

國立臺灣大學理學院地質科學系暨研究所

碩士論文

Institute of Geosciences

College of Sciences

National Taiwan University

Master Thesis

不知道怎麼排兩個 advisor

Note that only section 1.2 written in Chinese

陳季晴

Ji Ching Chen

指導教授：兩個 advisor 博士

Advisor: Eh Tan Ph.D.

中華民國 111 年 5 月

May, 2022

# 國立臺灣大學碩士學位論文

## 口試委員會審定書



不知道怎麼排兩個 advisor

Note that only section 1.2 written in Chinese

本論文係陳季晴君（R09224122）在國立臺灣大學地質科學系暨研究所完成之碩士學位論文，於民國 111 年 5 月 1 日承下列考試委員審查通過及口試及格，特此證明

口試委員：\_\_\_\_\_

（指導教授）

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

所 長：\_\_\_\_\_





## Acknowledgements

謝謝所有走在科學革命上前端的人，感謝哥白尼與加利略對日心說的貢獻，感謝萊布尼茲串連了微分與積分、感謝牛頓所建立的古典力學、達爾文提出的演化論，感謝普朗克與愛因斯坦解開古典物理的兩朵烏雲，拉開物理學上嶄新的一頁，感謝韋格納提出大陸漂移說，感謝威爾遜與所有板塊構造學說的建構者，這些革命者創造了自然科學上理論與實驗的更多可能。

地球科學的書籍放在圖書館左手邊的自然科學區塊，這個小角落只有我一個人，大家多半是來吹冷氣的，四周充滿著敲打鍵盤的聲音。我自己的書通常都有許多摺痕、或者四個角已經都不是直角，但是圖書館的書太乾淨了，讓人產生了距離感。我敢說這裡一定有些書一輩子都沒有人來翻過。地球科學研究史說不上太長，書上

花了一點時間從地槽學說到板塊構造學說看了一次，看到百年來科學家一步一步，從藉著氣候提出大陸漂移構想，到由於科技進步得的古磁力證據，最終提出板塊構造學說。手上的書每一頁所呈現的知識都很鋒利，就如同沒有被翻開過的新書紙一樣鋒利，書從外觀到觀念都很沉重，以至於我換了一個姿勢拿著它。看著書上的 Morgan、Parker 等人，雖然我完全不認識他們，但是藉著拿在手上的書我感受到他們的體溫。走下圖書館的樓梯，回頭看一下自然科學區塊仍然沒有半個人影，看著窗外，陽光照在路上的行道樹，喧囂的車群隨著紅綠燈而停停走走，蟬鳴聲此起彼落。地球正在旋轉，中洋脊正在冒出岩漿，新的板塊正在形成，舊的板塊正在隱沒，斷層時不時發生小錯動，大地不斷邁向均衡，上帝創造這個地球，透過動態的機制達成穩定。人類僅透過秩序達成交通穩定。沒有人知道那個小角落藏著這些書。沒有人知道那個小角落藏著多麼美的事物。





## 摘要

中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中  
文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要  
中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要  
要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文  
摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中  
文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要  
中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘  
要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文  
摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中文摘要中  
文摘要

關鍵字：中文、論文



# Abstract

Abstract

**Keywords:** LaTeX, Thesis









# Contents





# List of Figures





## List of Tables





## Denotation

$E$	能量
$m$	質量
$c$	光速
$K$	bulk modulus
$T$	時間
$v$	速度
$C_p$	比熱







## Chapter 1 緒論

地球的動力學相當複雜。地球動力學由地球與動力兩個詞所組成，顧名思義為探討地球內部的動力過程，以及地球內部物質受力後所發生的變形作用。地質學之父查理斯萊爾爵士 (Sir Charles Lyell) 在《地質學原理 (Principles of Geology)》一書中提出的一句話「現在是通往過去的一把鑰匙 The present is the key to the past」，表示過去所發生的地質事件與現在進行中的地質作用皆相同。

人類在很早之前便知道地球有動態過程，例如地震與火山爆發。早期的地球科學研究侷限於地表觀察，儘管在牛頓力學成為自然科學的顯學後，以物理基礎定量描述自然現象與作用力已被廣泛應用，但由於地質作用之時間尺度遠超乎當時可訂年之技術，因此地球內部之構造活動尚無人知曉。直到 19 世紀開始，隨著人類在實驗與測量技術上的突破，藉由物理方法探測地球內部的技術才開始被應用到對地球內部的觀察，不過當時的地球物理學門與地質科學是完全分開的領域。直到板塊構造學說被提出後，地球科學從定性的地質描述轉變成定量的物理展現，所有地質現象在時間與空間上有最大程度上的整合。自從第一篇 2D 隱沒帶數值模型文章 (Minear and Toksoz, 1970) 發布以來，地球動力學研究已經是發展成熟且被廣泛應用的地球科學學門。

### 1.1 Background

地球科學的科學革命始於 1960 年代提出的板塊構造學說，將地球最外層之剛性殼體—岩石圈視為地表水平運動單位。其因地球內部的熱引起重力不穩定而在軟流圈上水平運動 (Jordan, 1978)。地球的岩石圈斷裂成許多剛性塊體，該塊體被

稱為板塊。大部分由板塊水平運動所引起的變形作用發生在板塊邊界。在聚合板塊邊界，板塊發生破壞，包含碰撞與隱沒；在分離板塊邊界，板塊發生增生，代表構造為海底擴張；錯動邊界中板塊不會顯著發生增生與破壞，代表構造為轉型斷層 (Fowler, 2005)。全球主要的板塊邊界見圖 1-1。

In the convergent plate boundary, the thermal state of old lithosphere is relative colder than the ambient mantle, which lead to a denser condition. The cold region is enough to generate a gravitational instability in the subduction zone. Therefore, the heavy lithosphere develop the trench and sink into mantle which is so-called "slab". As the subduction zone brings cold material to the deep mantle, 隨著隱沒板塊帶著較冷物質進入地幔深處，周圍壓力逐漸上升，岩石發生相變，隱沒板塊因成分與溫度與地幔物質不同，溫度上的差異造成更大的重力不穩定。在同等深度下，隱沒板塊的密度始終比周圍地幔高，為了隱沒系統的平衡，隱沒板塊持續下沉進入地球內部更深處，整段不穩定區域稱為隱沒帶不穩定。同時，隱沒板塊上的聚合板塊稱為上覆板塊。隱沒板塊為板塊移動與張裂的主要驅動力 (Turcotte and Schubert, 2002)，在隱沒過程中，岩石圈物質與軟流圈物質發生交互作用，隱沒板塊將海水與沈積物進入地幔中，降低地幔熔點，在上覆板塊側發生岩漿作用。自然界中上部地幔以上之隱沒幾何剖面有相當大的相異性，有許多原因影響隱沒傾角與隱沒曲率 (Schellart, 2020)。平坦隱沒 (Flat slab subduction) 是一種特殊的隱沒帶。In the flat subduction area, a part of the slab attains a horizontal orientation for several hundred kilometers below the overriding plate while the others part of the slab sinks into the mantle with a normal slab dip.

大部分活躍的隱沒帶中，若僅考慮地表至 200 公里深的幾何構造，隱沒板塊的轉樞點接近海溝且下凹，並且只有一個轉樞點，如圖 1-2 (A)(B)。在部分區域，

板塊會有兩個下凹轉樞點，第一個轉樞點接近海溝且呈現平緩不明顯的下凹，第二個轉樞點在距海溝幾百公里遠處，曲率明顯、板塊下凹進入深部地幔，如圖 1-2(C) 所示，阿拉斯加、卡斯卡迪亞 (Cascadia)、日本四國與新幾內亞等地區皆屬於此類。

另外在少數區域，隱沒板塊會有三個轉樞點，第一個轉樞點靠近海溝且下凹，第二個轉樞點深度較深呈現上凹，被視為是平坦隱沒的開始端，在這兩個轉樞點中隱沒板塊傾角正常。第三個轉樞點與第二個轉樞點深度相近，水平距離通常超過 100 公里以上，其曲率下凹的特徵代表著平坦隱沒的結束，平坦隱沒的距離與深度由第二與第三轉樞點所決定，如圖 1-2(D) 所示，智利、秘魯與墨西哥等地區屬於此類，在過去曾經被 Manea et al., 2017 所討論。在本研究中，平坦隱沒被定義為具有三個轉樞點的隱沒板塊。

## 1.2 Review of flat subduction numerical models


目前造成平坦隱沒發生的機制眾說紛紜。南美洲區域平坦隱沒的發生區域與隱沒的中洋脊有幾何上的相關性，海洋地殼上中洋脊與海洋高原的存在可能會導致總體密度較低、浮力較大，因此過去曾經隱沒的中洋脊被認為是造成平坦隱沒的主要原因。

Hunen et al., 2002 最早將模型加入增厚的海洋地殼，以模擬過去智利與秘魯曾經有中洋脊與海洋高原進入隱沒帶中的紀錄。增厚海洋地殼有較低的密度與較大的浮力，其上方岩相需要比原先更大的壓力與更高的溫度才會從玄武岩相變成密度高的榴輝岩，可能使隱沒板塊與周遭地幔沒有顯著密度差而發生平坦隱沒。不過由於該研究模型僅二維，單純加入增厚海洋地殼所呈現的模型雖然能呈現平坦隱沒，但結果是假設第三維上有無限延伸的增厚海洋地殼，現實中增厚的海洋

地殼能造成的浮力效應應遠小於二維模型中的結果。Florez-Rodríguez et al., 2019 在三維模型中證明了這一點，他們提出若將現在自然界中最大的洋脊隱沒進入地幔，其所提供的浮力也只會造成海洋板塊傾角減少原先的 10 度。若從自然界中來看，確實有許多區域皆有海脊隱沒的證據，例如勘察加半島 (Kamchatka) 有皇帝海脊 (Emperor Ridge) 隱沒、琉球 (Ryukyu) 有大東海脊 (Daito Ridge) 隱沒以及馬里亞納 (Mariana) 與馬庫斯—內克海脊 (Marcus-Necker Ridge) 隱沒，然而只有秘魯與智利有平坦隱沒的特徵。此外，在墨西哥有平坦隱沒的特徵，然而墨西哥沒有任何海脊或海洋高原的隱沒紀錄，因此增厚的海洋地殼發生平坦隱沒的理論近年來逐漸站不住腳 (Schellart, 2020)。

Hunen et al., 2000 使用二維笛卡爾座標數值模型進行秘魯與智利平坦隱沒的模擬。在他們得模型中，唯一能成功演化出平坦隱沒的機制只有海溝後撤迫使大陸岩石圈逆衝到隱沒板塊之上。Liu and Currie, 2016 使用二維模型模擬過去古法拉隆板塊板塊的平坦隱沒機制，他們加入增厚的海洋地殼後並無法觸發平坦隱沒的產生，然而，再加入額外大陸岩石圈的水平速度後，平坦隱沒便能成功再現。Axen et al., 2018 使用同樣的數值模型將古代北美西部的克拉通放置於大陸板塊測，成功模擬出增厚海洋地殼加上快速移動大陸岩石圈能發生平坦隱沒，並且能將克拉通從大陸岩石圈底部刮除，證實了平坦隱沒能破壞大陸岩石圈。在該研究中並沒有考慮克拉通對平坦隱沒的影響。

Manea et al., 2012 提出了另外的看法。他們利用三維模型模擬過去 30Ma 以來智利區域的隱沒帶動態行為，使用額外施加的邊界條件強迫智利海溝後撤，發現海溝後撤能夠施加給隱沒板塊的地幔流吸力 (suction) 不足以讓巨大厚重的海洋板塊變平坦，因此他們在模型上覆板塊加上克拉通，系統性測試從 150-300 公里厚的大陸岩石圈與海溝距離 600-1000 公里時隱沒帶下方地幔流產生的動力壓力



(dynamic pressure)。他們發現在只有在克拉通與海溝距離約 800 公里且克拉通厚度大於 200 公里時平坦隱沒才會生成。當他們把造成海溝後撤的邊界力移除時，不會觸發平坦隱沒的形成，因此他們得出的結論是需要同時有海溝後撤與克拉通的存在才會觸發平坦隱沒。這是首次將克拉通加進數值模型裡的山根模型。隨後 Liu and Currie, 2016 效仿同樣的機制，將過去普遍認為存在於北美板塊西部下方的科羅拉多高原山根放入模型中，模擬古法拉龍板塊平坦隱沒演化。他們認為克拉通與山根的存在只是加快平坦隱沒的形成，但真正觸發平坦隱沒的機制是增厚海洋地殼延緩玄武岩相變成榴輝岩。Hu et al., 2016 使用三維模型 CitcomS 模擬整個南美洲海溝 45 Ma 以來隱沒帶演化。在加入克拉通的模型中，隱沒板塊傾角有降低的趨勢，不過根據模型結果，真正造成平坦隱沒的形成依然與隱沒海脊相關，只有在海脊進入三維模型後隱沒傾角才出現顯著降低。

因此，目前的平坦隱沒數值模型大多以擬合智利、祕魯與法拉龍板塊為主，觸發平坦隱沒的機制大多與克拉通的存在與否、是否有洋脊隱沒以及上覆板塊的移動速度為主要測試，墨西哥區域尚未有平坦隱沒的數值模型被提出。在墨西哥，隱沒板塊上沒有任何增厚的紀錄，此外該地區北美板塊移動速率遠低於南美洲與過去法拉龍板塊隱沒時期的北美板塊，因此墨西哥區域的平坦隱沒機制尚未有統一定論。本研究期待能利用數值模擬得到墨西哥平坦隱沒從過去 50 Ma 以來的演化，並提出新的演化機制模型，填補過去尚未成熟的平坦隱沒機制理論。

### 1.3 Motivation

(尚未開始撰寫)

## **1.4 Geophysical observation in Cocos subduction zone**

## **1.5 End**

(尚未開始撰寫)







## Chapter 2 Numerical modelling method

計算機模擬是在計算機上執行數學建模的過程，被用來預測物理系統與現實世界的行為與結果。透過計算機模擬可以在成本較少的狀態下實現結果的推斷，量化模型實現後的不確定性，因此，計算機模擬已經大量被運用在社會科學、醫療科學、工程學與自然科學上。自板塊構造學說被提出以來，實現動態地球的隱沒帶無論在巨觀尺度下構造的演化，界觀尺度下岩石的變形狀態或微觀尺度下礦物的排列與物質置換皆是人類致力於研究的目標。由於隱沒過程牽扯到緩慢的岩石力學變形，並且目前人類對於深部岩石圈的演化過程以及深部的地質作用（例如相變、脫水與部分熔融）尚未完全了解，目前有多種方法被用以探討隱沒帶中內部機制。其中，地質建模與模擬是探討地球內部演化常見的方法之一，常見的有沙箱模型與數值模型等。在地球動力學建模中，我們將岩石單元視為地質構造上的連續介質，且岩石具有巨觀物理量，受牛頓力學所支配。由於在地質尺度上長期且緩慢的岩石變形過程可視為流體，因此地球動力學過程通常被視為流體力學的展現。描述流體力學現象的數學式共有三大守恆定律，分別為質量守恆、動量守恆與能量守恆。描述連續介質特性的方程式

該三大守恆定律可寫成偏微分方程式的形式，此時因偏微分方程式之解析解多半不存在，僅能利用數值近似方法求得最佳解。地球動力學上的數值模擬為利用數值方法與流體力學方程式求解的模擬方法，是研究地球內部演化過程的重要工具。

本研究利用數值模擬的方法以解決平坦隱沒的動力學過程，其中，海洋岩石圈隱沒至大陸岩石圈之下。本研究的目的為探討平坦隱沒形成的條件以及演化發



育過程。

在本章節中會先介紹數值模擬的計算方式以及模型中的假設，接著說明初始模型的設定。



## 2.1 Governing equation

### 2.1.1 Continuum—Conservation of mass

在地球動力學建模中，我們將岩石單元視為地質構造上是連續介質，且岩石具有巨觀物理量。連續性的描述被用於岩石的密度、壓力、速度、應變等不同維度物理的場變量 (field variables)。連續性可視為定量的數學形式，即連續方程式。

其中，拉格朗日的質量守恆方程式由下式所表示：

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \frac{\partial D_{vi}}{\partial t} \quad (2.1)$$

在流體力學中，描述流場性質的方法主要有兩種，第一為尤拉描述法，第二為拉格朗日描述法。在本研究中所使用的描述方法為拉格朗日法。每個拉格朗日點被嚴格的連到一個單一的物質點上，並且會隨著該點移動。因此，同一個質點總是在同一格座標上，與時間無關。反觀若為 Eulerian point, 則是一個固定的不動點。

公式 (2.1) 的證明如下：

由於拉格朗日描述法中同樣的物質點永遠在相同的位置上，因此拉格朗日網格的質量永遠相同，但網格體積會因網格內在膨脹與收所作用而隨時間改變。另

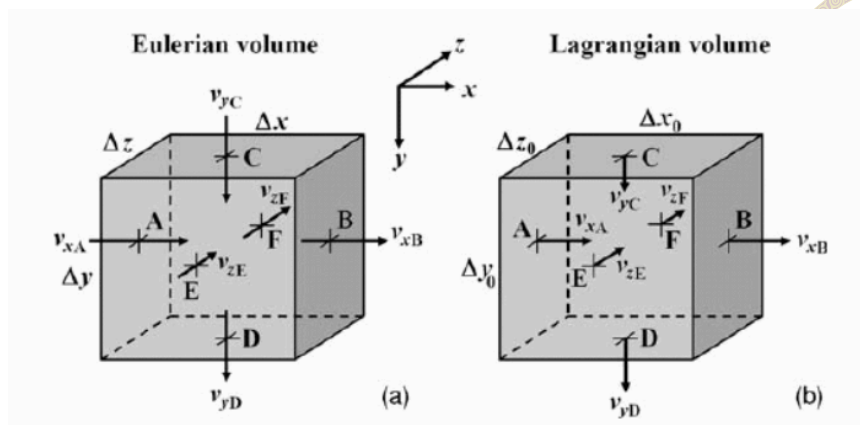


Figure 2.1: Eulerian (a) and Lagrangian (b) elementary volumes considered for the derivation of continuity equation.

一拉格朗日網格體積為  $V_0$ ，其初始平均密度  $\rho_0$  為：

$$\rho_0 = \frac{m}{\Delta x_0 \Delta y_0 \Delta z_0} \quad (2.2)$$

經過一段短周期  $\Delta t$  時間後，受力之拉格朗日體積承受網格內內在作用，因此其體積變成  $V_1$ ，而其平均密度  $\rho_1$  變成：

$$\rho_1 = \frac{m}{\Delta x_1 \Delta y_1 \Delta z_1} \quad (2.3)$$

對拉格朗日流場所有自變數隨時間變化可表示為：

$$\frac{D\rho}{Dt} \approx \frac{\Delta\rho}{\Delta t} = \frac{\rho_1 - \rho_0}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta x_1 \Delta y_1 \Delta z_1 \Delta t} - \frac{m}{\Delta x_0 \Delta y_0 \Delta z_0 \Delta t} \quad (2.4)$$

在新舊拉格朗日體積中的關係可視為體積邊界的相對運動，由於位移等同於速度

乘以持續時間：

$$\Delta x_1 = \Delta x_0 + \Delta t \Delta v_x \quad (2.5)$$

$$\Delta y_1 = \Delta y_0 + \Delta t \Delta v_y \quad (2.6)$$

$$\Delta z_1 = \Delta z_0 + \Delta t \Delta v_z \quad (2.7)$$

將上式 (2.5)-(2.7) 帶入 (2.4) 中可得：

$$\frac{D\rho}{Dt} \approx \frac{\Delta\rho}{\Delta t} = \frac{m\Delta x_0\Delta y_0\Delta z_0 - m\Delta x_1\Delta y_1\Delta z_1}{\Delta x_1\Delta y_1\Delta z_1\Delta t\Delta x_0\Delta y_0\Delta z_0} \quad (2.8)$$

由於  $\Delta x_0\Delta y_0\Delta z_0 = \rho_0$ ，可獲得下列數學式：

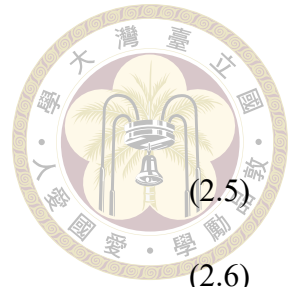
$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t} + \rho_0 \frac{\frac{\Delta v_x}{\Delta x_0} + \frac{\Delta v_y}{\Delta y_0} + \frac{\Delta v_z}{\Delta z_0} + K_1}{K_2} = 0 \quad (2.9)$$

$$K_1 = \Delta t \left( \frac{\Delta v_x}{\Delta x_0} \frac{\Delta v_y}{\Delta y_0} + \frac{\Delta v_x}{\Delta x_0} \frac{\Delta v_z}{\Delta z_0} + \frac{\Delta v_y}{\Delta y_0} \frac{\Delta v_z}{\Delta z_0} + \Delta t \frac{\Delta v_x}{\Delta x_0} \frac{\Delta v_y}{\Delta y_0} \frac{\Delta v_z}{\Delta z_0} \right) \quad (2.10)$$

$$K_2 = \left( 1 + \Delta t \frac{\Delta v_x}{\Delta x_0} \right) \left( 1 + \Delta t \frac{\Delta v_y}{\Delta y_0} \right) \left( 1 + \Delta t \frac{\Delta v_z}{\Delta z_0} \right) \quad (2.11)$$

其中  $K_1$  與  $K_2$  係數在  $\Delta t$  趨近於 0 時分別為 0 與單位，因此可得：

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} + \rho \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.12)$$



或

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{v}) = 0 \quad (2.13)$$



在地球動力學模擬中，因為視為流體的岩石流動速度遠低於音速，且在上部地函以上區域的體壇性系數遠大於壓力，因此可將岩石視為不可壓縮物質。此時，While in geodynamics modelling, the density variations are small enough to be ignored, which is the result of Boussinesq approximation. The Boussinesq approximation assume that the density is linear proportional to the temperature and the small density variation is then neglected, except the gravity term.

$$\rho(T) = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)] \quad (2.14)$$

where  $\rho_0$  is the reference density at temperature  $T_0$  and  $\alpha$  is the volumetric thermal expansion coefficient. The boussinesq approximation also represent the incompressible condition, which mean the density of material points does no change with time. There are two condition that can satisfy the incompressible : First, the velocity of materials must much smaller than the acoustic velocity. Second, the bulk modulus of material must much larger than pressure. The incompressible continuity equation is broadly used in numerical geodynamic modelling.

$$\nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (2.15)$$

Eq. (2.15) is the conservation of mass in our numerical modelling approach.

### 2.1.2 Motion—Conservation of momentum



In geodynamics, the time-dependent phenomena involve deformation of continuous media, which is the effect of the balance of internal and external forces that act in these media. So as to relate forces and deformation, an equation of motion may be used –The momentum equation. The momentum equation is a differential equivalent of Newton’ s second law to a continuous medium.

$$f = ma \quad (2.16)$$

$f$  is the net force acting on the object and  $m$  is the mass of material. The momentum equation for a continuous medium in the gravity field: Eulerian Form:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.17)$$

Lagrangian Form:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \frac{\partial D_{vi}}{\partial t} \quad (2.18)$$

While considering a small Lagrangian volume, the net force acting on the object which can be computed locally. We will proof the momentum equation of Lagrangian Form below:

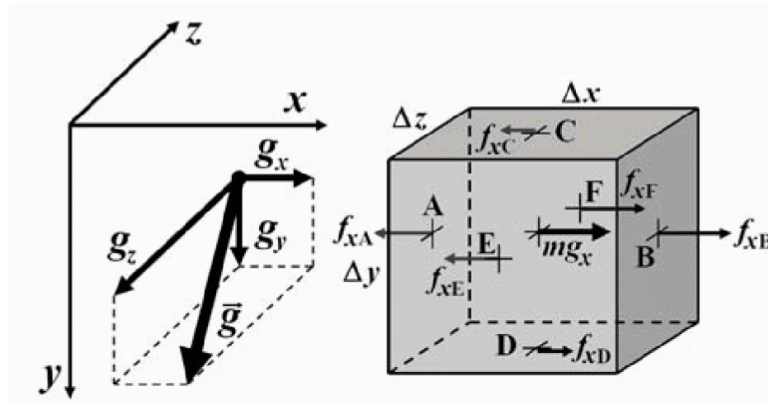


Figure 2.2: Lagrangian elementary Volume considered for the derivation of the respective form of x-momentum equation.

For x-component

$$f_x = f_{xA} + f_{xB} + f_{xC} + f_{xD} + f_{xE} + f_{xF} + mg_x \quad (2.19)$$

$f_{xA} - f_{xF}$  are stress-related forces, from the outside of the volume on the respective boundaries A-F.  $f_g = m_g x$  is the gravity force.

$$f_{xA} = -\sigma_{xxA} \Delta y \Delta z \quad (2.20)$$

$$f_{xB} = +\sigma_{xxB} \Delta y \Delta z \quad (2.21)$$

$$f_{xC} = -\sigma_{xyC} \Delta x \Delta z \quad (2.22)$$

$$f_{xD} = +\sigma_{xyD} \Delta x \Delta z \quad (2.23)$$

$$f_{xE} = -\sigma_{xzE} \Delta x \Delta y \quad (2.24)$$

$$f_{xF} = +\sigma_{xzF} \Delta x \Delta y \quad (2.25)$$

We replace the force Eq(2.20-2.25) to Eq (2.19):

$$(\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA})\Delta y\Delta z + (\sigma_{xyD} - \sigma_{xyC})\Delta x\Delta z + (\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE})\Delta x\Delta y + mg_x = ma_x \quad (2.26)$$

Normalising both sides by considered Lagrangian volume

$$V = \Delta x\Delta y\Delta z \quad (2.27)$$

we obtain

$$\frac{(\sigma_{xxB} - \sigma_{xxA})\Delta y\Delta z}{V} + \frac{(\sigma_{xyD} - \sigma_{xyC})\Delta x\Delta z}{V} + \frac{(\sigma_{xzF} - \sigma_{xzE})\Delta x\Delta y}{V} + \frac{m}{V}g_x = \frac{m}{V}a_x \quad (2.28)$$

or

$$\frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta x} + \frac{\Delta\sigma_{xy}}{\Delta y} + \frac{\Delta\sigma_{xz}}{\Delta z} + \rho g_x = \rho a_x \quad (2.29)$$

While the differences of the respective stresses components all tend to zero, we obtain:

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} + \rho g_x = \rho a_x \quad (2.30)$$

or

$$\partial_j\sigma_{ij} + \rho g_i = \rho\ddot{u} \quad (2.31)$$

where  $u$  is the displacement.

### 2.1.3 Heat equation — Conservation of energy



To describe the balance of energy in a continuum material, heat equation is apply to measure the temperature change. The heat equation sloved the heat transport and porvided the temperature field. Below is the heat equation in Lagrangian form :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + H_s + H_L \quad (2.32)$$

where  $\rho$  is the density,  $C_p$  is the heat capacity at constant pressure (isobaric heat capacity),  $H_s$  is shear heating and  $H_L$  is the latent heat production.

The proof of heat equation is show below:

Base on the Boussinesq approximation, the incompressible Lagrangian form governing equations are:

$$\nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i = \rho \frac{\partial D_{vi}}{\partial t} \rho C_p \frac{DT}{Dt} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + H_s + H_L \quad (2.33)$$

Describe conservation of mass, conservation of momentum and conservation of energy, respectively.

## 2.2 Finite elements method

finite elements method

## 2.3 Rheological behavior

**\*\*What is viscous and the viscous rheology of rock\*\***



In the near-surface region, rocks undergo relatively low temperature and, therefore, the Earth's lithosphere easily result in brittle (at low pressure) and plastic (at high pressure) deformation. While in the deep earth, temperature increasing with depth, rocks behave viscous with irreversible deformation. Therefore, if a geodynamics model need to account for a wide range of rocks properties, it should consider the elasto-visco-plastic rheology of rocks.

Elastic rheology assume that the relationship between applied stress and strain is proportionality.

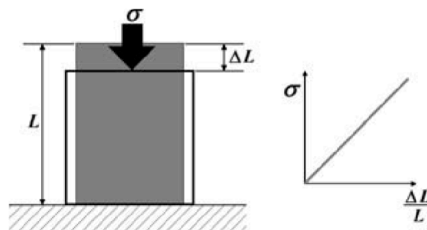


Figure 2.3: Elastic deformation

While plastic.....

Viscous rheology define....

## 2.4 Phase change

In this study, we use markers to trace the rocks phases, pressure and temperature. At the time the pressure and temperature satisfy the phase transformation condition, the marker will turns to new rock phase. A basalt element represent an element with more than 30 presents of the basalt phase markers. In this case, the element behave the deformation

as same as the basalt rheology.



### 2.4.1 Peridotite — Serpentine

Once the subducting plate sink into mantle, sediment on oceanic plate undergo higher pressure and temperature that release a large amount of fluids. On the other hand, the oceanic plate itself also carries seawater into the mantle. Fluids in subduction zone mostly concentrated in the mantle wedge. The dry mantle wedge undergo hydration process, lead to the transformation of peridotite to serpentine. The serpentine depth and thickness in subduction zone is not well understand since the seismic study constrain still contain high uncertainly, we model the phase transformation process of serpentine in parameter way.

Serpentine are stable in the colder mantle wedge relative to deeper mantle, and therefore once the serpentine under unstable field, we assume that serpentine rocks release fluid and transfer to peridotite. The following equations are the conditional expressions of serpentine—peridotite transformation. Figure is the phase diagram of mantle phases.

### 2.4.2 Basalt — Eclogite

As the oceanic crust sink into deeper mantle, the mafic rocks enters the eclogite stability field in the condition of high pressure. Therefore, basalt phases transform to eclogite. In this model, oceanic crust are tracked and compared with the eclogite stability filed, the following equations are the conditional expressions of mafic rocks transformation. Figure below is the mafic rocks phase diagram.

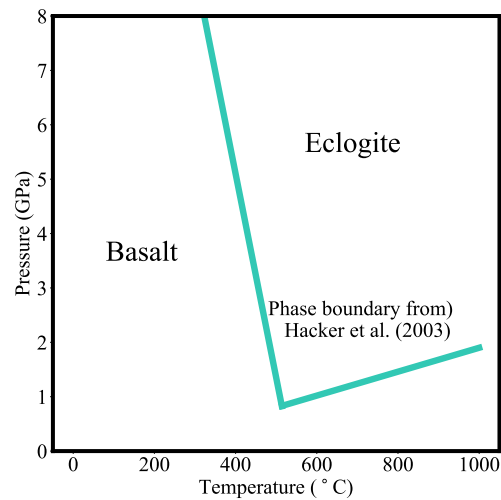


Figure 2.4: Phase diagram showing the stability field for mafic rocks (Hacker et al., 2003).

### 2.4.3 Sediment — Schist

Once sediment undergo higher pressure, the compression process and mataphase(變質作用)process occur. In this model, the following equations are the conditional expressions of transformation process of sediment to schist.

$$T > 650^{\circ}C$$

$$depth > 20km$$

The subducted sediments will turn into schist when temperature is greater than  $650^{\circ}C$  and pressure is greater than (a number)

### 2.4.4 Hydrated olivine — Peridotite

We considering a hydrated peridotite under the oceanic crust in our model. The magma will only generated above the hydrated subducting oceanic lithosphere. Once the tempertaure is too high to make the rock contain water, the hydrated olivine transform to normal peridotite. The following equation is the conditional expression of this

transformation.

$$T > 800 - 35 \times 10^{-9} \times (\text{depth} - 62)^{2^{\circ}C}$$



## 2.5 Boundary condition

### 2.5.1 Kinematic boundary condition

### 2.5.2 Thermal boundary condition

For oceanic lithosphere, we used half space cooling model in our model to defined the thermal condition. The plate depth is proportional to the square root of oceanic lithosphere age, and therefore, the half space cooling model can predict well for the temperature of the oceanic plate. Follow by David and Lister, 1974(mention in Stein, 1995):

$$T = T_m \cdot \text{erf}\left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}}\right)$$

$T$  is the temperature,  $T_m$  is the mantle temperature, in this model the temperature is 1330 K,  $z$  is the depth from surface in kilometer and  $\kappa$  is the thermal diffusivity coefficient, that is,  $10^{-6}$  in this study.  $t$  is the lithosphere age in Myr.

For continental lithosphere, the thermal condition is defined in linearly.

## 2.6 FLAC

We used the Fast Lagrangian Analysis of Continua (FLAC) technique. FLAC is a two-dimensional, explicit finite element with Lagrangian grid of numerical program.

What is explicit?

An explicit form is any solution that is given in the form  $y = y(t)$ . That is,  $y$  only

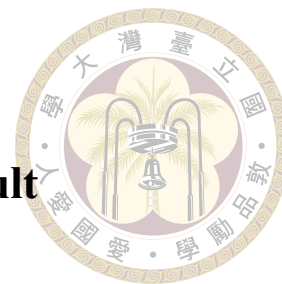
shows up once on the left hand side and is only in first power. On the other hand, implicit form is any solution that is not in explicit form. In finite element method, explicit solution solve the acceleration. In most cases, only the diagonal elements in matrix are not equal to zero, in other words, it is simple to solve an inversion solution form inverse matrix.

Gird?

## 2.7 Initial Model

initial model

## Chapter 3 Numerical model result











## **Appendix A — Introduction**



### **A.1 Introduction**

### **A.2 Further Introduction**



## **Appendix B — Introduction**



### **B.1 Introduction**

### **B.2 Further Introduction**