

Economie de l'Assurance (10h)

Master 1 *Econométrie et Statistiques* – ISFA Lyon 1

Claire MOUMINOUX

claire.mouminoux@gmail.com

Avril 2019

Plan du cours

CH1 : Vision générale du marché de l'assurance

- 11 – Le principe de mutualisation des risques
- 12 – Les caractéristiques du marché de l'assurance
- 13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

CH2 : L'aversion au risque et la demande d'assurance

- 21 – La modélisation à l'aide de la théorie de l'utilité espérée
- 22 – Aversion au risque, prime d'assurance et équivalent certain
- 23 – La demande d'assurance
- 24 – Le partage de risque

CH3 : L'asymétrie d'information en assurance

- 31 – Les principes de sélection adverse et aléa moral
- 32 – Comment traiter la sélection adverse?
- 33 – Comment traiter l'aléa moral?

CH4 : Pour aller plus loin ...

- 41 – L'assurance comportementale
- 42 – Les expérimentations
- 43 – Bibliographie sélectionnée

Objectifs

- 1) **Connaître les caractéristiques du marché de l'assurance.**
- 2) **Utiliser les notions de microéconomies pour comprendre l'offre et la demande en assurance.**
- 3) **Avoir les notions clés de la théorie de l'utilité espérée et ces implications.**
- 4) **Comprendre les effets de l'asymétrie de l'information en assurance et ses implications sur les stratégies des assureurs.**
- 5) **Apporter des pistes de réflexions sur l'économie comportementale en assurance: *L'assurance comportementale.***

CH1 : Vision générale du marché de l'assurance

Grandes lignes

- L'assurance repose sur la mutualisation
- Il existe une multitude d'offre d'assurance
- Il existe plusieurs types d'assureurs
- Le marché de l'assurance comprend différents types d'intermédiaires
- Quels sont les coûts et bénéfices de l'assurance?
- Quand un risqué est-il assurable?

L'importance de la mutualisation

- La demande d'assurance résulte de la volonté des individus à payer pour réduire leur exposition à un événement incertain affectant négativement leur richesse.
- Si un nombre, assez large, d'individus ou d'entreprises paie contribue à un fond commun monétaire (en payant une prime d'assurance), ce fond peut être utilisé pour compenser les éventuelles pertes de certains.
- Les assureurs souscrivent des polices d'assurance et gèrent les montant payés par les assurés, de tel sorte qu'ils soient capables de payer leurs sinistres à tout moment (contrainte de solvabilité).

11 – Le principe de mutualisation des risques

- La mutualisation des risques est l'essence même de l'assurance. Cependant, elle nécessite également de la diversification et de la répartition à travers la réassurance par exemple.
- L'assurance n'est pas le seul mécanisme de diminution des risques économiques: le risque peut aussi être prévenu et auto-assuré.

De nombreuses offres d'assurance

Les individus (agents économiques) peuvent souscrire...

- **Assurance vie:** assurance à terme, annuités,...
- **Assurance prévention:** assurance invalidité, dépendance, ...
- **Assurance santé:** hospitalisation, consultation, ...
- **Assurance vie-privée:** couverture pour dommages aux tiers...
- **Assurance automobile:** responsabilité civile, tous risques,...
- **Assurance habitation:** incendie, vol, catastrophe naturelle, dégât des eaux,...
- **Assurance de crédit:** couverture du remboursement en cas de chômage, invalidité ou décès,

...et bien d'autres!

12 – Les caractéristiques du marché de l'assurance

... les entreprises aussi souscrivent des assurances pour

- **Dommages général:** perte d'exploitation, incendie, vol, flottes automobiles, ...
- **Responsabilité des entreprises:** dommages environnemental, responsabilité médicale, assurance santé collectives,...
- **Assurance de transport:** assurance maritime, assurance aéronautique, ...
- **Catastrophe naturelle:** tremblement de terre, cyclone, inondation,

... et d'autres comme la violation de brevets, le rappel de produits, ou les risques d'e-commerce,...

12 – Les caractéristiques du marché de l'assurance

La couverture d'assurance est plus ou moins complète:

- **Exclusion ou limite de remboursement:** en assurance médicale notamment (control de routine, traitement cosmétique, thérapie médicale particulière, ...)
- **Franchises** en assurance automobile; **Co-paiement** en assurance santé...
- **Score** en assurance automobile: système bonus-malus, utilisation des données de conduite, ...

Différents types d'assureurs

1 - Compagnies d'assurance par action

- Compagnies tenues par des actionnaires
- La capital peut-être détenu par le public et échangé sur le marché ou être concentré dans un petit groupe d'individus.
- Les actionnaires reçoivent des dividendes et peuvent vendre leurs parts.

12 – Les caractéristiques du marché de l'assurance

- Les compagnies d'assurance par action possèdent des stocks pour pouvoir amortir les années défavorables (capital souscrit + surplus additionnel des gains relatifs aux années favorables).
- Cette prudence est chargée dans la prime payée par les assurés.
- Habituellement, les compagnies d'assurance par action proposent des contrats dits non-participatifs (à l'exception des assurances vie).

2 – Les mutuelles

- Les mutuelles sont organisées aux bénéfices des assurés qui élisent le comité de direction et fournissent le capital.
- Les mutuelles définissent les primes pour payer les coûts et pertes estimées. Les assurés reçoivent les dividendes.

3 – Les captives

- Une captive est un assureur formé au sein même d'une entreprise pour souscrire uniquement ses risques.
- Les captives permettent l'auto-assurance des grandes compagnies. Cela permet d'éviter le marché de l'assurance (double marginalisation) pour partager son risque directement sur celui de la réassurance.
- La plupart sont offshore... environ 5000 dans le monde.

4- Les réassureurs

- Les assureurs peuvent être directs (portefeuille incluant de nombreux consommateurs ou compagnies) ou réassureurs (assureurs des assureurs).
- La réassurance permet de disperser le risque (de le transférer). C'est un moyen de mutualisation à un niveau supérieur.
- Le marché de la réassurance est consolidé (peu de larges réassureurs). Les deux plus gros sont:
Munich Re : www.munichre.com
Swiss Re : www.swissre.com

Les intermédiaires d'assurance

1. Les agents généraux

- Un agent à un contrat exclusif avec un seul assureur (agent exclusive) ou plusieurs assureurs (agence indépendante). Ils sont payé par l'assureur mais possèdent généralement leur portefeuille et sont indépendant.
- Ils travaillent pour le compte des assureurs.
- Mais ils ont un statu d'indépendant: ils reçoivent des compensation de la part des assureurs mais gardent le droit sur leurs portefeuilles.

2. Les courtiers d'assurance

- Un courtier négocie et construit le contrat comme l'agent général d'assurance.
- En principe, ils sont indépendants et ne représentent pas d'assureurs en particulier. Cependant, ils ont souvent leurs propres réseaux d'assureurs.
- Les courtiers sont généralement très présents pour les risques spéciaux.

3. Les nouveaux intermédiaires

- Les bancassureurs...
- Les comparateurs...
- Les grandes surfaces...

Quels sont les coûts et bénéfices?

1. Bénéfices

● Réduction de l'incertitude grâce à la mutualisation

- ❑ L'assurance transfère les pertes des assurés aux assureurs. Si le nombre d'assurés est suffisamment grand, l'incertitude sur le coût par police devient négligeable (loi des grands nombres).

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

□ Exemple

N = nombre de police

Probabilité d'accident = $1/10$

Coûts en cas d'accident = 1500 euros

Les accidents sont des événements indépendants.

Pour chaque individu, la perte est égale à 1500 ou 0. Dans le portefeuille de l'assureur, le coût par police (noté C) est bien moins variable. Il sera d'environ $1500/10 = 150$ si N est grand.

$138.4 \leq C \leq 161.6$ avec probabilité 99% pour $N=10,000$

$146.3 \leq C \leq 153.6$ avec probabilité 99% pour $N=100,000$

$148.8 \leq C \leq 151.2$ avec probabilité 99% pour $N=1,000,000$

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

- ❑ Ainsi, plus la taille du portefeuille est importante plus l'incertitude par contrat diminue.
- ❑ Cependant, cette incertitude n'est jamais égale à 0. De plus, l'incertitude restante est d'autant plus grande si un même évènement affecte une large proportion des contrats. D'où l'importance de la réassurance et de la diversification du risque.

● Fonds d'investissement

- ❑ Les primes d'assurance sont payés en avance des pertes, ce qui permet aux assureurs d'investir ces fonds (time value).
- ❑ De plus, ils ont des avantages d'investissement par rapport à leurs assurés (consolidation, montant, temps, ...).

● **Autres effets favorables**

- ❑ Incitation à contrôler les pertes (prévention).
- ❑ Aide pour les petites entreprises.

2. Coûts

● Coûts de gestions

- ❑ Coûts de souscription, taxes, coûts administratif, coûts du capital (marché régulé)...

● Aléa Moral

- ❑ Assurance peut réduire les effort effectué pour diminuer le risque.
- ❑ Exemple: an individu qui a une assurance santé couvrant couvre les visites de routines va chez le médecin dès les premiers signes de maladie.
- ❑ Les cas extrêmes: la fraude à l'assurance...
- ❑ Caution sur les contrats: franchise, remboursement borné,

3. L'analyse coûts / bénéfices

La taille du marché de l'assurance suggère que les bénéfices sont supérieurs aux coûts. Cependant, les assureurs essaient continuellement d'améliorer leur efficacité, particulièrement en réduisant les coûts. C'est leur principal avantage comparatif en terme de compétition.

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

Exemple

- ❑ Vente via internet ou réseaux annexes pour réduire les coûts de distribution.
- ❑ Utilisation de score pour la détection de fraude.
- ❑ Contrôler les coûts de sinistres à l'aide de réseaux (garagistes, réseaux de médecins,...)

Quand un risque est-il assurable?

- **Les risques assurés sont généralement des risques “purs” (non spéculatif).**
 - Les risques purs sont toujours dans le domaine des pertes (e.g. risque d'accident de voiture), les risques spéculatifs peuvent être attractifs (e.g. un projet d'investissement).

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

● 4 conditions idéales pour des risques assurables

Un grand nombre d'unité, indépendantes et identiquement distribuées

- ❑ Exemples: automobile, vol, feu, ...
- ❑ Les dommages pour catastrophes naturelles sont difficilement assurables.

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

La perte espérée doit pouvoir être calculée

- ❑ Cela est essentiel pour la définition du prix
- ❑ Les « nouveaux risques » sont difficilement assurables (terrorisme, sécurité alimentaire,).

Les pertes doivent être identifiées, localisées et sur un horizon de temps connu.

- ❑ Les événements affectant le bénéfice de l'assurance ne doivent pas être définis vaguement.

13 – Les coûts et les bénéfices de l'assurance

Les pertes doivent être fortuites et accidentelles du point de vue du sinistré (non intentionnelle).

- ❑ Habituellement les assurances vies exclus les suicides.
- ❑ Si un risque est sujet à un fort aléa moral il est difficilement assurable (valeur à neuf pour une vieille automobile).
- ❑ Egalement pour la sélection adverse(e.g. les risques relatifs à une condition préexistante en santé). Les tests génétiques peuvent affecter l'assurabilité de certains risques.

Grandes lignes

- Les décisions individuelles faces au risque
- La théorie de l'utilité espérée
- Aversion au risque, Equivalent certain (EC) et prime d'assurance (PA)
- La demande d'assurance
- Le partage d'assurance

21 – La théorie de l'utilité espérée

De nombreuses décisions économiques sont prises dans un environnement incertain.

- ❑ **La sortie d'un nouveau produit:** Quand un nouveau produit doit-il être lancé sur le marché? Dans une situation où la demande des consommateurs n'est pas connue et l'entrée de concurrent est possible.
- ❑ **Les décisions d'investissements:** Quel projet choisir dans un ensemble où les valeurs nettes présentes sont incertaines?

21 – La théorie de l'utilité espérée

... et bien sûr:

- ❑ **L'assurance** : Dois je seulement prendre la responsabilité civile ou la tous risqué? Dois je compléter ma couverture de sécurité sociale ? Dois je prendre l'assurance annulation? Dois-je prendre l'assurance vol de mon nouveau téléphone?

Et... Quel est la meilleur offre?

21 – La théorie de l'utilité espérée

Quand un agent économique fait un choix dans un environnement incertain, il compare ses gains aléatoires (ou pertes). En terme mathématiques, se sont des variables aléatoires. Ces variables pouvant être choisis dans un ensemble d'alternatives sont appelées des **loteries**.

Dans ce qui suit, nous nous focaliserons sur une seule dimension de loteries, mesurés en terme monétaire (valeur de l'entreprise, richesses de l'individu, ...)

Des loteries à plusieurs dimensions peuvent exister. Par exemple, un politicien construisant une politique macroéconomique va s'intéresser à l'effet de cette politique sur la croissance, le chômage, l'inflation, la balance des paiement...

21 – La théorie de l'utilité espérée

Prenons une loterie simple... elle détermine une probabilité positive à un nombre fini d'issues monétaires (outcomes). Elle est écrite :

$$X = (p_1, x_1; p_2, x_2; \dots; p_n, x_n)$$

où p_k est la probabilité de l'issue x_k , avec $k = 1, \dots, n$ où x_1, \dots, x_n sont les n issues possible de la loterie et

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1.$$

Certaines loteries X peuvent être représentées par la densité $f(x)$.

Les agents économiques rationnels ont des préférences entre les loteries. Prenons quelques exemples...

Exemple 1 : Assurance

Vous êtes l'heureux propriétaire d'une pièce d'art d'une valeur économique de 100 000 euros. Cette œuvre peut être volée durant l'année à venir avec une probabilité de $1/10$. Supposons maintenant que vous puissiez acheter une assurance (au prix actuariel, i.e. la prime est égale au coûts espéré).

Par simplicité nous négligerons les coûts de transaction.

Deux offres vous sont proposées: une couverture complète et un contrat avec une franchise à 30,000.

Achetez-vous l'assurance et si oui laquelle?

21 – La théorie de l'utilité espérée

Votre résultat est mesuré par votre richesse nette à la fin de l'année qui est égale à la valeur de votre peinture (si elle n'est pas volée) moins la prime d'assurance, plus l'indemnité éventuelle en cas de perte (si vous avez souscrit à l'assurance). Soit:

X_1 = loterie si vous ne souscrivez pas,

X_2 = loterie si vous souscrivez la couverture complète,

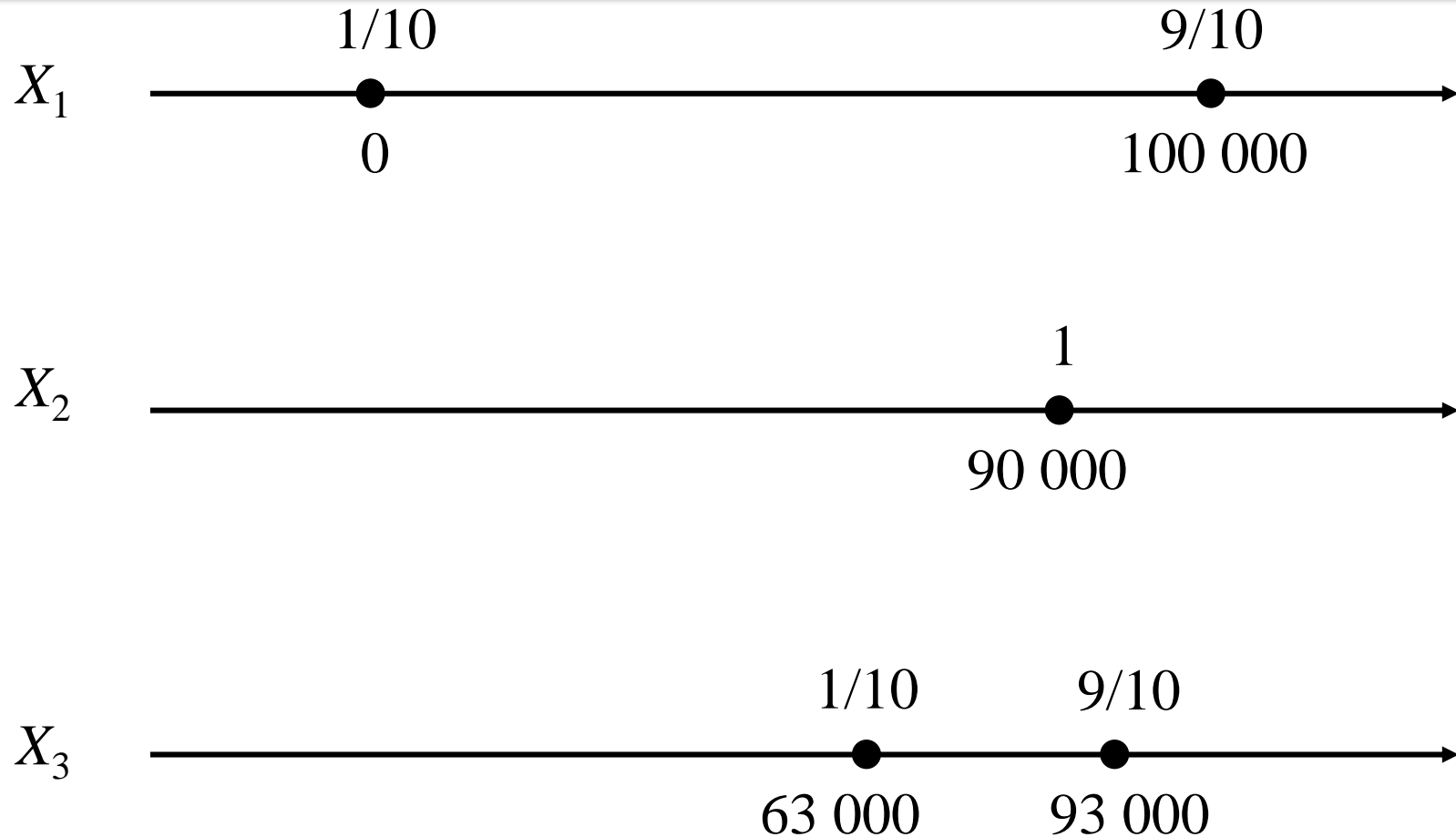
X_3 = loterie si vous souscrivez la couverture avec franchise,
avec

$$X_1 = (1/10, 0 ; 9/10, 100\ 000)$$

$$X_2 = (1, 90\ 000)$$

$$X_3 = (1/10, 63\ 000 ; 9/10, 93\ 000)$$

21 – La théorie de l'utilité espérée



Prendre une décision d'assurance revient à
comparer des loteries

21 – La théorie de l'utilité espérée

Comment prendre sa décision? La réponse la plus simple est d'évaluer les loteries en comparant ce qu'elles donnent « en moyenne ».

Cela a du sens pour des décisions indépendantes et répétées puisque le gain moyen ne devrait pas beaucoup différer de la valeur espérée (loi des grands nombres, encore...). Mais ce n'est pas le cas dans la majorité des décisions économiques (mise à part pour les assureurs avec beaucoup d'assurés).

Dans cet exemple nous avons:

$$EX_1 = EX_2 = EX_3 = 90\,000$$

mais X_1 , X_2 and X_3 sont sensiblement différents. X_2 donne 90 000 euros avec certitude, mais X_1 et X_3 sont risquées. Et le risque ça compte! Vous ne devez sans doute pas considérer les loteries X_1 , X_2 et X_3 équivalentes.

Exemple 2: Le Paradoxe de St Petersburg

Le paradoxe de St Petersburg a été mentionné par Daniel Bernouilli (1738). L'Objectif de Bernouilli était de montrer que deux personnes faisant faces à la même loterie pouvait l'évaluer différemment, en particulier dans leur façon de considérer le risque. Ainsi, la valeur mathématique espérée n'est peut être pas le bon moyen d'évaluer une loterie.

Le paradoxe est le suivant: Peter lance une pièce (non truquée) jusqu'au premier pile. Paul propose à Peter de lui donner 2^n euros où n est le nombre de lancer avant le premier pile. Autrement dit, Paul paie 2 euros si le pile apparaît en premier, 4 euros si il apparait en second, 8 euros si il apparait en troisième, etc...

21 – La théorie de l'utilité espérée

Le gain espéré de Peter est donc

$$(1/2) \times (2) + (1/2^2) \times (2^2) + (1/2^3) \times (2^3) + \dots$$
$$= 1 + 1 + 1 + \dots$$

ce qui tend vers l'infini...

Ainsi, si Peter considère uniquement son gain espéré, il serait prêt à payer n'importe quel montant (sous contrainte de liquidité) à Paul pour jouer ce jeu. Cependant, jouer au jeu de St Petersburg est très risqué: Peter reçoit que 2 euros avec une probabilité de 0.5 après tout! Il n'est donc probablement pas prêt à payer beaucoup.

Exemple 3: Choisir un projet d'investissement

Considérons deux projets d'investissement A et B avec les valeurs nettes présentes NPV_A et NPV_B . Supposons que NPV_A et NPV_B sont distribuées selon une loi normale avec:

$$E(NPV_A) > E(NPV_B)$$

$$\text{Var}(NPV_A) > \text{Var}(NPV_B)$$

L'investisseur peut préférer le projet B au projet A car B est moins risqué dans le sens où pour R petit, nous avons:

$$\text{Prob}(NPV_A \leq R) > \text{Prob}(NPV_B \leq R)$$

Le critère de l'utilité espérée

En suivant Bernoulli (1738), nous assumons que les loteries sont évaluées avec le degré de satisfaction que procure chaque issues possibles. Ce degré est mesuré à l'aide de **la fonction d'utilité $u(x)$** . La fonction d'utilité transforme l'outcome objectif x en une perception subjective $u(x)$ de l'individu.

L'individu fait donc son choix dans le but de maximiser l'espérance de sa satisfaction. Autrement dit, il compare X et Y , et préfère X à Y si $Eu(X) > Eu(Y)$. C'est le critère de l'utilité espérée.

$u(x)$ est aussi appelé fonction d'utilité de von Neumann-Morgenstern.

21 – La théorie de l'utilité espérée

Si $X = (p_1, x_1; p_2, x_2; \dots; p_n, x_n)$ et $Y = (q_1, x_1; q_2, x_2; \dots; q_m, x_m)$
l'individu préfère X à Y si

$$p_1 u(x_1) + p_2 u(x_2) + \dots + p_n u(x_n) > q_1 u(y_1) + q_2 u(y_2) + \dots + q_m u(y_m)$$

Si X et Y des variables aléatoires continues de densité $f_X(t)$ et $f_Y(t)$
sur $[a, b]$, alors l'individu préfère X à Y si

$$\int_a^b u(t) f_X(t) dt > \int_a^b u(t) f_Y(t) dt$$

Un individu averse au risque voudra payer un montant positif pour éviter de participer à une loterie incertaine. C'est le principe de base de la demande d'assurance. Par exemple, un individu averse au risque préférera toujours avoir ses frais médicaux totalement remboursés si le prix proposé par l'assureur est le prix actuariel.

Certain individu sont risquophile: ils préfèrent la loterie $X = W + \varepsilon$ au status quo W si $E\varepsilon = 0$, autrement dit ils préfèrent jouer la loterie plutôt que de recevoir EX avec certitude.

Finalement, d'autres sont indifférent entre $X = W + \varepsilon$ et W si $E\varepsilon = 0$ ou encore X et EX : **ils sont neutres vis-à-vis du risque.** Ils comparent les loterie sur le critère de l'espérance mathématique.

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain

Aversion au risque $\Leftrightarrow u(x)$ est concave

Preuve: Considérons un individu averse au risque avec la fonction d'utilité $u(x)$. $X = (\lambda, x_1; 1 - \lambda, x_2)$ avec $0 < \lambda < 1$, i.e.

$X = x_1$ avec probabilité λ

$X = x_2$ avec probabilité $1 - \lambda$.

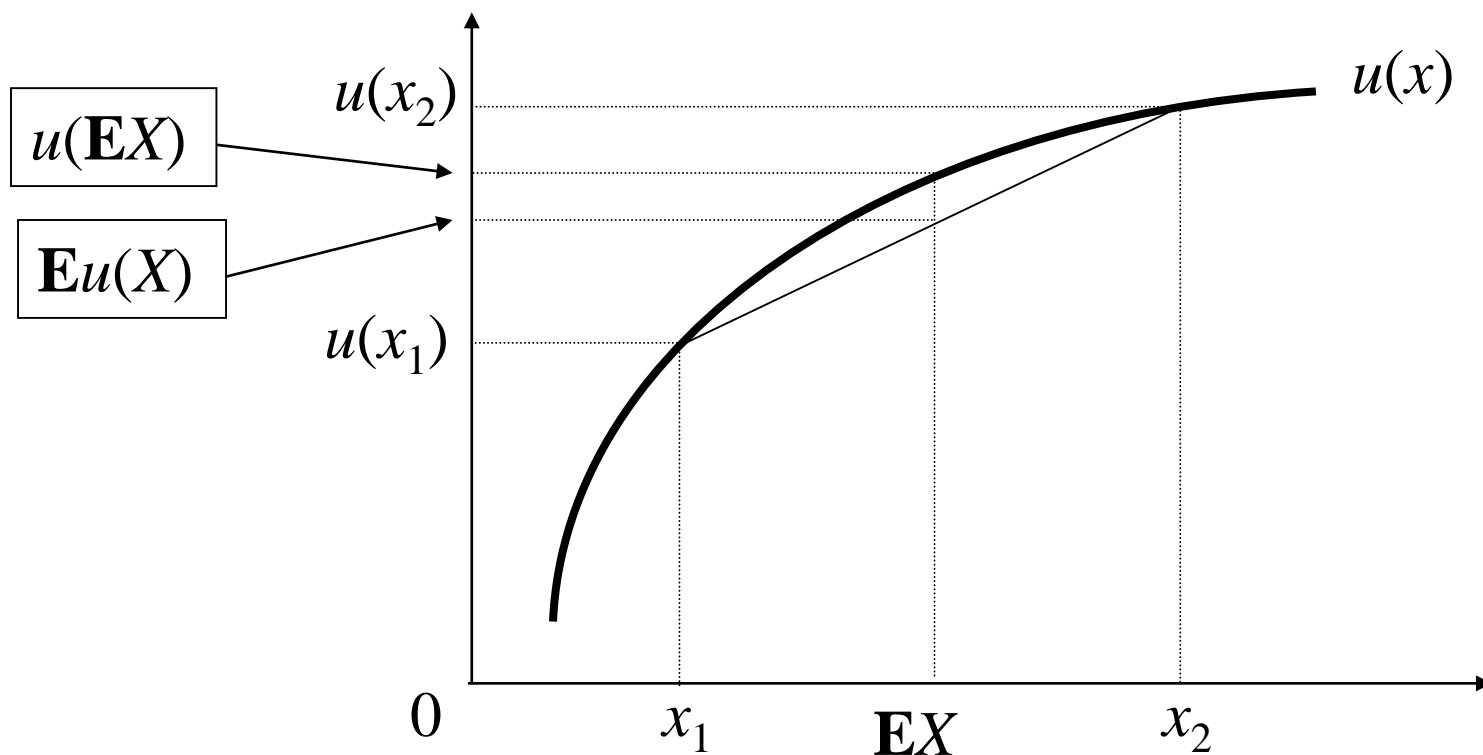
L'aversion au risque implique que l'individu préfère avoir $EX = \lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2$ avec probabilité 1 plutôt que de jouer la loterie X . Nous avons donc:

$$u(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) > \lambda u(x_1) + (1 - \lambda) u(x_2)$$

ce qui signifie que $u(x)$ est concave.

Inversement, on peut montrer que tout individu ayant $u(x)$ concave est averse au risque.

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain



Exemple avec $p = 1/2$

$$\mathbf{EX} = (1/2) x_1 + (1/2) x_2$$

$$\mathbf{Eu}(X) = (1/2) u(x_1) + (1/2) u(x_2)$$

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain

- **L'équivalent certain** d'une loterie X , noté $C(X)$ est le montant monétaire (richesse individuelle, valeur de l'entreprise) pour lequel le décisionnaire est indifférent entre la loterie X et recevoir le montant certain $C(X)$.
- **La prime de risque** d'une loterie X , noté $R(X)$ est la différence entre la valeur d'espérance et l'équivalent certain i.e.

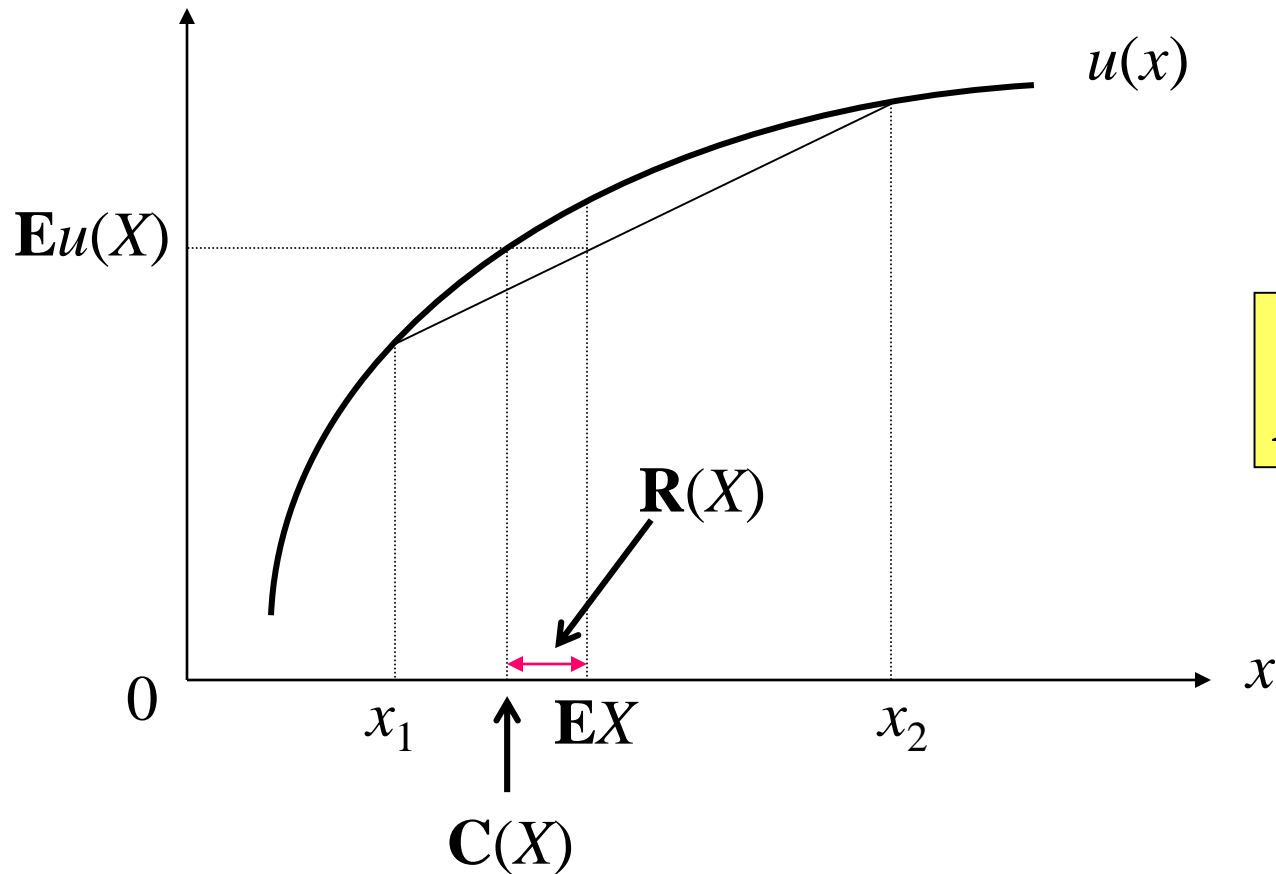
$$R(X) = EX - C(X)$$

- Pour un individu averse au risque nous avons donc:

$$C(X) < EX \quad \text{et} \quad R(X) > 0$$

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain

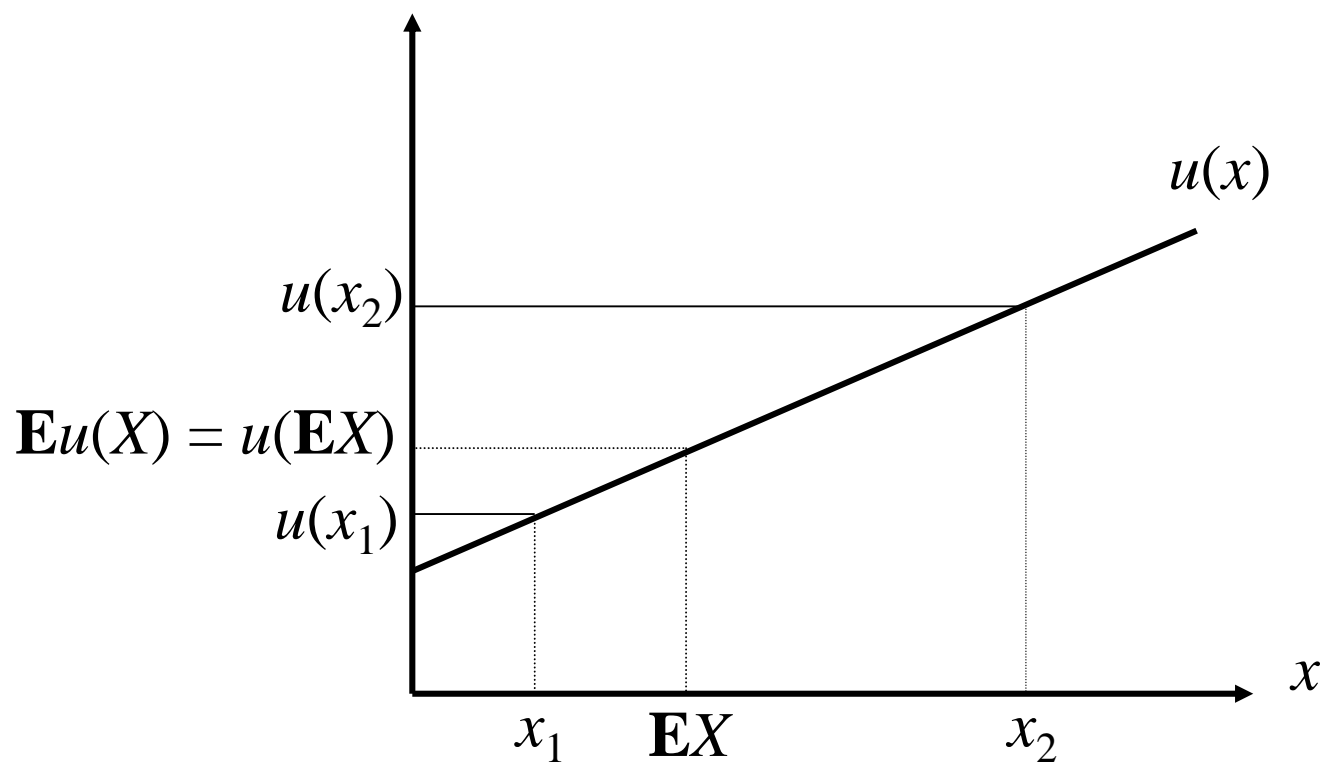
Averse au risque



$$C(X) < EX$$
$$R(X) > 0$$

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain

Neutre vis à vis du risqué $\Leftrightarrow u(x)$ est une fonction affine

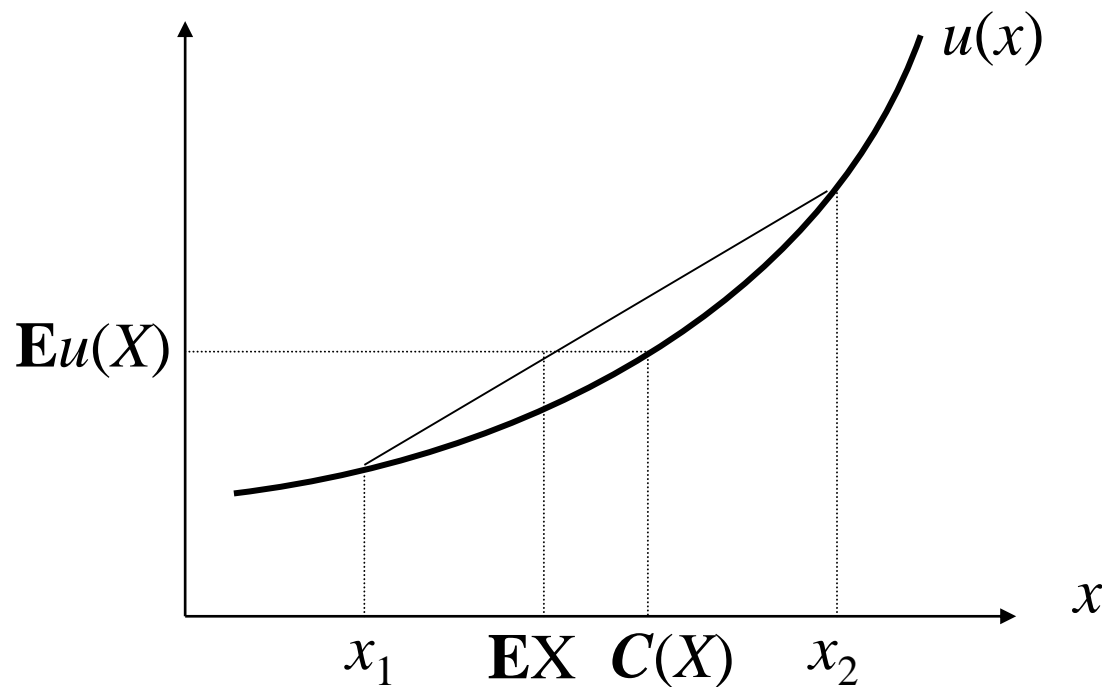


$$C(X) = \mathbf{EX}$$

$$R(X) = 0$$

22 – Aversion au risque, prime d'assurance, équivalent certain

Risquophile $\Leftrightarrow u(x)$ est convexe



$$\begin{aligned} C(X) &> \mathbf{E}X \\ R(X) &< 0 \end{aligned}$$

22 –Prime d'assurance, équivalent certain (exercice)

Considérons un individu avec une richesse initiale de 10€ faisant face à une loterie $\tilde{x} = (-6, 0.5; +6, 0.5)$. Supposons que cet individu a la fonction d'utilité suivante :

$$u(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 10 \\ \frac{1}{2}x + 5, & \text{si } x > 10 \end{cases}$$

Tracez la fonction d'utilité, est-elle globalement concave ? L'individu est-il averse au risque ?

Calculez la prime de risque et l'équivalent certain de cet individu associé à \tilde{x} . Montrez-le sur le graphique.

Peut-on appliquer l'approximation d'Arrow-Pratt ? Pourquoi ?

Considérons maintenant la loterie $\tilde{y} = (-3, 0.5; +3, 0.5)$. Calculez la prime de risque associée à \tilde{y} . Est-elle plus petite que pour \tilde{x} ? Pourquoi ?

23 – La demande d'assurance

Choix d'assurance:

w_0 : richesse initiale

w_f : richesse finale

L : montant de perte

$q \in [0,1]$: probabilité de perte

I = indemnité d'assurance

P = prime d'assurance, avec

$$P = (1+\sigma)qI$$

qI = prime juste (actuarielle)

σ = facteur de chargement (marge, autres coûts)

23 – La demande d'assurance

w_1 = richesse finale sans perte

w_2 = richesse finale avec perte

$$w_1 = w_0 - P \quad \text{et} \quad w_2 = w_0 - L - P + I$$

$w_f = w_1$ avec probabilité $1 - q$

$w_f = w_2$ avec probabilité q

Les individus averse au risque vont choisir un contrat (P, I) qui maximise l'utilité espérée de leur richesse finale:

$$Eu(w_f) = (1 - q) u(w_1) + q u(w_2)$$

avec $u'(w_f) > 0$ et $u''(w_f) < 0$.

23 – La demande d'assurance

$$w_1 = w_0 - P = w_0 - (1+\sigma) q l$$

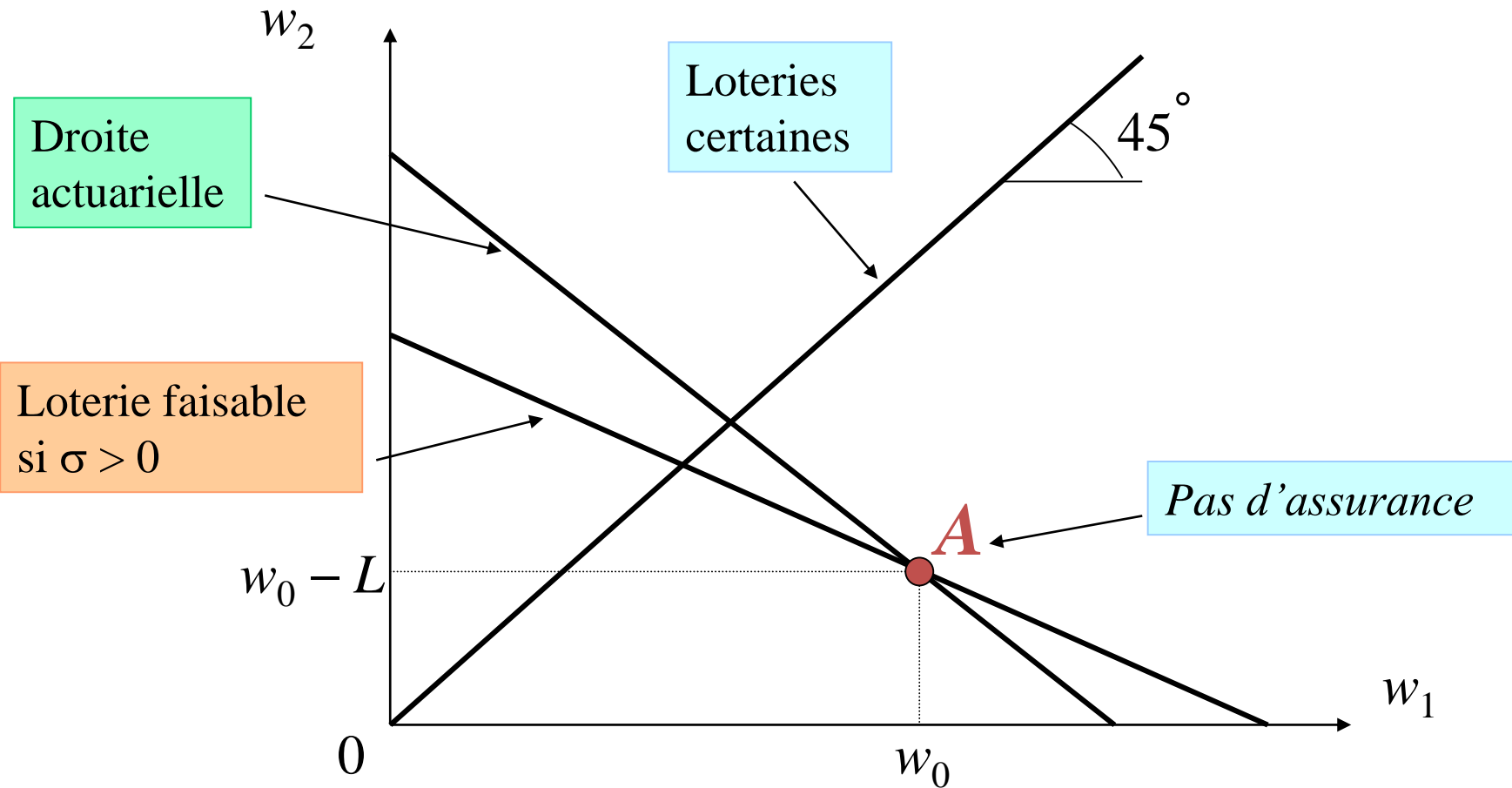
$$w_2 = w_0 - L - P + I = w_0 - L + [1 - (1+\sigma)q] I$$

$$I = (w_0 - w_1) / (1+\sigma)q = (w_2 - w_0 + L) / [1 - (1+\sigma)q]$$

$$\Rightarrow [1 - (1+\sigma)q] w_1 + (1+\sigma)q w_2 = w_0 - (1+\sigma)qL$$

$$\text{If } \sigma = 0 : (1 - q) w_1 + q w_2 = w_0 - qL \quad \text{droite actuarielle}$$

23 – La demande d'assurance



Taux marginal de substitution

Le taux marginale de substitution de w_2 à w_1 est

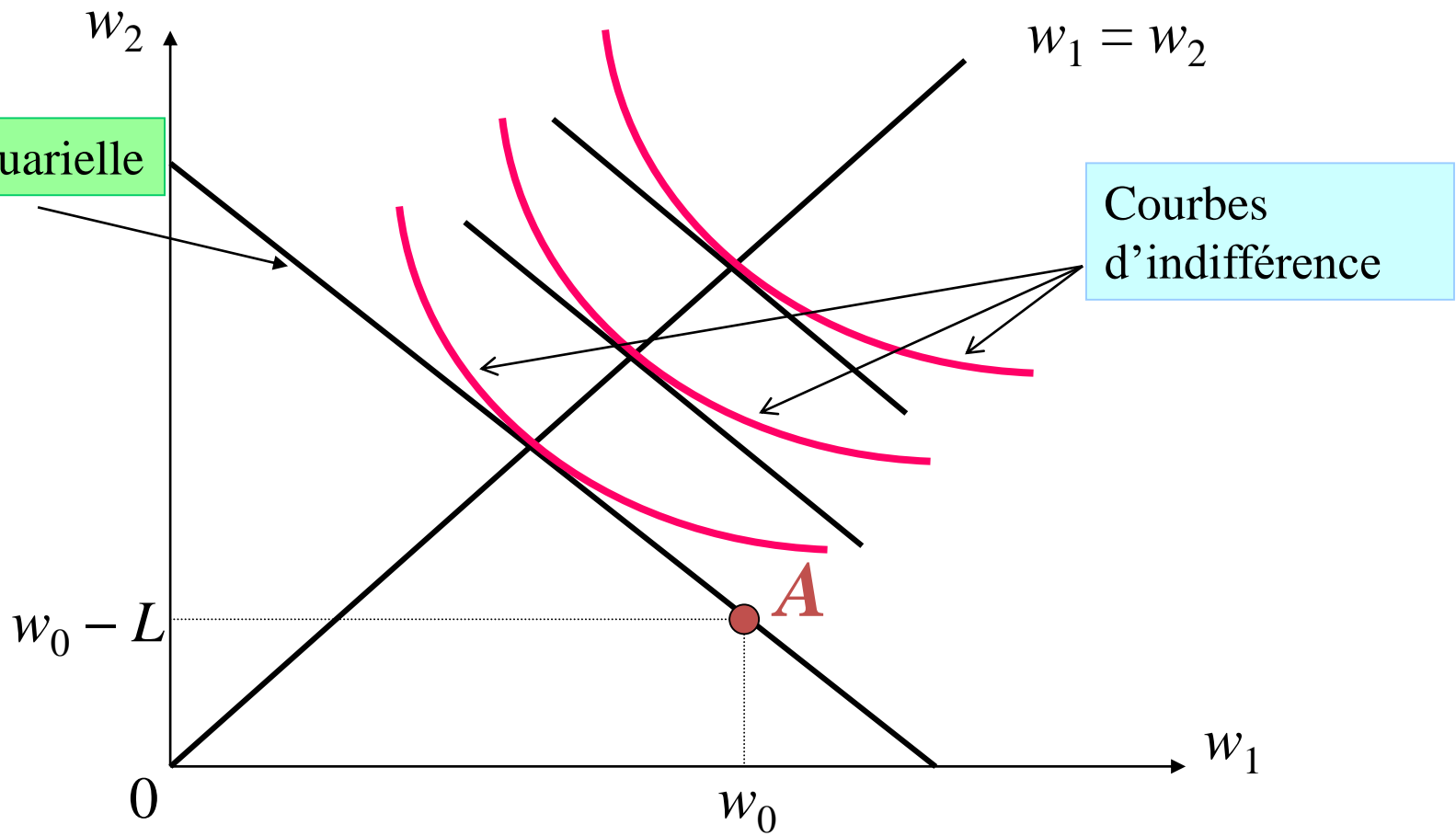
$\text{TMS}_{12} = \lim \{- \Delta w_2 / \Delta w_1\}$, ou Δw_1 tends vers 0 et $\mathbf{E}u(w_f)$ est inchangé.

C'est la pente (en valeur absolue) de la courbe d'indifférence pour une loterie (w_1, w_2) .

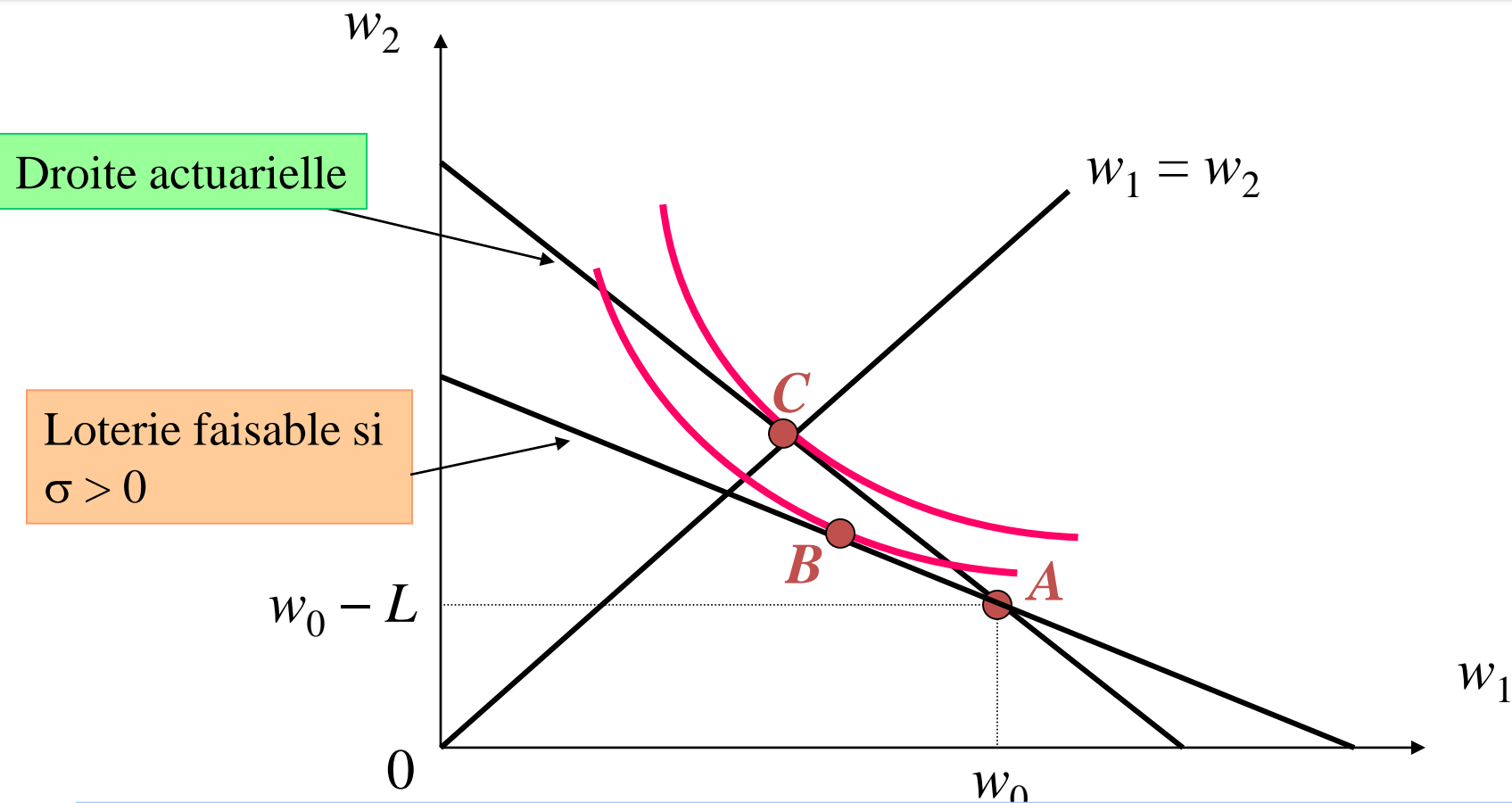
$$\text{TMS}_{12} = (1 - q) u'(w_1) / q u'(w_2)$$

Quand $w_1 = w_2$ alors $\text{TMS}_{12} = (1 - q) / q$: c'est la pente de droite actuarielle.

23 – La demande d'assurance



23 – La demande d'assurance



$\sigma = 0 \Rightarrow w_1 = w_2 \Rightarrow I = L \Rightarrow$ couverture complète

$\sigma > 0 \Rightarrow w_1 > w_2 \Rightarrow I < L \Rightarrow$ couverture partielle

24 – Le partage de risque (exercice)

Un individu dispose d'une richesse initiale w et d'une propriété sujette à un risque d'incendie, de valeur L . Pour se protéger contre le risque l'individu peut souscrire une police d'assurance. L'assureur et l'individu ont le même à priori sur la probabilité d'incendie : p . L'individu peut décider du niveau de couverture q . L'assureur demande une prime d'assurance x et s'engage à indemniser l'assuré à hauteur de q en cas d'incendie, l'assureur propose un prix actuariel et est neutre vis-à-vis du risque.

On note $\pi(q, x, p)$ la fonction objectif de l'assureur supposé neutre vis-à-vis du risque et $u(w)$ la fonction d'utilité de l'individu.

- (a) Quelle est l'utilité de réserve de l'individu ?
- (b) Calculer le contrat Optimal (q^*, x^*) qui serait offert par l'assureur à un agent ayant une aversion pour le risque ?
- (c) Combien coutera la prime x :
 - l'individu est neutre vis-à-vis du risque ?
 - il y a concurrence pure et parfaite sur le marché de l'assurance ?
- (d) Montrer que si l'assureur et l'individu sont tous les deux averse au risque, ils signeront un contrat de coassurance (i.e. $q^* < L$).

Référence

- *Pierre Picard – General Insurance - Ecole Polytechnique*
- *Rejda G.E. (2003), Principles of Risk Management and insurance, Addison-Wesley.*
- *Harrington , S.E. and G.R. Niehaus (2003), Risk Management and Insurance, McGraw-Hill.*