POLITECNICO DI MILANO

Elettrotecnica

Parte 9: Potenza in Regime Sinusoidale

Prof . Ing. Giambattista Gruosso, Ph. D.

Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Indice

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

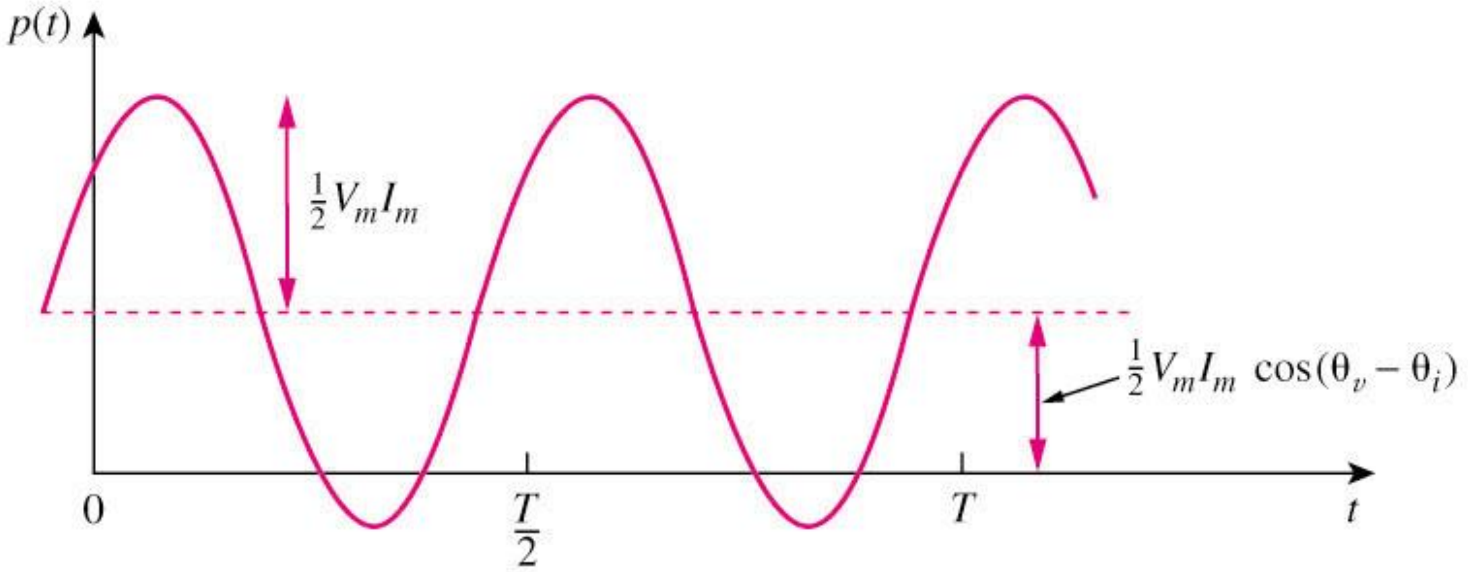
Potenza Istantanea

$$p(t) = v(t)\,i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v)\cos(\omega t + \theta_i)$$

$$= \boxed{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)} + \boxed{\frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)}$$

Parte Costante

Parte sinusoidale a frequenza doppia

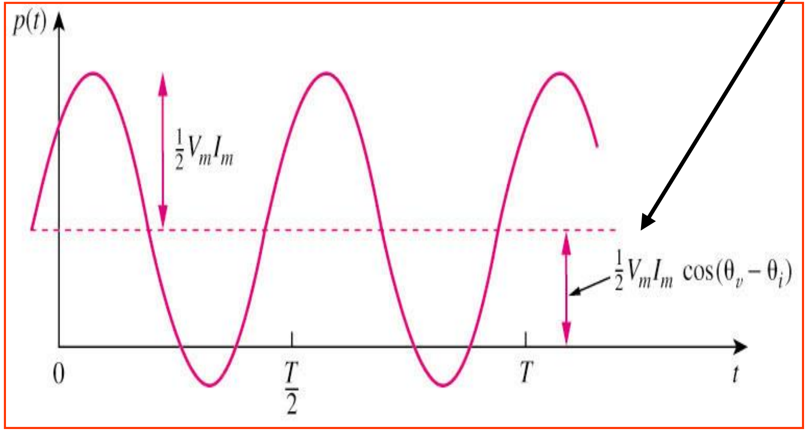


POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenza Media

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{2} V_m\, I_m \cos(\theta_v - \theta_i)}$$



1. P non dipende dal tempo
2. se $\theta_v = \theta_i$, la potenza è resistiva
3. se $\theta_v - \theta_i = \pm 90o$, la potenza vale 0
4. P = 0 significa che il circuito non assorbe potenza media.

Potenza Istantanea, Potenza apparente e potenza reattiva

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$p(t) = v(t)i(t) = \hat{V}cos(\omega t + \phi_V)\hat{I}cos(\omega t + \phi_I)$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$

$$p(t) = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\cos(\phi_V - \phi_I) + \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\cos(2\omega t + \phi_V + \phi_I)$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$p(t) = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\cos(\phi) + \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\left[\cos(2\omega t + 2\phi_V)\cos(-\phi) - \sin(2\omega t + 2\phi_V)\sin(-\phi)\right]$$

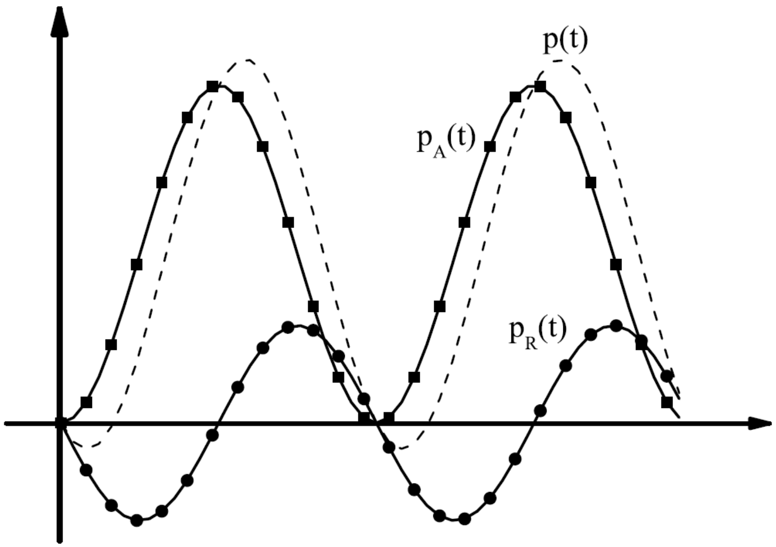
Potenza Istantanea, Potenza apparente e potenza reattiva

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$p(t) = \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\cos(\phi)[1+\cos(2\omega t + 2\phi_V)] + \frac{1}{2}\hat{V}\hat{I}\sin(\phi)\,[\sin(2\omega t + 2\phi_V)]$$

$$p(t) = p_A(t) + p_R(t)$$



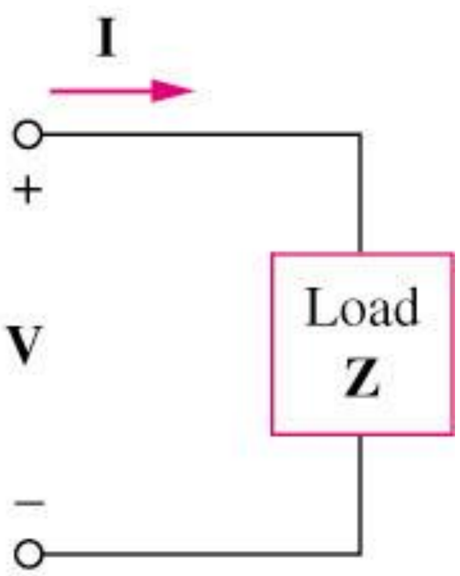
Potenza Apparente e fattore di Potenza

$$P = \frac{1}{2} V\ I\ \cos(\theta_v - \theta_i) = \underbrace{S}_{\text{Potenza apparente}} \underbrace{\cos(\theta_v - \theta_i)}_{\text{Fattore di potenza}}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenza Complessa



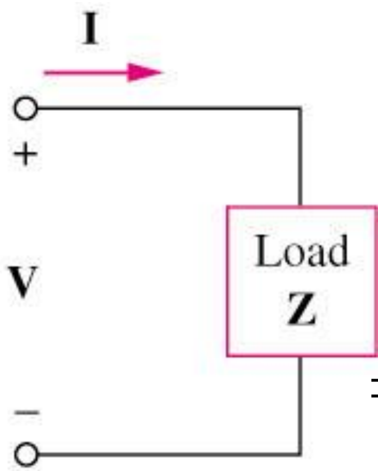
$$\bar{\mathbf{V}} = V\angle\theta_v \qquad \bar{\mathbf{I}} = I\angle\theta_i$$

$$\bar{S} = \frac{1}{2}\bar{V}\,\bar{I}^{*}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenza Complessa



$$\bar{S} = \frac{1}{2}\bar{V}\,\bar{I}^{*} = \frac{1}{2} V I \angle \theta_v - \theta_i$$

$$\Rightarrow \bar{S} = \underbrace{\tfrac{1}{2} V I \cos(\theta_v - \theta_i)}_{P} + j\,\underbrace{\frac{1}{2} V I \;\sin(\theta_v - \theta_i)}_{Q}$$

$$\boldsymbol{S} = \mathbf{P} + \mathbf{j}\,\mathbf{Q}$$

P: è la potenza media in W ed è la potenza usabile

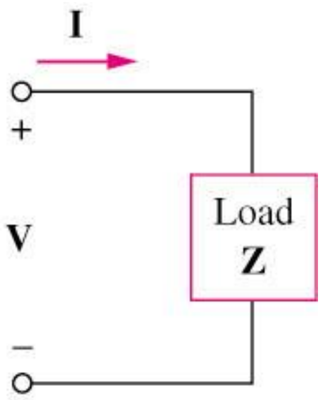
Q: è la potenza reattiva in VAR e

- Q = 0 per le resistenze
- Q < 0 per le capacità
- Q > 0 per le induttanze

POLITECNICO DI MILANO

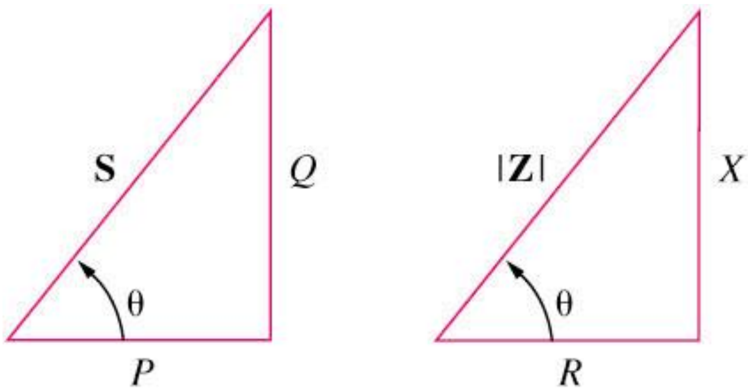
Prof. G. Gruosso

Potenza Complessa



$$\Rightarrow \overline{S} = \underbrace{\tfrac{1}{2} V I \cos(\theta_v - \theta_i)}_{P} + j \underbrace{\frac{1}{2} V I \sin(\theta_v - \theta_i)}_{Q}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{j}\,\mathbf{Q}$$



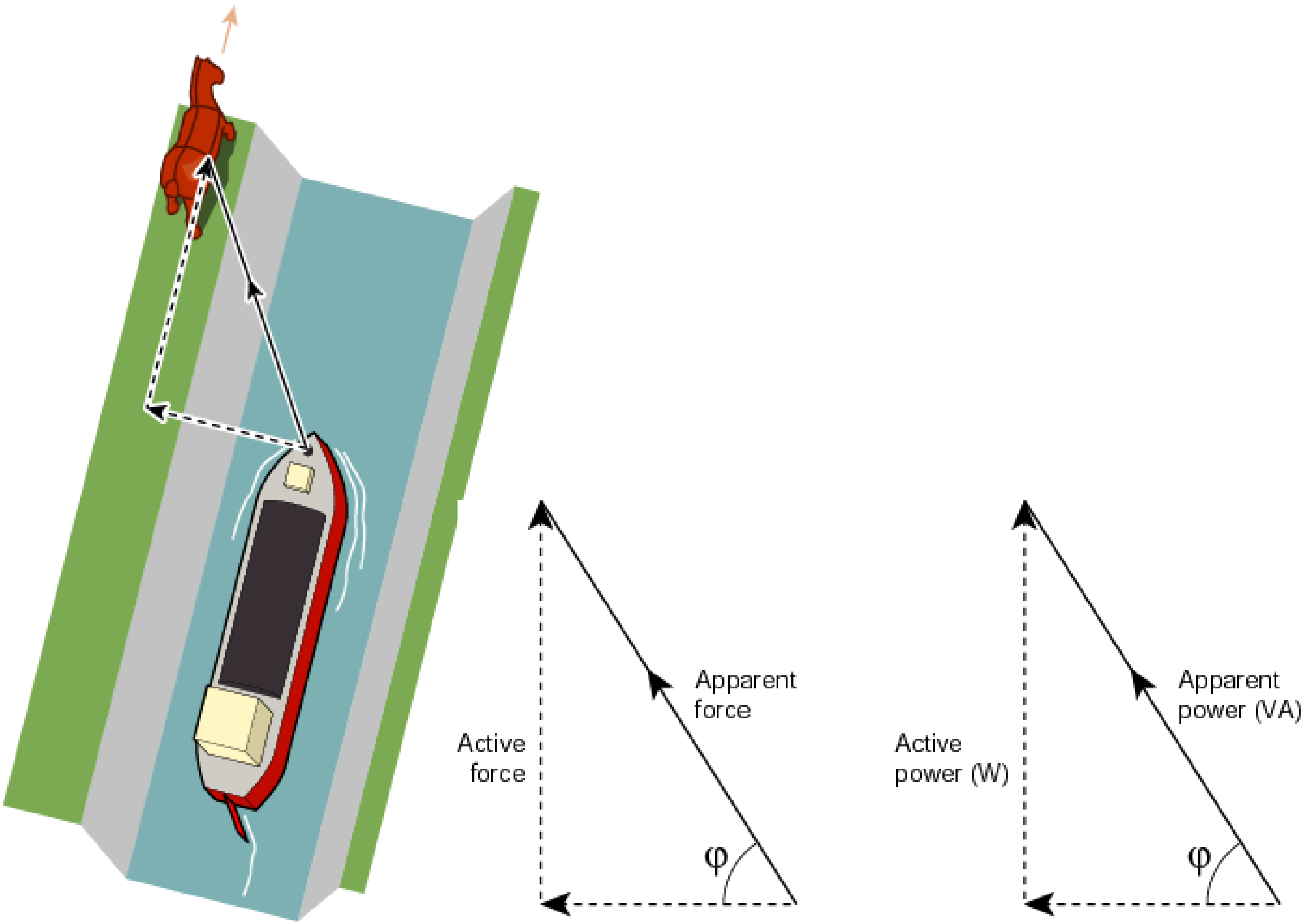
Triangolo delle potenze

Triangolo delle impedenze

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenza Reattiva



POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenza Reattiva

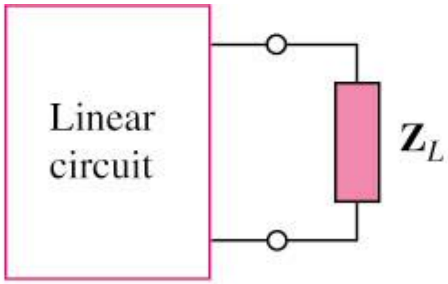
- Alcuni bipoli (bipoli reattivi o elementi d'accumulo) come induttori e condensatori sono in grado di immagazzinare energia e cederla successivamente.

- Poiché gli scambi avvengono in modo conservativo (sotto l'ipotesi di idealità dei componenti), l'energia complessivamente ceduta ed assorbita in un periodo è nulla.

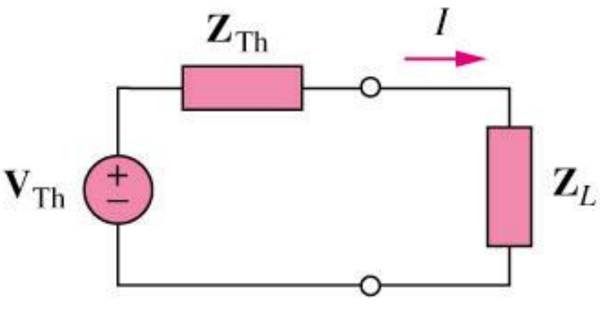
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Massimo trasferimento di potenza



(a)



(b)

$$Z_{TH} = R_{TH} + j\,X_{TH}$$

$$Z_L = R_L + j\,X_L$$

Il massimo trasferimento di potenza si ha

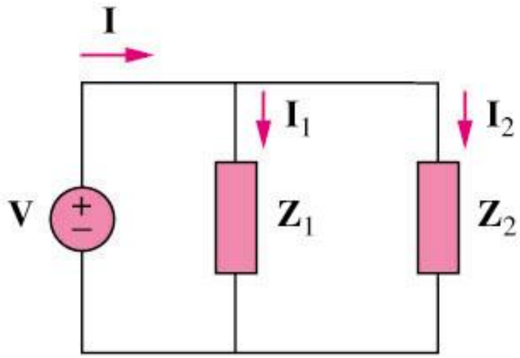
$$\mathbf{X_L = -X_{TH}} \;\; \textbf{and} \;\; \mathbf{R_L = R_{TH}}$$

$$P_{max} = \frac{|V_{TH}|^2}{8\,R_{TH}}$$

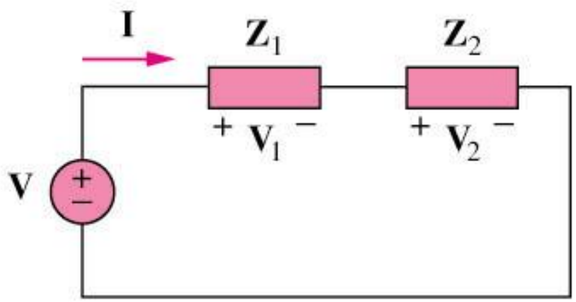
Conservazione delle potenze

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



(a)



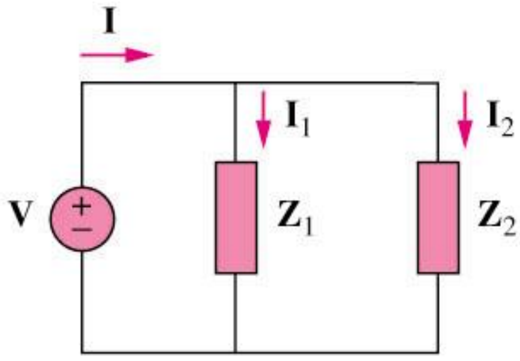
(b)

$$\sum_j \bar{S}_j = 0$$

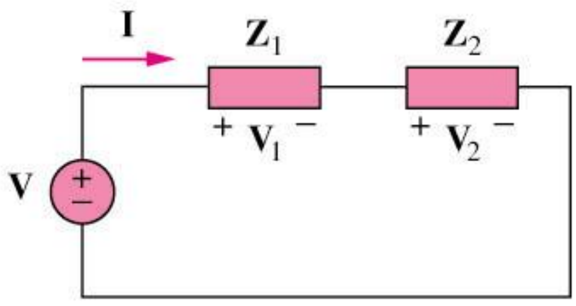
Conservazione delle potenze: Teorema di Boucherot

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso



(a)



(b)

$$\sum_k \bar{S}_k = \sum_k \left(P_k + jQ_k\right) = 0$$

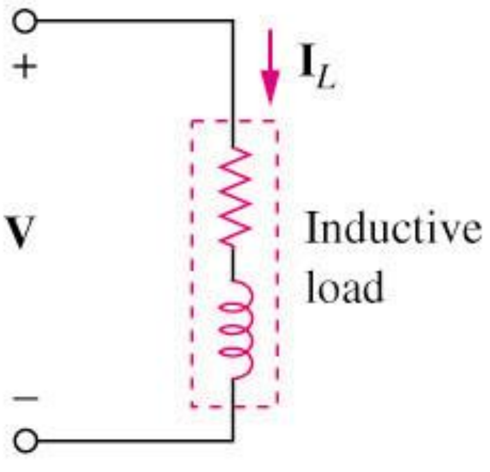
$$\sum P_k = 0$$

$$\sum Q_k = 0$$

Rifasamento

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

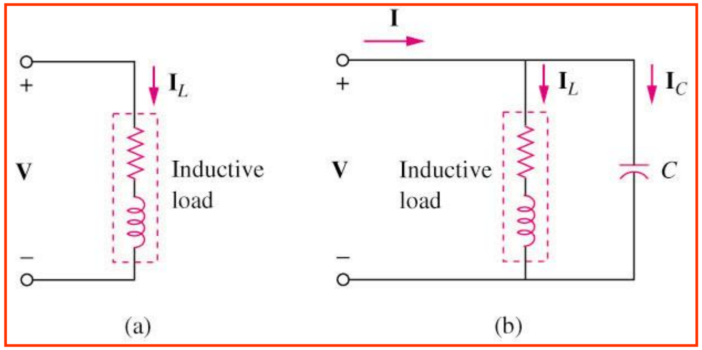


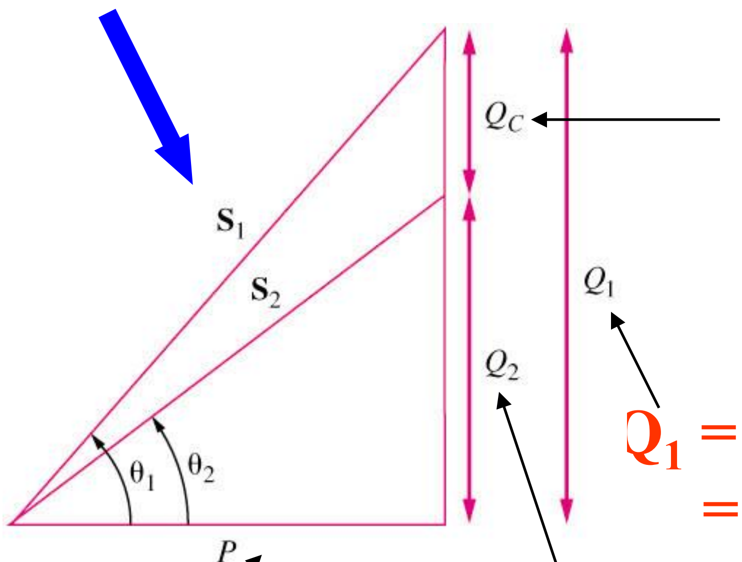
(a)

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Rifasamento





$$Q_c = Q_1 - Q_2$$
$$= P\,(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)$$
$$= \omega C V^2_{rms}$$

$$Q_1 = S_1 \sin\theta_1$$
$$= P\tan\theta_1$$

$$Q_2 = P\tan\theta_2$$

$$P = S_1\cos\theta_1$$

$$\boxed{C = \frac{Q_c}{\omega V^2_{rms}} = \frac{P\,(\tan\theta_1 - \tan\theta_2)}{\omega\, V^2_{rms}}}$$