Lab Problem 2.5, Physics 430

```
> restart;
```

Parabolic extrapolation; here is the parabola

```
> f:=a+b*x+c*x^2;
```

$$f := a + b\,x + c\,x^2$$

Here are the conditions that the function be right at x0, x0+h, and x0+2h

```
> eq1:=f1=subs(x=x0,f);
```

$$eq1 := f1 = a + b\,x0 + c\,x0^2$$

```
> eq2:=f2=subs(x=x0+h,f);
```

$$eq2 := f2 = a + b\,(x0 + h) + c\,(x0 + h)^2$$

```
> eq3:=f3=subs(x=x0+2*h,f);
```

$$eq3 := f3 = a + b\,(x0 + 2\,h) + c\,(x0 + 2\,h)^2$$

Given these three conditions, find a,b,c

```
> solve({eq1,eq2,eq3},{a,b,c});
```

$$\{c = \frac{1}{2}\frac{f3 + f1 - 2\,f2}{h^2},\ b = -\frac{1}{2}\frac{2\,x0\,f3 + 2\,x0\,f1 - 4\,x0\,f2 + h\,f3 + 3\,f1\,h - 4\,f2\,h}{h^2},$$

$$a = \frac{1}{2}\frac{2\,f1\,h^2 + x0^2\,f3 + x0^2\,f1 - 2\,x0^2\,f2 + x0\,h\,f3 + 3\,x0\,f1\,h - 4\,x0\,f2\,h}{h^2}\}$$

```
> assign(%);
> f;
```

$$\frac{1}{2}\frac{2\,f1\,h^2 + x0^2\,f3 + x0^2\,f1 - 2\,x0^2\,f2 + x0\,h\,f3 + 3\,x0\,f1\,h - 4\,x0\,f2\,h}{h^2}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{(2\,x0\,f3 + 2\,x0\,f1 - 4\,x0\,f2 + h\,f3 + 3\,f1\,h - 4\,f2\,h)\,x}{h^2} + \frac{\frac{1}{2}(f3 + f1 - 2\,f2)\,x^2}{h^2}$$

Now extrapolate back to x0-h and see what the function value is there (approximately)

```
>
> fbelow:=subs(x=x0-h,f);
```

$$fbelow := \frac{1}{2}\frac{2\,f1\,h^2 + x0^2\,f3 + x0^2\,f1 - 2\,x0^2\,f2 + x0\,h\,f3 + 3\,x0\,f1\,h - 4\,x0\,f2\,h}{h^2}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{(2\,x0\,f3 + 2\,x0\,f1 - 4\,x0\,f2 + h\,f3 + 3\,f1\,h - 4\,f2\,h)\,(x0 - h)}{h^2} + \frac{\frac{1}{2}(f3 + f1 - 2\,f2)\,(x0 - h)^2}{h^2}$$

```
> simplify(fbelow);
```

$$3\,f1 + f3 - 3\,f2$$

which is the 3,-3,1 rule. It also works forward to x0+3*h

```
> fforward:=subs(x=x0+3*h,f);
```

$$fforward := \frac{1}{2}\frac{2\,f1\,h^2 + x0^2\,f3 + x0^2\,f1 - 2\,x0^2\,f2 + x0\,h\,f3 + 3\,x0\,f1\,h - 4\,x0\,f2\,h}{h^2} - \frac{1}{2}\frac{(2\,x0\,f3 + 2\,x0\,f1 - 4\,x0\,f2 + h\,f3 + 3\,f1\,h - 4\,f2\,h)\,(x0 + 3\,h)}{h^2} + \frac{\frac{1}{2}\,(f3 + f1 - 2\,f2)\,(x0 + 3\,h)^2}{h^2}$$

```
> simplify(fforward);
```

$$-3\,f2 + f1 + 3\,f3$$

```
>
```