POLITECNICO DI MILANO

Elettrotecnica

Parte 11: Richiami di Campi elettromagnetici

Campi magnetici

Prof . Ing. Giambattista Gruosso, Ph. D.

Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

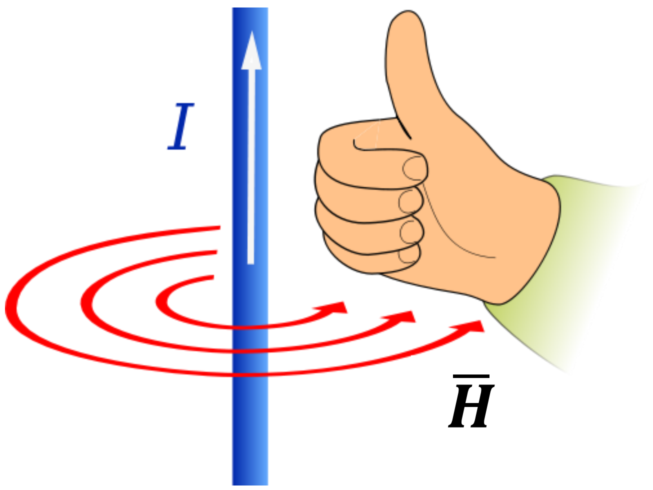
Campo magnetico $\bar{H}\ [\frac{A}{m}]$

Una corrente elettrica che percorre un conduttore filiforme, produce un campo magnetico è che proporzionale alla corrente stesa ed inversamente proporzionale alla distanza dal conduttore.

Il campo magnetico è un vettore che è tangente alle circonferenze centrate nel conduttore.

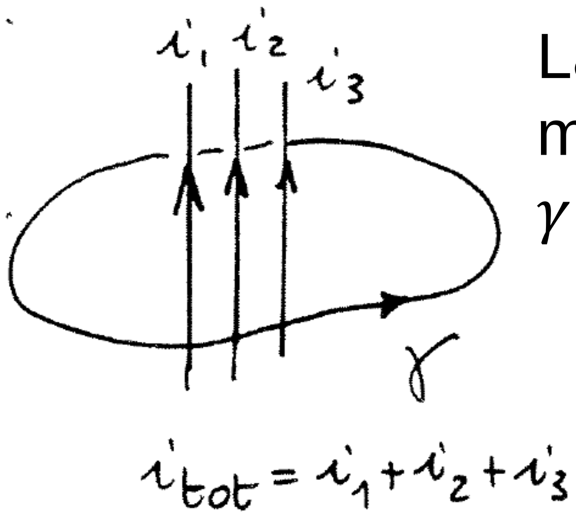
Il valore del campo è (legge do Biot-Savart)

$$\bar{H} = \frac{i}{2\pi r}\ \hat{t}$$



Prof. G. Gruosso

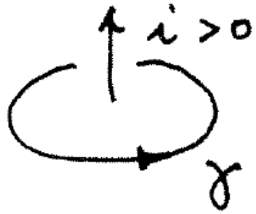
Legge di Ampere o della circuitazione



La circuitazione del campo magnetico lungo una curva chiusa γ è uguale alla corrente totale

$$\oint_{\gamma} \overline{H} \cdot d\,\hat{l} = i_{tot}$$

Il verso di i positivo segue la seguente regola:



Induzione magnetica (densità di flusso magnetico) $\bar{B}$ $[T]$ o $[\frac{Wb}{m^2}]$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$\bar{B} = \mu \, \bar{H}$$

$\mu = \mu_0 \mu_r$ permeabilità

μ_r permeabilità relativa

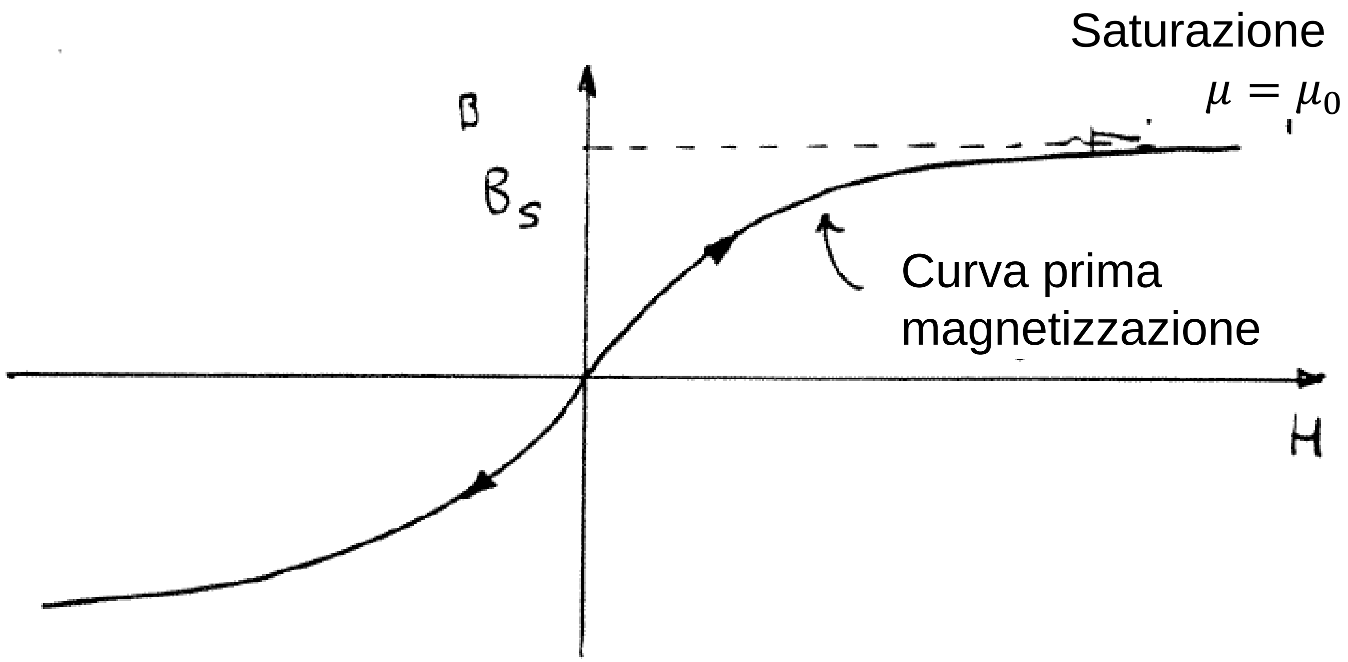
$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \, [\frac{H}{m}]$ permeabilità vuoto

In generale la permeabilità è non lineare

Induzione magnetica (densità di flusso magnetico) $\overline{B}$ $[T]$ o $[\frac{Wb}{m^2}]$

POLITECNICO DI MILANO

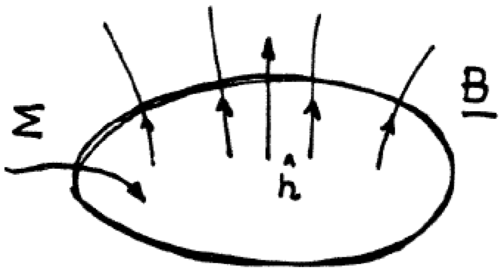
Prof. G. Gruosso



Flusso magnetico $\Phi\ [Wb]$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

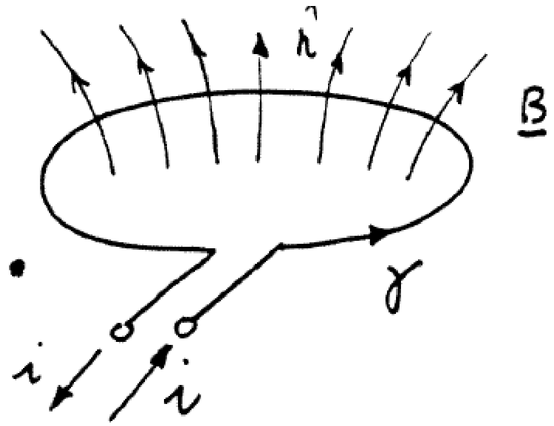


$$\Phi = \oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot \hat{n} d\sigma$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legame tra corrente e flusso



In un mezzo lineare si ha che

$$\bar{H} \propto i$$

$$\bar{B} \propto \bar{H}$$

$$\bar{\Phi} \propto \bar{B}$$

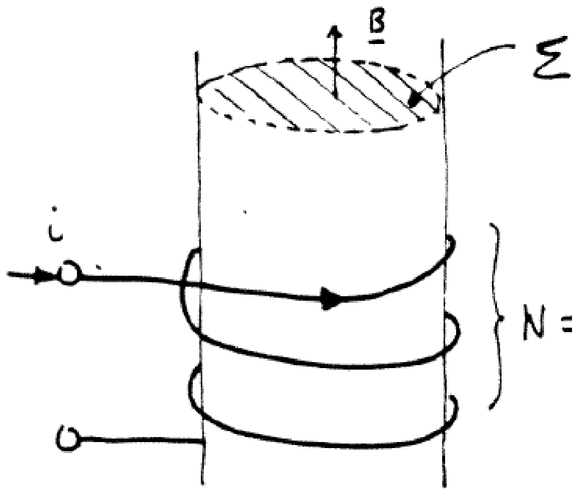
Per cui

$$\bar{\Phi} = L \cdot i$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Flusso e flusso concatenato



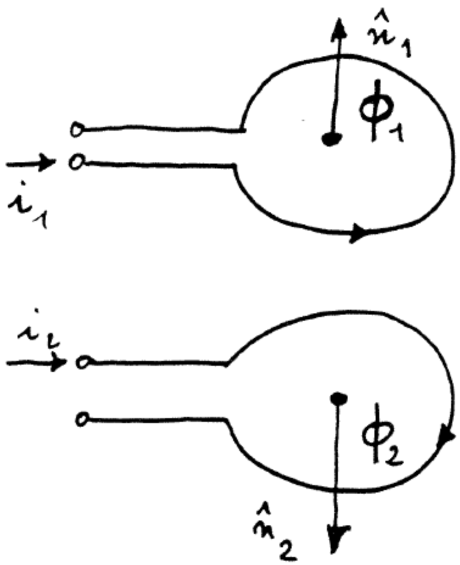
Flusso

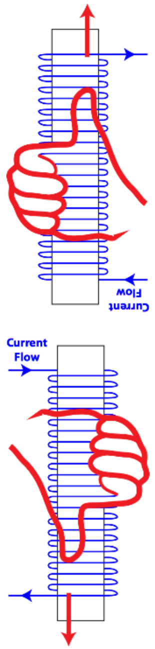
$$\Phi = \oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot \hat{n} d\sigma$$

Flusso concatenato

$$\Phi_{\text{tot}} = N \oint_{\Sigma} \bar{B} \cdot \hat{n} d\sigma$$

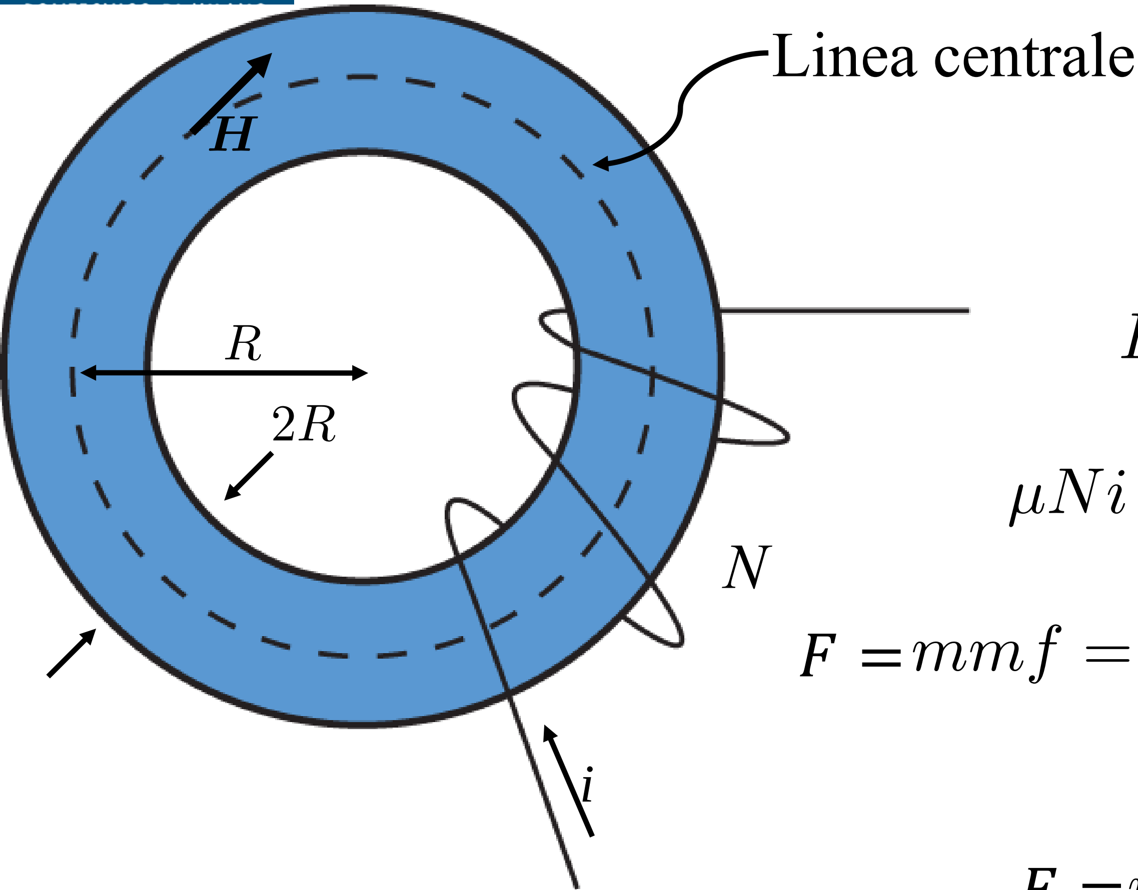
Convenzioni per il flusso





POLITECNICO DI MILANO
Prof. G. Gruosso

Calcolo di un solenoide toroidale



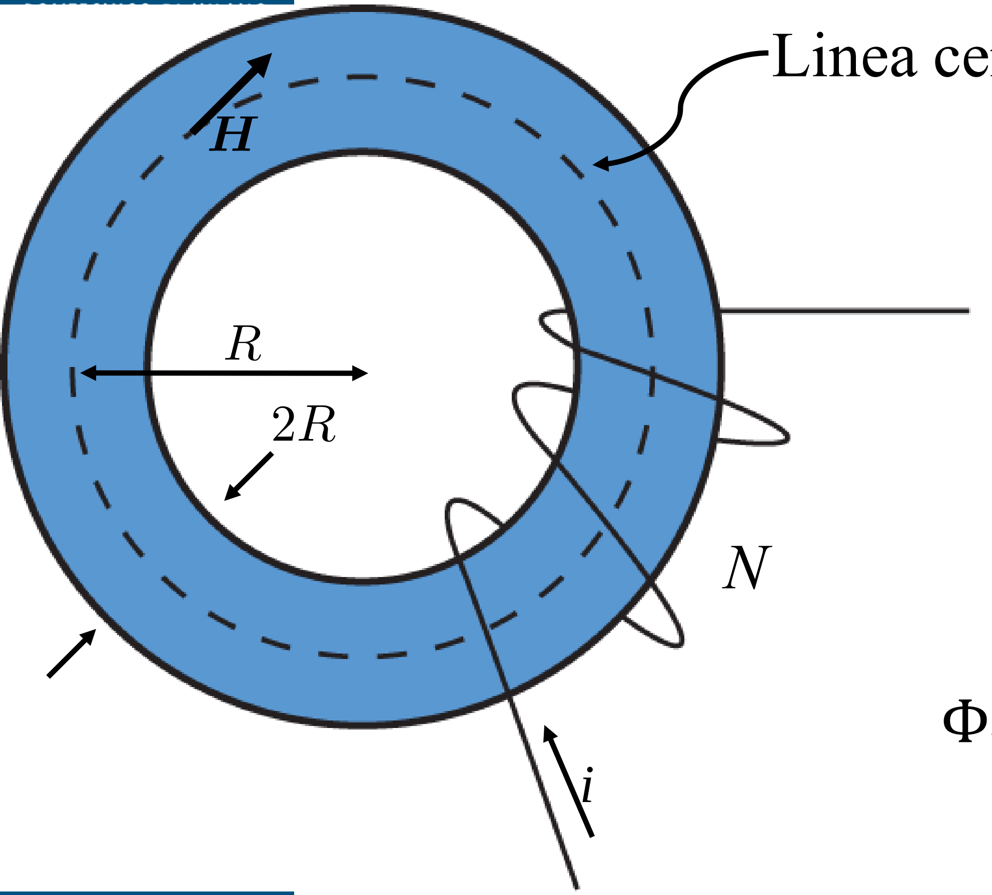
$$B = \frac{\mu N i}{2\pi R}$$

$$\mu N i = 2\pi R B = lB$$

$$\boldsymbol{F} = mmf = Ni = \frac{lB}{\mu} = \Phi \frac{l}{\mu A}$$

$$\boldsymbol{F} = mmf = \Phi \Re$$

Calcolo di un solenoide toroidale



$$\Phi = \frac{Ni}{l}\mu A = \frac{Ni}{\Re}$$

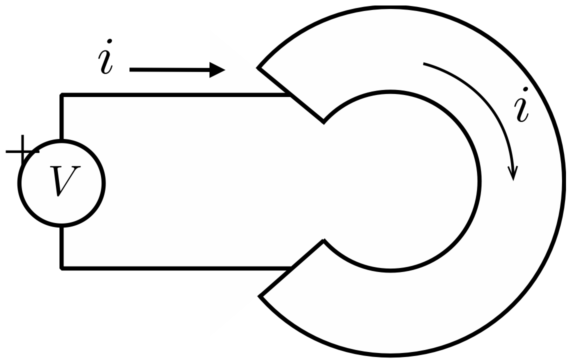
$$\Phi_{\text{tot}} = N\Phi = \frac{N^2 i}{l}\mu A = \frac{N^2 i}{\Re}$$

$$L = \frac{N^2}{\Re}$$ Induttanza

Analogia circuito elettrico – Circuito magnetico

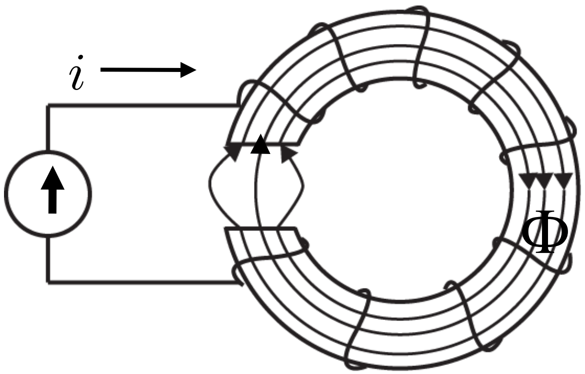
Forza elettromotrice

$$v = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



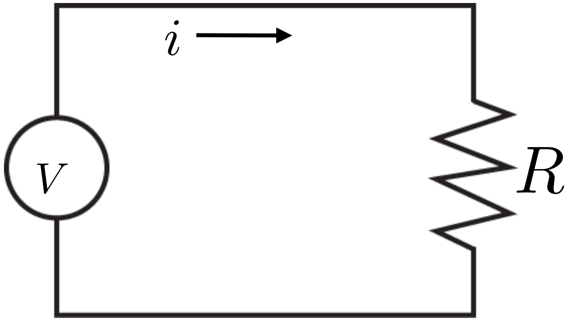
Forza magnetomotrice

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enclosed}$$

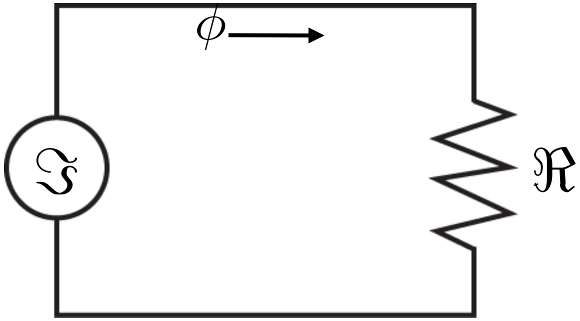


Circuiti equivalenti

Elettrico



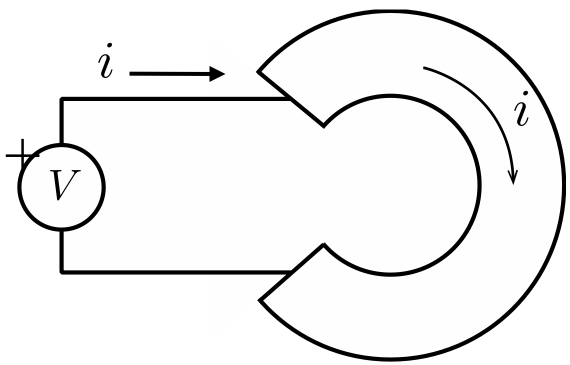
Magnetico



Analogia circuito elettrico – Circuito magnetico

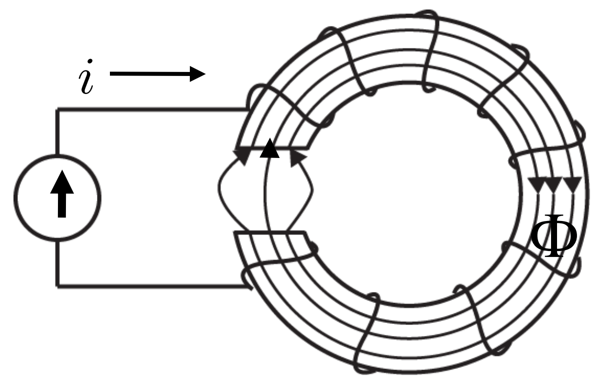
Forza elettromotrice

$$v = \int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$



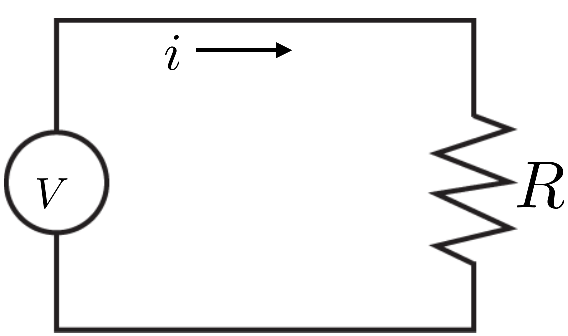
Forza magnetomotrice

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enclosed}$$

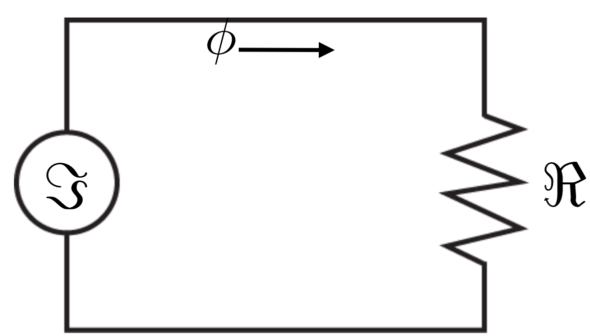


Circuiti equivalenti

Elettrico



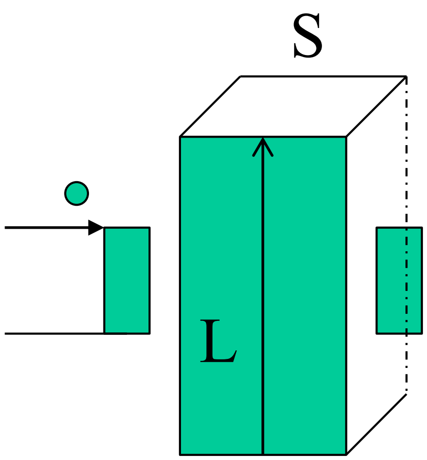
Magnetico



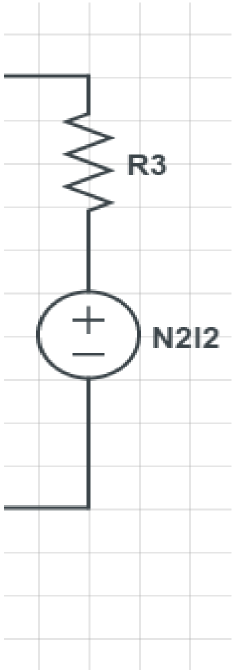
Analogia tra circuiti elettrici magnetici

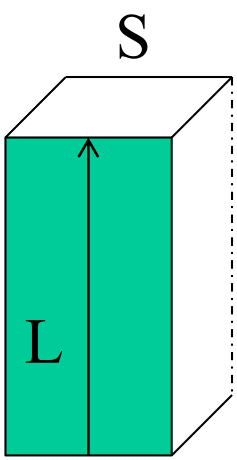
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

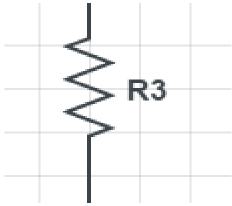


$$R = \frac{L}{\mu_0 \mu_R S}$$





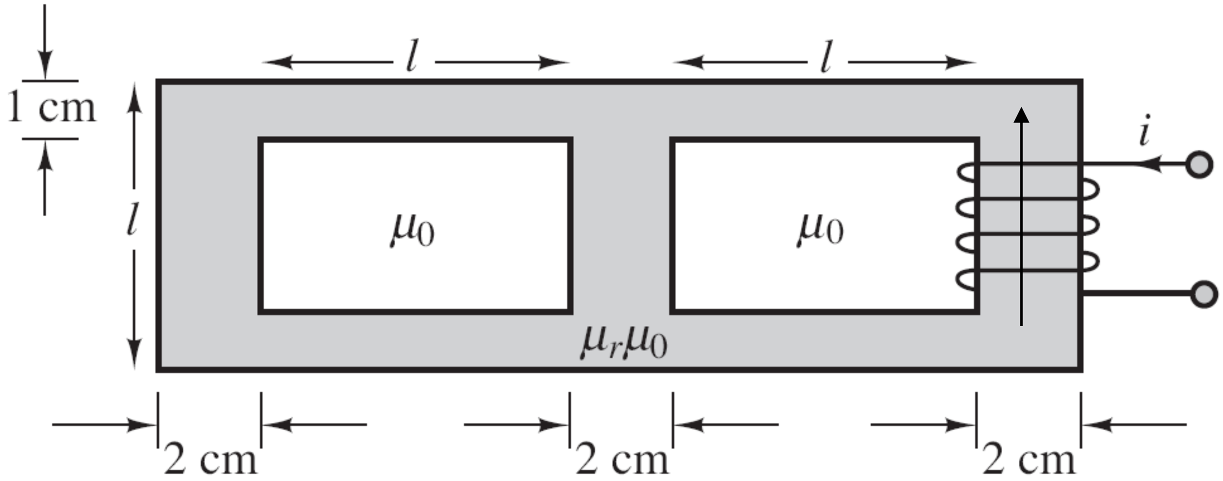
$$R = \frac{L}{\mu_0 \mu_R S}$$



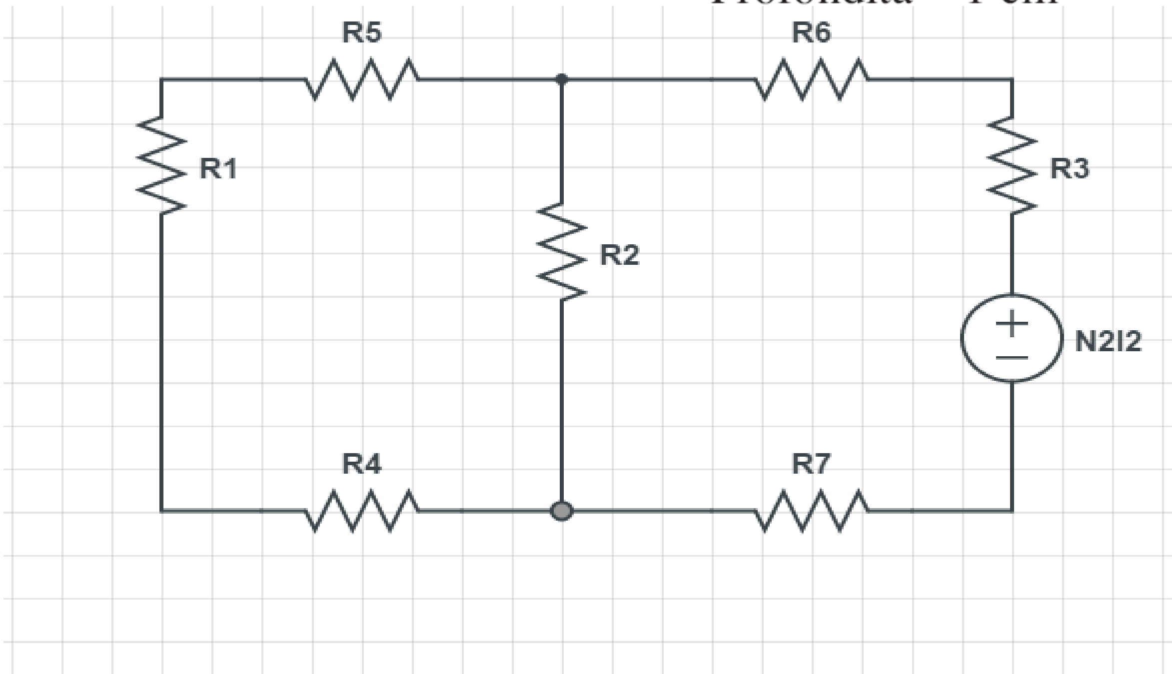
$$\mu_0 = 4 * \pi * 10^{-7}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



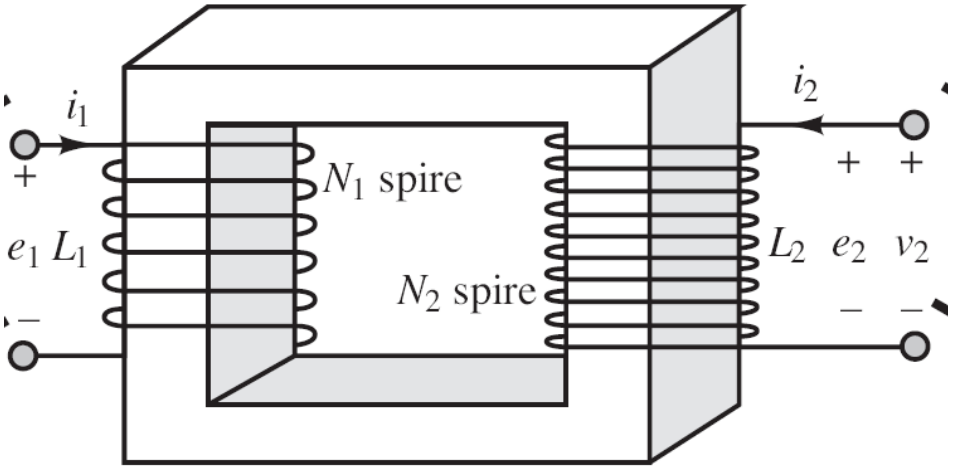
Profondità = 1 cm



Circuito magnetico come doppio bipolo

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



AutoInduttanza (L)

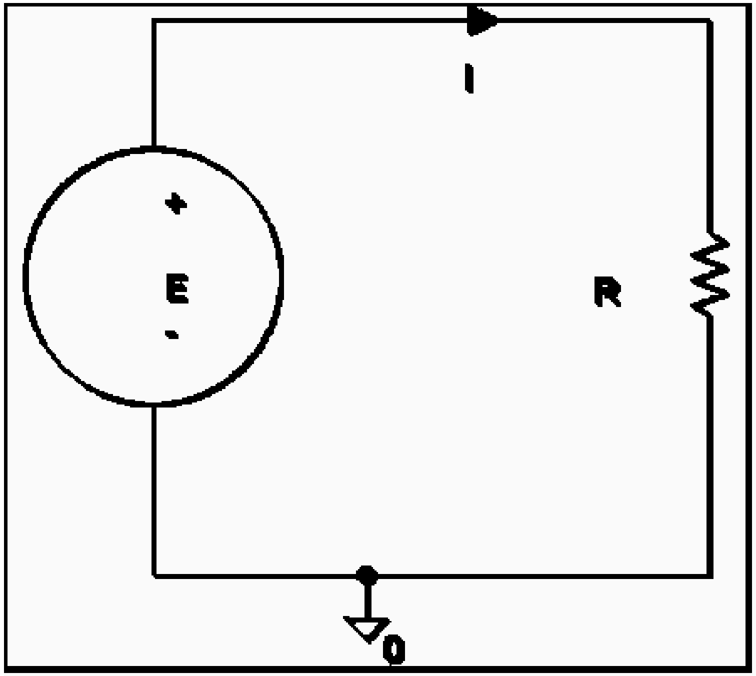
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$L = \frac{\lambda_1}{I} = \frac{N_1 \Phi}{I}$$

$$\Phi = \frac{N_1 I}{\Re}$$

$$L = \frac{N_1^{\ 2}}{\Re}$$



Il coefficiente di autoinduzione L_k rappresenta il rapporto tra il flusso concatenato con il circuito k e la corrente i_k, quando la corrente nell'altro circuito è nulla

Mutua Induttanza (M)

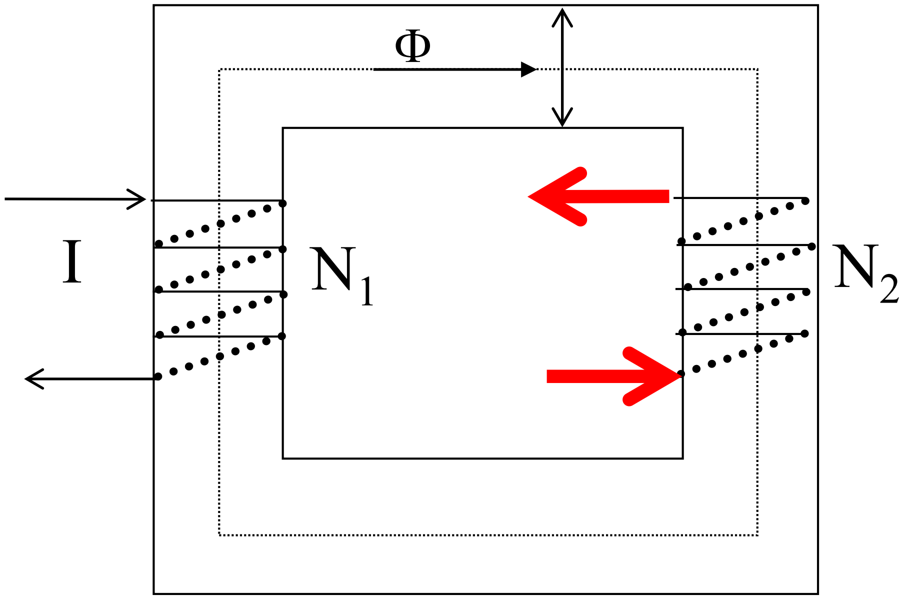
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$M = \frac{\lambda_2}{I} = \frac{N_2 \Phi}{I}$$

$$\Phi = \frac{N_1 I}{\Re}$$

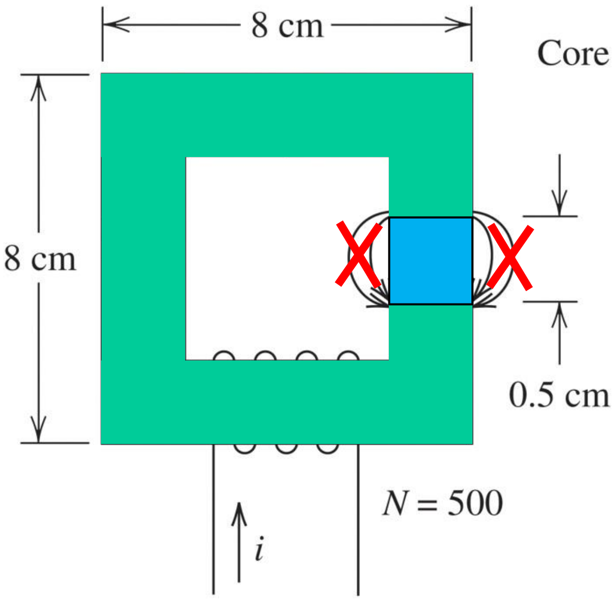
$$M = \frac{N_1 N_2}{\Re}$$

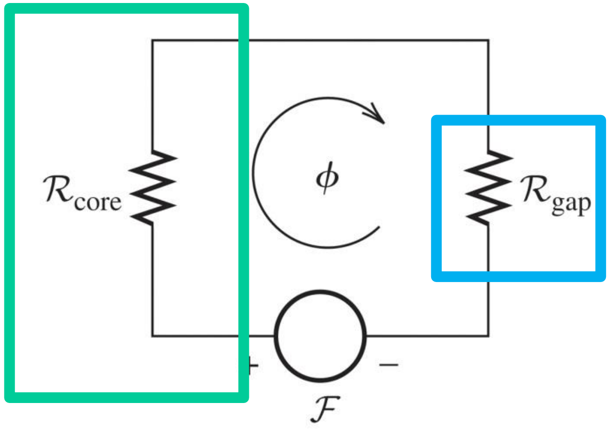


Il coefficiente di mutua induzione rappresenta il rapporto tra il flusso concatenato con il circuito k e la corrente nell'altro circuito valutato quando la corrente i_k è nulla

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso





$$R_{core} = \frac{l_{core}}{\mu_{core} A_{core}} \qquad R_{gap} = \frac{l_{gap}}{\mu_0 A_{gap}}$$

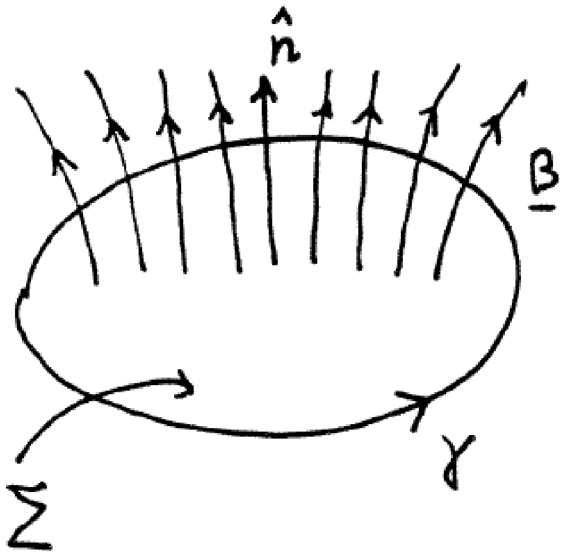
$$R_{gap} \cong R_{core} * \mu_r$$

$$\mu_{core} = \mu_0 * \mu_r$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legge di Faraday-Lenz



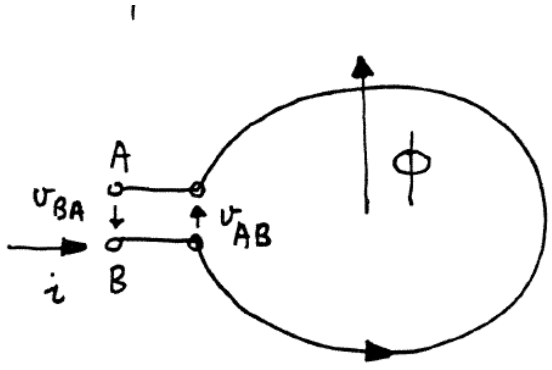
$$\oint_{\gamma} \bar{E} \cdot d\,\hat{l} = -\frac{d}{dt}\int_{\Sigma} \bar{B} \cdot \hat{n}\, d\sigma$$

$$e = -\frac{d}{dt}\Phi$$

Legge di Faraday-Lenz

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



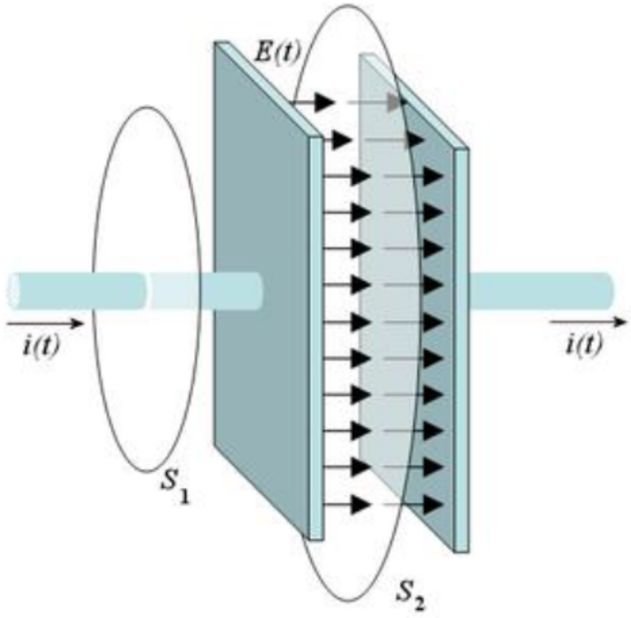
$$v_{ab} = -\frac{d}{dt}\Phi$$

$$v_{ba} = -\frac{d}{dt}\Phi$$

Corrente di spostamento

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



- Applicando la legge di Ampere, Maxwell osserva che la circuitazione del campo magnetico lungo S_1 prima e dopo il condensatore è costante e non nulla, mentre è nulla lungo S_2 se non si tiene conto dell'esistenza di una 'corrente' anche tra le armature
- Ricordando il fondamentale principio della fisica, la natura non fa salti, **ipotizza l'esistenza, all'interno del condensatore, di una nuova corrente corrente di spostamento, di valore pari a quella di carica del condensatore.**

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Corrente di spostamento

$$\bar{J}_s = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overline{D}$$

Il flusso del vettore D è una carica per cui facendone la derivata nel tempo si trova una densità di corrente da cui:

$$i_s = \int_\Sigma \bar{J}_S \quad = \int_\Sigma \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\overline{D}$$

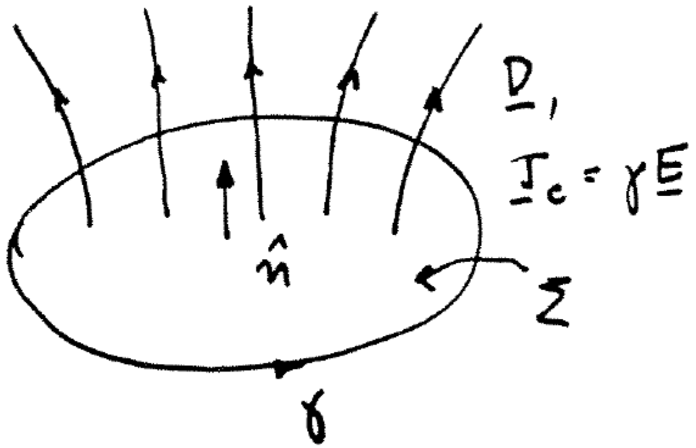
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legge di Ampere generalizzata

Se coesiste campo elettrico e magnetico si ha

$$\oint_{\gamma} \bar{H} \cdot d\,\hat{l} = i_{conduzione} + i_{spostamento}$$



Circuiti accoppiati

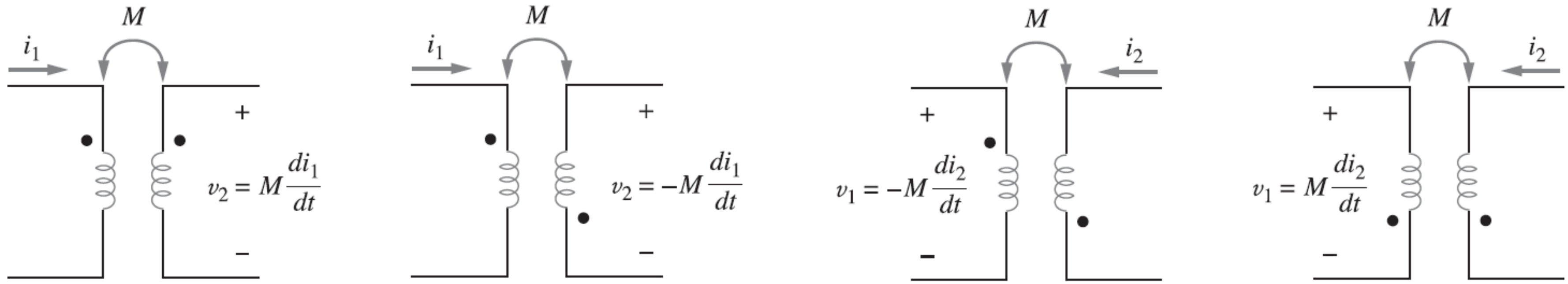
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

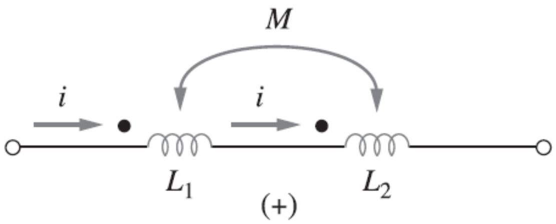
Se la corrente **entra** dal terminale con il puntino di una bobina, la direzione di riferimento della tensione mutuamente indotta nella seconda bobina ha il segno **positivo** nel terminale col puntino della seconda bobina.

In alternativa,

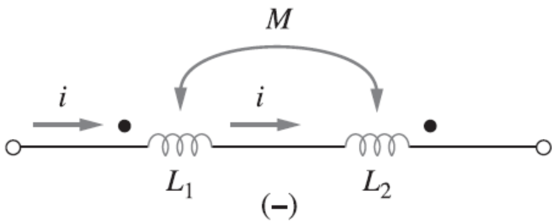
Se la corrente **esce** dal terminale con il puntino di una bobina, la direzione di riferimento della tensione mutuamente indotta nella seconda bobina ha il segno **negativo** nel terminale col puntino della seconda bobina.



Circuiti accoppiati



$$L = L_1 + L_2 + 2M \qquad \text{(Collegamento serie concorde)}$$



$$L = L_1 + L_2 - 2M \qquad \text{(Collegamento serie in opposizione)}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Energia in un circuito con accoppiamento

$$\boxed{w = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 \pm M i_1 i_2}$$

Nb: l'energia deve essere sempre positiva per cui

$$\frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 - M i_1 i_2 \geq 0$$

$$\boxed{M \leq \sqrt{L_1 L_2}}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Coefficiente di accoppiamento

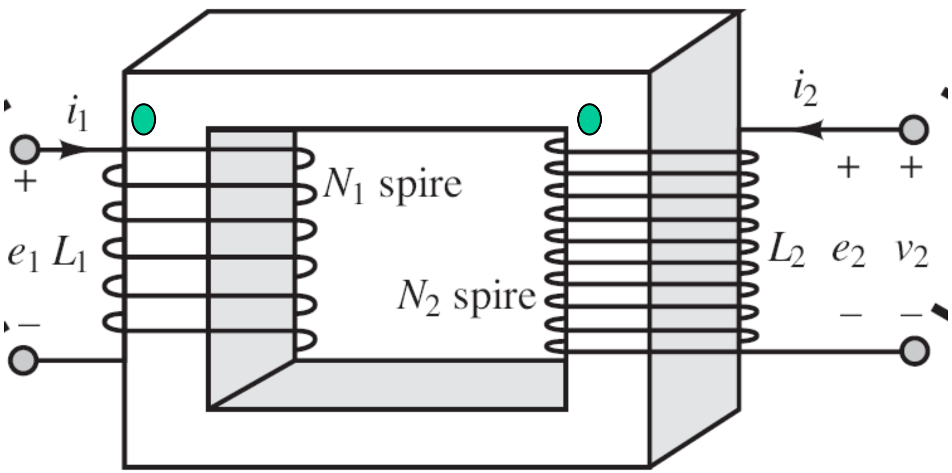
$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Circuito magnetico come doppio bipolo (fasori)

$$\begin{Bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_2 \end{Bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_2 \end{Bmatrix}$$



POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Circuito magnetico come doppio bipolo (fasori)

$$\begin{Bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_2 \end{Bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{I}_1 \\ \overline{I}_2 \end{Bmatrix}$$