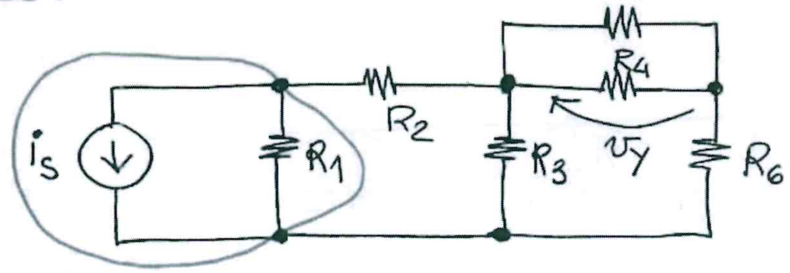
CIRCUITI A SCALA

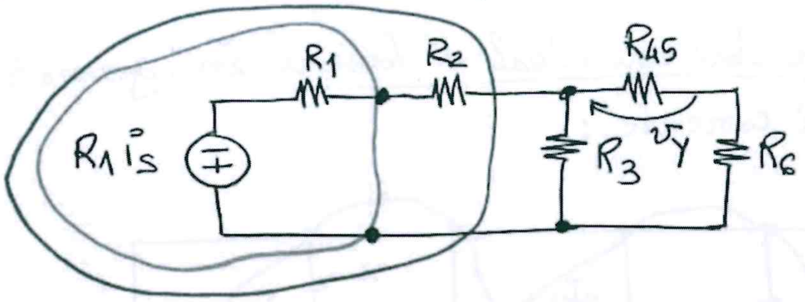
EX



$i_s = 5A$
$R_1 = 20\Omega$
$R_2 = 10\Omega$
$R_3 = R_4 = R_5 = 20\Omega$
$R_6 = 10\Omega$

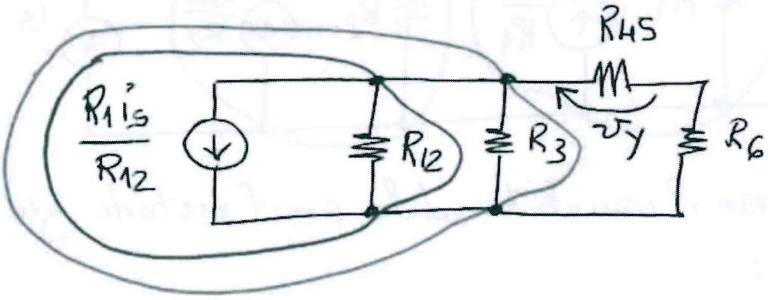
Determinare v_y.

I circuiti a scala si risolvono facilmente sfruttando le trasformazioni di sorgenti (opportunamente effettuate)



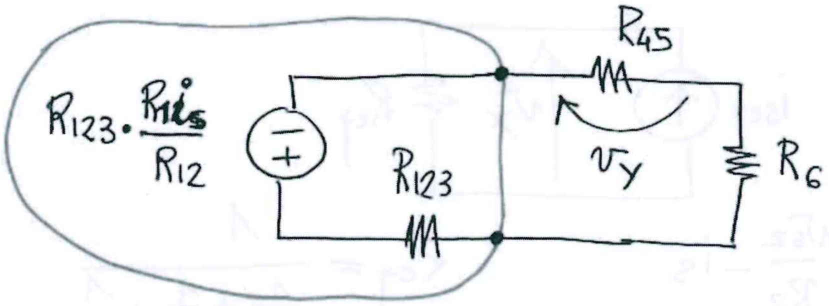
$R_{45} = R_4 // R_5 = 10\Omega$

$R_{12} = R_1 + R_2 = 30\Omega$



$R_{123} = R_{12} // R_3$

$= \frac{30 \cdot 20}{5\cancel{0}} = 12\Omega$



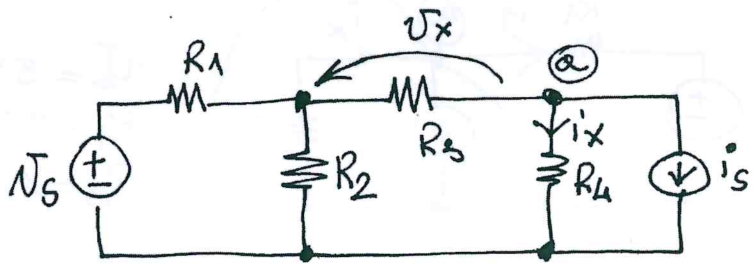
Partitore di tensione:

attenzione al segno $-$: vedi versi di v_y e di $R_{123} \cdot \frac{R_1 i_s}{R_{12}}$

$$v_y = - R_{123} \cdot \frac{R_1 i_s}{R_{12}} \cdot \frac{R_{45}}{R_{123} + R_{45} + R_6} =$$

$$= - \overset{4}{\cancel{12}} \cdot \frac{20 \cdot 5}{\cancel{30}} \cdot \frac{10}{12 + 10 + 10} = - \frac{\overset{5}{\cancel{40}} \cdot \overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{\cancel{16}_{2}}{\cancel{32}}} = - \frac{25}{2} V$$

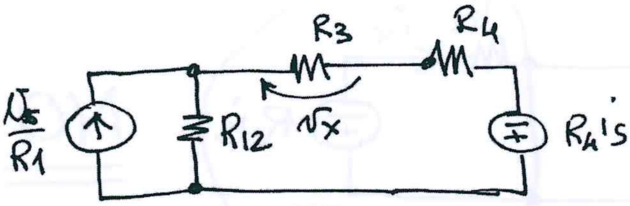
EX



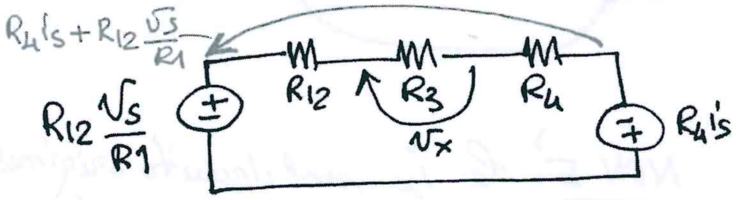
$v_S = 10\,V$
$i_S = 2A$
$R_1 = 2\Omega$; $R_2 = 8\Omega$
$R_3 = 1\Omega$; $R_4 = 3\Omega$

Determinare v_x, i_x.

Riconosco la topologia "a scala" del circuito, e quindi l'opportunità di semplificarlo attraverso trasformazioni opportune delle sorgenti:



$$R_{12} = R_1 // R_2 = \frac{2 \cdot 8}{10} = \frac{8}{5}\,\Omega$$



Partitore di tensione:

$$v_x = \left(R_4 i_S + R_{12}\frac{v_S}{R_1}\right) \cdot \frac{R_3}{R_{12}+R_3+R_4}$$

$$= \left(6 + \frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{5}}\frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{2}}\right)\frac{1}{\frac{8}{5}+1+3} =$$

$$= 14 \cdot \frac{1}{\frac{8+5+15}{5}} = \frac{14}{28} \cdot 5$$

$$= \frac{5}{2}\,A$$

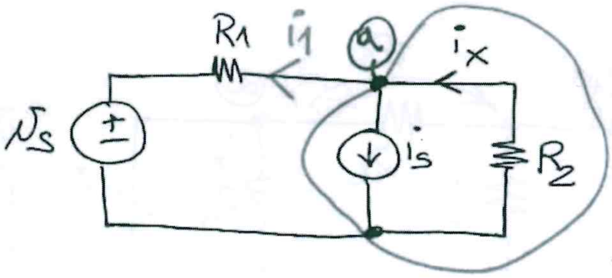
Per trovare i_x torno al circuito originario (infatti, nei circuiti trasformati, i_x non compare più)

KCL ⓐ: $$i_x = \frac{v_x}{R_3} - i_S$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{1} - 2 = \frac{1}{2}\,A$$

NOTA BENE: Per un circuito come questo, sarebbe una scelta poco opportuna usare il teorema di sovrapposizione degli effetti, che porterebbe ad un procedimento più lungo con maggiori probabilità di compiere errori.

EX



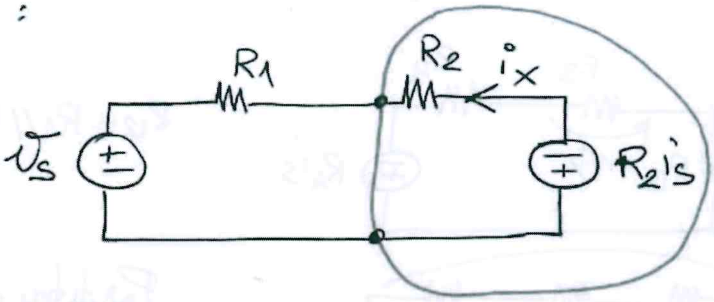
$v_s = 5V$; $i_s = 5A$

$R_1 = 2\Omega$

$R_2 = 4\Omega$

Determinare i_x

- CIRCUITO BINODALE GENERALIZZATO (vedi metodo di soluzione visto in precedenza)
- IN ALTERNATIVA, uno studente effettua la seguente trasformazione per ottenere un circuito equivalente per il calcolo di i_x:



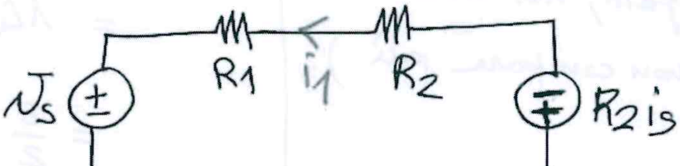
NO !

Dov'è l'errore?

La corrente i_x indicata NON È la i_x nel circuito originario.

Ricordare che l'equivalenza fra bipoli è ESTERNA, non interna.

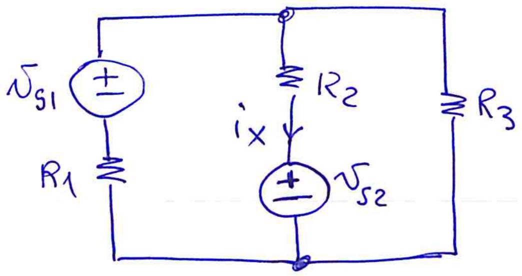
La corrente indicata è in realtà la i_1:



$$i_1 = \frac{-v_s - R_2 i_s}{R_1 + R_2} = \frac{-5 - 4 \cdot 5}{2 + 4} = -\frac{25}{6} \text{ A}$$

$$\text{KCL (a)}: \quad i_x = i_s + i_1 = 5 - \frac{25}{6} = \frac{5}{6} \text{ A}$$

EX |



$v_{S1} = 10\ V$

$v_{S2} = 5\ V$

$R_1 = 10\ \Omega$

$R_2 = 40\ \Omega$

$R_3 = 4\ \Omega$

Determinare $i_x = ?$

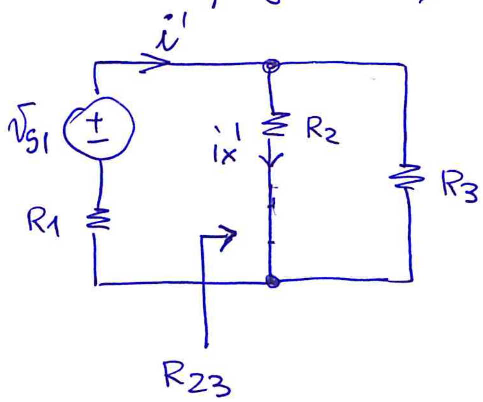
RISOLVERE CON:

I MODO | SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

II MODO | CIRCUITO BINODALE GENERALIZZATO (TRASF. SORGENTI)

I MODO |

• Spengo v_{S2}, acceso v_{S1}



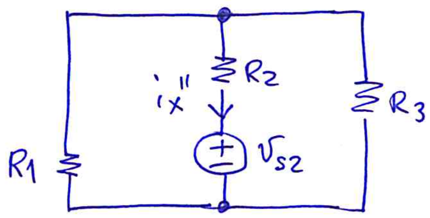
$$R_{23} = R_2 // R_3 = \frac{40 \cdot 4}{44} = \frac{40}{11}\ \Omega$$

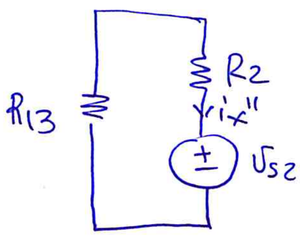
$$i' = \frac{v_{S1}}{R_1 + R_{23}} = \frac{10}{10 + \frac{40}{11}} = \frac{110}{150} = \frac{11}{15}\ A$$

Partitore:

$$i_x' = i' \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{\cancel{11}}{15} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{44}\ 4} = \frac{1}{15}\ A$$

• Spengo v_{S1}, acceso v_{S2}





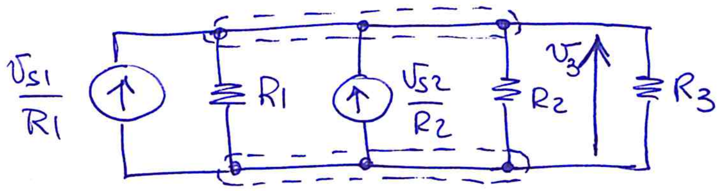
$$R_{13} = R_1 // R_3 = \frac{10 \cdot 4}{14} = \frac{20}{7}\ \Omega$$

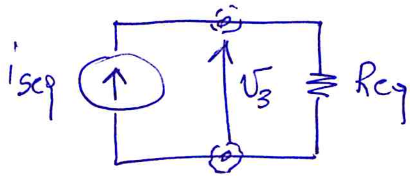
$$i_x'' = \frac{-v_{S2}}{R_2 + R_{13}} = \frac{-5}{40 + \frac{20}{7}} = \frac{-35}{280 + 20} = \frac{-35}{300} = -\frac{7}{60}\ A$$

• Sovrapposizione: $i_x = i_x' + i_x'' = \frac{1}{15} - \frac{7}{60} = \frac{4 - 7}{60} = -\frac{3}{60} = -\frac{1}{20}\ A$

$= -50\ mA$

II MODO





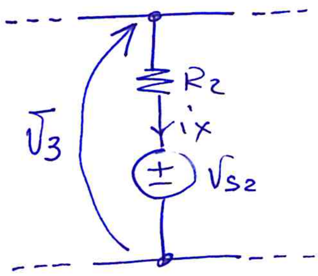
$$i_{seq} = \frac{v_{s1}}{R_1} + \frac{v_{s2}}{R_2}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

$$\Rightarrow \quad v_3 = R_{eq}\, i_{seq} = \frac{\frac{v_{s1}}{R_1}+\frac{v_{s2}}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

$$v_3 = \frac{\frac{10}{10}+\frac{5}{40}}{\frac{1}{10}+\frac{1}{40}+\frac{1}{4}} = \frac{1+\frac{1}{8}}{\frac{4+1+10}{40}} = \frac{9/8}{15/40} = \frac{9}{\cancel{15}_{3}}\,\frac{\cancel{40}^{5}}{8} = \frac{9}{3} = 3\,V$$

Torno al circuito iniziale (prima delle trasformazioni dei generatori non ideali di tensione):

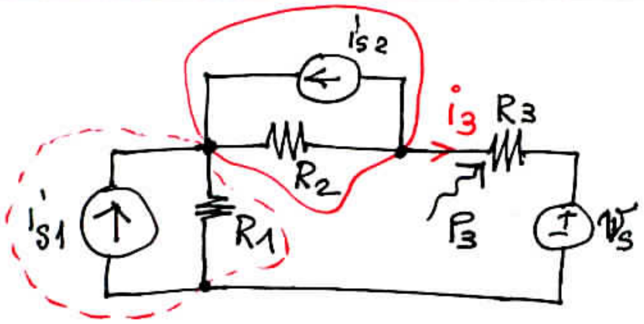


KVL:

$$v_3 - R_2 i_x - v_{s2} = 0$$

$$i_x = \frac{v_3 - v_{s2}}{R_2} = \frac{3-5}{40} = -\frac{1}{20}\,A = -50\,mA$$

EX



$i_{s1} = i_{s2} = 2\,A$

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 6\,\Omega$

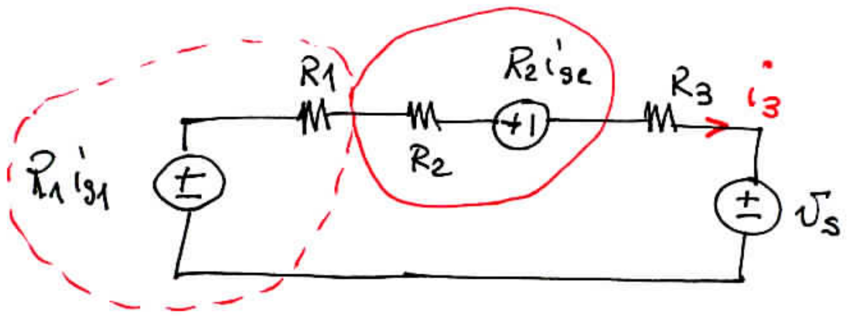
$R_3 = 24\,\Omega$

$v_s = 10\,V$

Determinare la potenza p_3

1° modo (preferibile!)

Con due trasformazioni di sorgente, riesco ad ottenere un circuito con un solo percorso chiuso, equivalente ai fini del calcolo di i_3



$$i_3 = \frac{R_1 i_{s1} - R_2 i_{s2} - v_s}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20 - 12 - 10}{10 + 6 + 24} = -\frac{2}{40} = -\frac{1}{20}\,A$$

$$p_3 = R_3 i_3^2 = 24 \cdot \left(-\frac{1}{20}\right)^2 = 60 \cdot 10^{-3} = 60\,mW$$

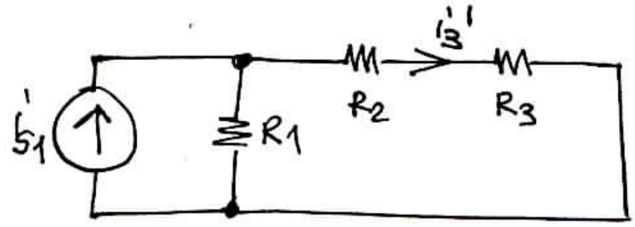
2° modo

Applico la sovrapposizione degli effetti per trovare

$$i_3 = i_3' + i_3'' + i_3'''$$

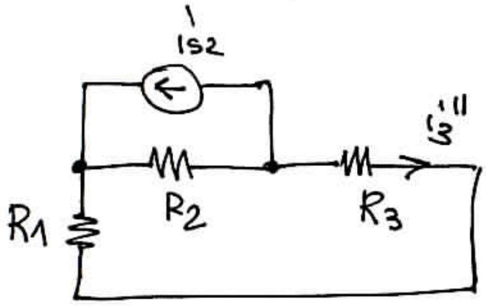
Nota bene: $p_3 \neq p_3' + p_3'' + p_3'''$!

I) AGISCE SOLO i'_{s1}; i'_{s2} & v_s SPENTI



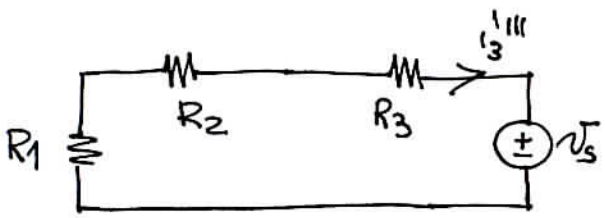
Partitore di corrente: $$i'_3 = i'_{s1} \cdot \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_3)} = 2 \cdot \frac{10}{10+6+24} = \frac{1}{2} A$$

II) AGISCE SOLO i'_{s2}; i'_{s1} & v_s SPENTI



Partitore di corrente: $$i'''_3 = -i'_{s2} \cdot \frac{R_2}{R_2 + (R_1 + R_3)} = -2 \cdot \frac{6}{10+6+24} = -\frac{3}{10} A$$

III) AGISCE SOLO v_s; i'_{s1} & i'_{s2} SPENTI

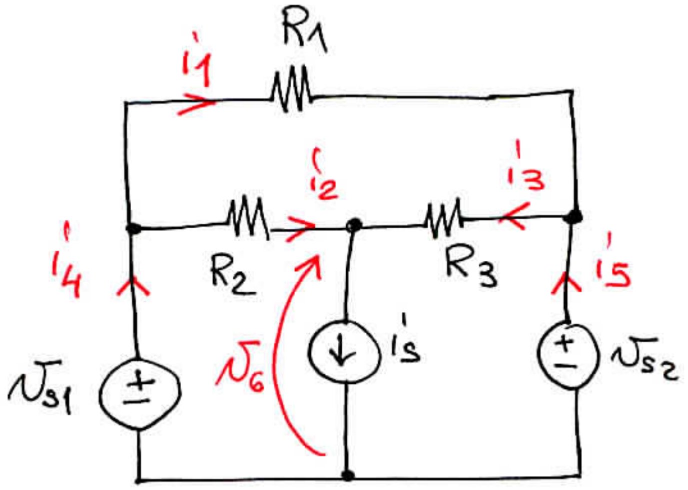


$$i'''_3 = \frac{-v_s}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{-10}{10+6+24} = -\frac{1}{4} A$$

Sovrapposizione: $$i'_3 = i'_3 + i''_3 + i'''_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{10-6-5}{20} = -\frac{1}{20} A$$

$$p_3 = R_3 i_3^2 = 60 \text{ mW}$$

EX



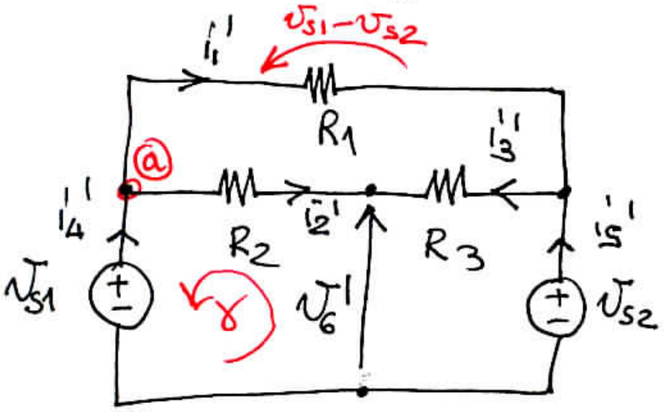
$v_{s1}=10V$
$v_{s2}=5V$
$i_s=0{,}5\ A$
$R_1=R_2=10\Omega$
$R_3=5\Omega$

Determinare le POTENZE ENTRANTI in tutti i bipoli e verificare il teorema di Tellegen.

Definisco nel circuito (con verso arbitrario!) le grandezze che servono per calcolare le potenze: $i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, v_6$

Trovo queste grandezze applicando la sovrapposizione degli effetti:

I) AGISCE SOLO v_{s1} & v_{s2} ; i_s SPENTO



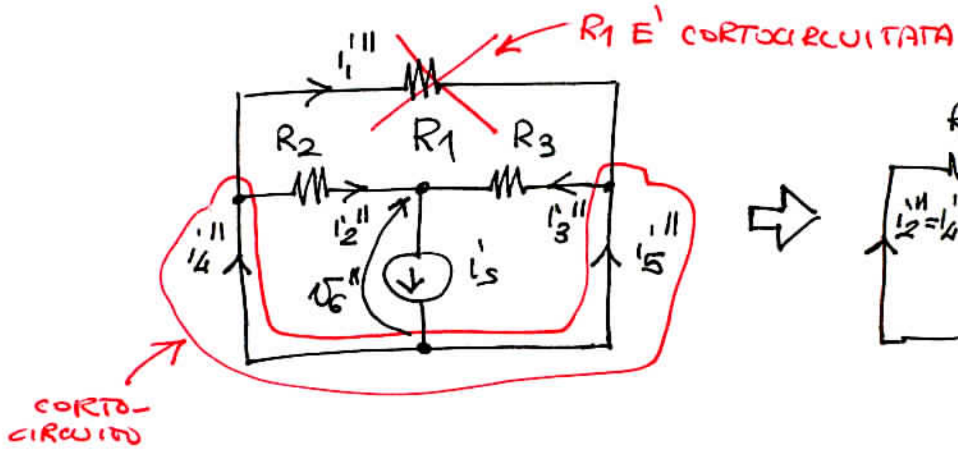
$$i_1' = \frac{v_{s1}-v_{s2}}{R_1} = \frac{1}{2}A$$

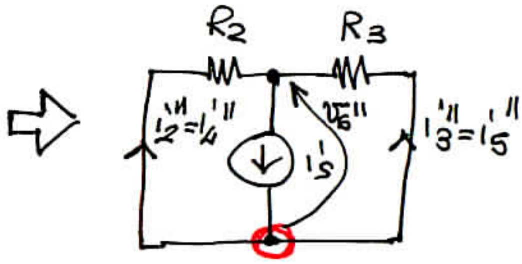
$$i_2' = -i_3' = \frac{v_{s1}-v_{s2}}{R_2+R_3} = \frac{10-5}{10+5} = \frac{1}{3}A$$

KCL ⓐ: $i_4' = -i_5' = i_1'+i_2' = \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{5}{6}\ A$

KVL γ: $v_6' = v_{s1} - R_2 i_2' = 10 - 10\cdot\frac{1}{3} = \frac{20}{3}\ V$

II) AGISCE SOLO i_S' ; v_{S1} & v_{S2} SPENTI





$$i_1''=0$$

$$i_2''=i_4''=i_S'\cdot\frac{R_3}{R_2+R_3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{10+5}=\frac{1}{6}\,A$$

$$i_3''=i_5''=i_S'\cdot\frac{R_2}{R_2+R_3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{10+5}=\frac{1}{3}\,A$$

$$v_6''=-R_2 i_2''=-10\cdot\frac{1}{6}=-\frac{5}{3}\,V$$

SOVRAPPOSIZIONE: $i_1=i_1'+i_1''=\frac{1}{2}\,A$

$$i_2=i_2'+i_2''=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\,A$$

$$i_3=i_3'+i_3''=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=0\,A$$

$$i_4=i_4'+i_4''=\frac{5}{6}+\frac{1}{6}=1\,A$$

$$i_5=i_5'+i_5''=-\frac{5}{6}+\frac{1}{3}=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}\,A$$

$$v_6=v_6'+v_6''=\frac{20}{3}-\frac{5}{3}=5\,V$$

POTENZE <u>ENTRANTI</u>:

$p_{vS1}=-v_{S1}\,i_4=-10\,W$ (EROGA)

$p_{vS2}=-v_{S2}\,i_5=-5\left(-\frac{1}{2}\right)=2{,}5\,W$ (ASSORBE)

$p_{i_S}=v_6\cdot i_S=5\cdot\frac{1}{2}=2{,}5\,W$ (ASSORBE)

$p_{R1}=R_1 i_1^2=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=2{,}5\,W$ (ASSORBE)

$p_{R2}=R_2 i_2^2=10\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=2{,}5\,W$ (ASSORBE)

$p_{R3}=R_3 i_3^2=0\,W$ (INERTE)

VERIFICA TELLEGEN: $-10+2{,}5+2{,}5+2{,}5+2{,}5+0=0$ $\boxed{OK}$