

INTERAZIONE DELLE PARTICELLE CARICHE CON LA MATERIA

$\langle \frac{dE}{dx} \rangle$ PER PARTICELLE LEGGERE O PESANTI

- DATO CHE $S_{\text{colle}} \propto \rho$, CONVIENE DARE S_{colle}/ρ (CI SI SCORPORÀ DALLA DIPENDENZA PIÙ IMPORTANTE DAL MATERIALE)

$$\frac{S_{\text{colle}}}{\rho} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{N_A e^4}{m c^2} \frac{Z}{A} \frac{Z^2}{v^2} c^2 \log \left[\frac{2m v^2}{I \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \sqrt{\rho} \right]$$

\uparrow PERDITA DI ENERGIA TOTALE MASSICA $\left[\frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}} \right]$

\uparrow TERMINI NUMERICI CON LE STESSÉ DIMENSIONI DI S_{colle}/ρ (A MENO DEI g_A) $(0.306 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2)$

\uparrow SI MISURA IN $\text{g}!$

\blacksquare PROPRIETÀ MATERIALE
 \blacksquare PROPRIETÀ PROIETTIVE
 ELEMENTI ELEMENTI PESANTI

(FORMULA DI BETHE E BLOCH APPROSSIMATA)

• FORMULE PIÙ PRECISE.

ANZITUTTO RISCRIVIAMO S_{wee}/ρ INTRODUCENDO

$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mc^2} \quad \text{RAGGIO CLASSICO} \rightarrow 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

DELL'ELETTRONE.

FATTORE PRE-LOGARITMICO NUMERICO:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \cdot \frac{e^4}{mc^2} N_A = \underbrace{r_e^2 \frac{(4\pi)^2 \epsilon_0^2 \cdot (mc^2)^2}{e^4}}_{=1} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0^2} \frac{e^4}{mc^2} \cdot N_A =$$

$$= 4\pi r_e^2 mc^2 N_A$$

QUINDI:

$$\frac{S_{\text{wee}}}{\rho} = \underbrace{4\pi r_e^2 mc^2 N_A}_{\rightarrow 0.306 \text{ MeV cm}^2} \frac{Z}{A} \frac{Z^2}{\beta^2} \log \left[\frac{2mc^2\beta^2}{I\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \sqrt{f} \right]$$

VALE
PER
PARTICELLE
CON
 $M \gg m$

CALCOLO ESATTO (FORMULA DI BETHE E BLOCH)

$$\frac{S_{\text{wee}}}{\rho} = 4\pi r_e^2 mc^2 N_A \frac{Z}{A} \frac{Z^2}{\beta^2} \left\{ \log \left[\frac{2mc^2\beta^2}{I(1-\beta^2)} \right] - \beta^2 \right\}$$

OSSERVAZIONI :

- BLANDA DIPENDENZA DAL MATERIALE

- DIPENDENZA DA $(CARICA)^2$

- DIPENDENZA DA $1/\beta^2$ A BASSI β

- PRESENZA DI UN MINIMO ($\beta\gamma \approx 4 \rightarrow$ PARTICELLE RELATIVISTICHE)

$\sim 2 \frac{\text{MeV}}{\text{g cm}^{-2}} \rightarrow$ MINIMO DI IONIZZAZIONE
(MIP \rightarrow MINIMUM IONIZING PARTICLE)

- PRESENTA UNA RISALITA PER $\beta\gamma > 4$
(RISALITA RELATIVISTICA)

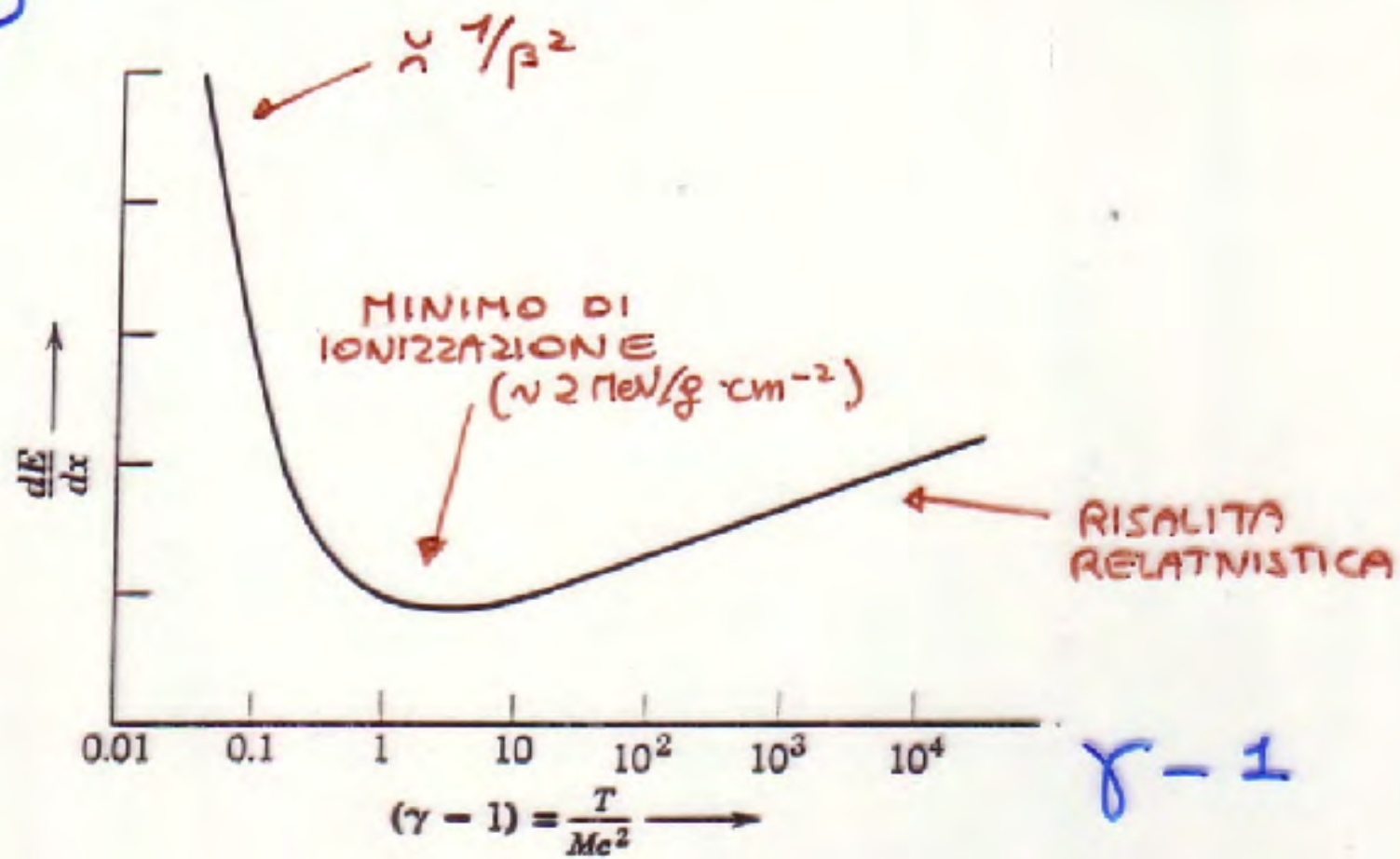
ELEMENTI LEGGERI
ELEMENTI PESANTI

$0.5 < Z/A < 0.38$
NEL TERMINE \log

NON
BASSISSIMI!

GRAFICI DI S

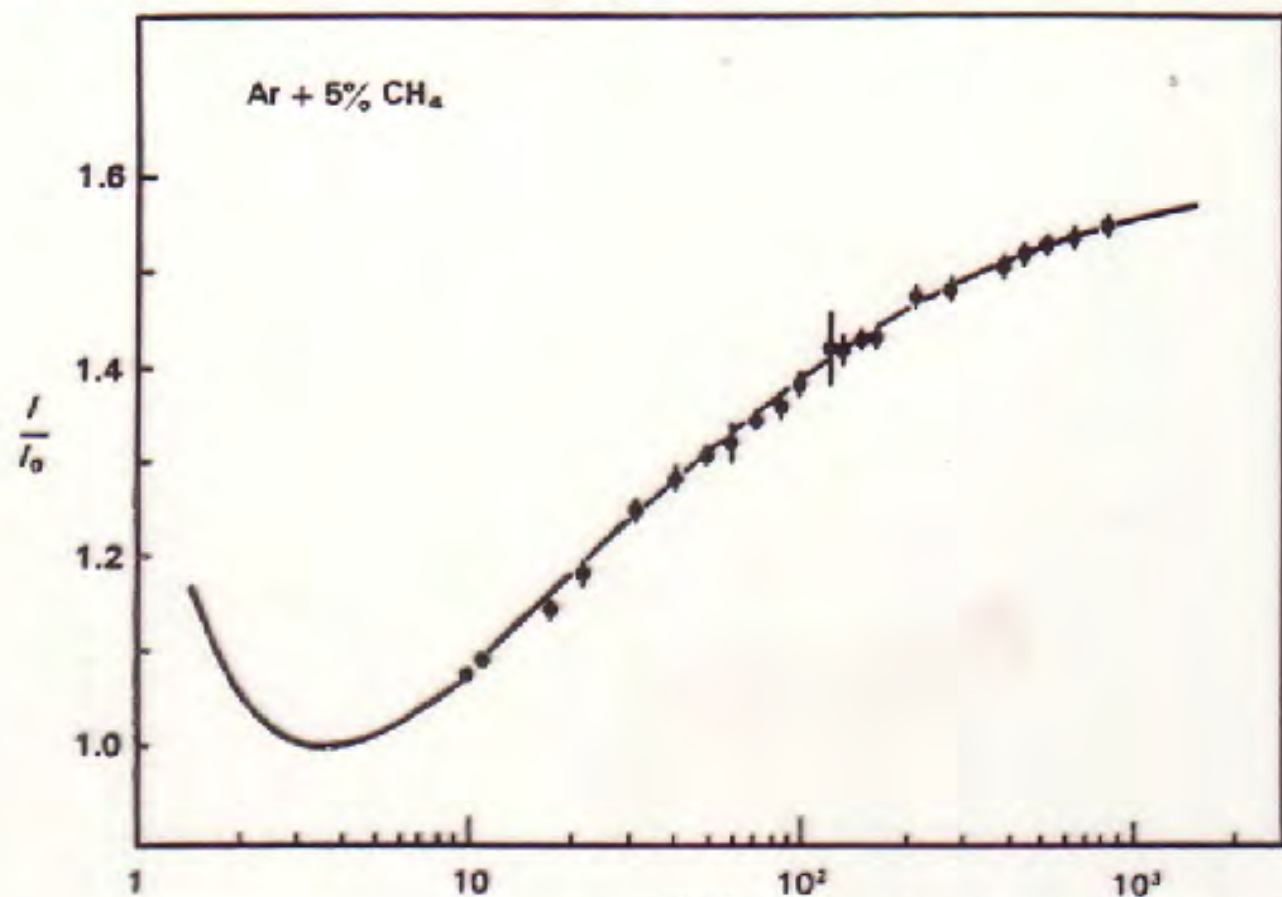
S



RISALITA RELATIVISTICA E EFFETTO DENSITÀ

S/S_{\min}

NEI GAS:



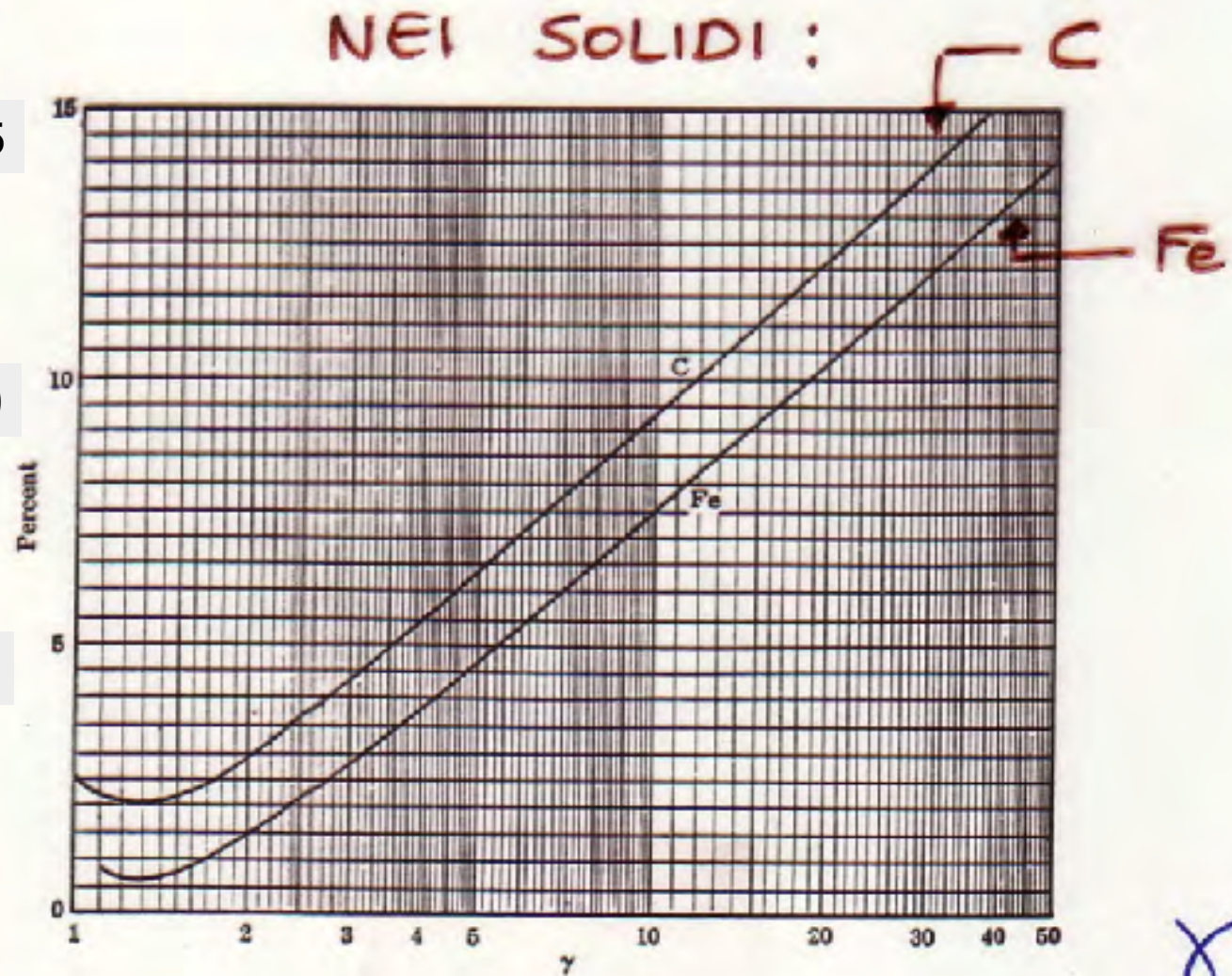
8

$$\frac{S - S_{\min}}{S_{\min}} \quad (15)$$

(%)

10

5



LA RISALITA NEI SOLIDI È PIÙ RIDOTTA
PERCHÈ L'EFFETTO DENSITÀ È MAGGIORE

- COMPORTAMENTO A BASSA ENERGIA DI S_{coll}/S

$S_{coll} \propto \frac{1}{\beta^2}$ NON PUÒ VALERE NEL LIMITE $\beta \rightarrow 0$

→ CHE COSA SUCCEDDE A BASSA ENERGIA?

↳ LA PARTICELLA CARICA INCIDENTE COMINCIA A CATTURARE ELETTRONI DEL MEZZO



LA SUA CARICA SI SCHERMA



LA PERDITA DI ENERGIA SI RIDUCE

(MASSIMO A $\beta \sim 10^{-2}$; A $\beta \sim 10^{-4}$ VALORE SIMILE A MINIMO IONIZZAZIONE)

- MODELLI TEORICI MOLTO COMPLICATI

LA PROBABILITÀ DI CATTURARE UN ELETTRONE AUMENTA QUANDO v DIVENTA SIMILE ALLA VELOCITÀ ORBITALE DEGLI ELETTRONI ATOMICI

↳ modello di Bohr: $J_{orb} \propto Z$

↳ DIFFERENZA TRA MEZZI AD ALTO Z (E ATOMICI VELOCI) E BASSO Z

- MODELLO TEORICO MOLTO SEMPLICE DI **Fermi e Teller**
VALIDO A ENERGIE MOLTO BASSE.

$$S_{be} = \frac{4}{3\pi} E_{ry} \frac{m\bar{v}}{\hbar} \log \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar \bar{v}_m}{e^2}$$

VALE PER
 $\bar{v} \ll \bar{v}_m$

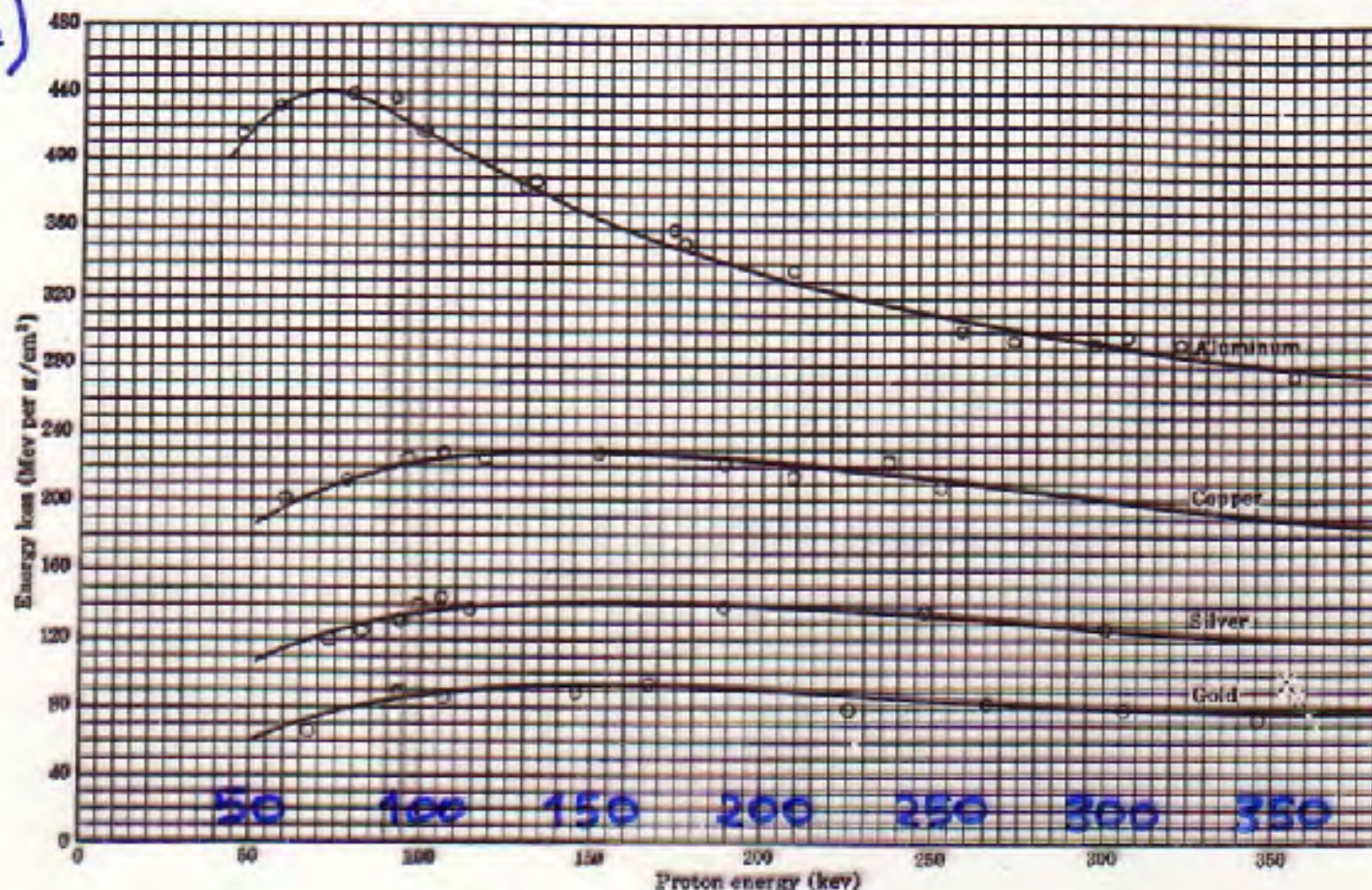
MASSIMA VELOCITÀ
IN UN GAS DI FERMİ
(SI PUÒ CALCOLARE DA DENSITÀ
DEGLI ELETTRONI E STAT. DI FERMİ)

GLI ELETTRONI DEL MEZZO SONO APPROSSIMATI AD
UN GAS DI FERMİ. TRASCURATI TUTTI GLI EFFETTI ATOMICI
→ OTTIMI ACCORDI CON L'ESPERIENZA

S A BASSA ENERGIA

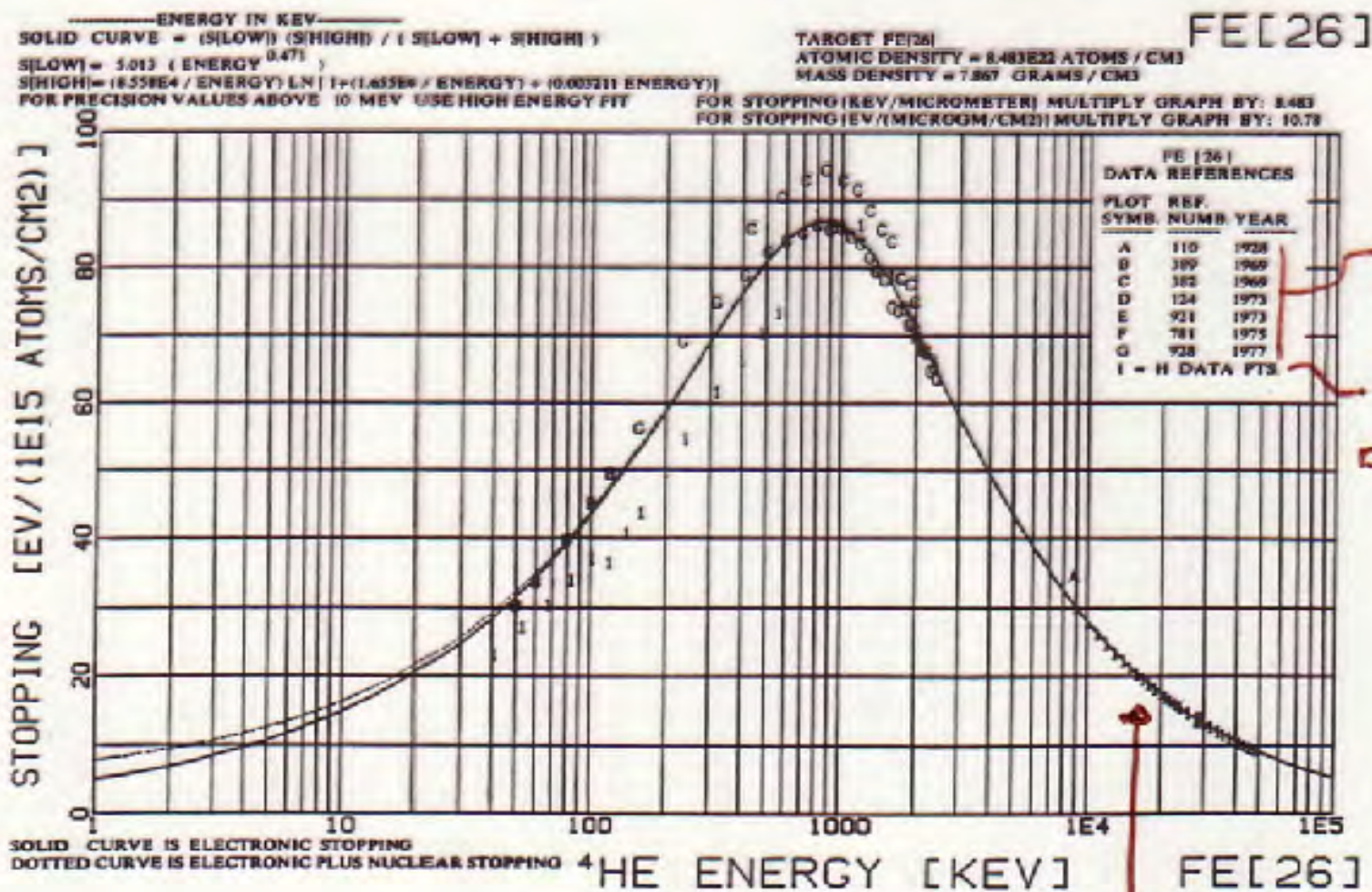
DATI SPERIMENTALI PER P (PROTONI)

$$\frac{S}{\rho} \left(\frac{\text{MeV}}{\text{g} \cdot \text{cm}^2} \right)$$



E_p (keV)

DATI SPERIMENTALI E MODELLO PARTICELLE α IN Fe



LETTERE:
VARIE
MISURE

NUM.
1:
DATI PER
P

E_{α} (keV)

REGIONE DI
VALIDITÀ DELLA FORMULA
DI BETHE E BLOCH

S PER IONI PESANTI (FRAMMENTI DI FISSIONE)

- COMPORTAMENTO SIMILE A PARTICELLE α

A BASSA ENERGIA, CATTURA DI ELETTRONI ATOMICI

→ SCHERMAGGIO DELLA CARICA: $Z \rightarrow Z_{eff} < Z$

- L'EFFETTO COMINCIA A β PIÙ ALTE CHE PER LE α

GRANDE CARICA (FINO A $20e$)

→ MAGGIORE PROBABILITÀ DI CATTURA

→ IL MASSIMO DI S SI SPOSTA VERSO β MAGGIORI AL CRESCERE DI Z

- SE Z È GRANDE (FRAMMENTI DI FISSIONE)
($Z \sim 20e$)

DIVENTA IMPORTANTE LA PERDITA DI ENERGIA PER COLLISIONE CON I NUCLEI.

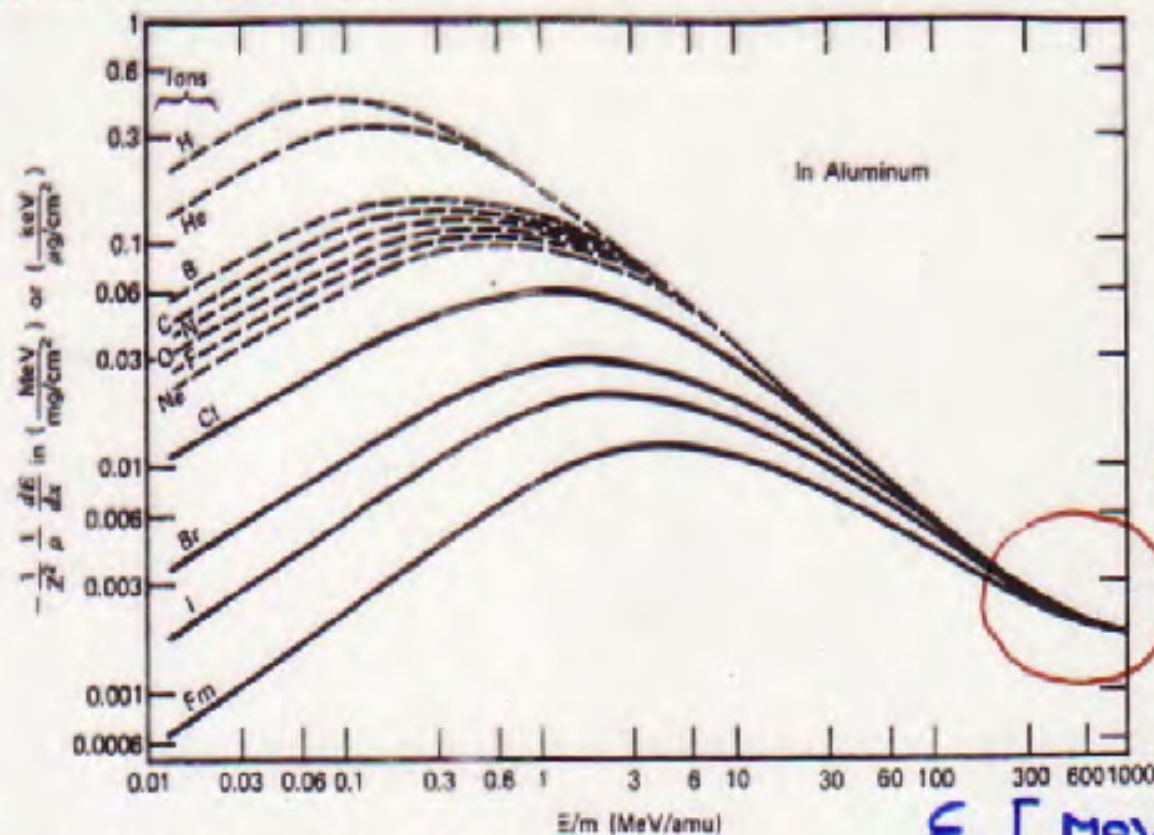
$$\begin{cases} S_{ee} \propto \frac{Z_{eff}^2 Z}{m_e} \\ S_{NUCLEI} \propto \frac{Z^2 Z}{M_N} \end{cases}$$

$M_N \gg m_e$ È
BILANCIATO DA
 $Z^2 \gg Z_{eff}^2$

URTO RAVVICINATO:
PENETRAZIONE NELLA
NUVOLE ELETTRONICA

→ POCCHI URTI:
FORTE FLUTTUAZIONE
IN dE/dx E PERCORSO

$$\frac{1}{Z^2} \frac{S}{\rho}$$



REGIONE DI
VALIDITÀ
DI
BETHE BLOCH

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E \cdot A [\text{MeV}] \approx \frac{1}{2} A [\text{GeV}] \beta^2$$

$$\rightarrow \beta = \sqrt{\frac{2E}{1000}}$$

$$E [\text{MeV}/A \text{ mu}]$$

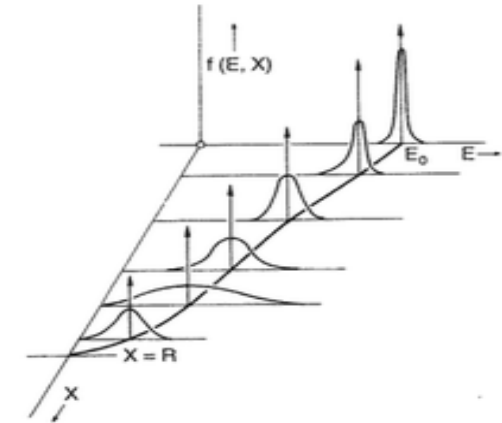
$$= 500 \cdot \beta^2$$

IL FENOMENO DELLO STRAGGLING

La perdita di en. è necessariamente un fenomeno stocastico

C'è sparpagliamento (straggling) nell'energia delle particelle di un fascio inizialmente monocromatico dopo l'attraversamento di un certo spessore di materiale dx

Tale fenomeno NON È costante lungo tutto il range



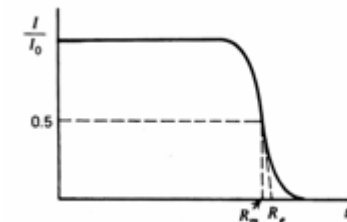
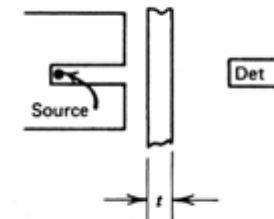
RANGE DI UNA PARTICELLA

Range medio:

spessore dell'assorbitore che riduce il fascio a $\frac{1}{2}$
(altra possibile definizione: range estrapolato)

Range straggling: qualche % (per part. cariche pesanti)

La derivata della curva utilizzata per la definizione di range è un picco, la cui larghezza è una misura del range straggling per quella particolare configurazione



- CURVE DI BRAGG

↳ DISTRIBUZIONE DELLA
DENSITÀ LINEARE DI IONIZZAZIONE
(N° COPPIE IONI / L)
LUNGO IL PERCORSO DI UNA
PARTICELLA CARICA PESANTE

IONIZZAZIONE TOTALE =

IONIZZAZIONE
PRIMARIA +
($\times \frac{1}{3}$)

IONIZZAZIONE ($\times \frac{2}{3}$)
SECONDAIA
(ELETTRONI VELOCI
CHE IONIZZANO A
LORO VOLTA)

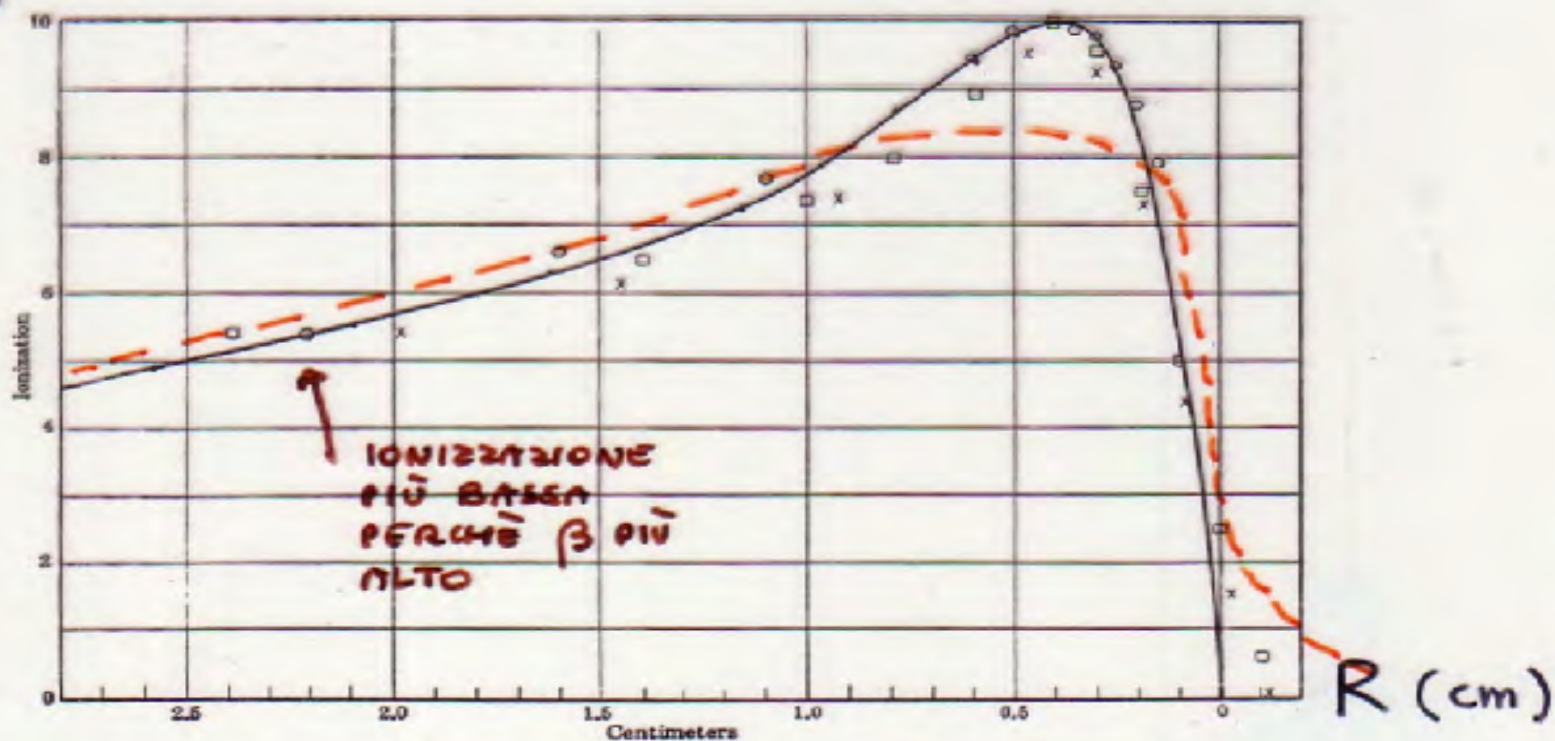
- DISTRIBUZIONE DELLA IONIZZAZIONE LUNGO IL
PERCORSO .

v GRANDE (INIZIO PERCORSO) \Rightarrow S PICCOLA \Rightarrow BASSA
IONIZZAZIONE
 v PICCOLA (FINE PERCORSO) \Rightarrow S GRANDE \Rightarrow ALTA
IONIZZAZIONE

↳ CURVE DI BRAGG

COPPIE IONI
(mm⁻¹)

MAX: CIRCA 6'000 $\frac{\text{ioni}}{\text{mm}}$



PARTICELLA α DI 5.4 MeV IN ARIA
(SINGOLA)

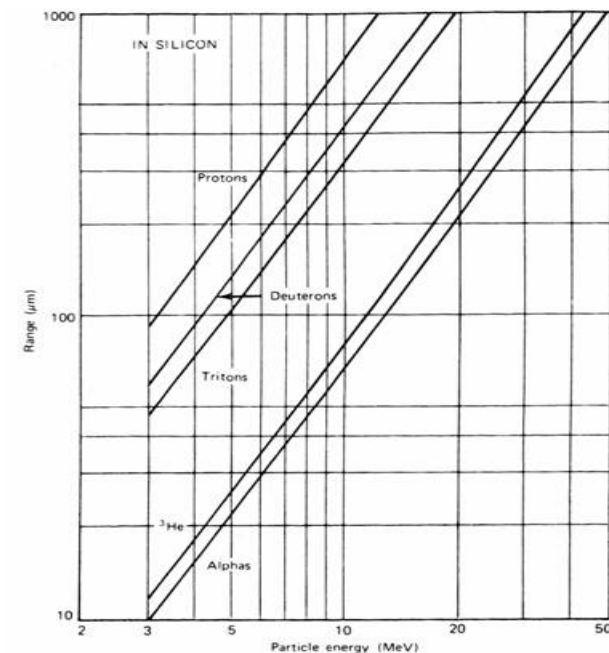
----- FASCIO DI PARTICELLE
FORMA PIÙ ARROTONDATA + CODA
(FENOMENI DI DISPERSIONE)

RELAZIONI DI SCALA

Fissata la particella

$$\frac{S'_1}{S'_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \frac{A_2}{A_1}$$

$$\frac{R_1}{R_2} \cong \frac{\rho_2 \sqrt{A_1}}{\rho_1 \sqrt{A_2}}$$

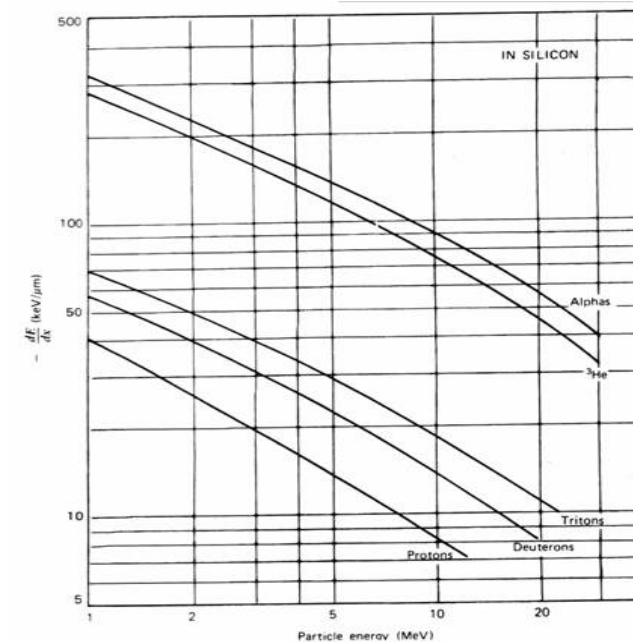


Fissato il materiale

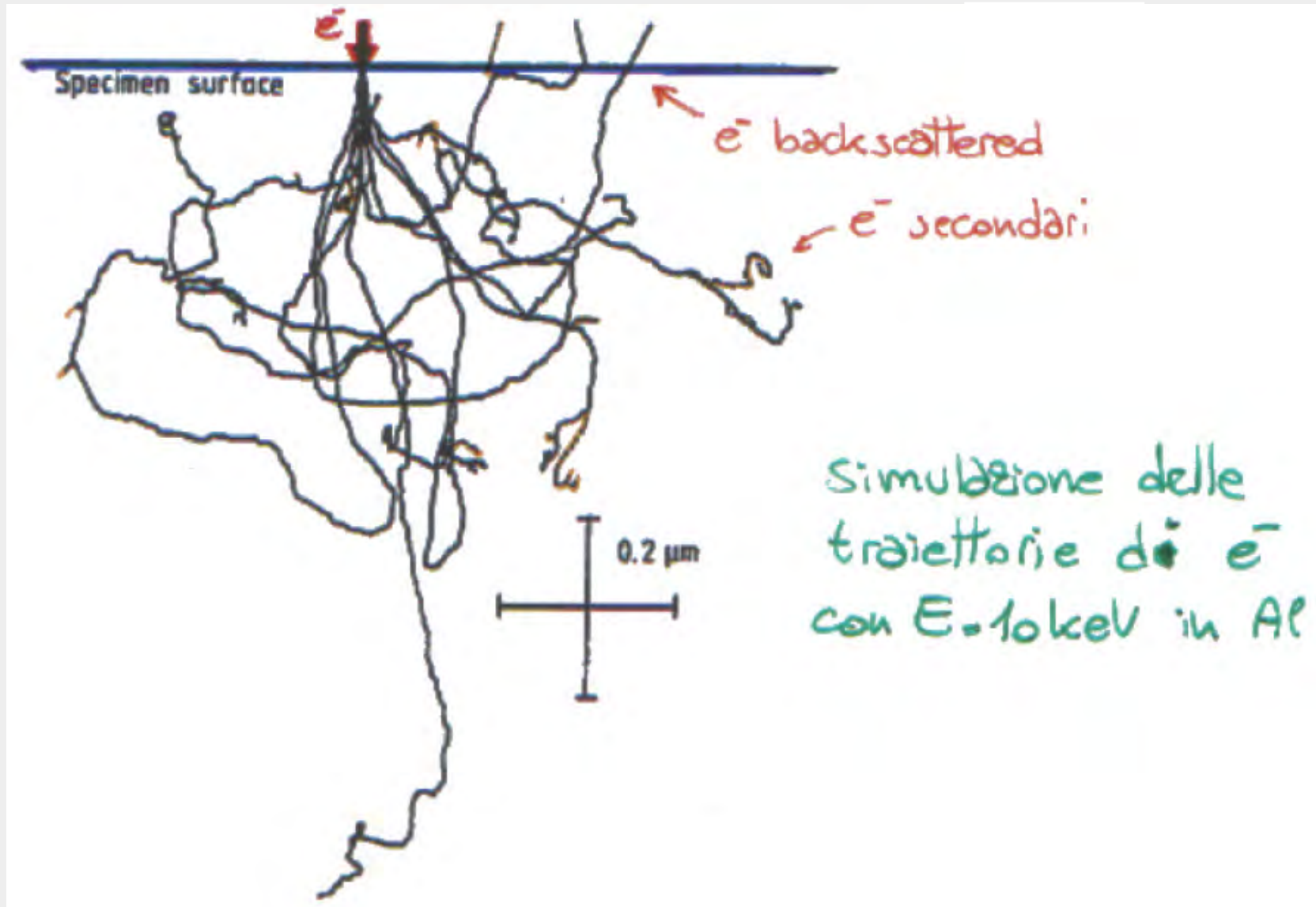
$$\frac{S'_a}{S'_b} = \frac{z_a^2}{z_b^2} \cdot \frac{m_a}{m_b} \cdot \frac{E_b}{E_a} \quad (\text{part. NON relat.})$$

$$R_a(v) = \frac{m_a z_b^2}{m_b z_a^2} R_b(v)$$

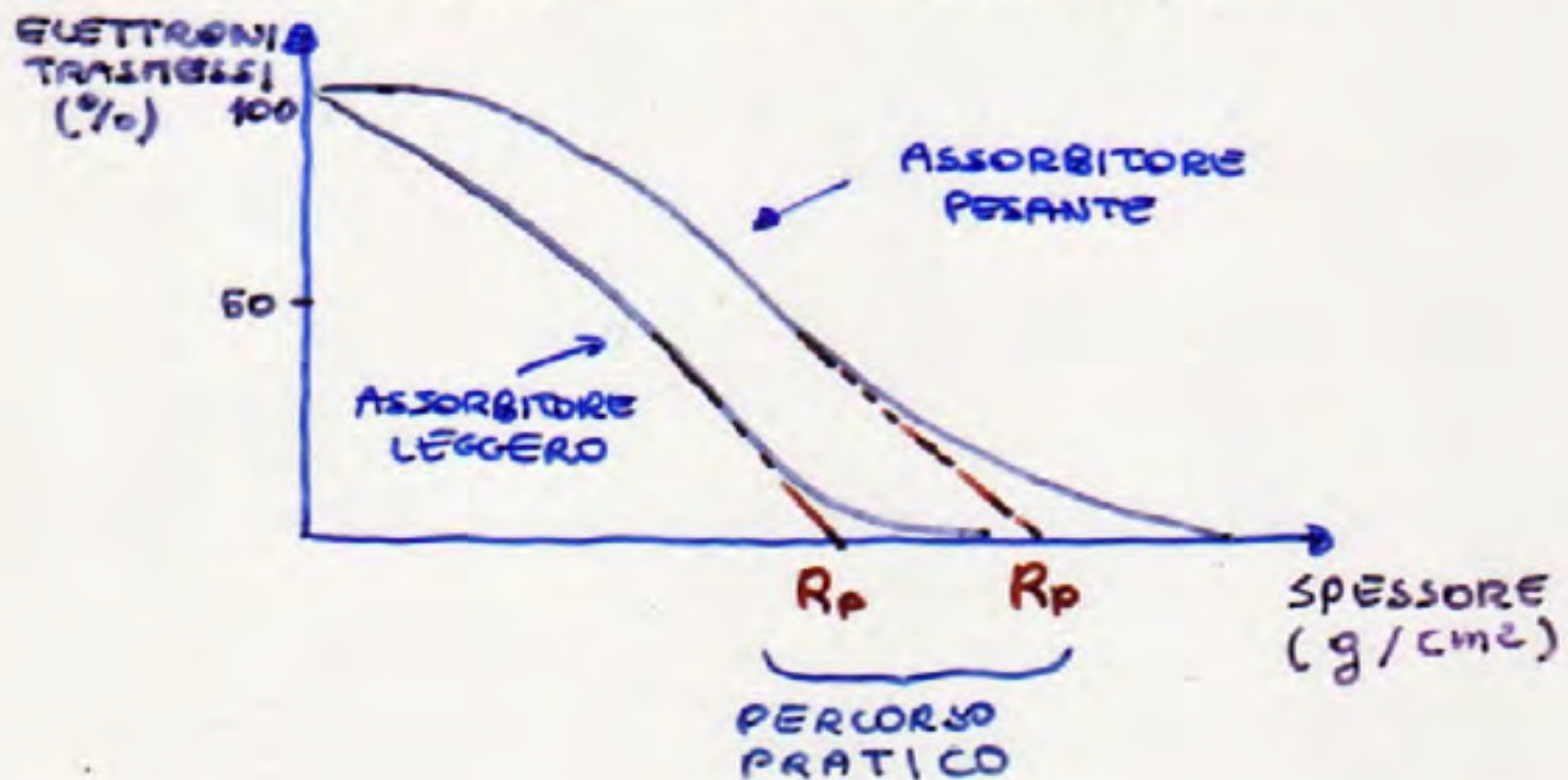
$$R_a(E) = \frac{m_a z_b^2}{m_b z_a^2} R_b \left(E \frac{m_b}{m_a} \right)$$



PERCORSO DEGLI e^- DI BASSA ENERGIA IN MATERIALE

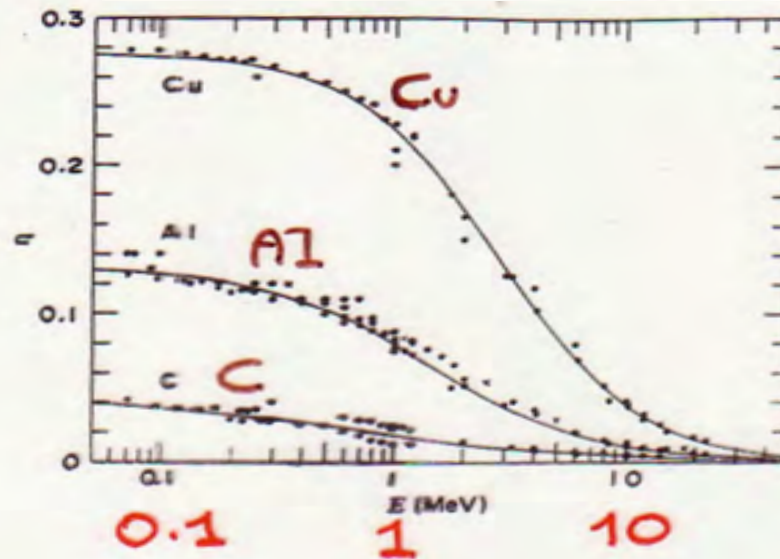


ELETTRONI DELLA STESSA ENERGIA NON SONO FERMATI
TUTTI DALLO STESSO SPESSORE DI MATERIALE
↳ IL PERCORSO PERDE SIGNIFICATO
SI USA COMUNQUE IL CONCETTO DI
PERCORSO "PRATICO" O ESTRAPOLATO



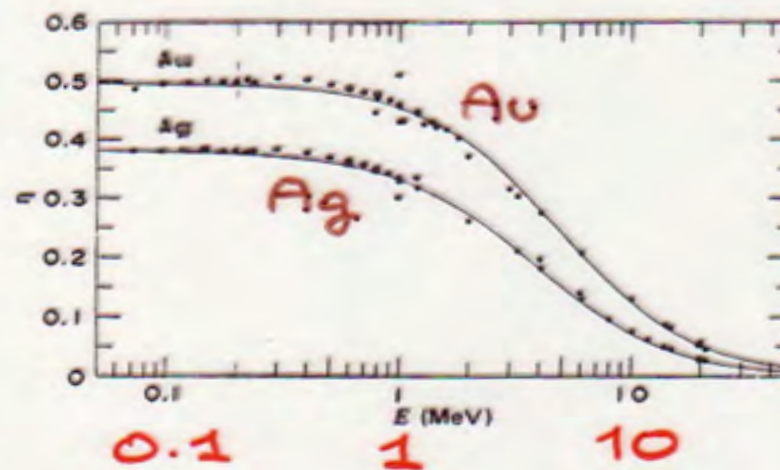
$$\eta = \frac{\text{ELETTRONI RETRODIFFUSI}}{\text{ELETTRONI INCIDENTI NORMALMENTE}}$$

η



E_e [MeV]

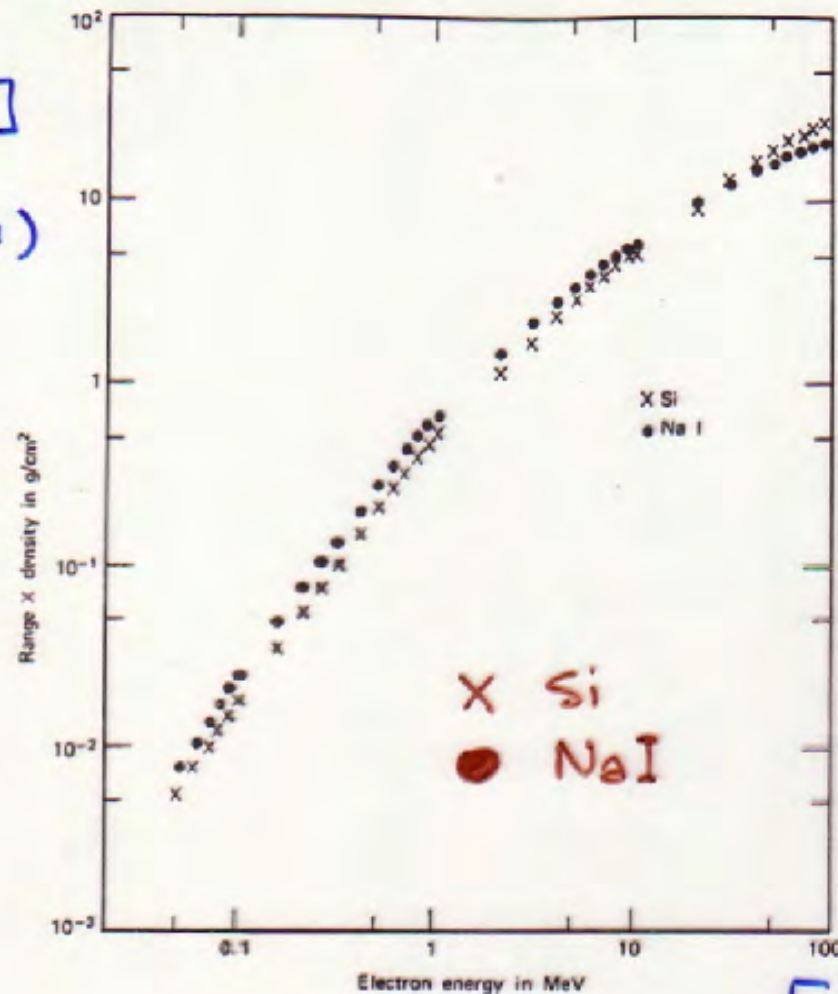
η



E_e [MeV]

PERCORSI DI ELETTRONI. CURVE SPERIMENTALI

R.g
[g/cm²]
(PERCORSI
ESTRAPOLATI)



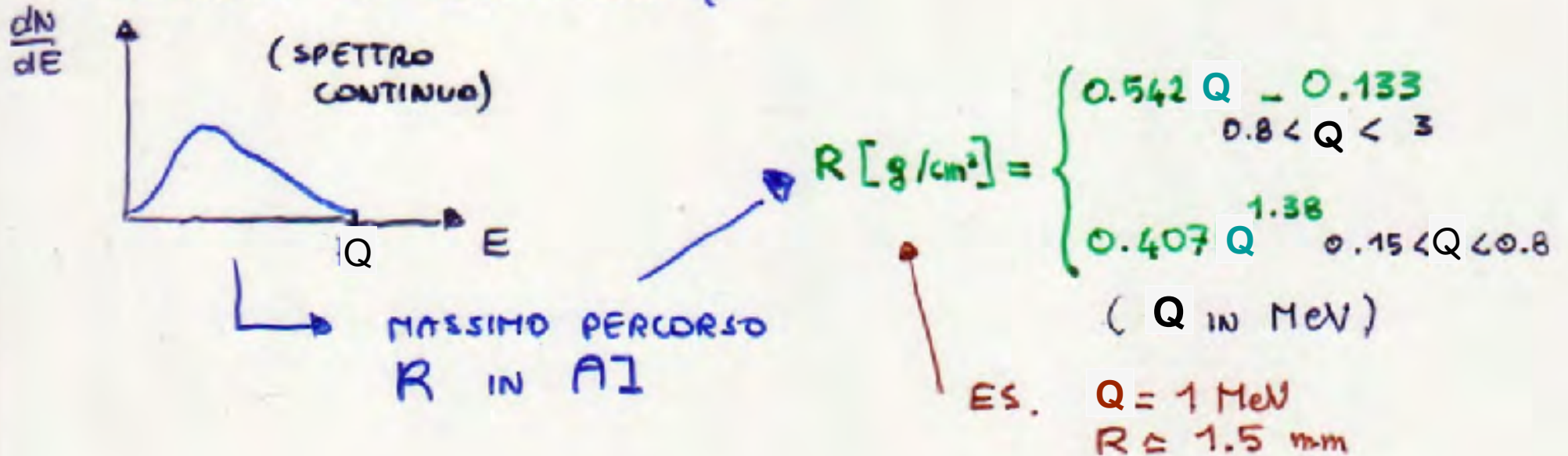
E_e [MeV]

ELETTRONE DI 1 MeV IN Si: $R \approx 2$ mm

PER NON FARE ERRORI GROSSOLANI, PER MATERIALI DI MEDIA DENSITÀ,

$$R \approx 1 \text{ mm / MeV}$$

ELETTRONI DA EMETTITORI β :



In questo caso (appros. empirica!)

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

$$I = I_0 e^{-\mu' t}$$

Una volta fissato il materiale, μ' è correlato con Q_β

$$\mu' = \text{coeff. di assorb. massico} \approx 1.7 Q^{-1.14}$$

PERDITA DI ENERGIA DEGLI ELETTRONI PER IRRAGGIAMENTO

- $e^- \Rightarrow$ PICCOLA MASSA \Rightarrow IMPORTANZA DEGLI URTI CON I NUCLEI

VIOLENTE ACCELERAZIONI E BRUSCHI CAMBIAMENTI DI DIREZIONE

SCATTERING
MULTIPLO

IRRAGGIAMENTO

PERDITA DI ENERGIA CHE AD ALTE v COMPETE E SUPERA QUELLA PER COLLISIONE

FENOMENO QUANTISTICO. EMISSIONE DI FOTONI.



$$h\nu = E - E'$$

FREQUENZA DEL γ EMESSE.

IL NUCLEO RINGHIA CON ENERGIA TRASCURABILE -
IL RINGHIO PERÒ ASSICURA LA CONSERVAZIONE DEL
MOMENTO

SI TROVA:

$$\frac{S_{\text{irr}}}{\rho} = \frac{16}{3} \pi r_e^2 \alpha N_A \frac{Z^2}{A} \cdot E \equiv \frac{1}{X_0} \cdot E$$

↳ PERDITA DI ENERGIA MASSICA PER IRRAGGIAMENTO

$$X_0 = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{r_e^2 \alpha N_A} \cdot \frac{A}{Z^2} \simeq 170 \frac{A}{Z^2} \text{ g/cm}^2$$

↳ LUNGHEZZA DI RADIAZIONE

↳ $\sim 90 \text{ cm}$ IN ARIA

↳ $\sim 0.5 \text{ cm}$ IN Pb

CALCOLO QUANTISTICO ESATTO:

$$X_0 = \frac{1}{4 r_e^2 \alpha N_A} \cdot \frac{A}{Z^2} \cdot \frac{1}{\log\left(\frac{183}{\sqrt[3]{Z}}\right) \cdot \left[1 + 0.12\left(\frac{Z}{82}\right)^2\right]}$$

$$Z=1 \rightarrow 0.19$$

$$Z=82 \rightarrow 0.24$$

$$\text{PONENDO } \alpha' = \rho \cdot \alpha$$

DA CONFRONTARE

$$\text{CON } \frac{3}{4\pi} \simeq 0.24$$

$$\frac{dE}{d\alpha'} = - \frac{1}{X_0} \cdot E \Rightarrow E = E_0 \cdot e^{-\alpha'/X_0}$$

↳ X_0 È L'UNITÀ DI MISURA NATURALE PER L'IRRAGGIAMENTO

- CONFRONTO TRA ENERGIA PERSA PER COLLISIONE E PER IRRAGGIAMENTO IN ELETTRONI

$$S = S_{\text{col}} + S_{\text{irr}}$$

CHI PREVALE?

ANDAMENTI CON $T = E - mc^2$ ENERGIA CINETICA

- CASO NON RELATIVISTICO

$$S_{\text{col}} \propto \frac{1}{v^2} \frac{Z}{A} \propto \frac{1}{T} \frac{Z}{A}$$

$$S_{\text{irr}} \propto \frac{Z^2}{A}$$

$$\rightarrow (S_{\text{irr}}/S_{\text{col}})_{\text{NR}} \cong \frac{Z \cdot T [\text{MeV}]}{400}$$

INSERENDO I
VALORI NUMERICI
($T \approx 0.2 \text{ MeV}$)

- CASO RELATIVISTICO

$S_{coll} \propto \frac{Z}{A}$ → LA DIPENDENZA DA β DIVENTA BLANDA

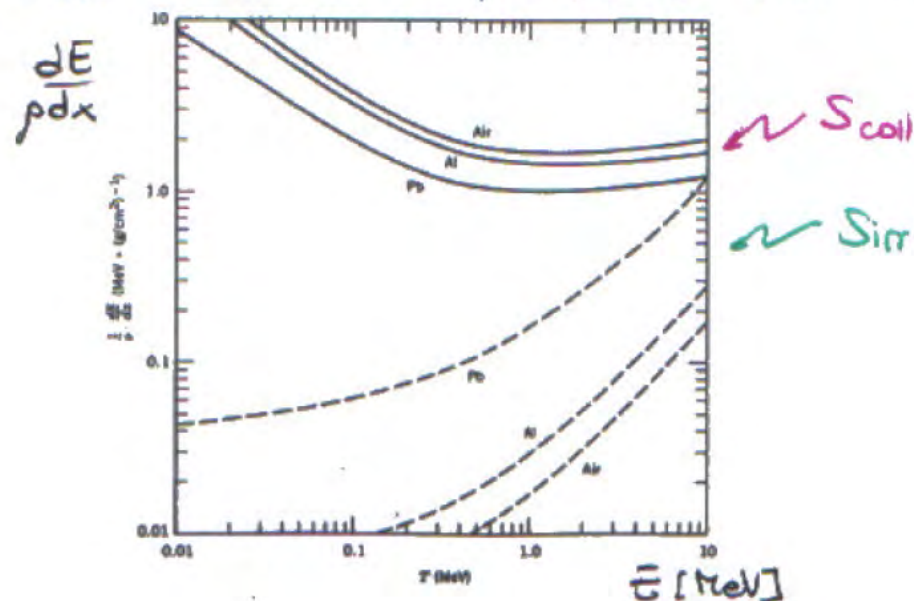
$S_{irr} \propto \frac{Z^2}{A} \cdot T$ → VIENE DAL FATTORE RELATIVISTICO γ

→ $(S_{irr}/S_{coll})_R \cong \frac{Z \cdot T [\text{MeV}]}{800}$

INSERENDO I VALORI NUMERICI ($T \cong 20 \text{ MeV}$)

CI ASPETTIAMO CHE A BASSA E $S_{irr} \ll S_{coll}$ E A ALTA E $S_{irr} \gg S_{coll}$

• S_{coll} e S_{irr} in Pb, Al, aria per $E < \bar{E}_c$



DEFINIAMO E_c (ENERGIA CRITICA) IL VALORE PER CUI
 $S_{in} = S_{coll} -$ SICCOME E_c CAPITA TRA 10-100
 MeV, IL VALORE GIUSTO È DATO DA UN COMPROMESSO
 TRA LE DUE FORMULE PRECEDENTI

$$\frac{Z \cdot E_c [\text{MeV}]}{550} = \frac{S_{in}}{S_{coll}} = 1$$

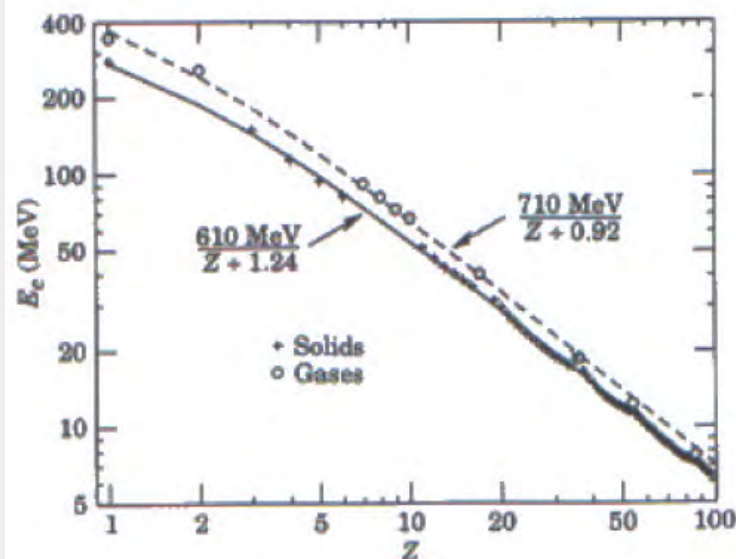
$$\rightarrow E_c \approx \frac{550}{Z} \text{ MeV}$$

"PESANDO" CON
 LA MASSA

$$\text{H}_2\text{O} \quad \langle Z \rangle \approx 7.3 \quad \Rightarrow \quad E_c \approx 80 \text{ MeV}$$

$$\text{Pb} \quad Z = 82 \quad \Rightarrow \quad E_c \approx 6.7 \text{ MeV}$$

NEI MATERIALI PESANTI L'IRRAGGIAMENTO COMINCIA A
 PREVALERE A ENERGIE PIÙ BASSE



Energia critica \bar{E}_c

$$S_{coll}(\bar{E}_c) = S_{irr}(\bar{E}_c)$$

$$S_{irr} > S_{coll} \quad E > \bar{E}_c$$

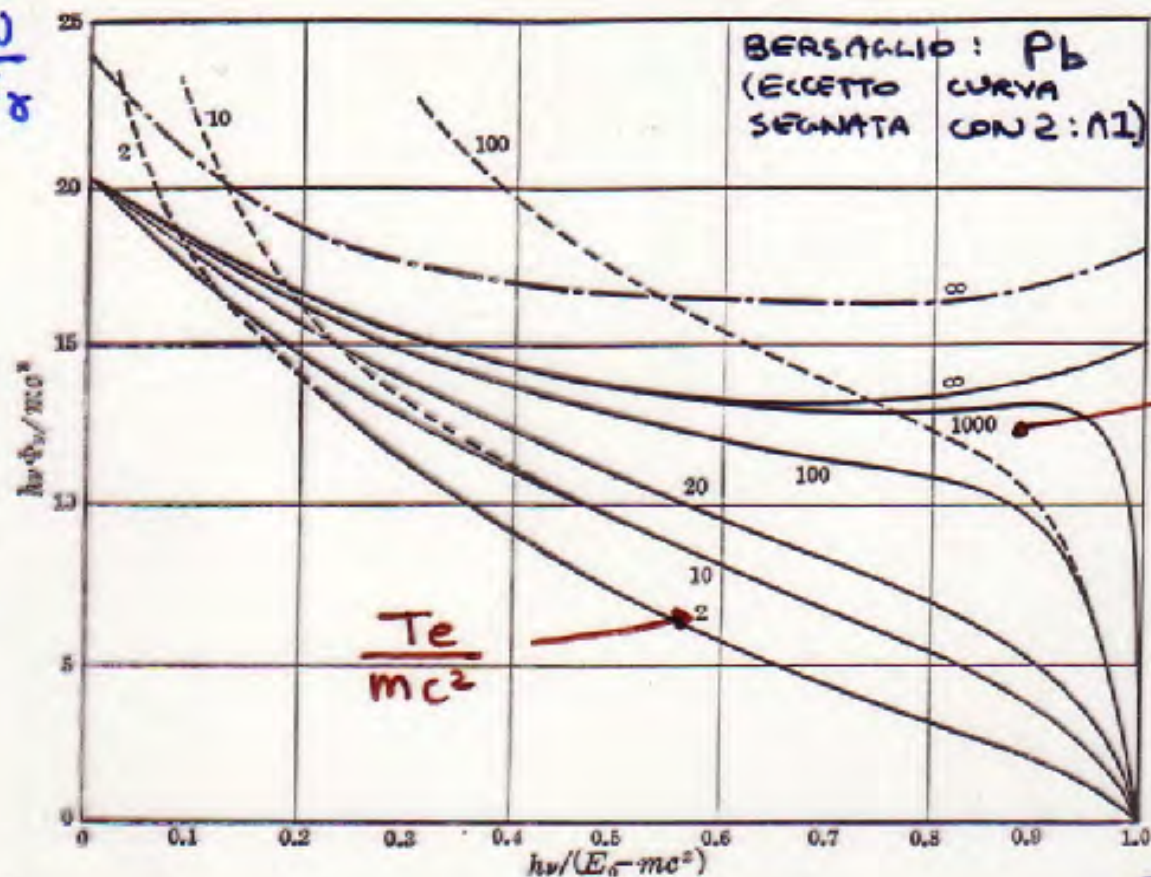
- RISULTATI CHE SI POSSONO OTTENERE SOLO CON IL CALCOLO ESATTO:

- DISTRIBUZIONE ENERGETICA DEI QUANTI EMESSI
- DISTRIBUZIONE ANGOLARE DEI QUANTI EMESSI

$$\propto E_\gamma \frac{dN}{dE_\gamma}$$

INCLUDENDO
SCHERMAGGIO
E ATOMICI

SENZA
SCHERMAGGIO



DISTRIBUZIONE ENERGETICA
(SPETTRO DI ENERGIA)

$$\frac{E_\gamma}{T_e}$$

- AD ALTE ENERGIE, SPETTRO QUASI PIATTO

$$E_\gamma \frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} = \text{cost}$$

$E_\gamma \cdot dN_\gamma$: QUANTITÀ DI
ENERGIA TRASPORTATA DA
FOTONI CON ENERGIA COMPRESA
TRA E_γ E $E_\gamma + dE_\gamma$

ENERGIA TRASPORTATA
DAI FOTONI AVENTI
ENERGIA TRA E_1 E E_2

$$\propto E_2 - E_1$$

- LO SPETTRO DEL NUMERO DEI FOTONI \bar{E}
INVECE:

$$\frac{dN_\gamma}{dE_\gamma} \propto \frac{1}{E_\gamma}$$

MOLTI FOTONI
DI BASSA ENERGIA,
POCHI DI ALTA

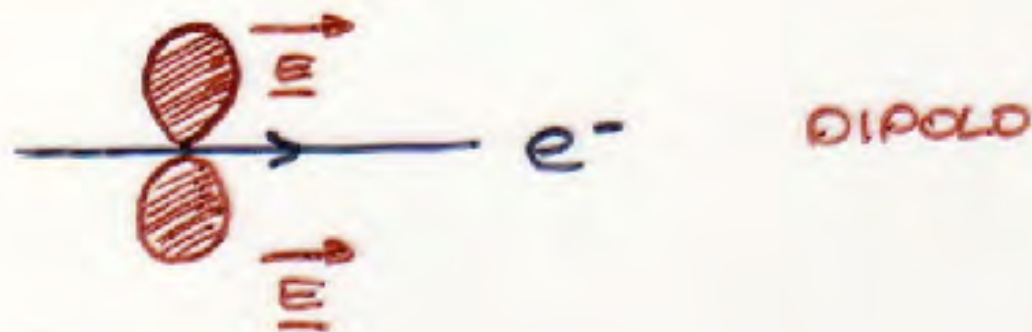
- FORTI FLUTTUAZIONI IN S_{in} : IN 1×10^6 ,
UN e^- EMETTE IN MEDIA 1 QUANTO DI
ENERGIA COMPARABILE ALLA PROPRIA INIZIALE

DISTRIBUZIONE ANGOLARE

- BASSA ENERGIA (ELETTRONE NON RELATIVISTICO)

I γ SONO EMESSI COME DA UN DIPOLO OSCILLANTE, PREVALENTEMENTE IN DIREZIONE ORTOGONALE AL MOTO DELL'ELETTRONE

IL CAMPO ELETTRICO $\vec{E} \parallel \vec{v}$ È PARALLELO ALLA DIREZIONE DEL MOTO DELL'ELETTRONE.



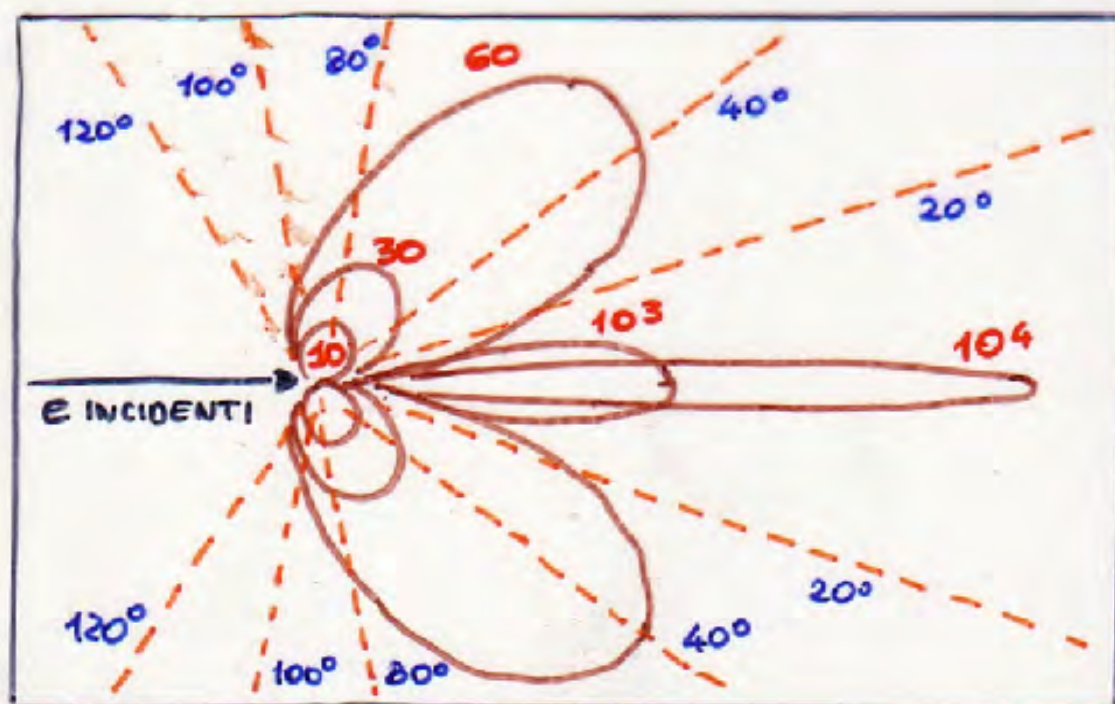
- ALTA ENERGIA (ELETTRONE RELATIVISTICO)

I γ SONO EMESSI IN AVANTI, NELLA DIREZIONE DEL MOTO IN UN PENNELLO SOTTILE; L'ANGOLO MEDIO DI EMISSIONE È:

$$\langle \theta \rangle \simeq \frac{1}{\gamma} = \frac{mc^2}{E}$$

$$\frac{0.5}{10} = 50 \text{ mrad} \simeq 3^\circ$$

$\theta @ 10 \text{ MeV}$



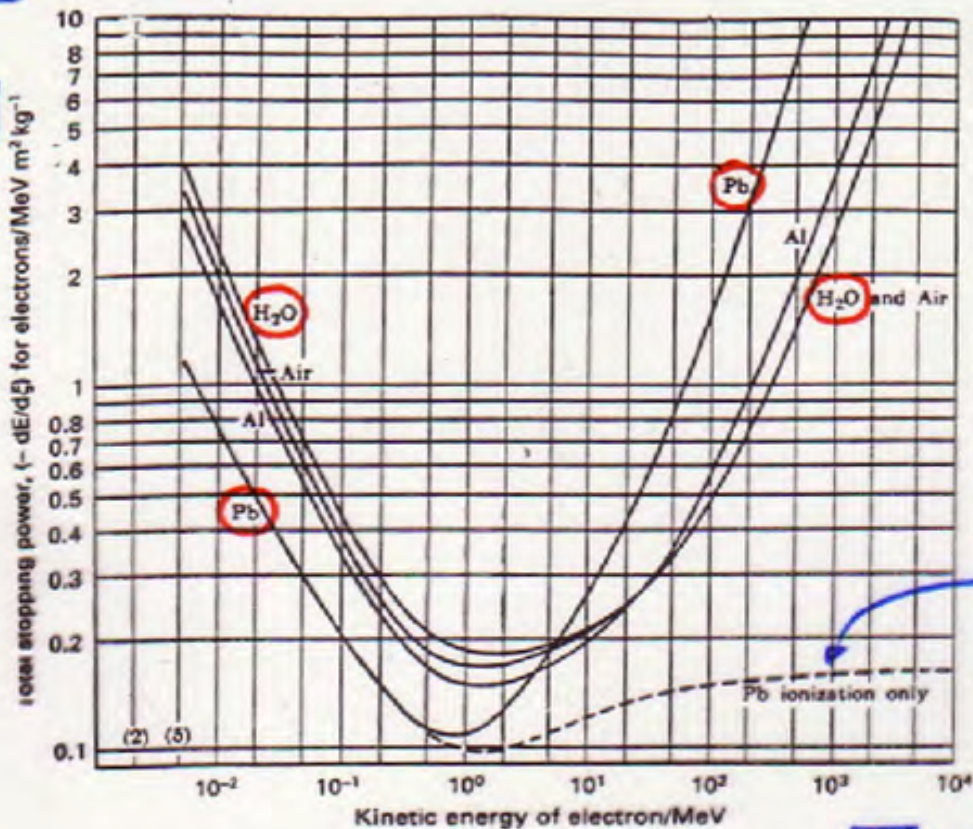
ENERGIA
DELLI ELETTRONI
(MeV)

INTENSITÀ

ANGOLI DI
EMISSIONE

$\underline{E} \perp$ PIANO (DIREZIONE e INCIDENTE, DIREZIONE γ)

$S_{\text{coll}} + S_{\text{irr}}$
 ρ
 $[\text{MeV}/\text{kg m}^2]$



$T_e [\text{MeV}]$

CONFRONTO TRA S_{coll} e $S_{\text{tot}} = S_{\text{coll}} + S_{\text{irr}}$
 IN Pb

$\frac{S_{\text{tot}}}{\rho}$ PER Pb, Al, ARIA, ACQUA

ENERGIA CRITICA $\begin{cases} 9 \text{ MeV (Pb)} \\ 100 \text{ MeV (H}_2\text{O)} \end{cases}$



IL MINIMO PER S_{tot} È SPOSTATO VERSO LE BASSE ENERGIE PER I MATERIALI PESANTI

