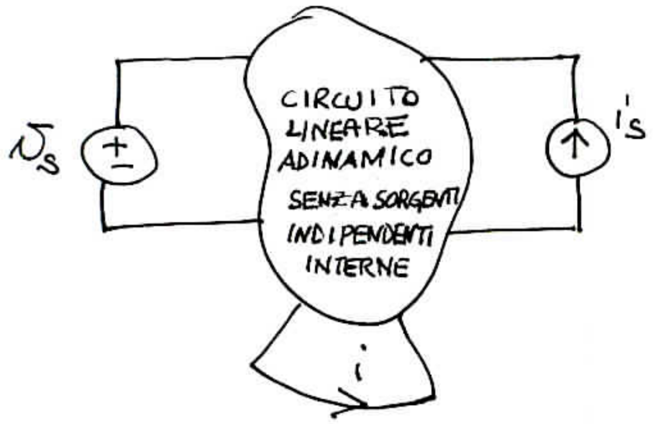
EX

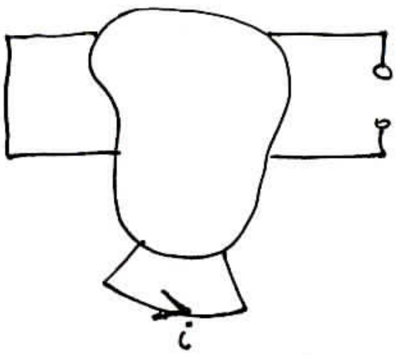


Per il circuito lineare adinamico in figura sono state eseguite due prove in un laboratorio.

Le prove consistono nel variare v_S, i_S e misurare una certa corrente i nel circuito:

	v_S	i_S	i
PROVA I	1 V	0 A	3 A
PROVA II	4 V	2 A	22 A

Domande: 1) Qual e' il valore di i se $v_S = 5\,V$ e $i_S = -3\,A$?
2) Qual e' il valore di i nella seguente situazione:



Soluzione:

1) Circuito lineare ⇨ Vale il teorema di sovrapposizione:

$$\boxed{i = \alpha v_S + \beta i_S}$$ (combinazione lineare delle sorgenti indipendenti)

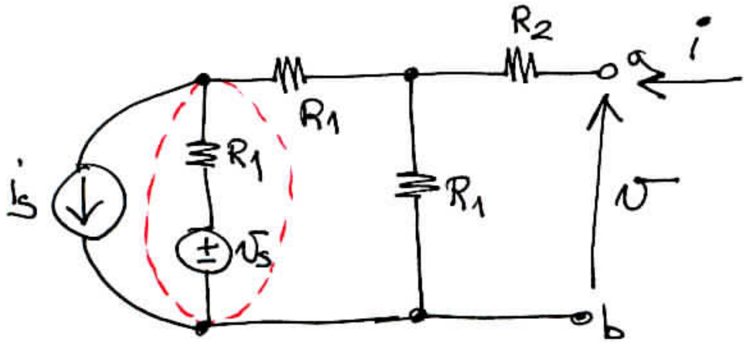
Dalle due prove: $\begin{cases} 3 = \alpha \cdot 1 + \beta \cdot 0 \\ 22 = \alpha \cdot 4 + \beta \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3\ \Omega^{-1} \\ \beta = \dfrac{22 - 3\cdot 4}{2} = 5 \end{cases}$

⇨ $\boxed{i = 3 v_S + 5 i_S}$ ⇨ Se $v_S = 5V$ e $i_S = -3A$ $\boxed{i = 3\cdot 5 + 5\cdot(-3) = 0A}$

2) v_S SPENTO ($v_S = 0$) ; i_S SPENTO ($i_S = 0$)

$$\boxed{i = 3\cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0\,A}$$

EX



$v_s = 2V$
$i_s = 10A$
$R_1 = 2\Omega$
$R_2 = 4\Omega$

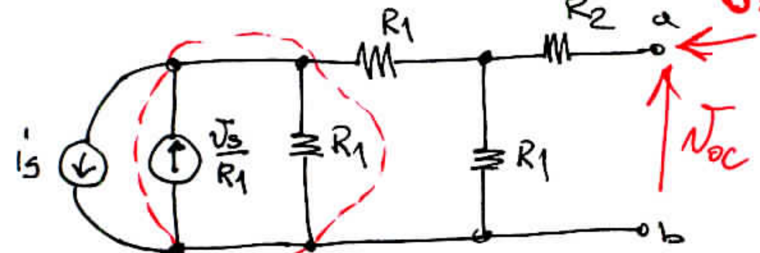
Determinare la relazione costitutiva con comando in corrente del bipolo di morsetti a, b.

Devo trovare la funzione (lineare!) $v = f(i)$

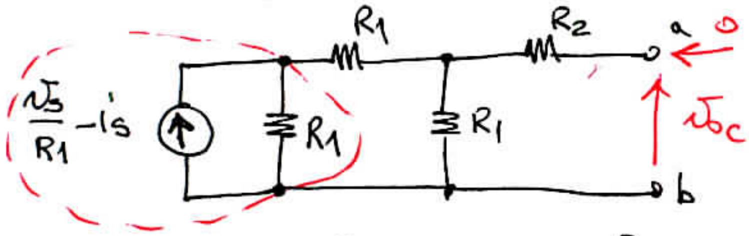
Applico il teorema di Thevenin ai morsetti a, b:

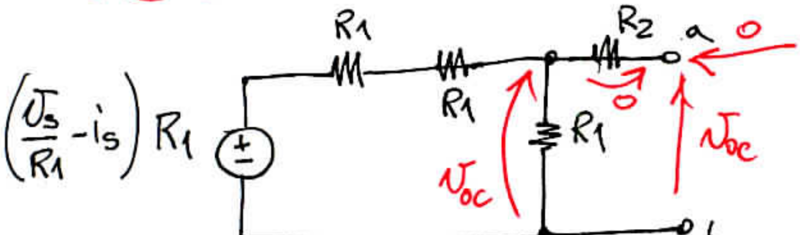
1) Tensione a vuoto

0 A (APERTO!)



(Applico trasformazioni dei generatori, visto che e' un circuito a scala)





Partitore di tensione:

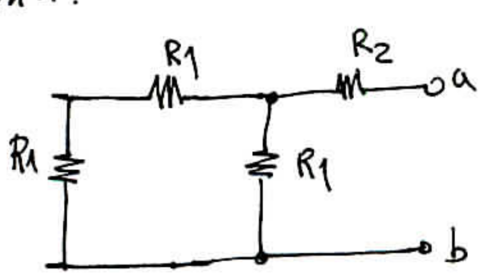
$v_{oc} = \left[\left(\frac{v_s}{R_1} - i_s\right)R_1\right]\cdot\frac{\cancel{R_1}}{3\cancel{R_1}} =$

$= \frac{v_s}{3} - \frac{R_1 i_s}{3} =$

$= \frac{2}{3} - \frac{20}{3} = -6V$

2) Resistenza equivalente ai morsetti a, b

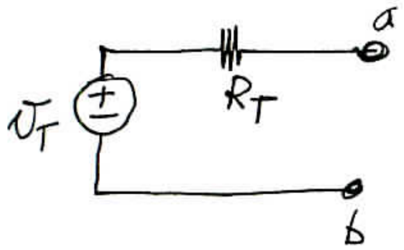
Spengo le sorgenti:



$R_{ab} = \left[(2R_1) /\!/ R_1\right] + R_2 =$

$= \frac{2}{3}R_1 + R_2 = \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3}\Omega$

- Circuito equivalente di Thevenin

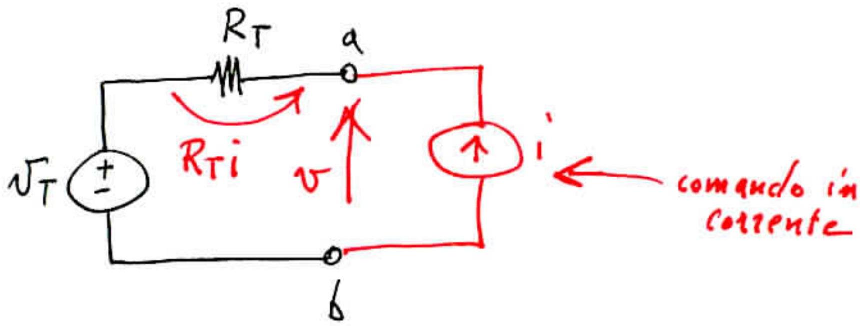


Per il teorema di Thevenin

$$v_T = v_{oc} = -6\,V$$

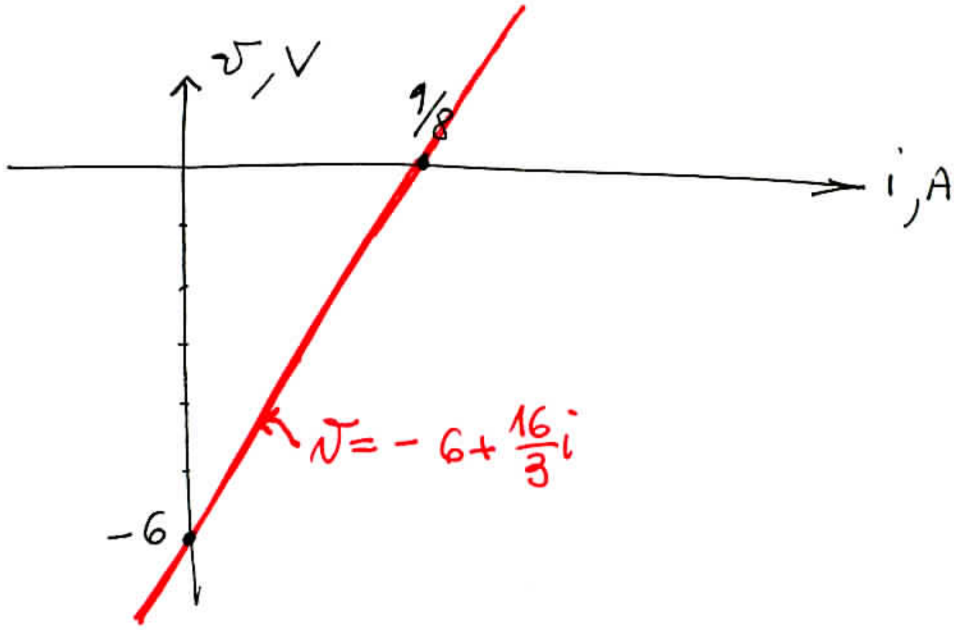
$$R_T = R_{ab} = 16/3\ \Omega$$

- Relazione costitutiva con comando in corrente

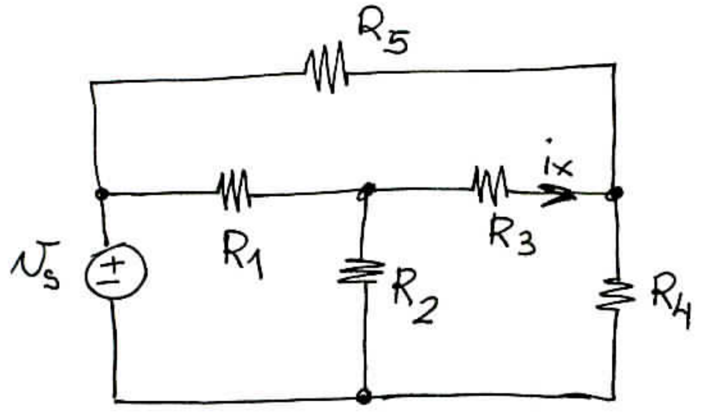


KVL:

$$\boxed{v = v_T + R_T i = -6 + \frac{16}{3} i \ ,\ V}$$



EX

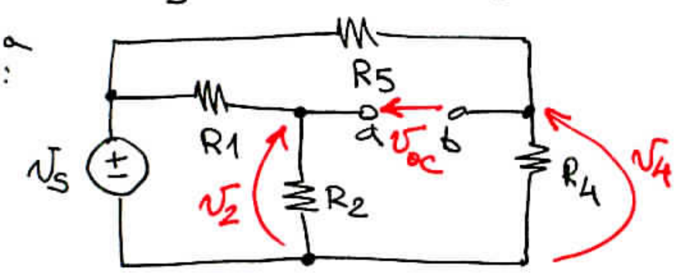


$v_S = 12V$
$R_1 = R_2 = R_5 = 4\Omega$
$R_4 = 2\Omega$
$R_3 = 5\Omega$
$i_x = ?$

Non siamo in grado di risolvere questo circuito con i metodi appresi fino ad ora (non ci sono resistori in serie o //, non ci sono sorgenti non ideali trasformabili, ...)

Possiamo sfruttare il <u>teorema di Thevenin</u>: stacco il bipolo di interesse (R_3) e determino il circuito equivalente di Thevenin visto da R_3 ai morsetti a, b:

Tensione a vuoto:

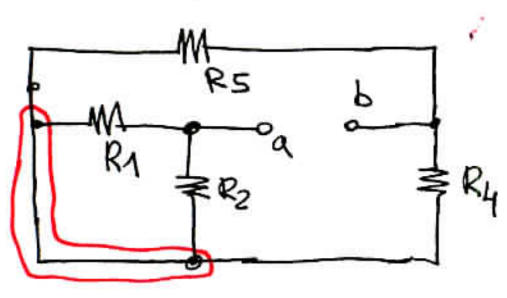


$$v_2 = v_S \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 12 \cdot \frac{4}{8} = 6V$$

$$v_4 = v_S \cdot \frac{R_4}{R_5+R_4} = 12 \cdot \frac{2}{6} = 4V$$

KVL: $v_{oc} = v_2 - v_4 = 6 - 4 = 2\,V = v_T$

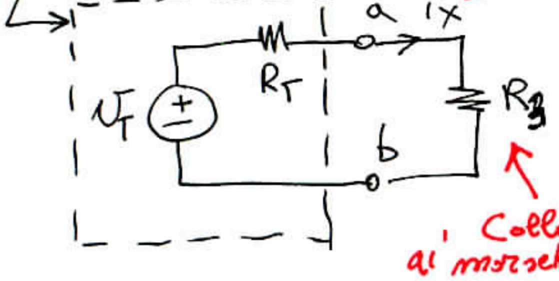
Resistenza ai morsetti a, b:



$$R_{ab} = (R_1 /\!/ R_2) + (R_4 /\!/ R_5)$$
$$= \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_4 R_5}{R_4+R_5} = \frac{16}{8} + \frac{8}{6} =$$
$$= 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}\,\Omega = R_T$$

Circuito eq. di Thevenin

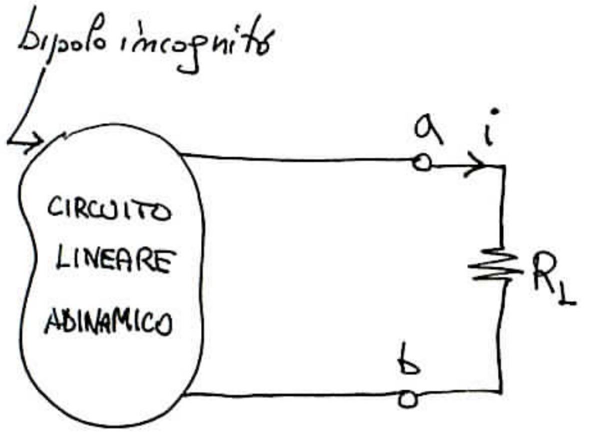
Trovo i_x



Collego R_3 ai morsetti a, b

$$i_x = \frac{v_T}{R_T + R_3} = \frac{2}{\frac{10}{3}+5} = \frac{6}{25}\,A$$

EX]

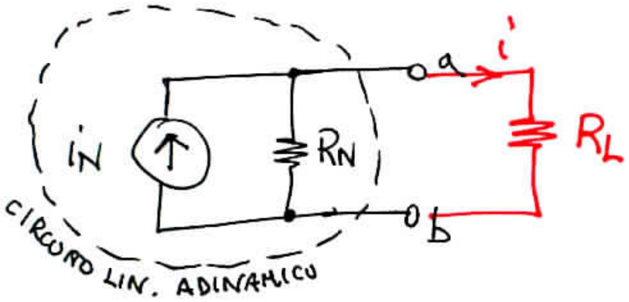


DUE PROVE IN LABORATORIO:

	R_L	i
I	$2\,k\Omega$	$4\,mA$
II	$5\,k\Omega$	$2\,mA$

Domanda: 1) quanto vale i se $R_L = 3\,k\Omega$?
2) " " " " $R_L = 0$ (cortocircuito) ?

In virtù della linearità, il circuito ammette una rappresentazione equivalente agli effetti esterni come circuito di Thevenin o di Norton.
Per esempio, usando una rappresentazione di tipo Norton:



$$i = i_N \cdot \frac{R_N}{R_N + R_L}$$

$$(R_N + R_L)\, i = i_N R_N$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{II} \end{array} \begin{cases} (R_N + 2\cdot 10^3)\cdot 4\cdot 10^{-3} = R_N i_N \\ (R_N + 5\cdot 10^3)\cdot 2\cdot 10^{-3} = R_N i_N \end{cases} \Rightarrow \quad R_N \cdot 4\cdot 10^{-3} + 8 = R_N \cdot 2\cdot 10^{-3} + 10$$

$$R_N \cdot 2\cdot 10^{-3} = 2$$

$$\boxed{R_N = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 10^{-3}} = 10^3 = 1\,k\Omega}$$

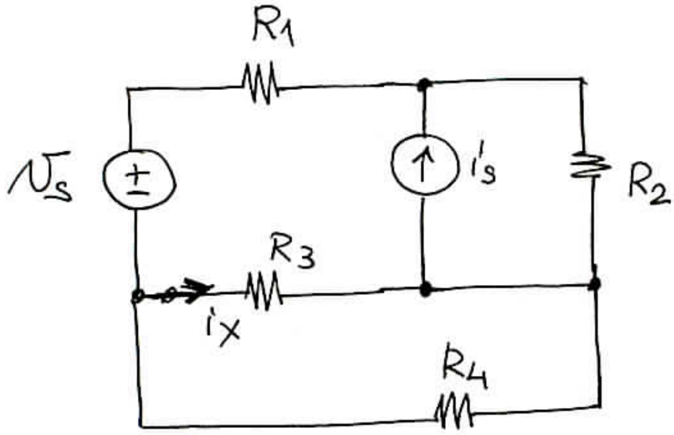
$$\boxed{i_N = \frac{(1\cdot 10^3 + 2\cdot 10^3)\cdot 4\cdot 10^{-3}}{1\cdot 10^3} = \frac{12}{1\cdot 10^3} = 12\,mA}$$

Risposte: 1) $i = 12\cdot 10^{-3}\cdot \frac{1}{1+3} = 3\,mA$

2) $i = i_N = 12\,mA$

Per casa: risolvere di nuovo applicando il teorema di Thevenin.

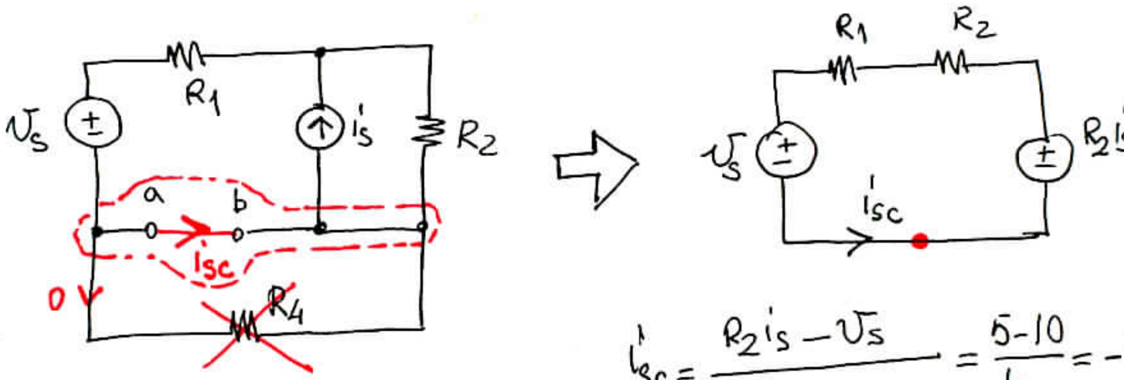
EX



$v_S = 10\,V$
$i_S = 1\,A$
$R_1 = 5\,\Omega$
$R_2 = 5\,\Omega$
$R_3 = 5\,\Omega$
$R_4 = 10\,\Omega$

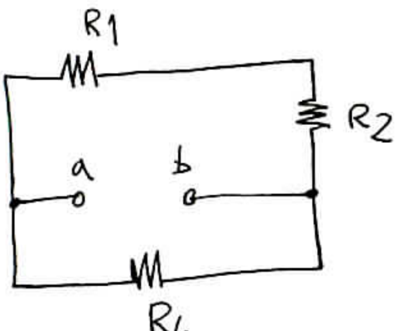
Determinare il circuito equivalente di Norton visto da R_3 e calcolare la corrente i_x

Corrente di cortocircuito:



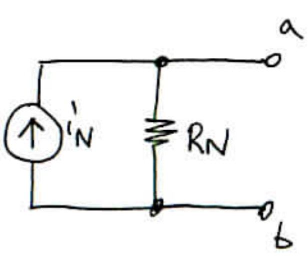
$$i_{sc} = \frac{R_2 i_S - v_S}{R_1 + R_2} = \frac{5-10}{10} = -\frac{1}{2}\,A$$

Resistenza eq. ai morsetti a, b:



$$R_{ab} = (R_1 + R_2) /\!/ R_4 = 10 /\!/ 10 = 5\,\Omega$$

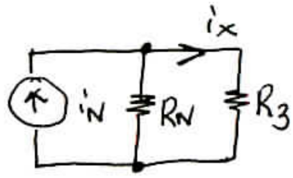
Circuito equivalente di Norton



$i_N = i_{sc} = -\frac{1}{2}A$

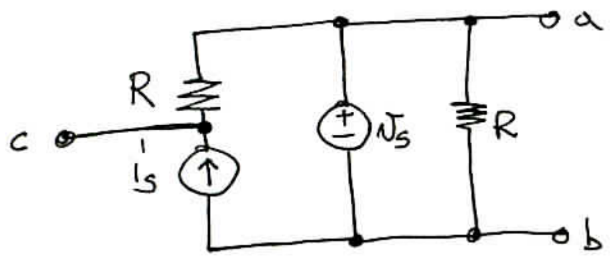
$R_N = R_{ab} = 5\,\Omega$

Calcolo i_x:



$$i_x = i_N \cdot \frac{R_N}{R_N + R_3} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{10} = -\frac{1}{4}\,A$$

EX



Determinare i circuiti equivalenti di Thevenin e di Norton nei casi:

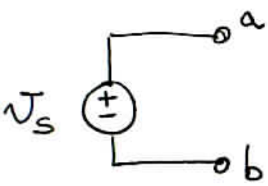
a) ai morsetti a, b (c aperto)

b) " " b, c (a aperto)

c) " " c, a (b aperto)

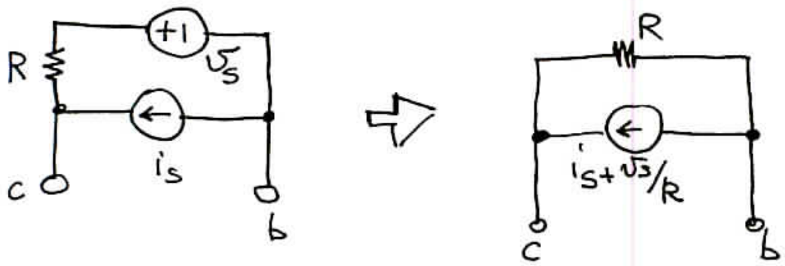
a)

Circuito eq. di Thevenin

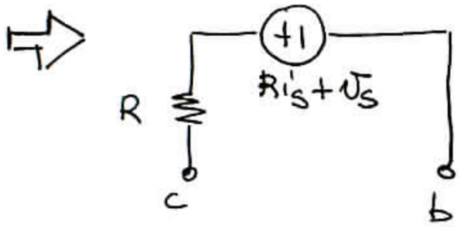


Non esiste il circuito equivalente di Norton

b)

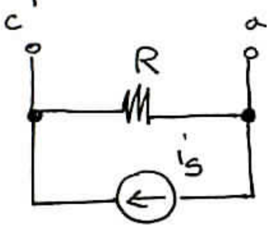


(Circuito equivalente di Norton)

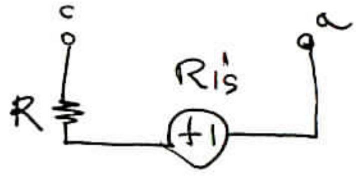


(circuito eq. di thevenin)

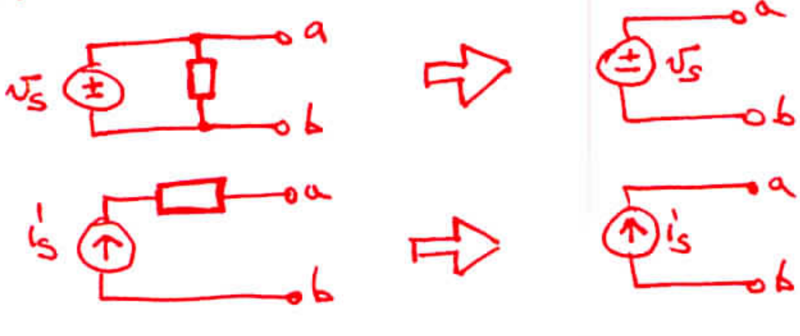
c) Circuito eq. di Norton



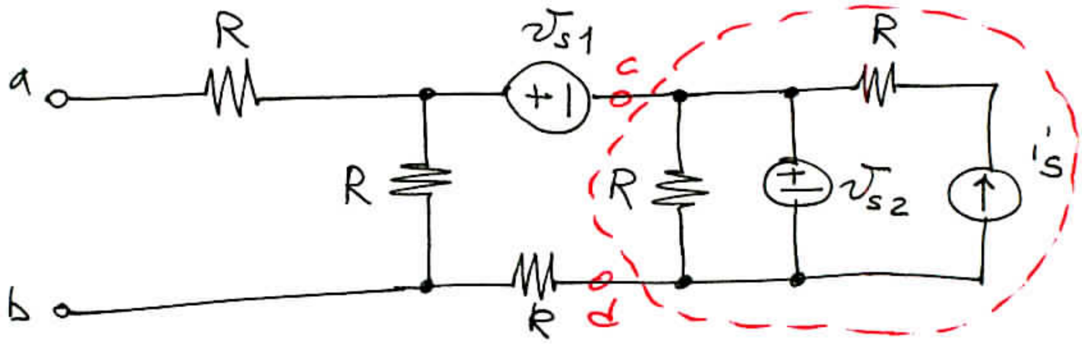
Circuito eq. di Thevenin



Per la comprensione di questo esercizio, studiare i casi particolari dei teoremi di Thevenin e di Norton:



EX

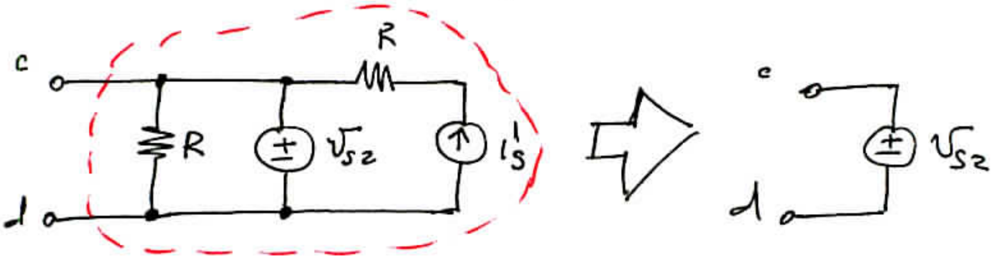


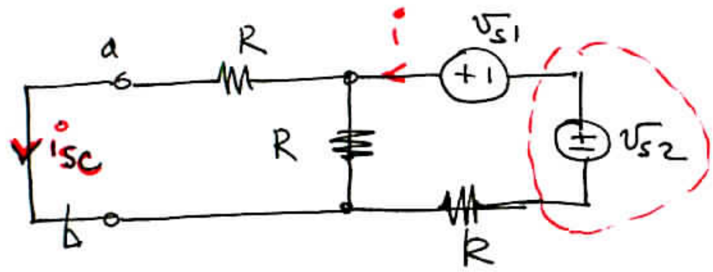
$v_{s1} = 6V$; $v_{s2} = 12V$; $i_s = 1A$; $R = 2\Omega$

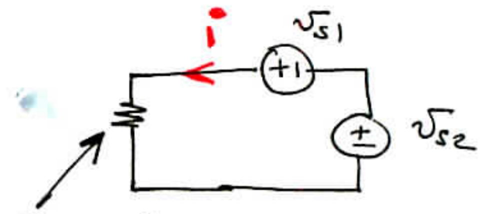
Determinare il circuito equivalente di Norton visto ai morsetti a, b.

- Corrente di cortocircuito:

In via preliminare, osservo che il bipolo di morsetti c, d e' equivalente esternamente ad un generatore ideale di tensione





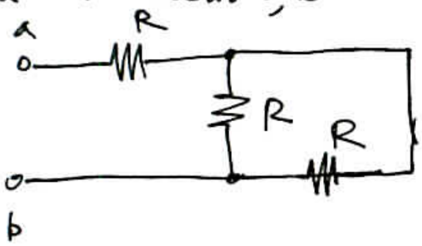


$(R/\!/R) + R = \frac{3}{2} R$

$$i = \frac{v_{s1} + v_{s2}}{3/2 R} = \frac{6+12}{\frac{3}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}} = 6\,A$$

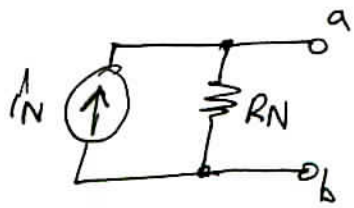
$$i_{sc} = i \cdot \frac{R}{R+R} = \frac{i}{2} = 3\,A$$

- Resistenza ai morsetti a, b



$$R_{ab} = R + (R/\!/R) = R + \frac{R}{2} = \frac{3}{2} R = 3\Omega$$

- Circuito equivalente di Norton:



$i_N = i_{sc} = 3A$

$R_N = R_{ab} = 3\Omega$