Manual de usuario

¡Bienvenido querido usuario! Esta aplicación fue desarrollada a partir de la biblioteca Manim de python. Su objetivo principal es permitir la visualización de conceptos y algoritmos relacionados con Modelos de Optimización.

Instalación y ejecución

La aplicación cuenta con una lista de requerimientos, a los que puede acceder desde el correspondiente archivo; o si lo prefiere puede ejecutar el siguiente comando en la terminal, en la raíz del proyecto:

```
make install
```

Una vez instaladas las dependencias necesarias, puede iniciar la aplicación en cualquier momento. Para ello deberá ejecutar la siguiente línea de código en una consola: `make` o `make run`. El primero de ellos se encarga de llamar al segundo, en cuanto a funcionalidad sería el mismo comando, así que no hay diferencia entre usar uno u otro. El resultado será una *url* donde podrá ver su aplicación en el browser.

Aplicación visual y cómo usarla

Lo primero que verá al abrir esta aplicación es la página de bienvenida donde se encuentran los datos de los desarrolladores y la descripción de la misma. Encontrará una barra lateral izquierda con un menú de opciones, donde cada opción representa una de las acciones que puede ejecutar en el programa. Esta página inicial es la siguiente:

Puede notar que siempre que se encuentre en esta página estará marcada la opción "**Decidiendo ...**". Las otras opciones posibles son:

- Solución geométrica para problemas de programación lineal.
- Método Simplex.

- Planos cortantes.
- Ramificación y acotación.
- Ideas geométricas de demostración de teoremas.
- Métodos numéricos para la optimización no lineal.
- Búsqueda en línea.
- Penalización.

La idea principal es que dado un problema de optimización y la acción que usted desee realizar, marque la opción correspondiente y sea capaz de insertar los datos de su problema en la aplicación; de modo que esta se encargue de resolverla y hacer las graficaciones pertinentes. Para ello, seleccionar alguna de estas opciones dará lugar a un formulario donde usted podrá rellenar los campos requeridos para la resolución de su problema.

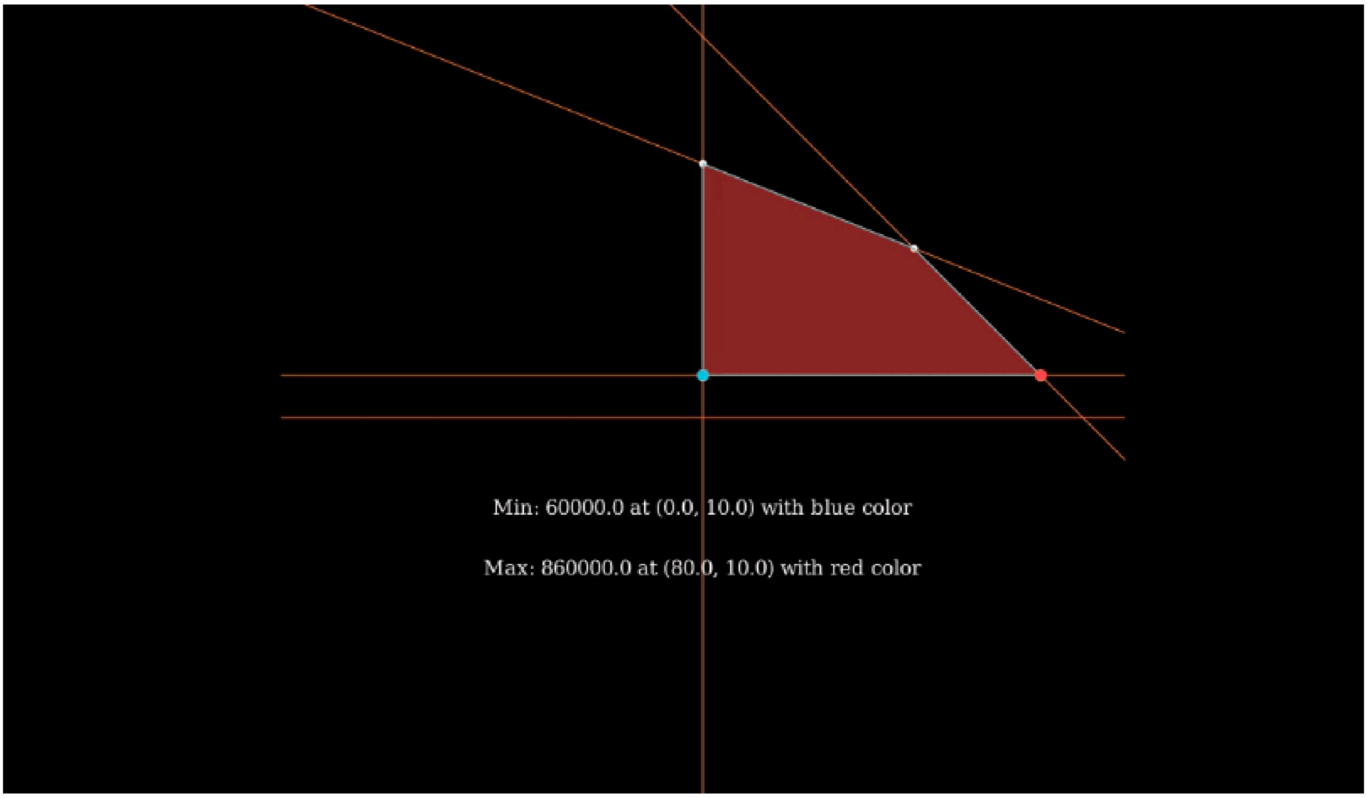
A continuación se mostrará un ejemplo predeterminado para cada opción anterior. De esta forma, podrá apreciar mejor la forma en que deberá completar los parámetros, se podrá ahondar en las especificaciones de cada una y será capaz de visualizar los resultados que se obtengan.

Solución geométrica de problemas de programación lineal

Como puede ver en la imagen previa, ya los campos fueron rellenados con un ejemplo. Los datos a completar serían:

- **Fórmula**: Función a optimizar. Es una expresión matemática, que soporta operadores como : +, -, *, **, \, ^, &, ...
- **Cantidad de restricciones**: Las restricciones serían las condiciones a las que están sujetas las variables, estas son las que determinan el conjunto de puntos factibles del problema. Note que puede aumentar o disminuir la cantidad que se muestra y con ello, aparecerán o desaparecerán respectivamente algunas casillas con label r_i
- **Casillas r_i**: Se refiere a la restricción i-ésima. Si en algún caso deja alguna casilla vacía se asumirá que cuenta con una restricción menos, así que tenga cuidado a la hora de rellenarlas.

Luego de esto podrá marcar el botón **Computar**, que puede demorarse o no dependiendo de la cantidad de cálculos a realizar. Una vez terminado el tiempo de espera obtendrá un resultado como el siguiente:

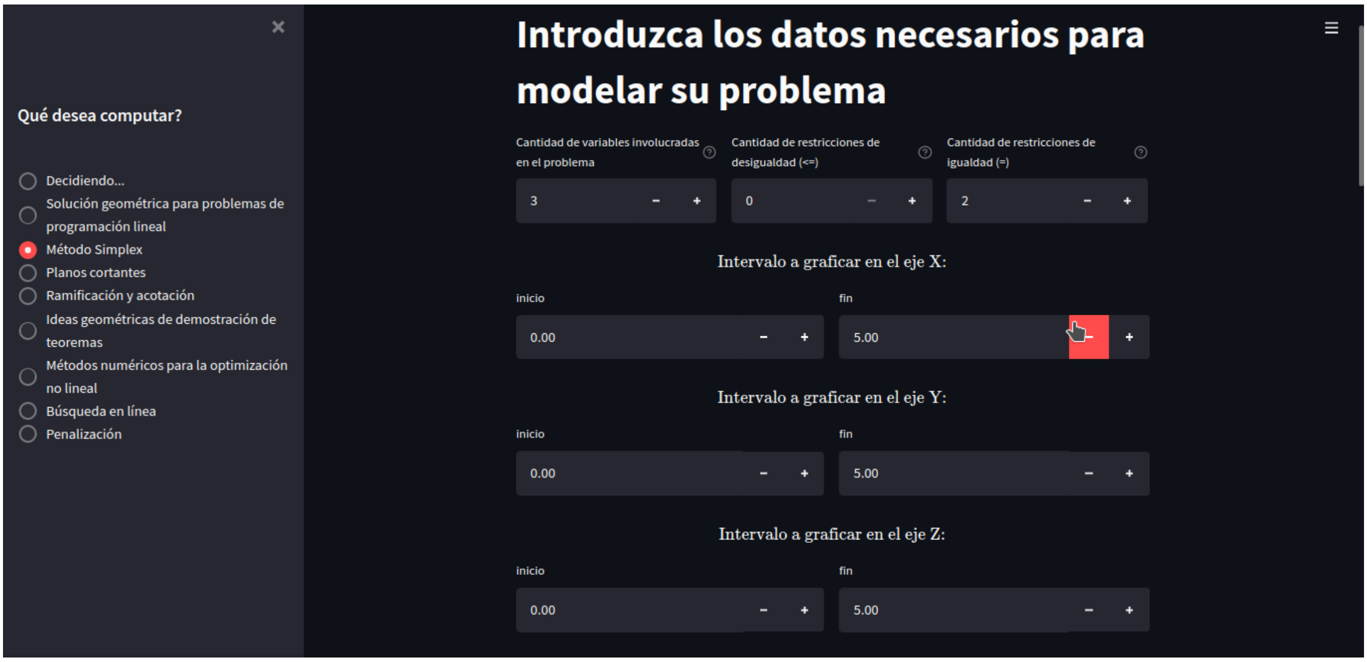


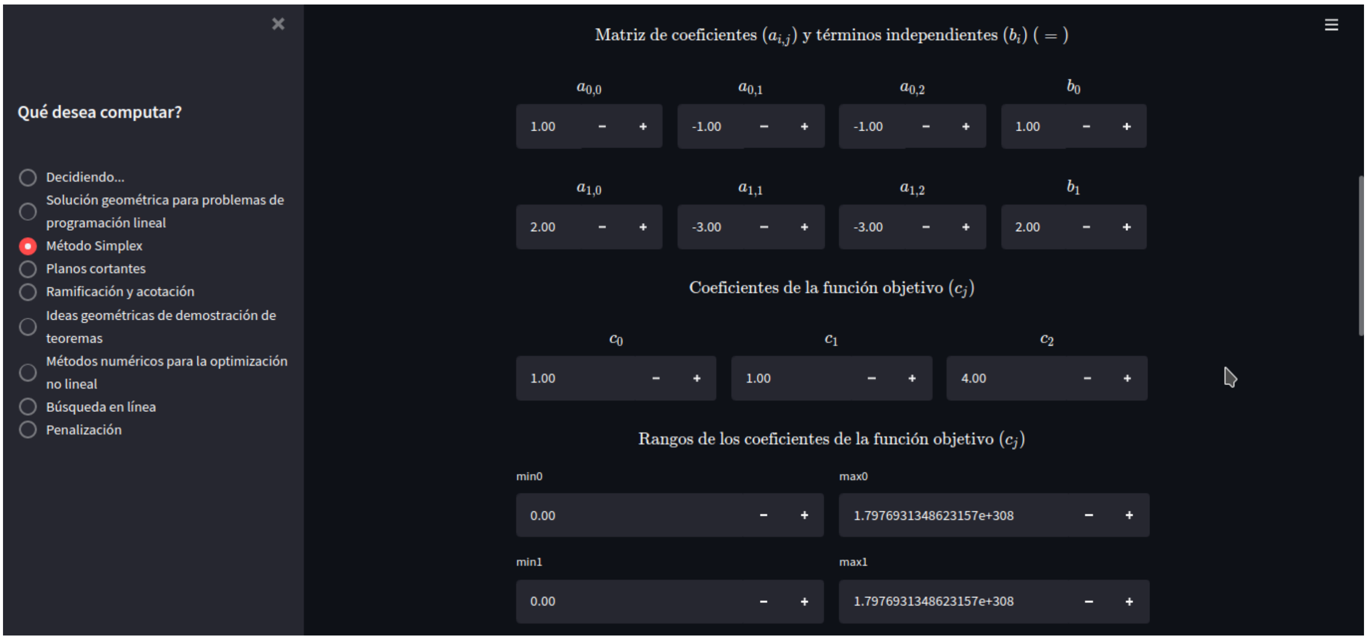
Método Simplex

El problema que desee resolver utilizando el método Simplex, se puede modelar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \min_x \ & c^T x \\ \text{such that } & A_{ub} x \leq b_{ub}, \\ & A_{eq} x = b_{eq}, \\ & l \leq x \leq u, \end{aligned}$$

El formulario que muestra esta página será de la siguiente forma:





En este caso el modelo utilizado como ejemplo es el siguiente:

$$
\begin{aligned}
\text{min} \quad & x_1 + x_2 + 4x_3 \\
\text{s.a.} \quad & x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\
& 2\,x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 2 \\
& x_i \geq 0, \qquad i = 1{,}2{,}3.
\end{aligned}
$$

Primero deberá seleccionar la cantidad de variables que están involucradas en su problema, así como la cantidad de restricciones de desigualdad y de igualdad. En este caso son *3*, *0*, *2* respectivamente.

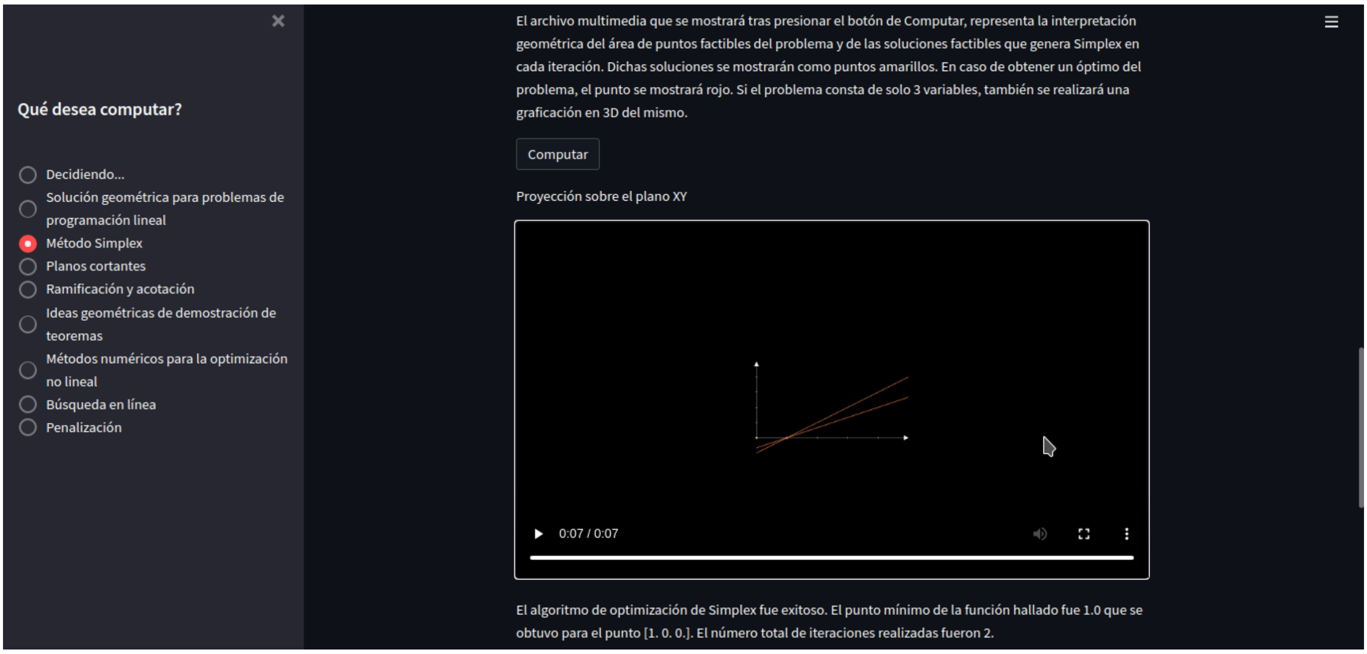
Se le pide completar los intervalos a graficar para cada variable, lo que concierne al graficado que se realice a partir del cómputo y no al modelo en sí mismo.

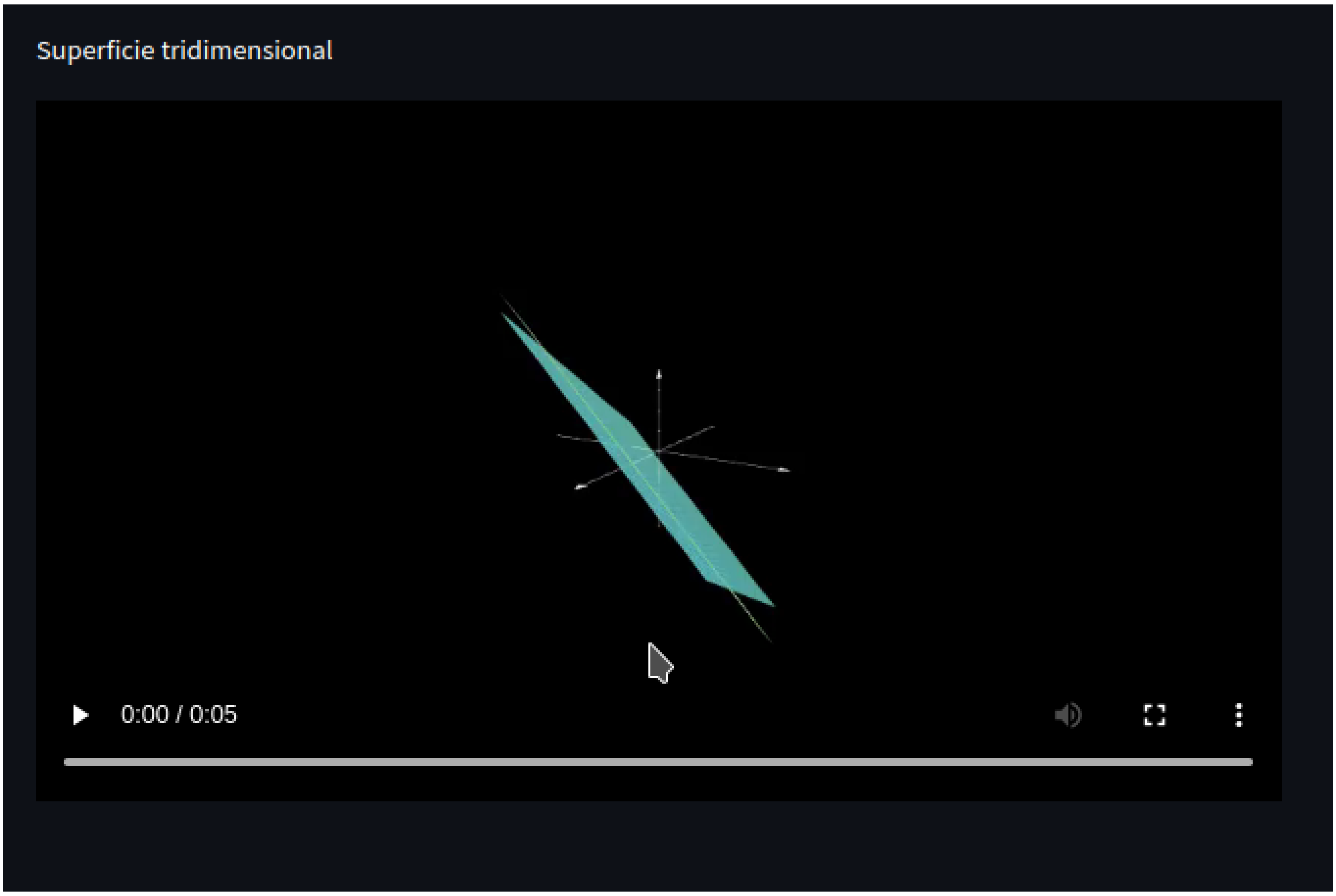
Luego debe rellenar la matriz de coeficientes de las restricciones, así como los valores independientes de las mismas. En este caso particular no hay restricciones de desigualdad, por tanto solo deberá completar con los valores de A_{eq} y b_{eq}. Tambié se requieren los valores de c, o sea, los coeficientes de la función objetivo.

Por último por cada variable deberá completar los límites de las mismas. Notará que por defecto aparecen unos valores ya en estas casillas, que serían el valor mínimo y máximo de número, representando el infinito en ambas direcciones. Por tanto si alguna variable no está limitada en alguna dirección podrá dejar la casilla tal cual aparece, como es el caso de este problema, donde solamente se conoce el límite inferior de cada variable, que es *0* en cada caso.

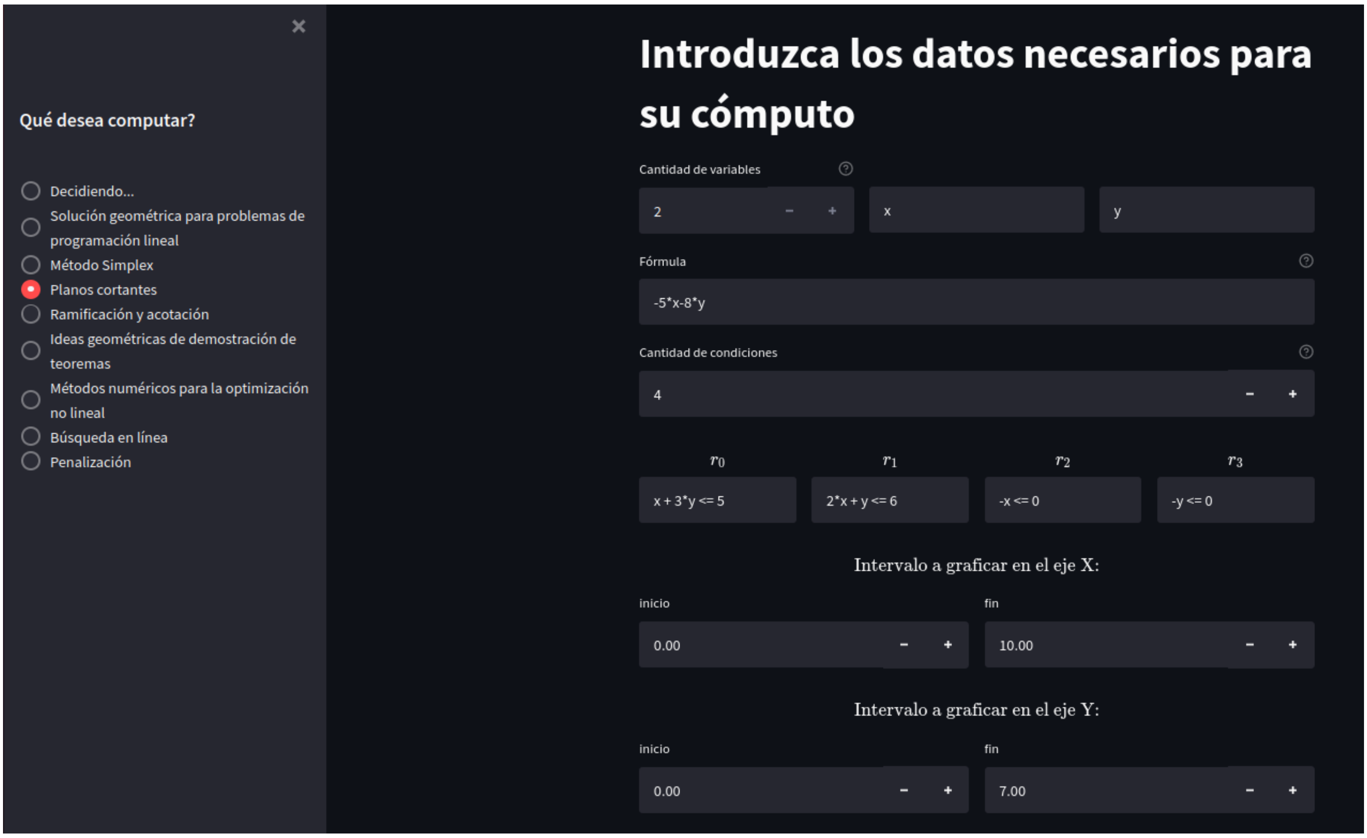
Antes de ejecutar el programa de solución, se muestra una breve explicación de lo que obtendrá después del cómputo: *El archivo multimedia que se mostrará tras presionar el botón de Computar, representa la interpretación geométrica del área de puntos factibles del problema y de las soluciones factibles que genera Simplex en cada iteración. Dichas soluciones se mostrarán como puntos amarillos. En caso de obtener un óptimo del problema, el punto se mostrará rojo. Si el problema consta de solo 3 variables, también se realizará una graficación en 3D del mismo.*

Los resultados serán de la siguente forma:



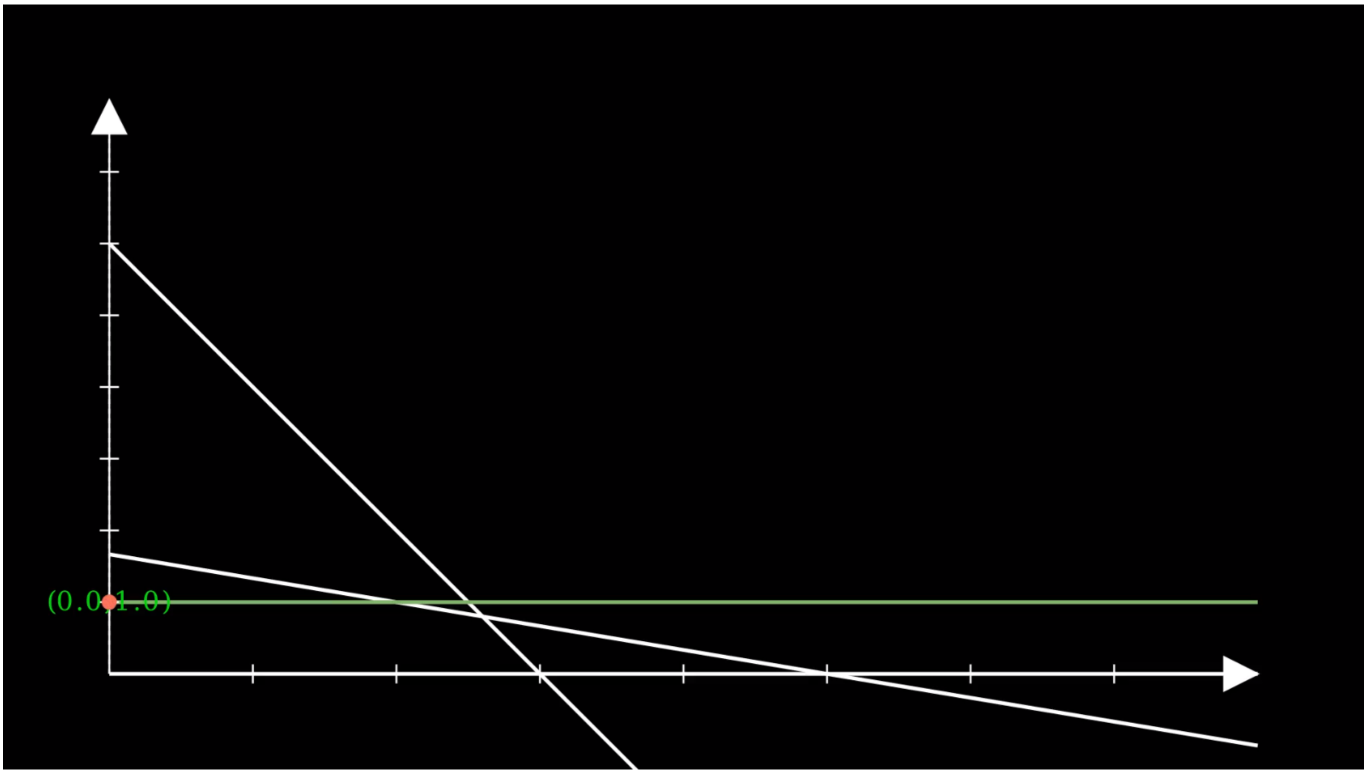


Planos Cortantes



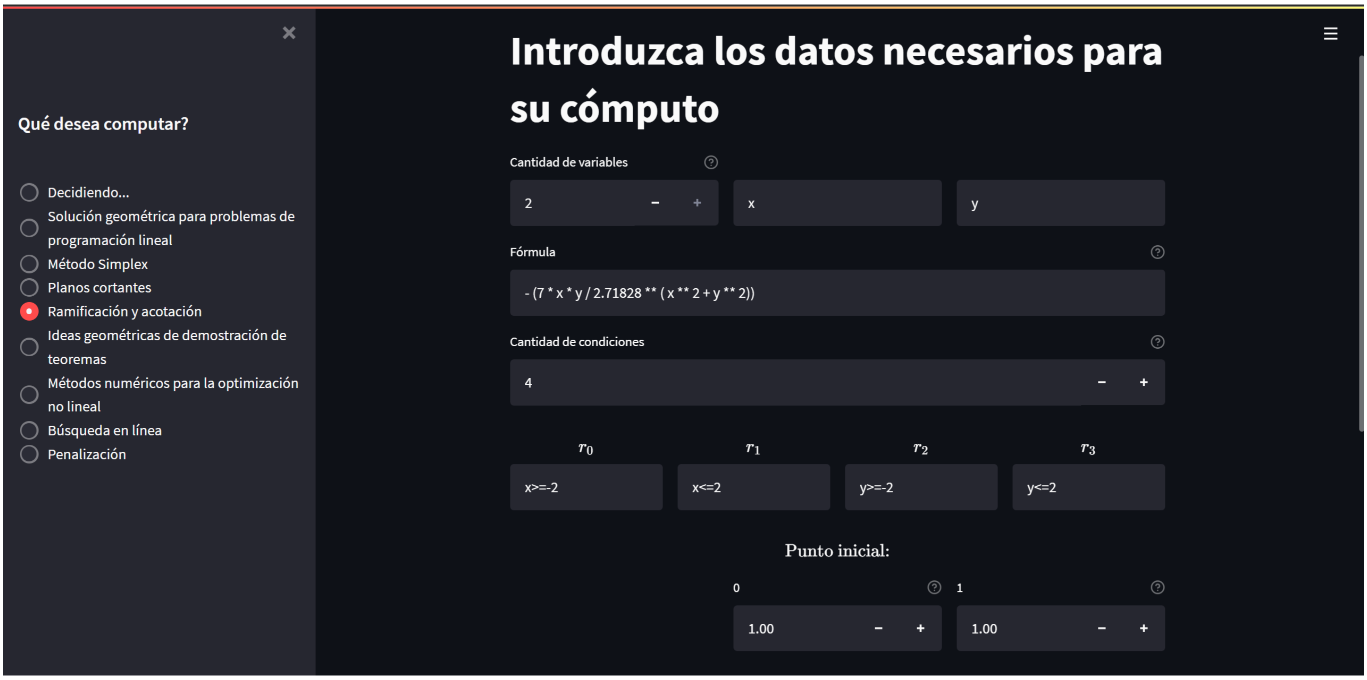
Los datos necesarios son las variables con las que se trabajará, así como las restricciones y función a optimizar para dichas restricciones. También debe especificarse la matriz *A*, y los vectores *b* y *c* tal que el problema se exprese de la forma $\min cx ~~\text{s.a.}~Ax\leq b$.

Al acabar, con el botón **Computar** se mandará a ejecutar el algoritmo de minimización y el renderizado de la escena con Manim. Una vez todo esto concluya(puede tomar varios segundos) se reproducirá el video resultante de graficar el problema con sus restricciones, eje de coordenadas, cortes generados, y el punto óptimo así como sus coordenadas.



Ramificación y acotación

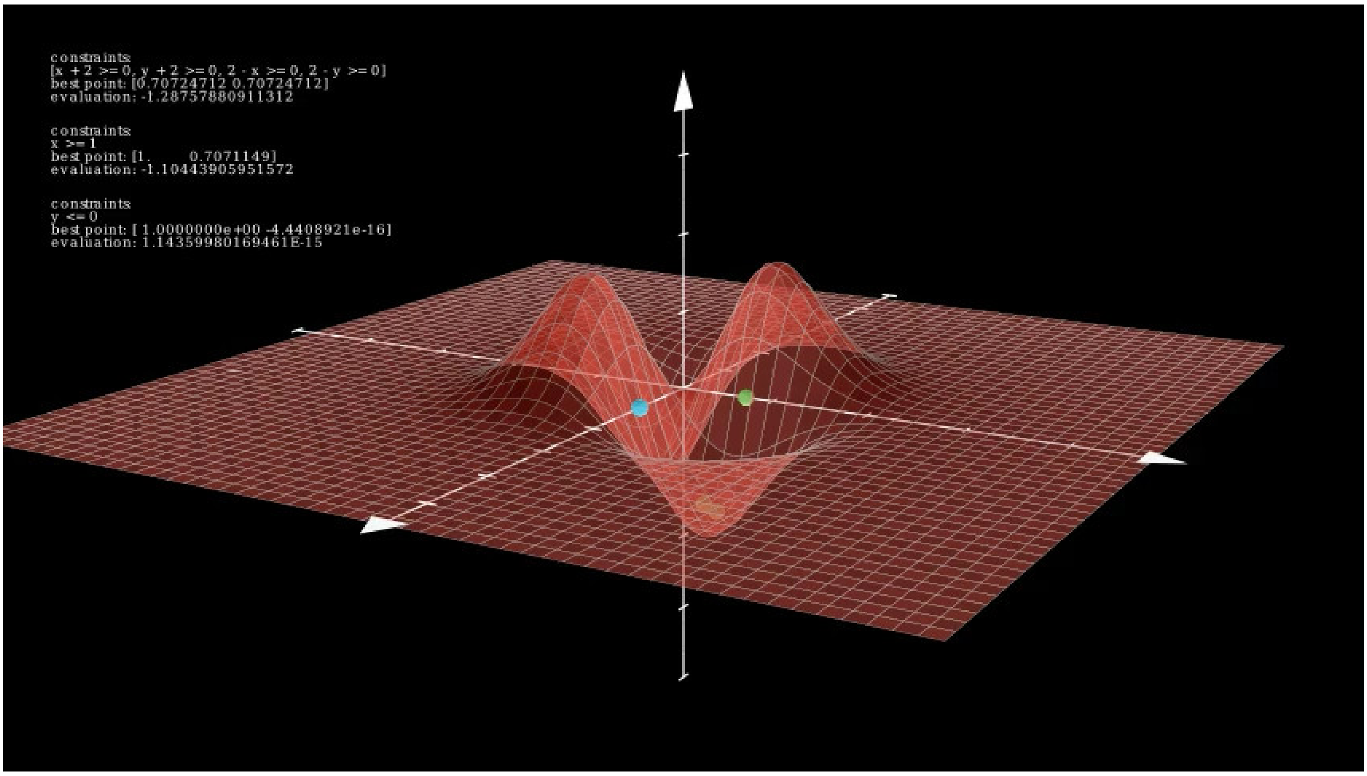
Para realizar una animación del método de ramificación y acotación se deben rellenar los distintos campos en la sección de *Ramificación y acotación* de la aplicación, a continuación se muestra un ejemplo:



Este corresponde a un problema en el que se desea minimizar la función $$- (7 * x * y / 2.71828 ^ {(x ^ 2 + y ^ 2))}$$ y posee 4 restricciones: $$x >= -2, y >= -2, x <= 2, y <= 2$$ Resaltar que no se deben dejar campos en blanco.

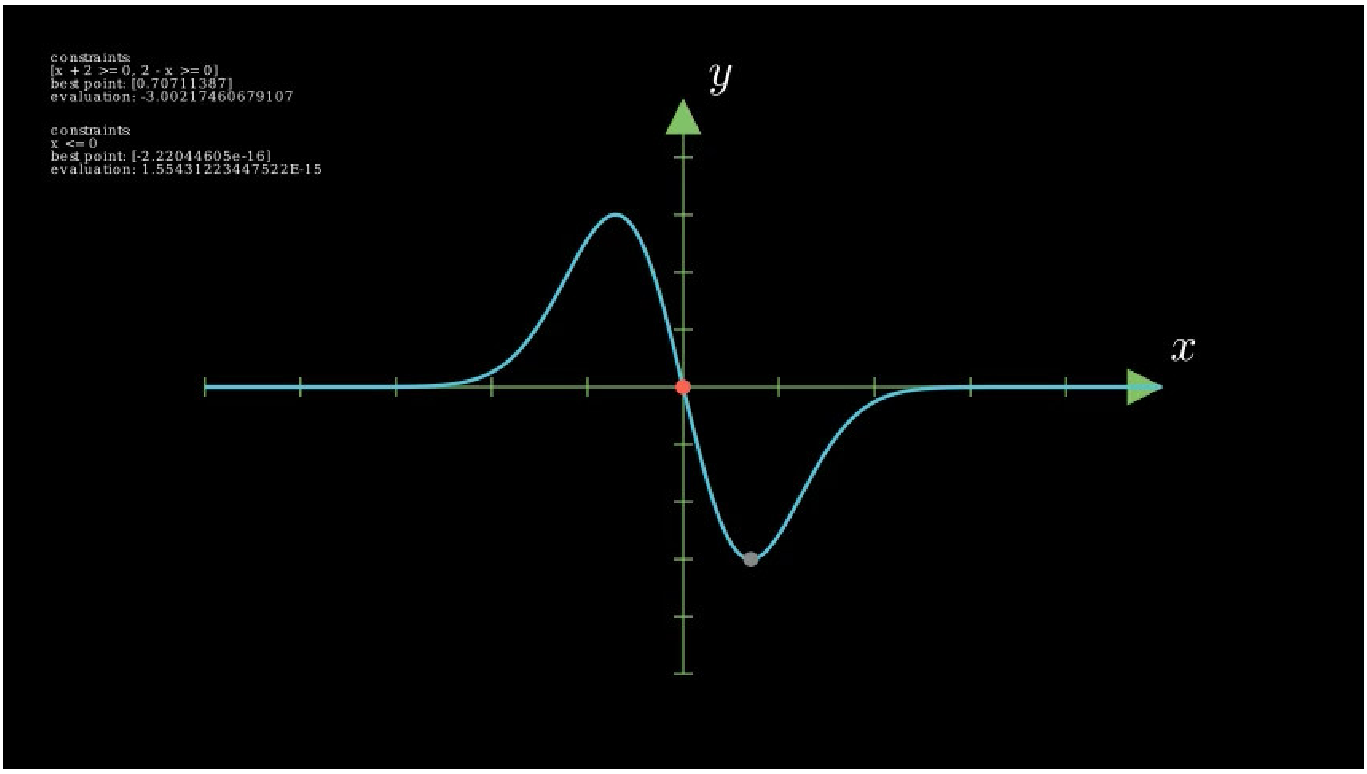
El resto de campos que se deben rellenar es el punto inicial que se utilizará en el algoritmo para encontrar una aproximación al punto mínimo, además se debe proporcionar el rango en los ejes que se desea graficar, en el ejemplo anterior es $[-5, 5]$ para ambos ejes. No olvidar que se debe definir el grosor de línea que se desea utilizar.

Este caso en concreto nos arrojaría la gráfica siguiente.



Se puede apreciar la superficie que define la función en el centro de la animación y en la esquina superior izquierda van apareciendo las distintas restricciones que se van agregando al problema para conseguir una solución mínima con variables enteras. El punto azul en la gráfica es el punto actual analizado mientras que los verdes son puntos chequeados con anterioridad.

En cambio si modificamos el problema para que posea una sola variable obtendremos una animación como el siguiente ejemplo:

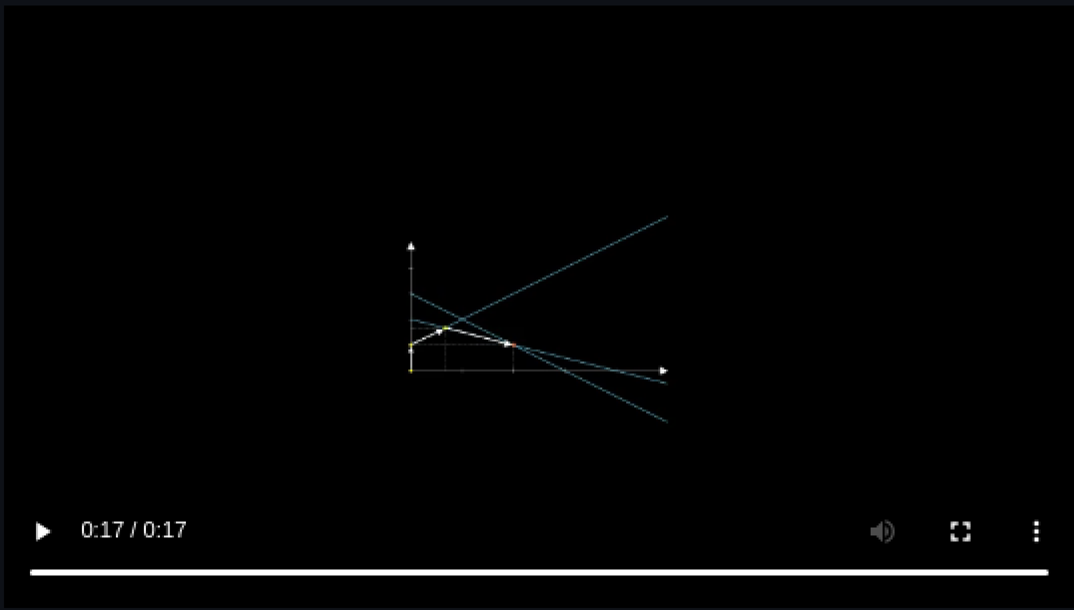


Ideas geométricas para la demostración de teoremas

Esta página es diferente de las demás, en el sentido de que no será necesario que usted como usuario complete ninguna información. En la página aparece una lista con algún teorema o algoritmo, como se muestra en la siguiente figura:

Puede marcar el que desee (aunque en este momento solo se cuenta con el algoritmo Simplex) y aparecerá una descripción de la idea geométrica detrás del mismo, así como un ejemplo donde se puede evidenciar lo explicado.

Véase este procedimiento en el siguiente ejemplo:



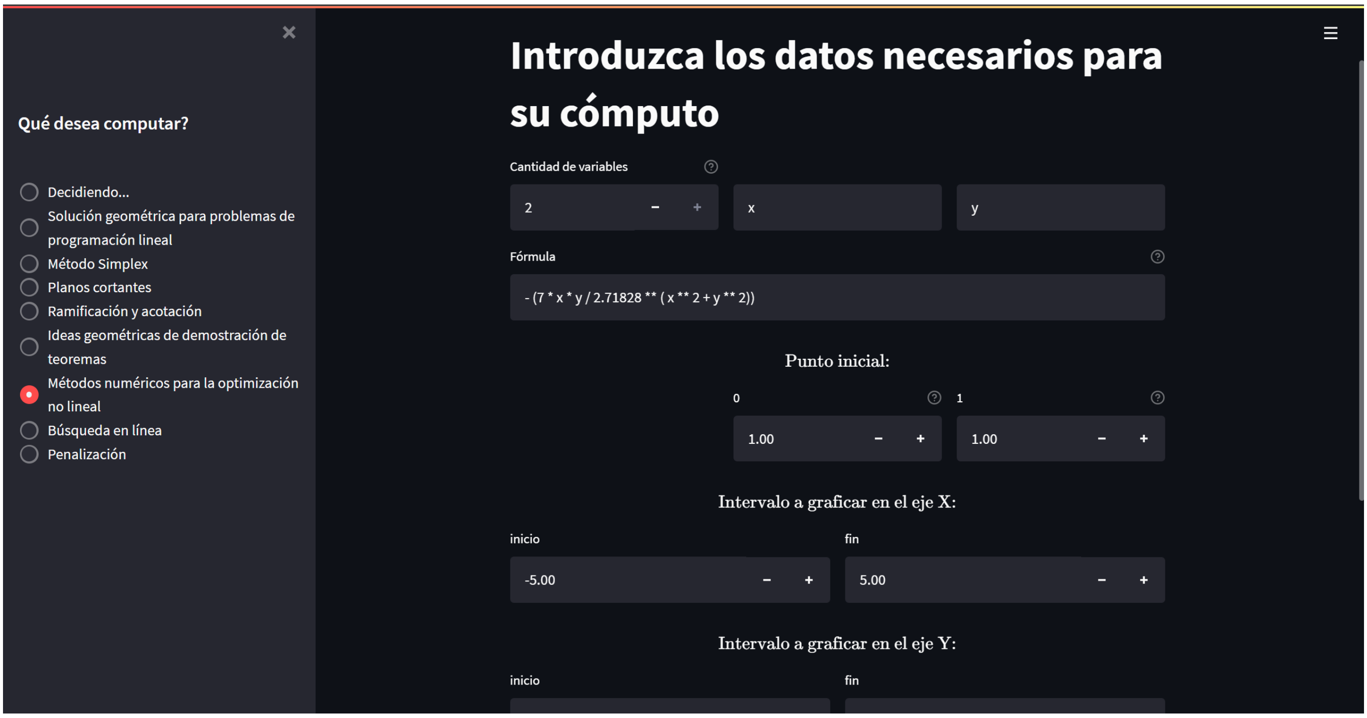
El video mostrado anteriormente responde al modelo de optimización lineal que se muestra a continuación:

$$
\begin{aligned}
min\, z = & -2x - 3y \\
s.a\;\; x + y & \leq 3 \\
x + 2y & \leq 4 \\
-x + y & \leq 1 \\
x, y & \geq 0
\end{aligned}
$$

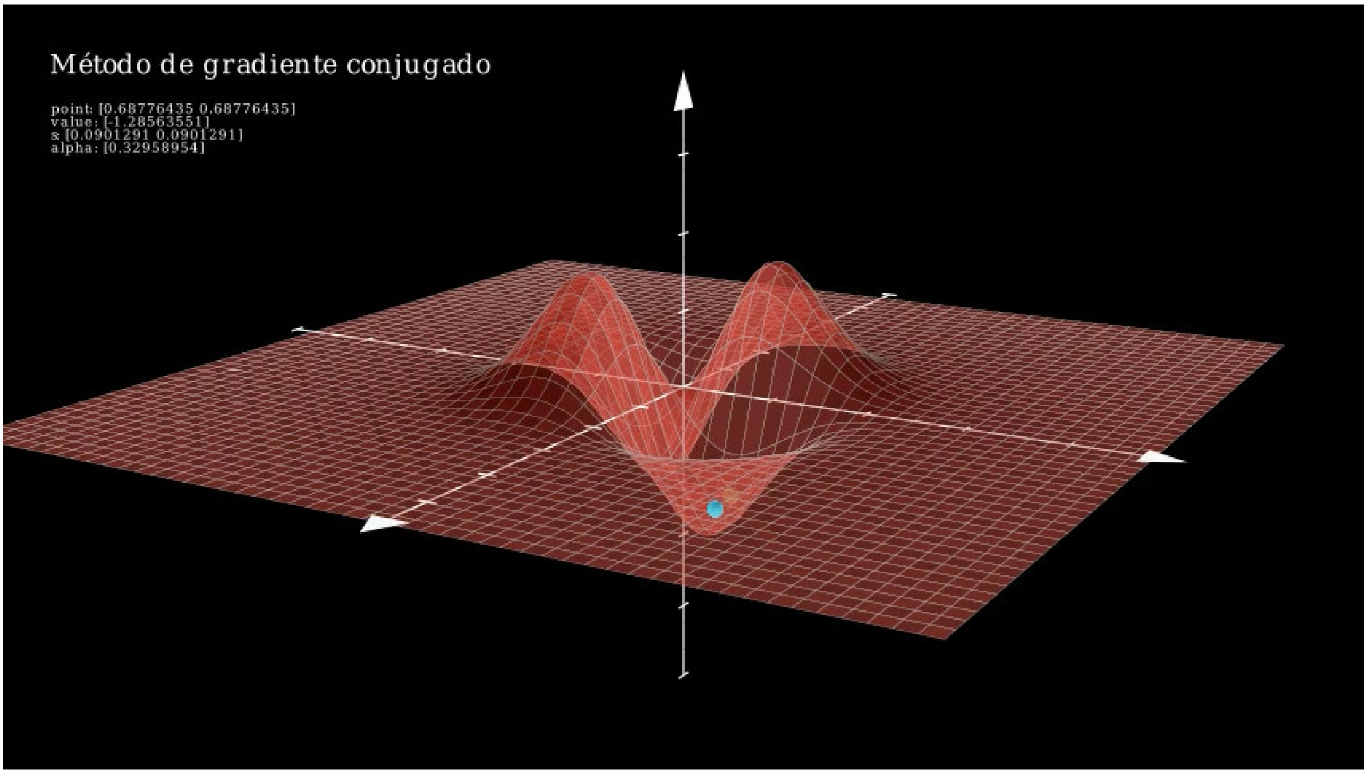
Las rectas aparecen en el mismo orden que se encuentran las restricciones. En el caso de este ejemplo, se obtiene una respuesta óptima en solo 4 iteraciones, en el punto (2,1). Si desea hacer uso de esta herramienta, puede hacerlo a través de la opción en la barra lateral que declara **Método Simplex**.

Métodos numéricos para la optimización no lineal

Para realizar una animación del Método del gradiente, Método del gradiente conjugado y el Método de Newton se deben rellenar los campos de la sección *Métodos numéricos para la optimización no lineal* de la aplicación. A continuación se muestra un ejemplo de como se pudiesen rellenar estas líneas:

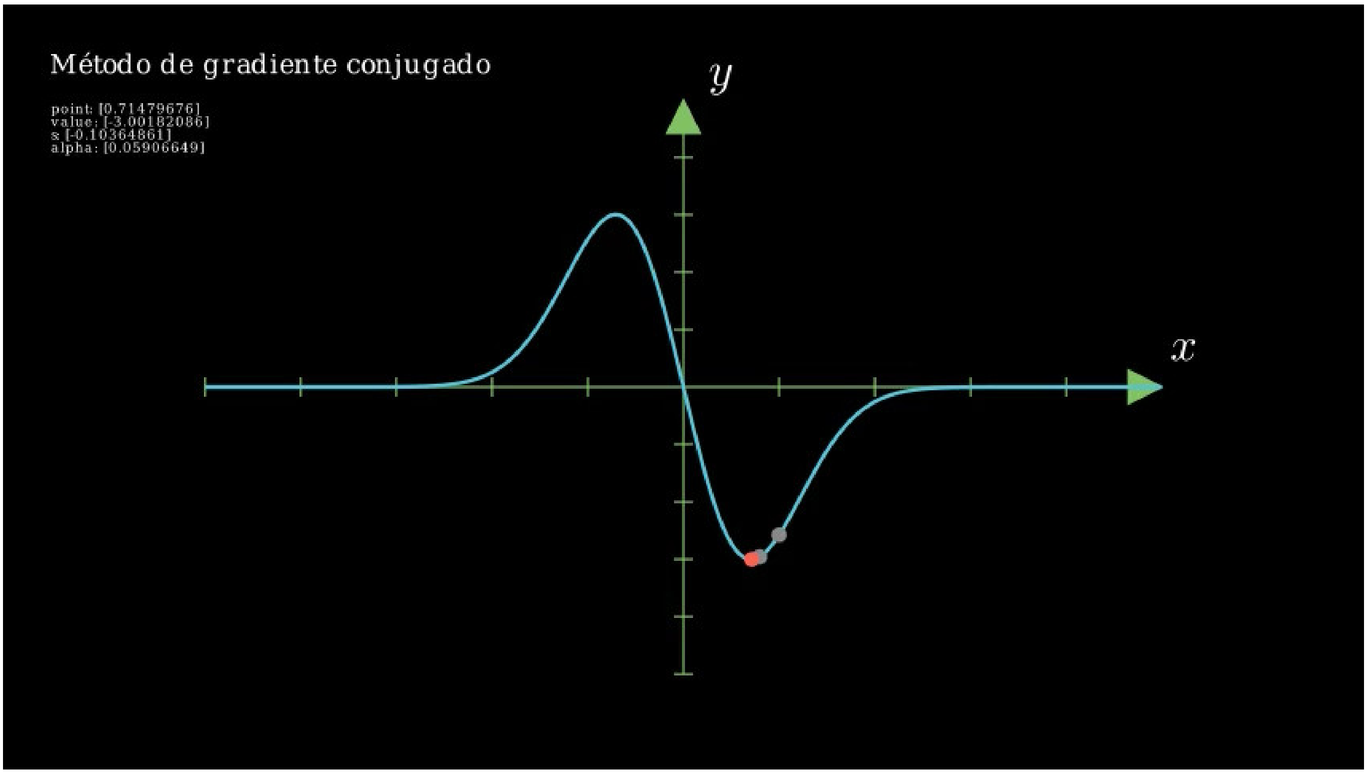


Este ejemplo representa la misma función a minimizar mostrada en la sección *Ramificación y acotación* de este manual de usuario con la característica de que no posee restricciones en esta ocasión y se debe plantear la cantidad de ciclos máximos que se desean realizar para la obtención del mínimo valor en los distintos algoritmos. Al rellenar los distintos campos justo como se muestra en la imagen se generará una animación como la siguiente:



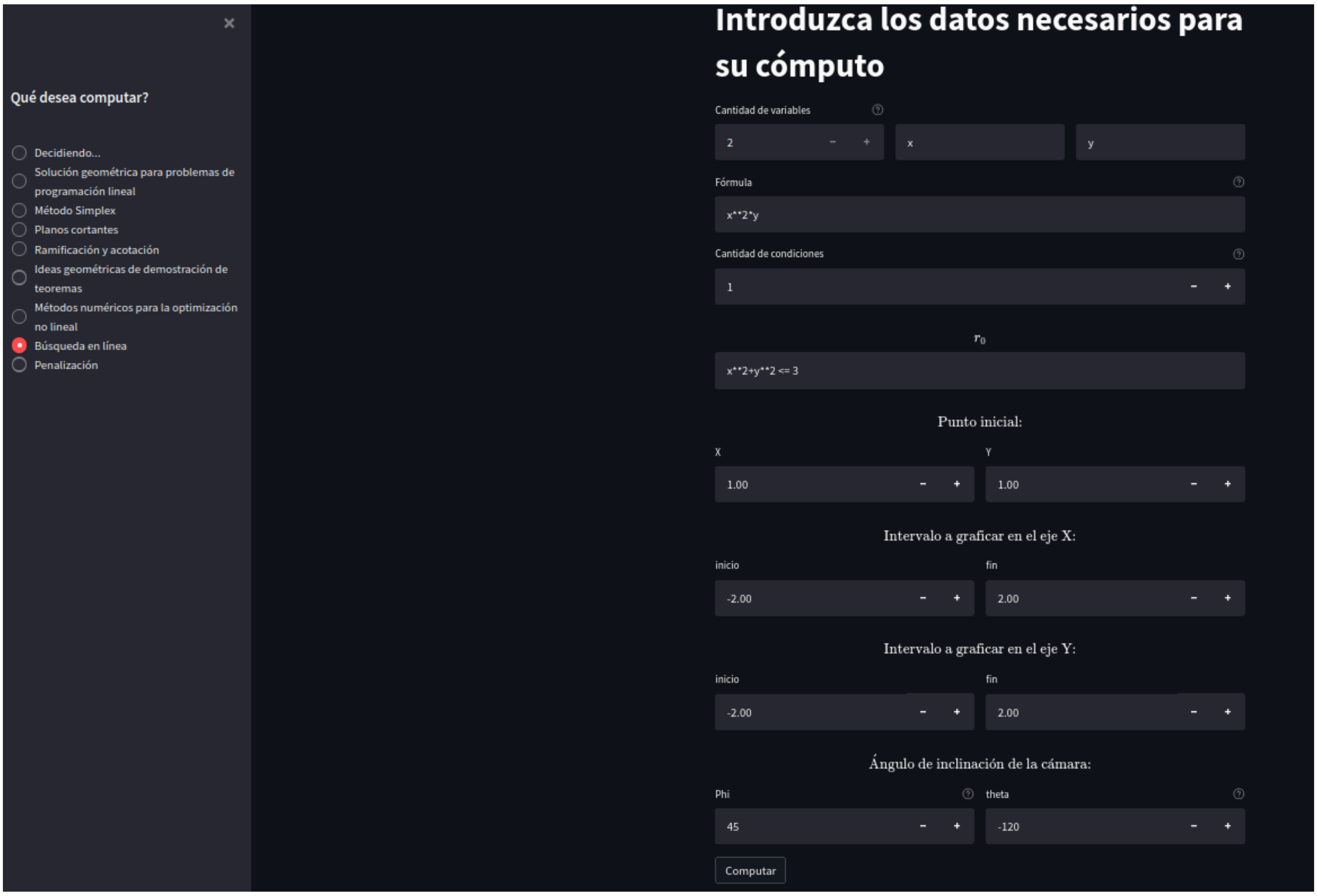
En donde podemos ir apreciando el recorrido de puntos que van realizando los distintos algoritmos a medida que van ejecutándose.

En cambio si lo modificamos para que posea una sola variable obtendremos una animación como el siguiente ejemplo:



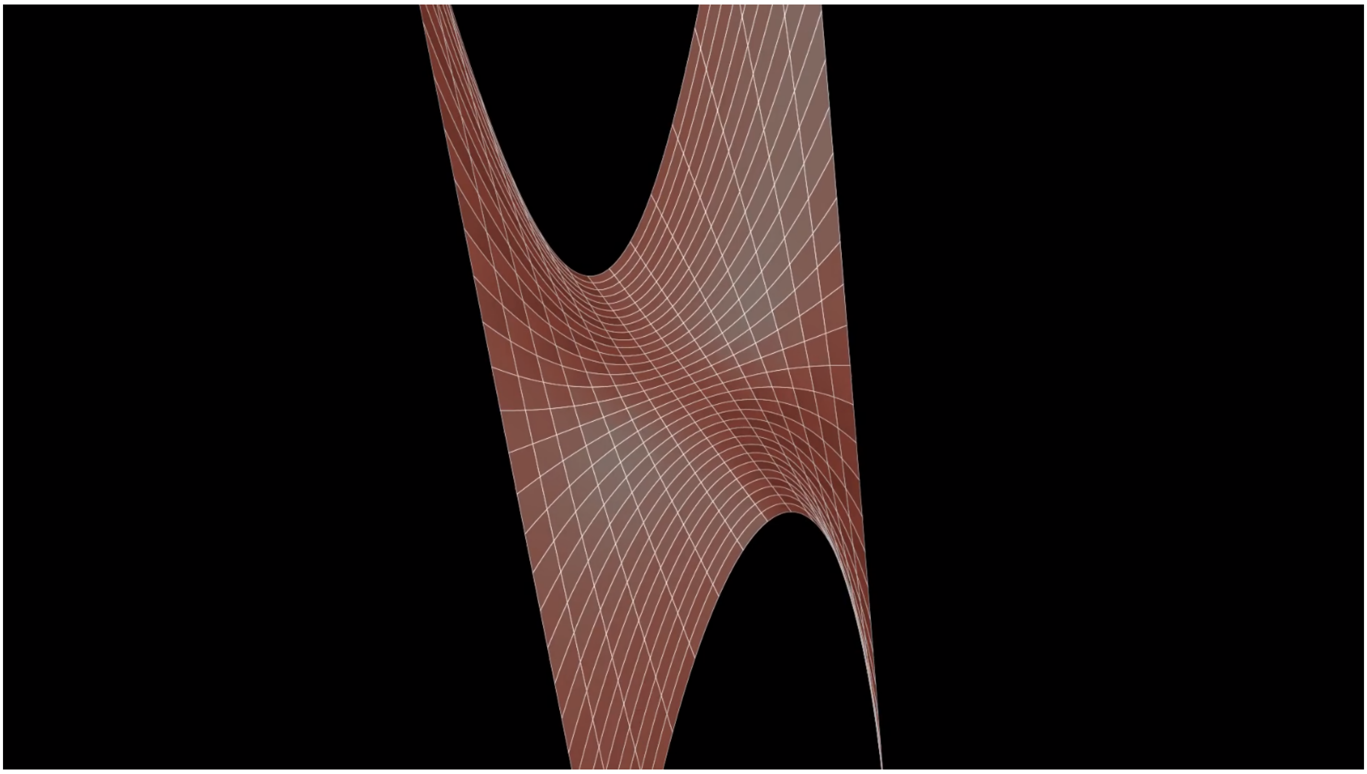
Búsqueda en línea

Este método permite especificar parámetros para ajustar el ángulo de la cámara, pues en muchas escenas es probable que la cámara quede obstruida totalmente por la función graficada, en cuyo caso la imagen será un recuadro completo de color rojo. También se debe tener cuidado al especificar el rango de las **x** y de las **y** que se quiere representar. De no tenerse en consideración estos parámetros, es altamente probable que el video renderizado o no contenga la zona de interés para el problema, o se vea totalmente obstruida la cámara por la función a optimizar.

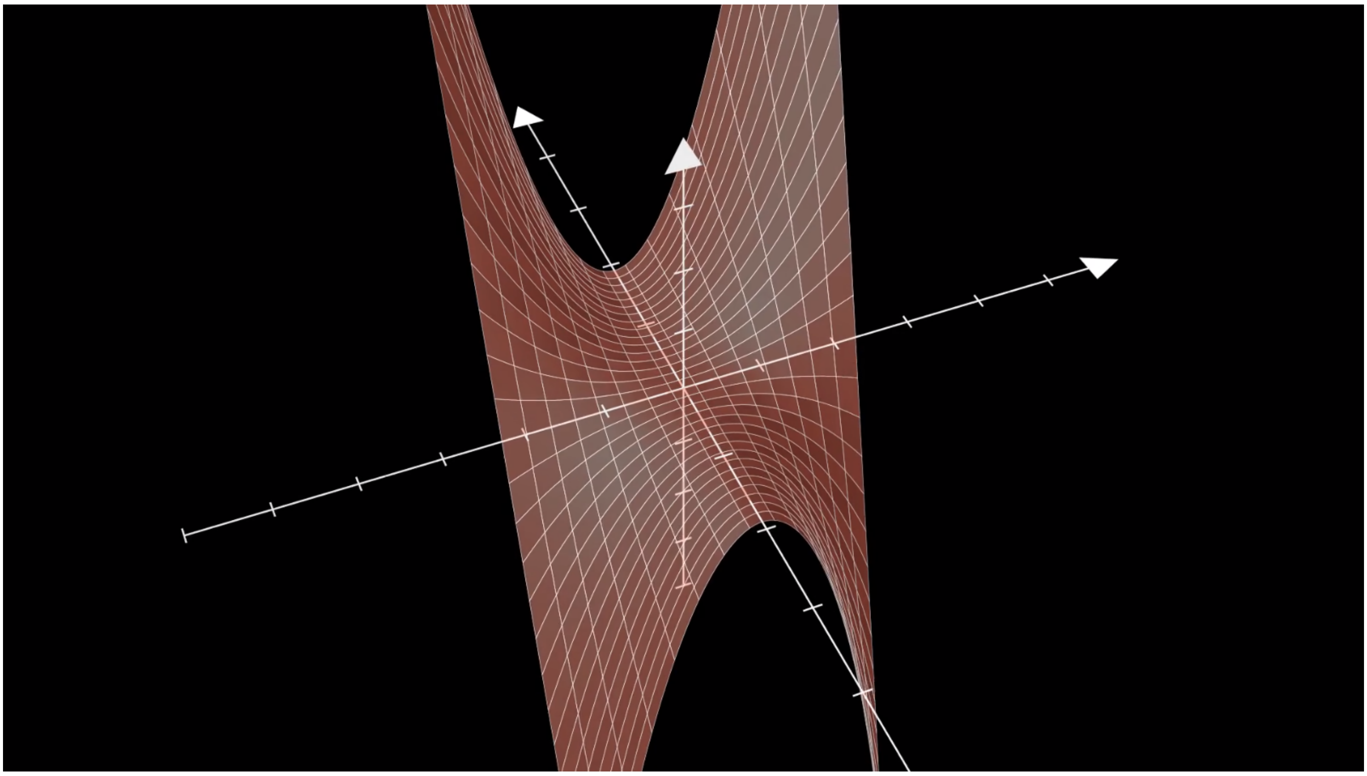


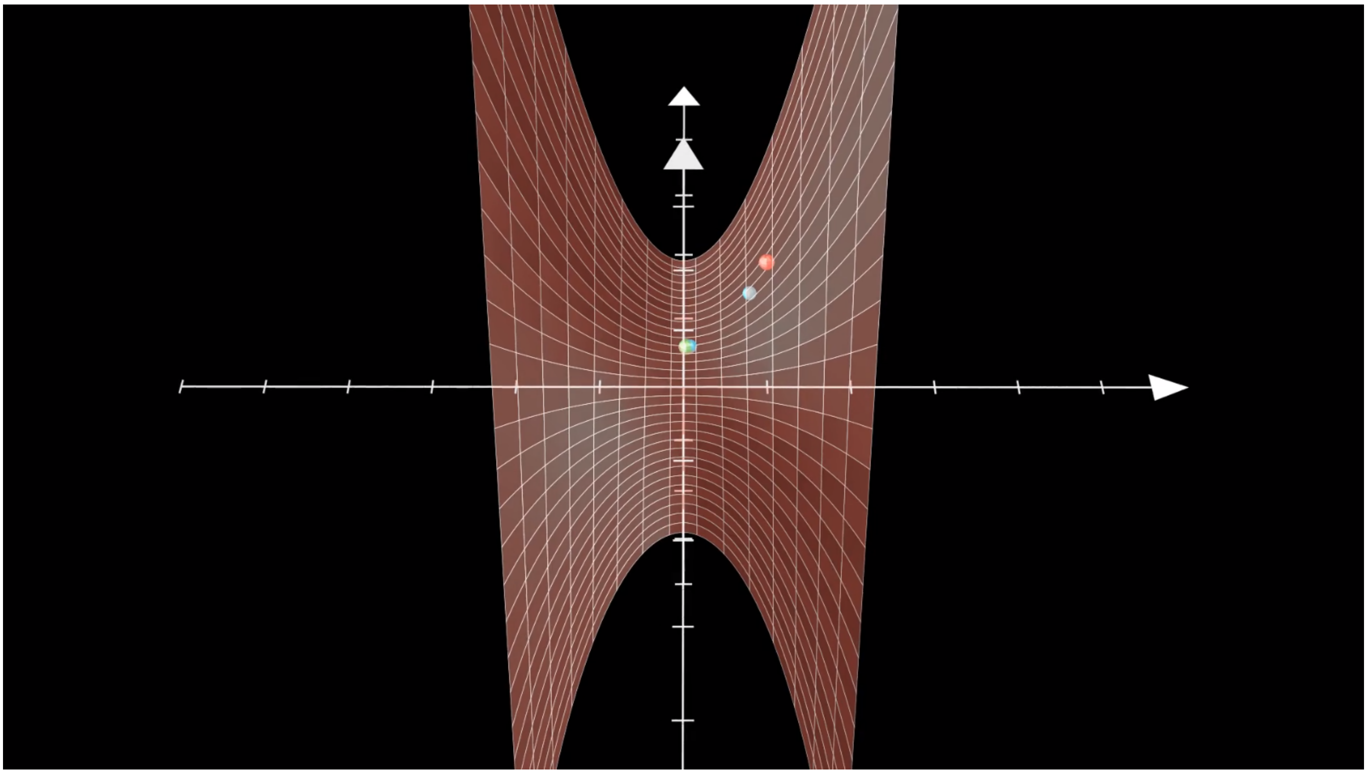
Una vez se esté seguro de la validez de los datos introducidos, con el botón computar se comenzará el algoritmo de optimización y posterior renderizado de la escena. Renderizar la escena en tres dimensiones puede tomar desde algunos segundos hasta varios minutos dependiendo de cuántas iteraciones se realizaron antes de llegar al óptimo, pues por cada iteración se agrega un nuevo punto a la escena.

Primeramente se plotea la función:



Se comienza graficando la función objetivo, y gradualmente se agregarán los ejes de coordenadas, así como los puntos, secuencialmente en el mismo orden en que son computados por las iteraciones. Además, debido a que en muchas ocasiones las funciones y los puntos serán difíciles de observar correctamente, la cámara girará alrededor de la escena lentamente según todo esto ocurre.



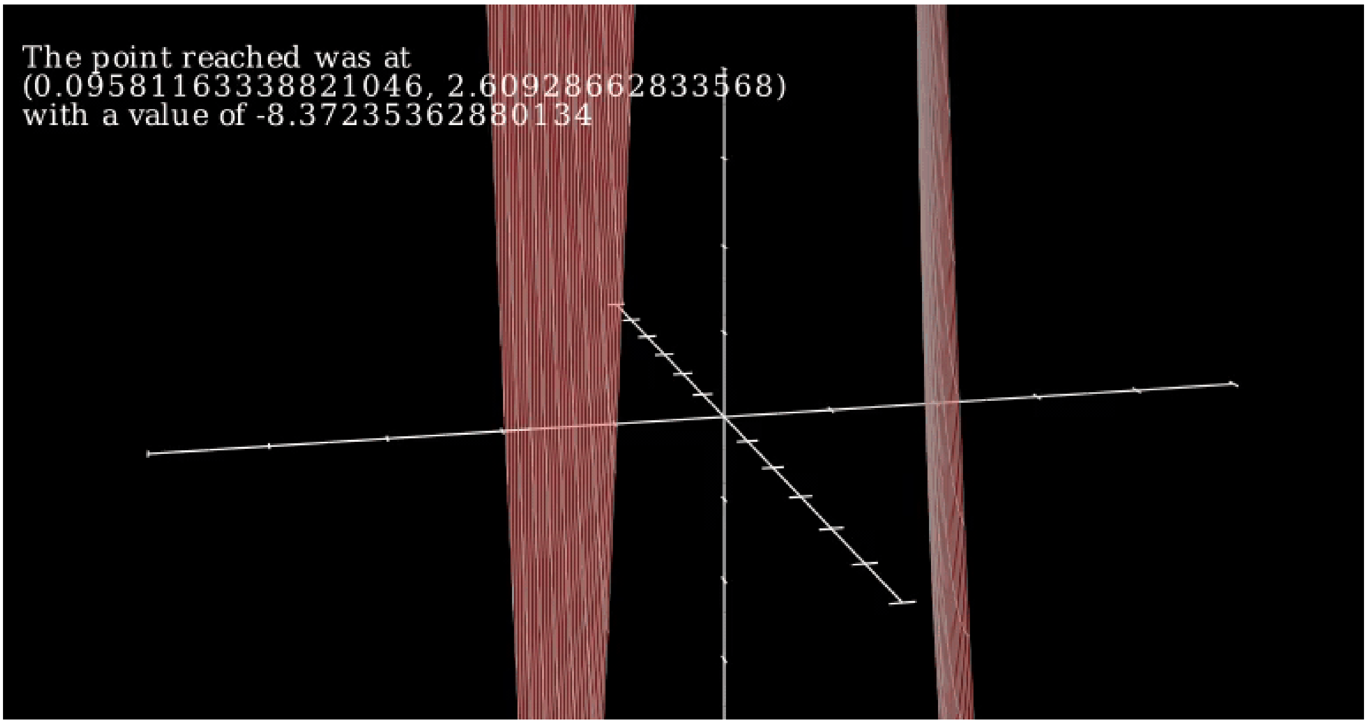


En color rojo, el punto inicial, especificado en los datos de entrada. En color azul, los puntos intermedios obtenidos, y finalmente en verde(parcialmente obstruido por otro punto azul en esta escena), el punto óptimo computado para la función, dadas las restricciones especificadas.

Penalización

A continuación mostramos un ejemplo predeterminado para el problema de Penalización. De esta forma se puede apreciar la forma en que se rellenan las casillas de los parámetros necesarios para ejecutarlo.

A continuación tenemos ejemplos de lo realizado.


The point reached was at
(0.095811633388821046, 2.609286628335 68)
with a value of -8.37235362880134