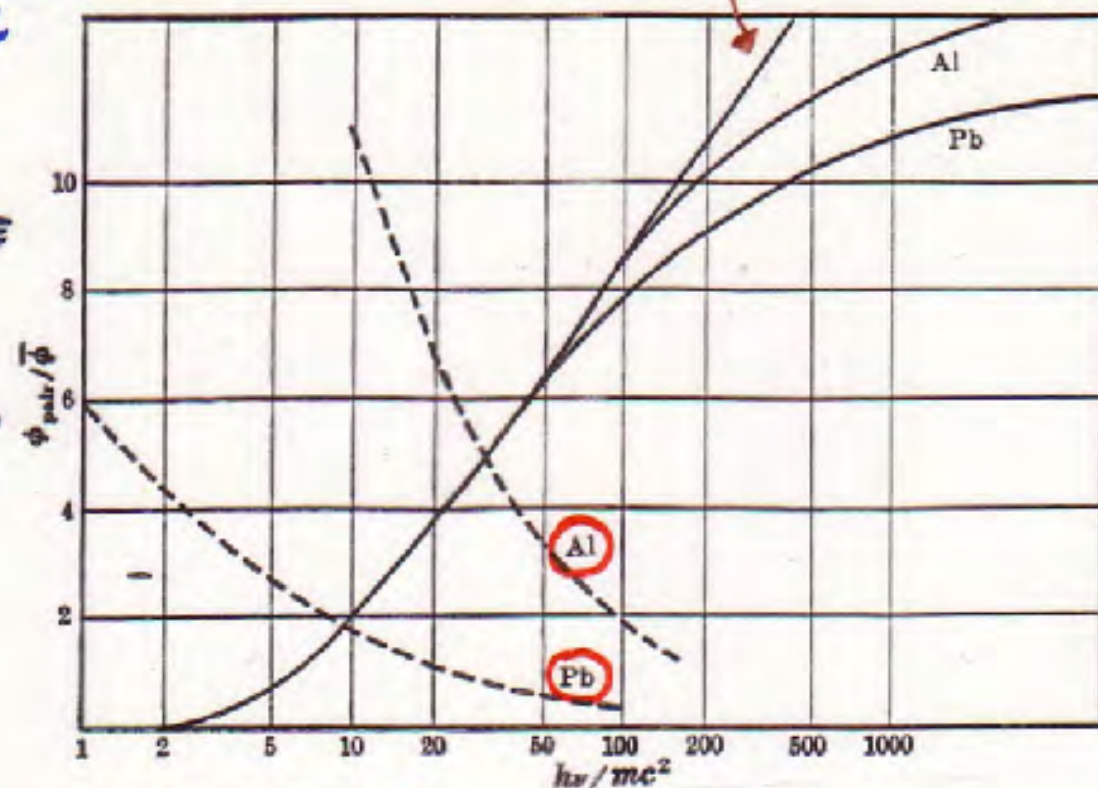
SE $h\nu$ DI ALTA ENERGIA ATTRAVERSA SPESSORE x
t.c. $x \cdot \rho = X_0$,

$$P = (1 - e^{-7/9}) \approx 54\%$$

PROBABILITÀ
DI DARE
UNA COPPIA
 $e^+ - e^-$

$$\frac{\Sigma_{pp}}{Z^2 r_e^2} \propto$$

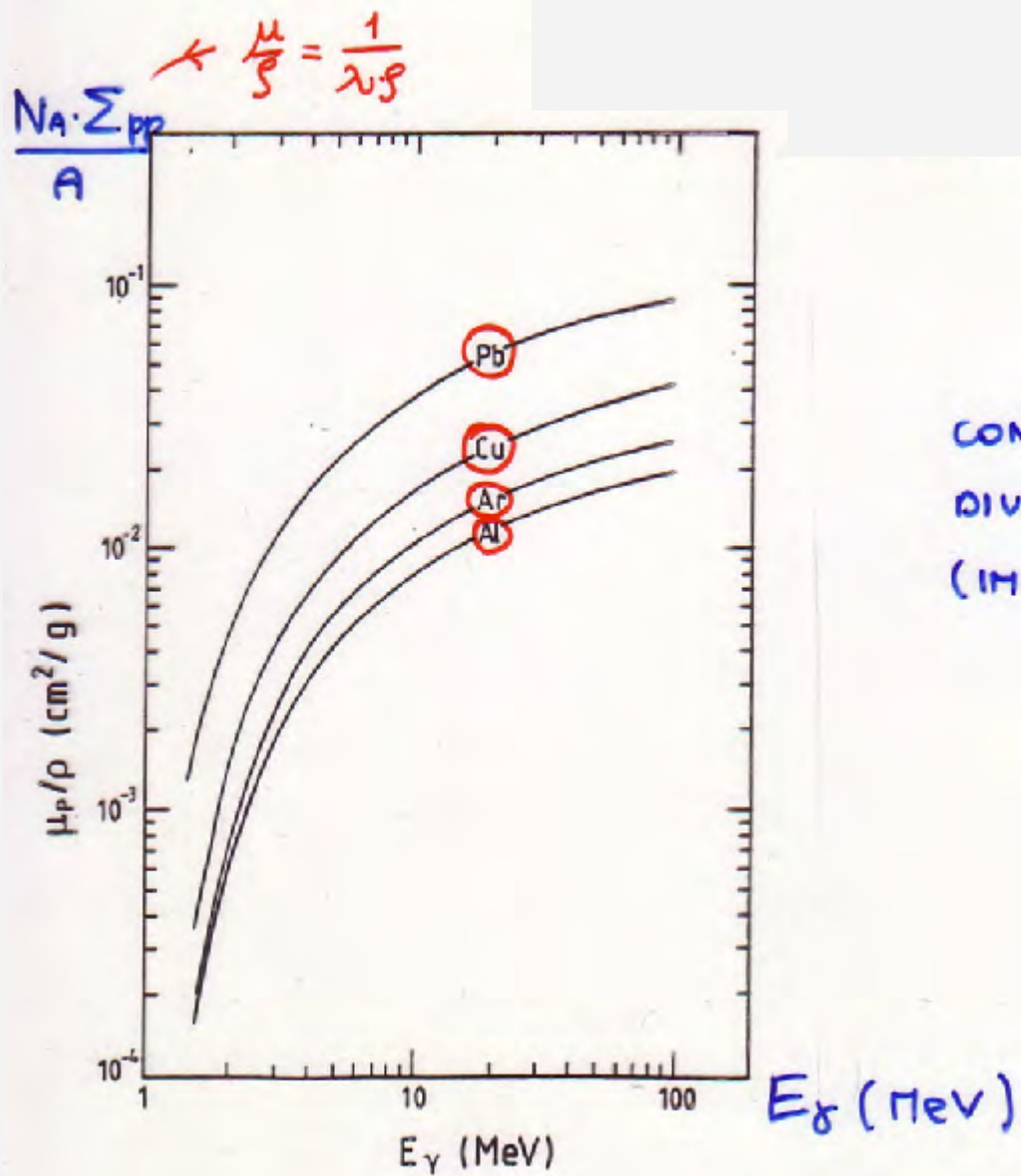
Σ_c NELLE
STESSE
UNITÀ
PER
CONFRONTO



SENZA SCHERMAGGIO
ELETTRONI ATOMICI

$$E = \frac{h\nu}{mc^2}$$

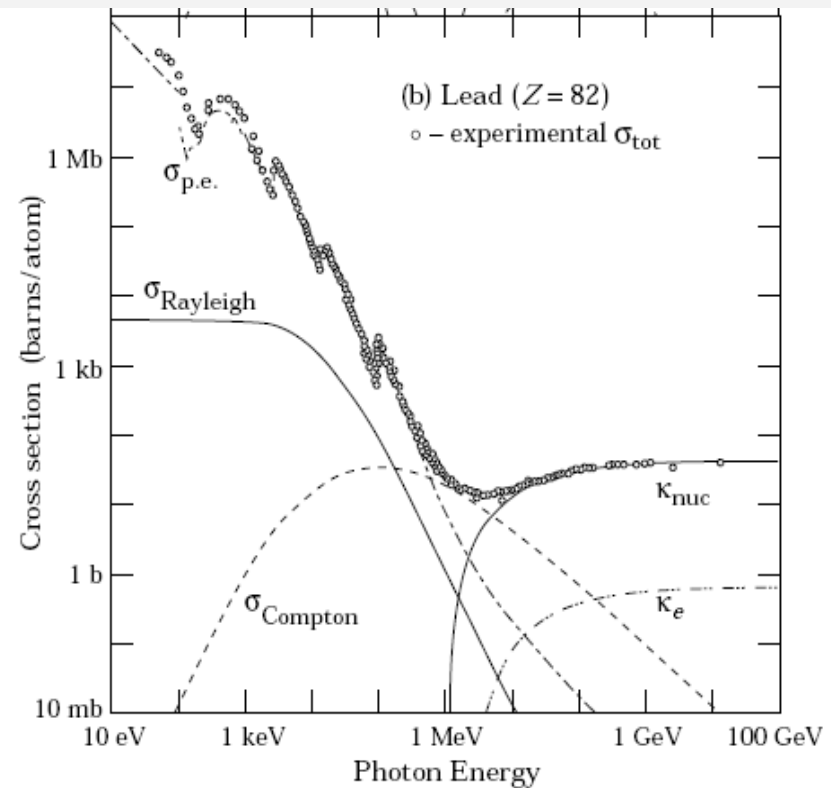
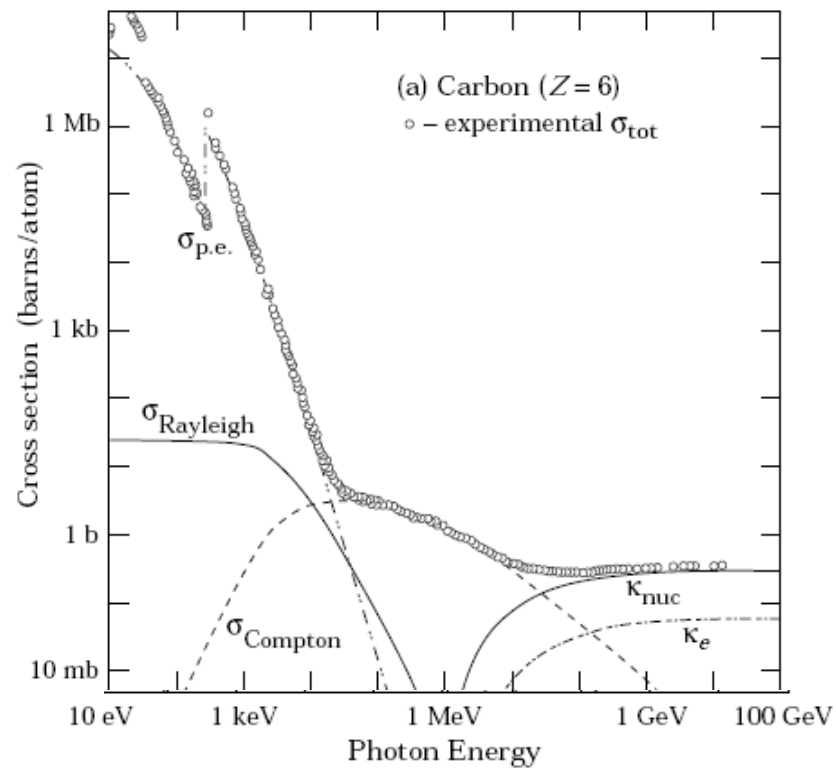
↑ A PARITÀ DI ENERGIA, Σ_{pp} DOMINA
PRIMA Σ_{TOT} PER ELEMENTI PESANTI
(EFFETTO DELLA DIPENDENZA
DA Z)



CONFRONTO TRA
DIVERSI ELEMENTI
(IMPORTANZA DI Z)

$E_\gamma \text{ (MeV)}$

ANDAMENTI COMPLESSIVI DI $\sigma(E)$



CONFRONTO TRA I DIVERSI MECCANISMI

