BUPT

信道编码

Contents

- 现代码：Turbo码与LDPC码

编码最好能做到多好？

❖ 根据信道编码定理，如果码长n充分长，如果编码率R小于信道容量C，如果采用ML译码，那么一定存在一种编码，其错误率能随n的增加而趋向0。

❖ 前面讲的这些编码和Shannon的极限还有非常大的差距。

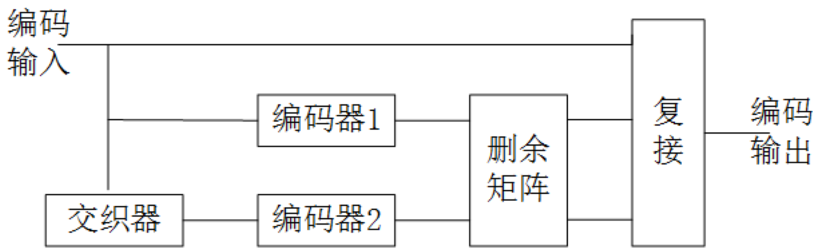
❖ 目前已存在能接近Shannon极限的编码

- Turbo code
- LDPC code

Turbo码

❖ 编码器结构

- Parallel Concatenated Convolutional Code，卷积码为分量码
- 交织器：利用随机化思想将2个独立的短码组合成一个长的随机码，长码性能可以逼近香农限。还可以分散突发错误
- 删余：可以调整码率



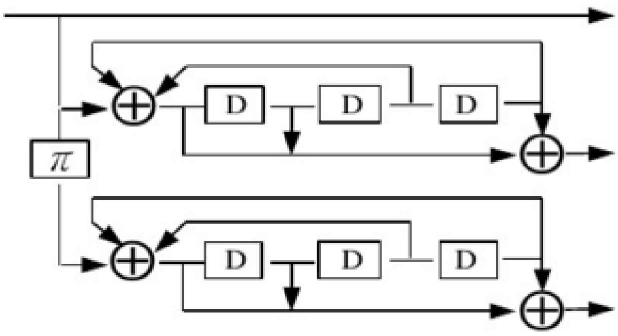
假设输入序列为: $U = (1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1)$

第一个子码的校验序列为 $v_1 = (1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1)$

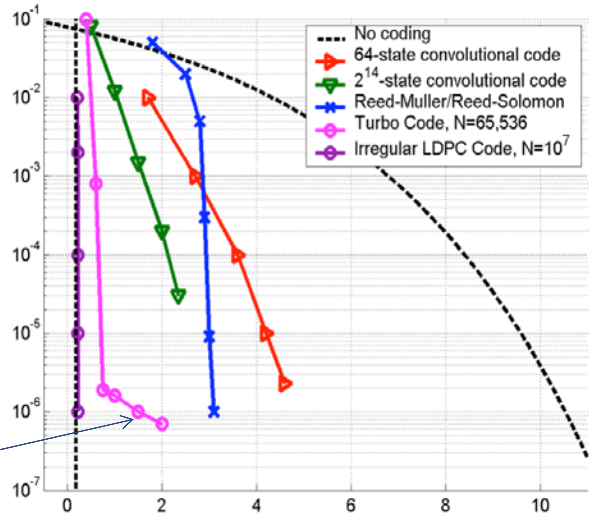
假设交织后的第二个子码的输入序列为: $U' = (1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1)$

第二个子码的校验序列为: $v_2 = (1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1)$

Turbo码的输出序列为: V = （111，010，100，001，101，110，011，111）



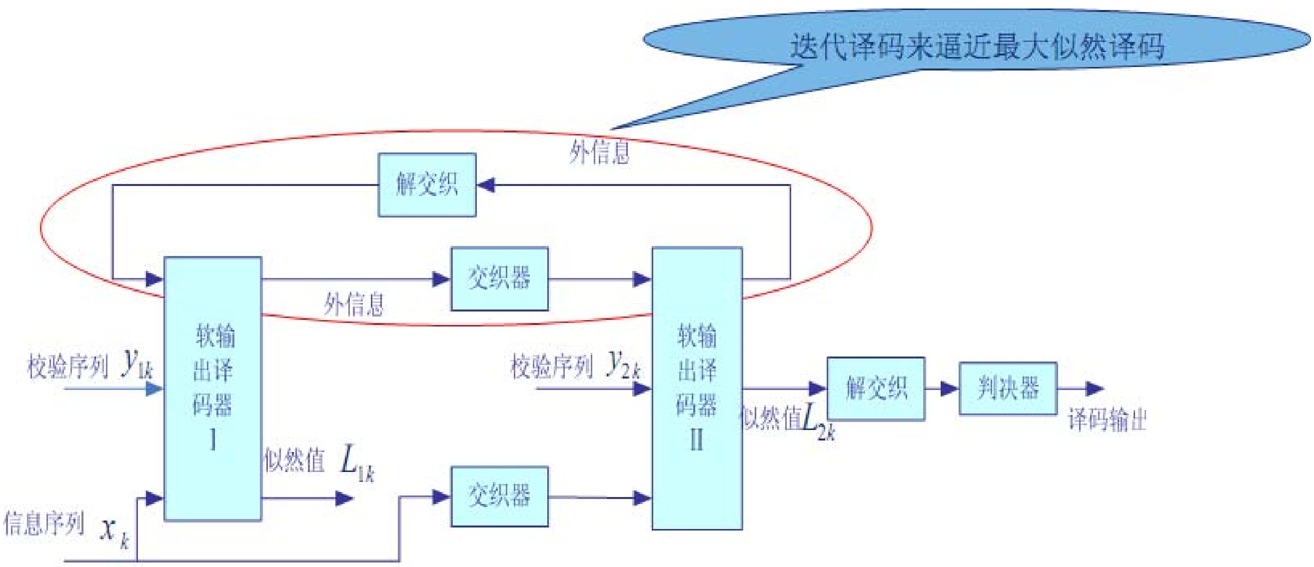
- ❖ **性能**
  - 逼近Shannon限



Error floor:
设计不是绝对的长随机码，对于中等交织长度，交织后的序列与交织前的序列相关性越小则floor越低。

Turbo码译码器

- ❖ **译码器结构**
  - RSC 译码器
  - (解) 交织器
- ❖ **Turbo原理**
  - 软信息传递与迭代更新



SISO

❖ 译码输出

- 硬输出：解调器将信号硬判决为0或1
- 软输出：输出模拟量或经多电平量化的值

❖ 对数似然比（LLR，Logrithm Likelihood Ratio）

- Turbo译码要求软输入软输出（SISO）

$$\Lambda_{MAP}(k) = \log \frac{\Pr(c(k)=0 | y)}{\Pr(c(k)=1 | y)}$$

软输入

LDPC码

❖ **LDPC码特点**

- 码长非常大
  - 通常成千上万
  - 码长小于1000时，性能劣于卷积Turbo （CTC）码
  - 编码过程复杂，码构造复杂
- 线性分组码
  - 校验矩阵中非零元素数量很少：低密度校验码(Low Density Parity Check)
  - 译码相对简单：无交织器
- 迭代译码
  - Turbo原理：软信息迭代更新与交换
  - 并行译码

LDPC码编码结构

❖校验矩阵：稀疏阵

例：

校验矩阵： $H=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&0\\0&0&1&1&1&0\\1&0&0&0&1&1\\0&1&0&1&0&1\end{bmatrix}$

校验方程： $\begin{cases}x_5+x_4+x_3=0(c_1)\\x_3+x_2+x_1=0(c_2)\\x_5+x_1+x_0=0(c_3)\\x_4+x_2+x_0=0(c_4)\end{cases}$

❖LDPC码类型：每行非零元素个数相同否？

- 相同：规则（结构化）LDPC码
  - 构造简单，编码简单
- 不同：不规则（非结构化）LDPC码
  - 构造复杂，编码复杂，性能更优

规则LDPC码的校验矩阵表示

■ 校验矩阵表示:基矩阵法

$$\mathbf{H}=\begin{bmatrix}P^{h_{11}^b}&P^{h_{12}^b}&..&P^{h_{1n_b}^b}\\\cdots&\cdots&..&\cdots\\P^{h_{m_b1}^b}&P^{h_{m_b1}^b}&..&P^{h_{m_b1}^b}\end{bmatrix}=P^{\mathbf{H}_b}\qquad P=\begin{bmatrix}0&1&0&\cdots&0\\0&0&1&\cdots&0\\..&..&\cdots&\cdots&\cdots\\0&0&0&\cdots&1\\1&0&0&\cdots&0\end{bmatrix}$$

- P 为 $z\times z$ 维标准移位矩阵
- $\mathbf{H}_b$为 $\mathbf{H}$ 的基矩阵
- 若 $h_{ij}^b=-1$, 定义 $P^{h_{ij}^b}=0$
- 若 h_{ij}^b 非负,定义 $P^{h_{ij}^b}=(P)^{h_{ij}^b}$

$$\begin{bmatrix}a&b&c\\d&e&f\\h&i&j\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c&a&b\\f&d&e\\j&h&i\end{bmatrix}$$

规则LDPC码的编码示例

$$\mathbf{H}_b=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & -1\\ 2 & 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$$

Z=3

H为：

$$H=\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc}1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\0&0&1&1&0&0&0&0&1&0&0&0\\\hline 0&0&1&0&1&0&0&0&1&0&1&0\\1&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&1\\0&1&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0\end{array}\right]$$

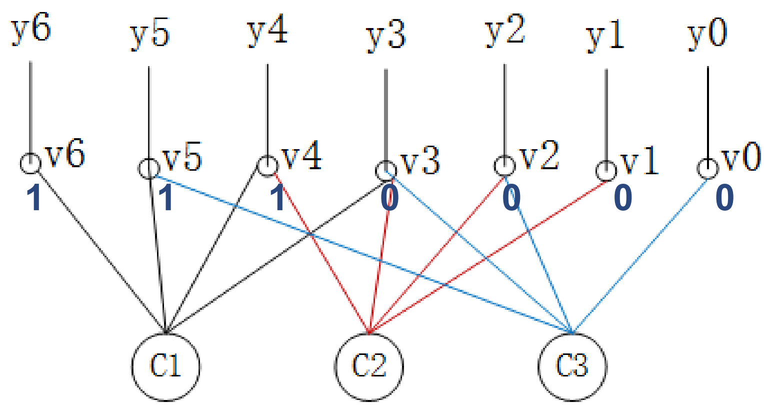
优点

（1） 降低编码复杂度：由 $O(N^2)$ 乘法降为移位运算；

（2） 大大减少矩阵存储空间

LDPC译码-Tanner图

校验阵：$H=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0\\0&1&0&1&1&0&1\end{bmatrix}$ 校验方程：$\begin{cases}v_6+v_5+v_4+v_3=0(C_1)\\v_4+v_3+v_2+v_1=0(C_2)\\v_5+v_3+v_2+v_0=0(C_3)\end{cases}$



Tanner图

变量节点数目= H阵列数= 码长

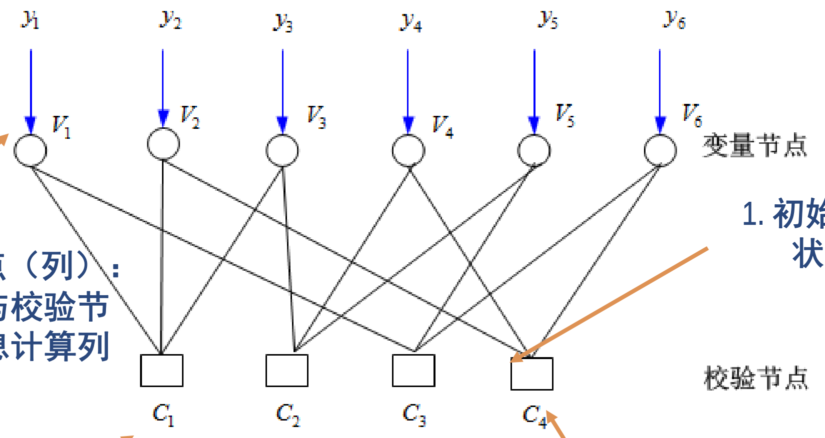
校验节点数目= H阵行数= 校验位长

译码举例：

- 如果收到了y=（1110000）
- 根据校验C1认为v3=1
- 根据校验C2认为v3=1
- 根据校验C3认为v3=1
- 只有y3告诉v3=0
- Now v3置为1
- 其他变量节点重新调整
- 校验节点再更新判断

Log-MPA译码算法

MPA(Message Passing Algorithm)



1. 初始化：校验节点状态、外信息

2. 迭代更新校验节点（行）：据信道软信息与变量节点输出的外信息计算行软信息

3.更新变量节点（列）：据信道软信息与校验节点输出的外信息计算列软信息

4. 校验比特判决与迭代终止判决：对列软信息硬判并用校验矩阵判决，如对或迭代次数超过预定值，停止迭代，否则继续迭代

LDPC性能

❖ 优点

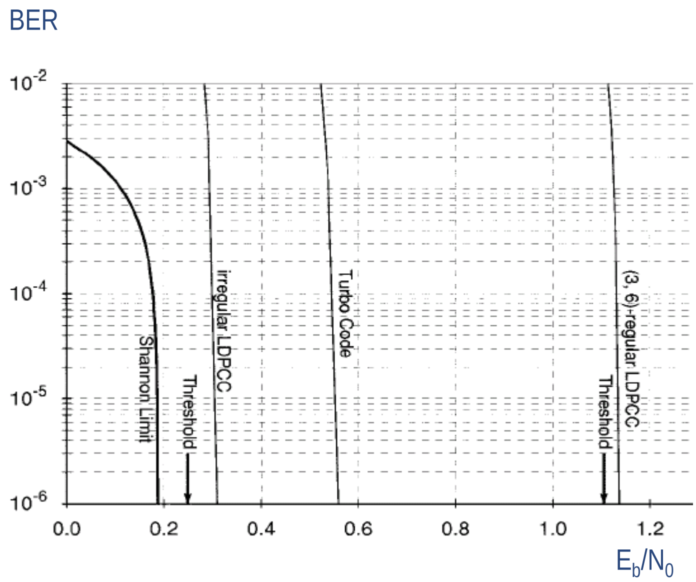
- 目前设计的纠错码中具有最佳的纠错性能
- 高并行译码结构

❖ 缺点

- 存储资源开销大
- 功率消耗大

❖ 应用

- Mobile WiMAX (IEEE 802.16e)
- Wi-Fi (IEEE 802.11n/ac/ad)
- 5G NR



BUPT

Thank You !