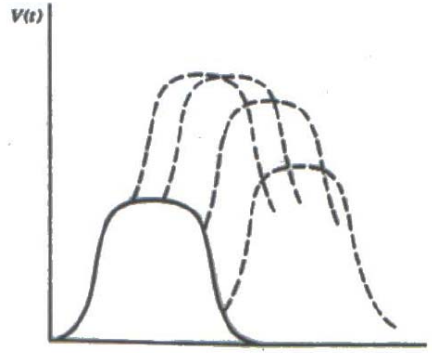
IL PILE-UP

IMPORTANTE (ovviamente) AD ALTI RATE

MINIMIZZATO ACCORCIANDO GLI IMPULSI ← in contrasto con S/N e def. balistico

2 TIPI: ① PILE-UP SULLA CODA

② SALITA



① ∃ ANCHE A BASSI RATE

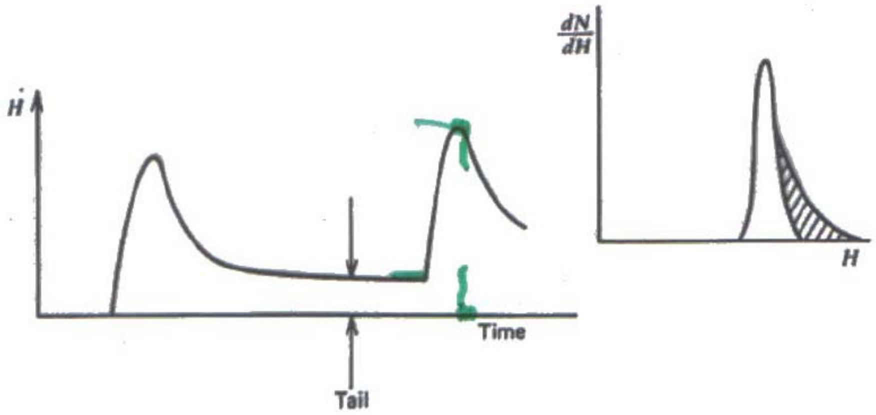
CAUSA DELLE "ALI" DI CONTEGGI AL PICCO NELLO SPETTRO

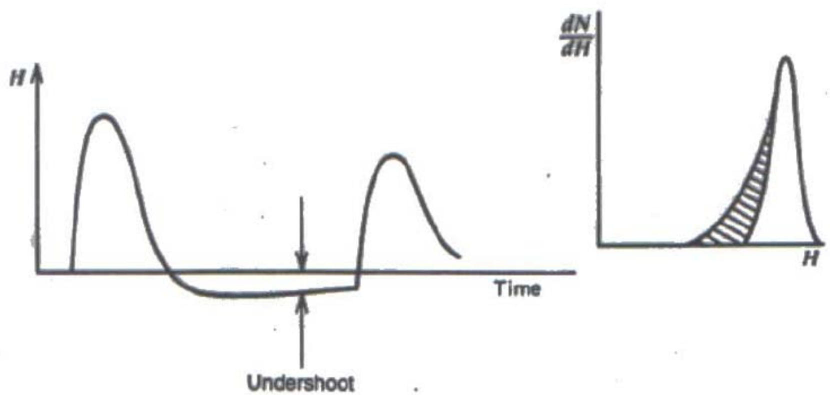
MIGLIORA RIDUCENDO LE CODE (cancell. di P.Z., formatura con τ_D corti)

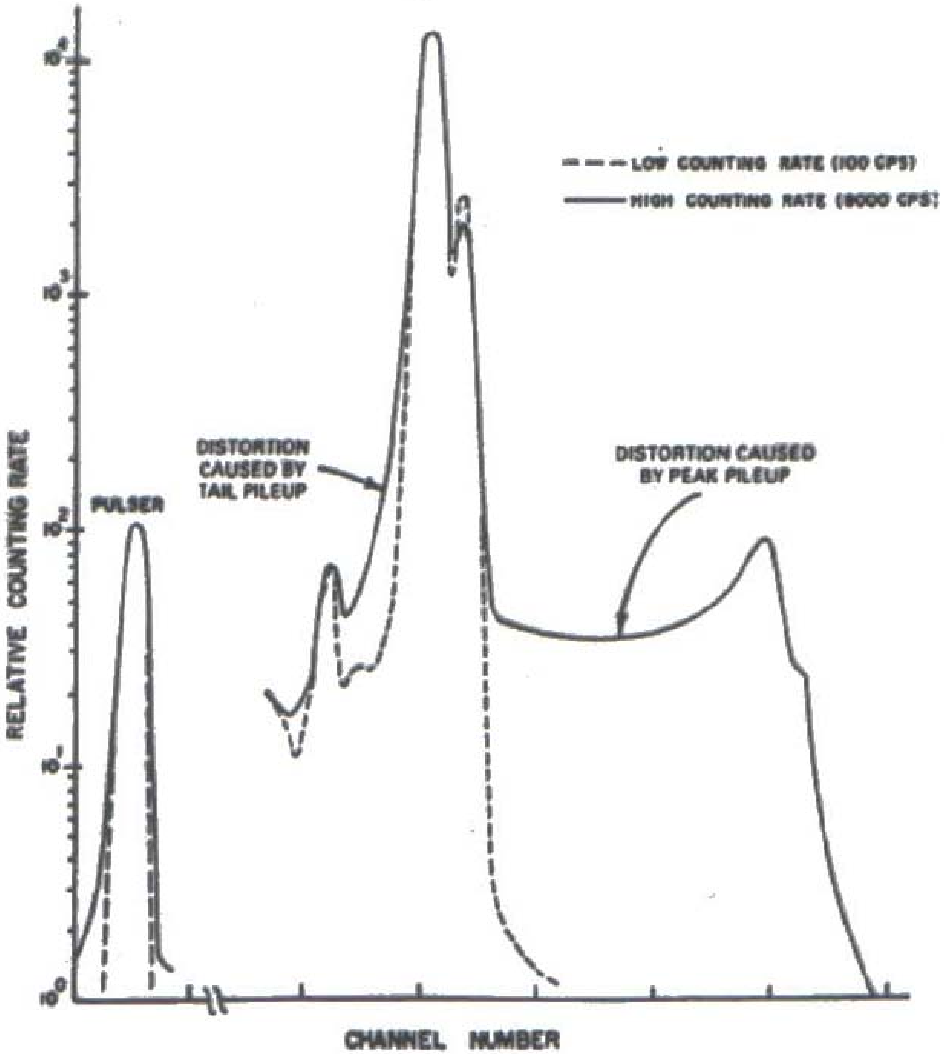
② 2 IMPULSI TRATTATI COME UNO SOLO

APPARIZIONE DEL "PICCO SOMMA" E DISTORSIONE DELLO SPETTRO

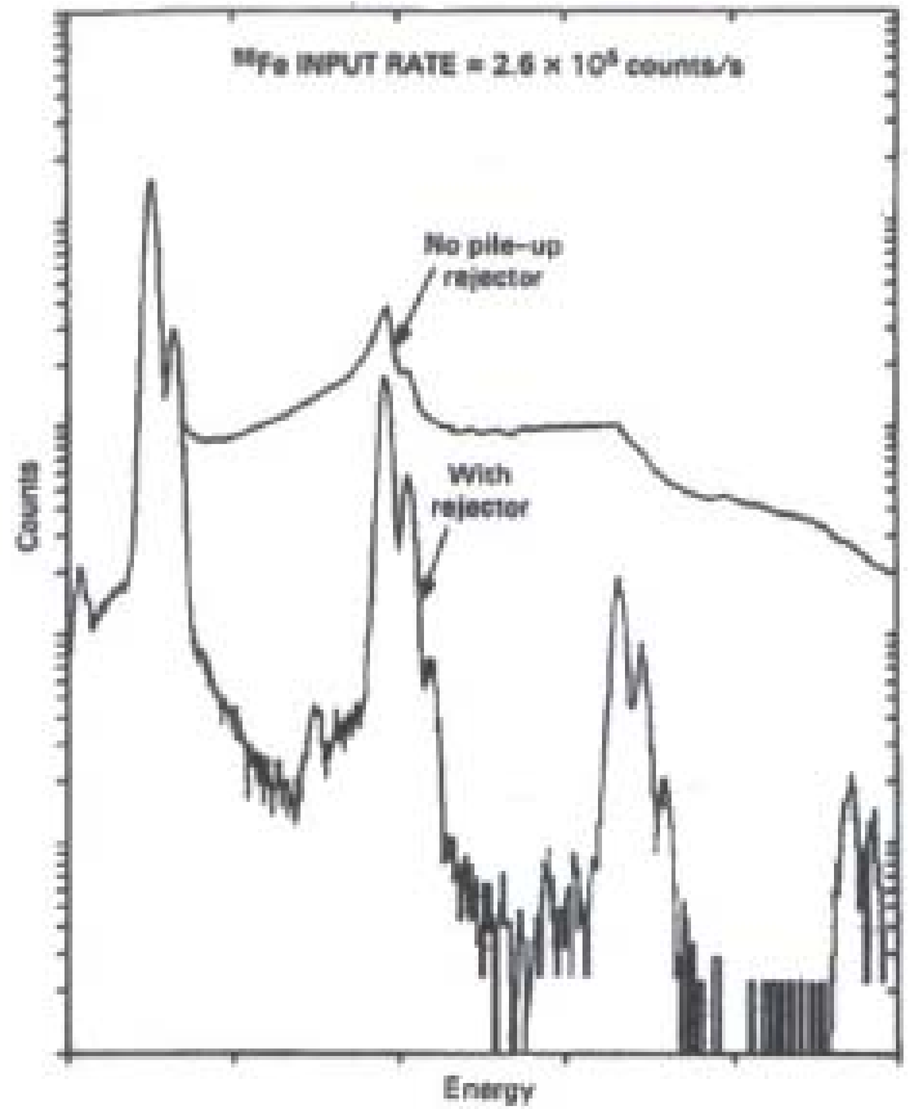
INTERFERISCE SULLE MISURE QUANTITATIVE DELL'AREA DEL PICCO







LOW COUNTING RATE (100 CPS)
HIGH COUNTING RATE (8000 CPS)
PULSER
DISTORTION CAUSED BY TAIL PILEUP
DISTORTION CAUSED BY PEAK PILEUP
RELATIVE COUNTING RATE
CHANNEL NUMBER



^{55}Fe INPUT RATE = 2.6 × 10^5 counts/s
No pile-up rejector
With rejector
Counts
Energy

STIMA DEL LIVELLO DI PILE-UP ASPETTATO

POICHÉ $P(>\tau) = \exp(-n\tau)$ con n = rate

SE SCEGLIAMO τ = LARGHEZZA EFFICACE DEL SEGNALE
≃ FWHM DEL 1° LOBO DELL'IMPULSO

→ P = probabilità di NON AVERE PILE-UP

ATTENZIONE IL PILE-UP COINVOLGE 2 IMPULSI, QUINDI SE $P = 0.9$
L'80% DEGLI EVENTI NON SUBISCE PILE-UP

- AD ALTI RATE STIMA NON PIÙ VALIDA (pile-up multipli)
- DEFORMAZIONE DELLO SPETTRO: vedi figura
- DISTURBA ANCHE LE MISURE TEMPORALI DEGLI IMPULSI

REIEZIONE DEL PILE-UP

OCCORRE SCARTARE GLI IMPULSI DEFORMATI DA PILE-UP
PROCEDURA CHE AUMENTA IL TEMPO MORTO

TECNICHE:
- PSD (GLI IMPULSI DI PILE-UP HANNO SEMPRE FORMA ≠)
- SI SDOPPIA IL SEGNALE SU 2 RAMI (1 VELOCE e 1 LENTO)
  - DAL RAMO VELOCE SI ESTRAE UN IMPULSO LOGICO IN COINCIDENZA COL PASSAGGIO DELL'IMP. DA ANALIZZARE
  - DAL RAMO LENTO SI FORMA IL SEGNALE CON LE SOLITE PROCEDURE E LO SI PASSA ATTRAVERSO UN GATE LIN. CHE ACCETTA L'IMPULSO SSE IL RAMO VELOCE È ANCORA INATTIVO (OSSIA NON è stato triggerato un altro impulso durante il processo di formatura del primo)

↳ ABBIAMO ELIMINATO IL PILE-UP (entro la ris. temporale del ramo VELOCE)

CORREZIONE QUANTITATIVA DEGLI EFFETTI DOVUTI AL PILE-UP

LA TECNICA + EFFICACE PER STIMARE GLI ERRORI DI VALUTAZIONE DELL'AREA DI UN PICCO A CAUSA DEL PILE-UP È IL METODO DELL'IMPULSATORE:

- SI IMMETTONO DEGLI IMPULSI DI AMPIEZZA FISSATA, GENERATI DA UN IMPULSATORE, AL LIVELLO DELLO STADIO DI PREAMPLIFICAZIONE, MENTRE IL SISTEMA STA ACQUISENDO
- SI SCEGLIE L'AMPIEZZA DI TALI IMPULSI PERCHÈ ESSI SIANO RACCOLTI "PURI" (CIOÈ SENZA PILE-UP) IN UN PICCO IN UNA REGIONE DELLO SPETTRO CHE NON INTERFERISCE CON LE STRUTTURE CARATTERISTICHE DELLO SPETTRO PURO ACQUISITO
- CONOSCENDO ESATTAMENTE IL N° DI IMPULSI INIETTATO DAL GENERATORE NEL SISTEMA, LA MISURA DELL'AREA SOTTO IL PICCO "ARTIFICIALE" FORNISCE LA FRAZIONE DI IMPULSI CHE NON È ANDATA SOGGETTA A PILE-UP (CIOÈ f_e)
- SI ASSUME QUINDI CHE TALE f_e VALGA ANCHE PER GLI IMPULSI REALI (CIÒ SAREBBE VERO SE AVESSIMO UN "RANDOM PULSE GENERATOR". MA È STATO DIMOSTRATO CON UN MONTECARLO CHE ANCHE IMPULSI PERIODICI FORNISCONO IL GIUSTO f_e PURCHÈ $r_{pulse} < 10\%\ m$)

ANALISI STATISTICA DEGLI EVENTI DI PILE-UP

Rate reale $= n$ Rate di Conteggi $= m < n$

Ⓐ sistema non paralizzabile

- Ricordiamo che

$$n = \frac{m}{1 - m\tau} \qquad m = \frac{n}{1 + n\tau}$$

- In un tempo τ mediamente ci saranno $n\tau$ eventi
- Dalla statistica di Poisson la probabilità che ce ne siano x è:

$$P(x) = \frac{\bar{x}^x e^{-\bar{x}}}{x!} = \frac{(n\tau)^x e^{-n\tau}}{x!}$$

- Se non vogliamo pile-up occorrerà che nessun evento arrivi in un tempo τ (risoluzione temporale di pile-up) dopo un conteggio

$$P(0) = e^{-n\tau}$$

- Mentre la probabilità di avere pile-up da 2 eventi a dare 1 conteggio sarà:

$$P(1) = n\tau e^{-n\tau}$$

- È la probabilità di pile-up di $(x+1)$ eventi a dare sempre 1 conteggio sarà:

$$P(x) = \frac{(n\tau)^x e^{-n\tau}}{x!}$$

- Quindi 1 conteggio di pile-up corrisponderà a $(x+1)$ eventi con una probabilità $P(x)$, e quindi

$$\langle x \rangle = \sum_{x=0}^{\infty} (x+1) P(x) = \dots = n\tau + 1$$ come ragionevole ...

- Siccome

$$\langle x \rangle = \frac{n}{m}$$ da $\;$ segue $\frac{n}{m} = n\tau + 1$ o $m = \frac{n}{1+n\tau}$

che è quanto avevamo già ricavato

Ⓑ sistema paralizzabile

- Sappiamo che $m = n e^{-n\tau}$
- Ritroviamo che i conteggi senza pile-up avranno una probabilità

$$P(0) = e^{-n\tau}$$

- Per avere un conteggio dato da 2 e solo 2 eventi deve succedere che:

  - ci sia un evento a $t=0$ Nessuno tra 0 ed un certo $t < \tau$
  - ce ne sia un altro ad un istante compreso tra t e $t+\Delta t$
  - non ci siano altri eventi tra t e $t+\tau$

- Ma allora

$$P(1) = \int_0^{\tau} e^{-nt} \cdot n\,dt\, e^{-n\tau} = e^{-n\tau}\left(1 - e^{-n\tau}\right)$$

- E quindi

$$P(2) = \int_0^{\tau} (\text{Probabilità di } \phi \text{ eventi tra } \phi \text{ e } t) \cdot \left(\begin{array}{c}\text{Prob. di 1} \\ \text{evento in } dt\end{array}\right) \cdot P(1)$$

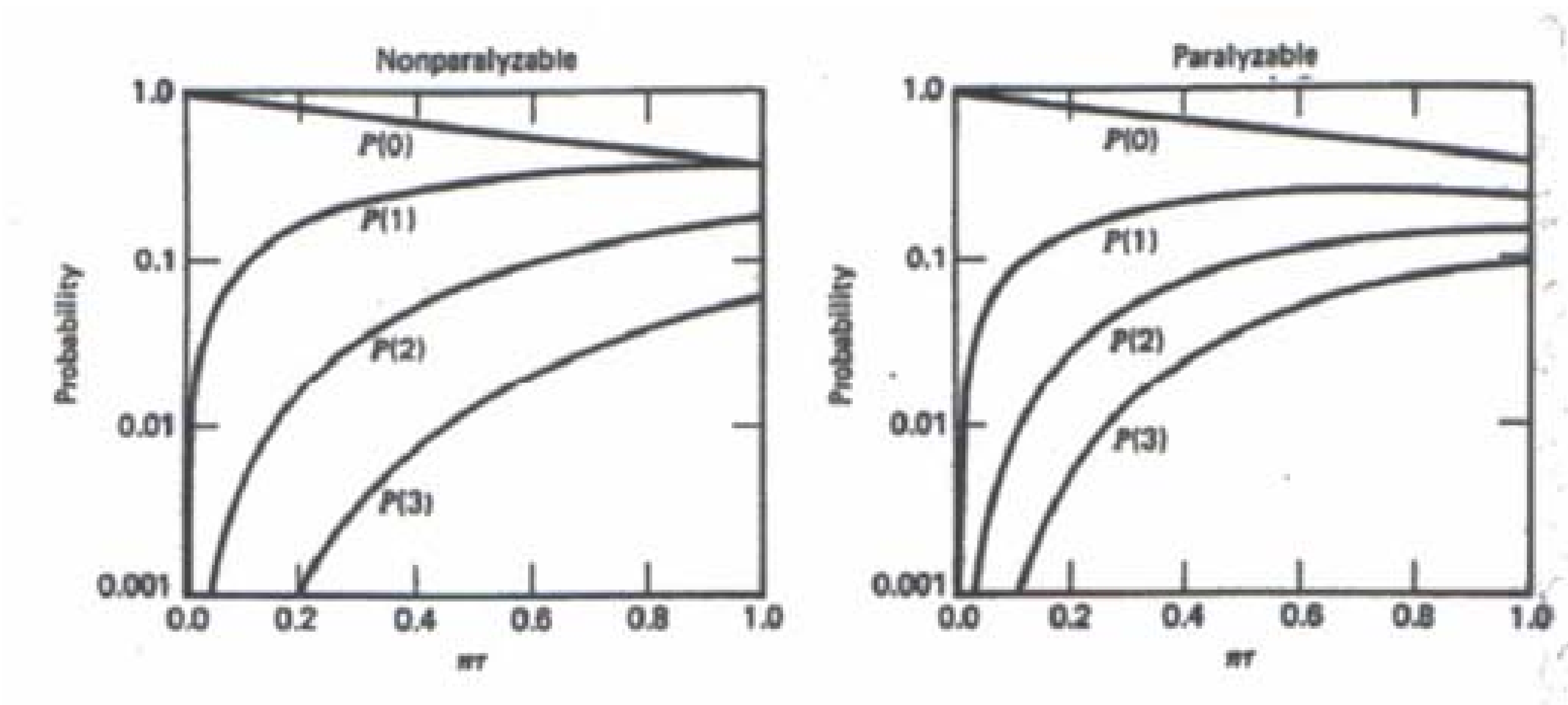
$$= \int_0^{\tau} e^{-nt} n\,dt\, e^{-n\tau}\left(1 - e^{-n\tau}\right) = e^{-n\tau}\left(1 - e^{-n\tau}\right)^2$$

- Da cui $P(x) = e^{-n\tau}(1-e^{-n\tau})^{x}$

- E, giustamente

$$\sum_{x=0}^{\infty} P(x) = 1 \quad \text{e} \quad \langle x \rangle = \sum_{i}^{\infty} (x+1) P(x) = e^{n\tau} = \frac{n}{m}$$

- Quindi $m = n e^{-n\tau}$, come già trovato



Lo spettro in presenza di pile-up può essere pensato come la somma di singoli spettri causati dalle ≠ categorie di conteggi (conteggi da eventi singoli, da pile-up di 2 eventi, ..., da pile-up di n eventi)

IL CONTRIBUTO DI CIASCUNO SPETTRO ALLO SPETTRO TOTALE SARÀ PESATO DA $P(x)$

SE NON si USA REIEZIONE DI PILE-UP → τ = larghezza efficace dell'imp. formato, dopo l'amp. lin.

→ SISTEMA PARALIZZABILE

SE SI USA REIEZIONE DI PILE-UP → τ = ris. temporale del ramo VELOCE (frazioni di μs)

→ SISTEMA PARALIZZABILE O NO a seconda del circuito di reiezione

INOLTRE la reiezione è + efficiente per gli impulsi solo PARZIALM. sovrapposti che per quelli quasi completam. sovrapposti

Siccome il rapporto fra il rate di conteggi ed il rate di eventi reali è $\frac{m}{n} = \frac{1}{\langle x \rangle}$, il rapporto fra i conteggi senza pile-up ed

il rate di eventi reali è

$$f_e = \frac{P(0)}{\langle x \rangle} = \begin{cases} \xrightarrow{\text{non p.}} \dfrac{e^{-n\tau}}{n\tau+1} \underset{n\tau \ll 1}{=} 1 - 2n\tau \\ \xrightarrow{\text{para.}} \dfrac{e^{-n\tau}}{e^{n\tau}} = e^{-2n\tau} \underset{n\tau \ll 1}{=} 1 - 2n\tau \end{cases}$$

Per conoscere quanti eventi sono registrati senza pile-up notiamo che tale r_{pf} dev'essere NECESSARIAMENTE pari a $m\,P(0)$, ma anche pari a $n f_e^{pf}$. Quindi:

$$r_{pf} = \begin{cases} \xrightarrow{n.p.} \dfrac{n e^{-n\tau}}{1+n\tau} \\ \xrightarrow{p.} n e^{-2n\tau} \end{cases}$$

In entrambi i casi C'È UN MASSIMO

n.p. $r_{pf}^{MAX} = \dfrac{0.206}{\tau}$ per $n = \dfrac{0.618}{\tau}$

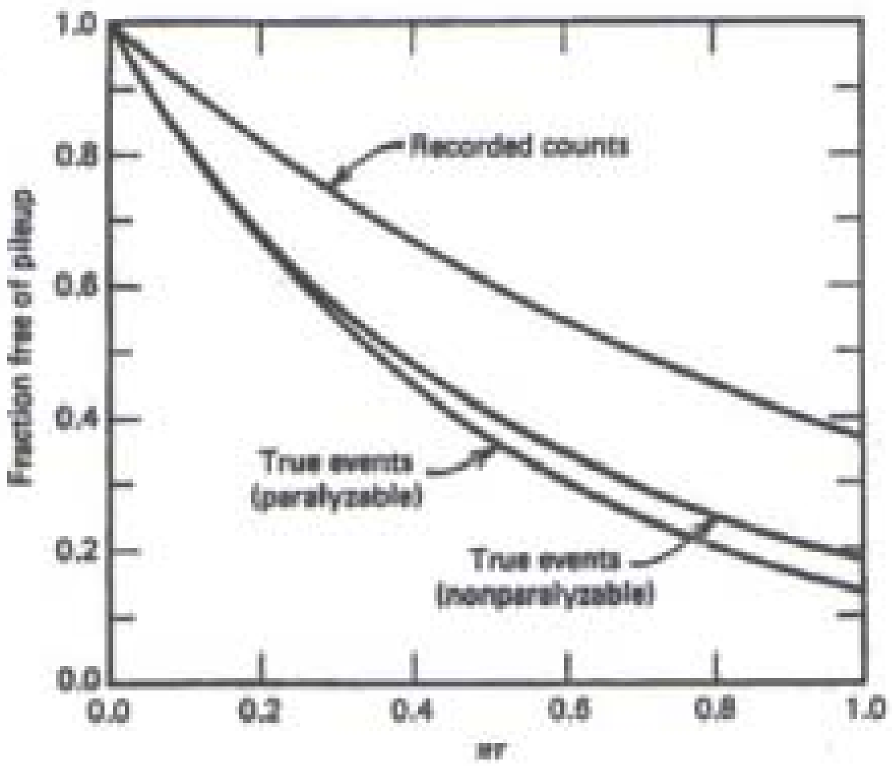
p.: $= \dfrac{0.184}{\tau}$ per $n = \dfrac{0.500}{\tau}$

Ricordiamo che per sistemi paralizz. anche m passa per un massimo di $\dfrac{0.368}{\tau}$ per $n = \dfrac{1}{\tau}$. Per tale valore di n $f_e = e^{-2} = 13.5\%$ $< f_e^{MAX} = e^{-1} = 36.8\%$

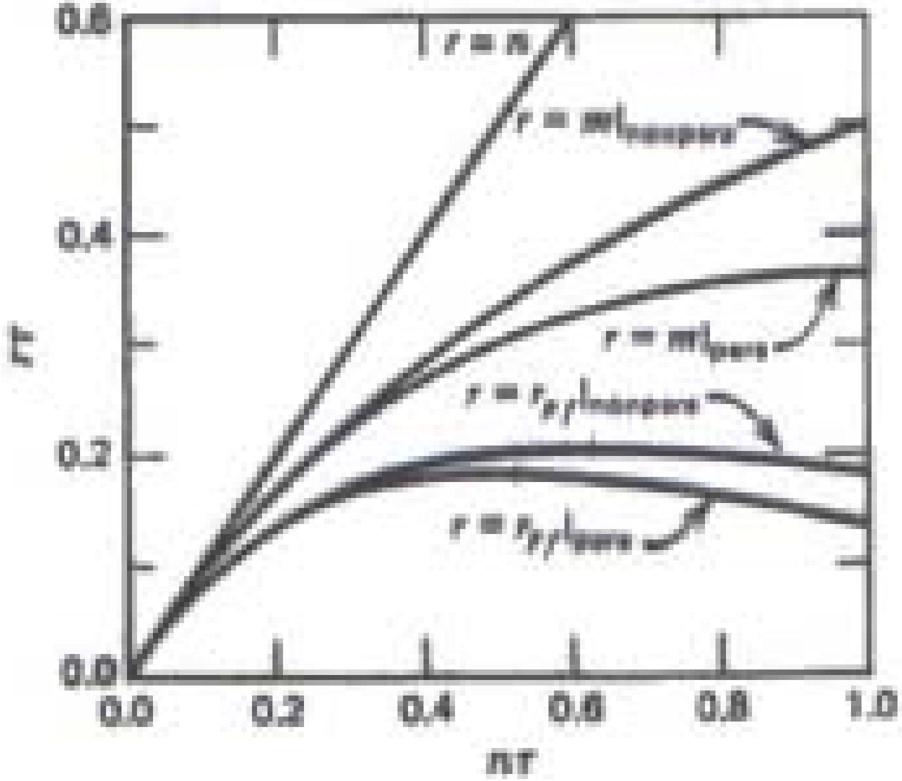
QUAL È IL RATE CON CUI SONO OSSERVATI CONTEGGI DOVUTI A PILE-UP

$$r_{pu} = m(1-P(0)) = m(1-e^{-n\tau}) \simeq m[1-(1-n\tau)] \simeq [n(1-n\tau)]\cdot n\tau \simeq n^2\tau$$

al 1° ordine, per n e m piccoli



Fraction free of pileup
Recorded counts
True events
(paralyzable)
True events
(nonparalyzable)
nτ



rτ
r = n
nτ