POLITECNICO DI MILANO

Elettrotecnica

Parte 11: Richiami di Campi elettromagnetici

Prof . Ing. Giambattista Gruosso, Ph. D.

Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria

Definizione di Campo in una regione

Campo Scalare:

È un numero scalare a funzione di una posizione $\bar{r} = x\,\hat{x} + y\,\hat{y} + z\,\hat{z}$

$$a = f(\bar{r})$$

Campo Vettoriale:

È un vettore $\bar{A}$ funzione di una posizione $\bar{r}$

$$\bar{A} = \bar{F}(\bar{r})$$

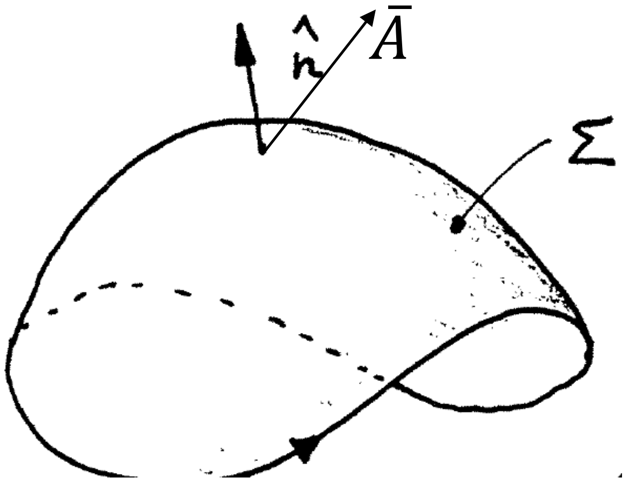
Prof. G. Gruosso

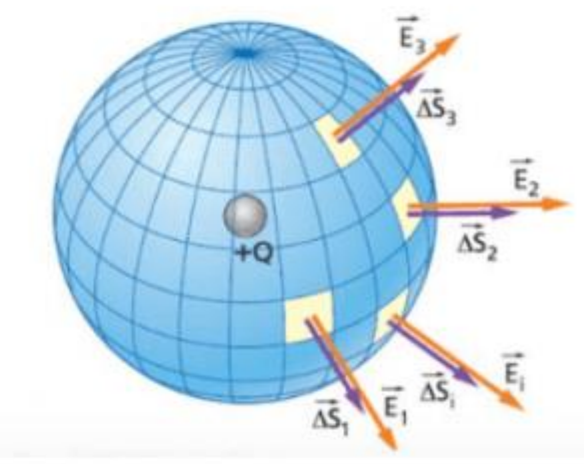
Definizione di Flusso e circuitazione

Flusso di $\bar{A}$:

Data una superficie Σ (aperta o chiusa) a cui è associato un versore normale $\bar{n}$ orientato verso l'esterno si definisce flusso di $\bar{A}$

$$\Phi = \int_{\Sigma} \bar{A} \cdot \hat{n}\, d\sigma$$





POLITECNICO DI MILANO

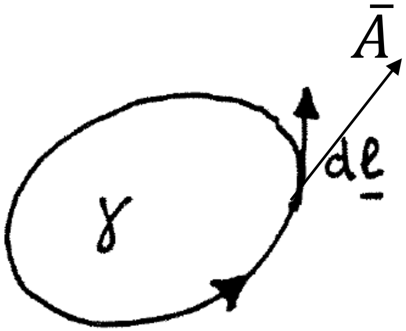
Prof. G. Gruosso

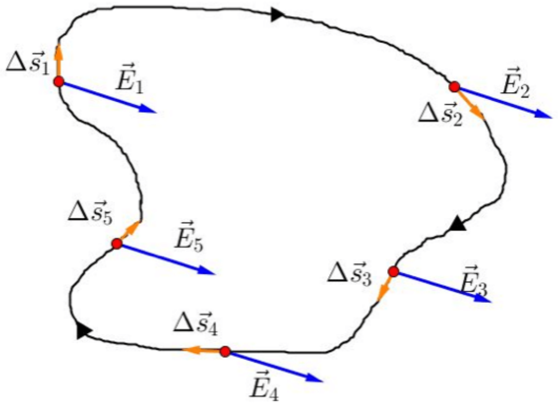
Definizione di Flusso e circuitazione

Circuitazione di $\bar{A}$:

Data una curva orientata $\bar{\gamma}$ (è definito cioè un verso) a cui è associato un versore tangente $\mathrm{d}\bar{l}$ si definisce circuitazione di $\bar{A}$

$$L_\gamma = \oint_\gamma \bar{A} \cdot d\bar{l}$$





POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Campi elettrici definizione

Carica Elettrica

q oppure Q [C] Coloumb

Densità di Carica Elettrica volumica

ρ $[\frac{C}{m^3}]$

Indica l'intensità di una carica distribuita nello spazio

$$Q = \oint_{volume} \rho \, dv$$

Campi elettrici definizione

POLITECNICO DI MILANO

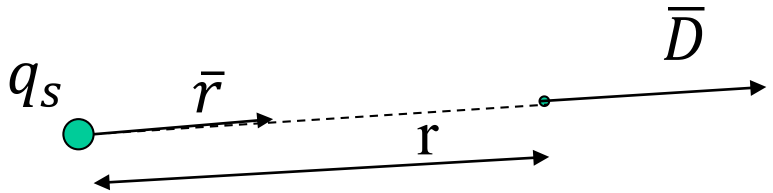
Prof. G. Gruosso

Definizione operativa di campo elettrico: Il vettore campo elettrico $\bar{E}$ associato ad una determinata distribuzione di cariche in un punto *P* è dato dalla forza $\bar{F}$ esercitata su una carica di prova *q* posta nel punto *P* divisa per la carica *q*.

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q}$$

Campo di induzione Elettrica o $\bar{D}$ $[\frac{C}{m^2}]$ è il campo indotto (causato), in un punto distante r , dalla presenza di una carica q_s nello spazio:

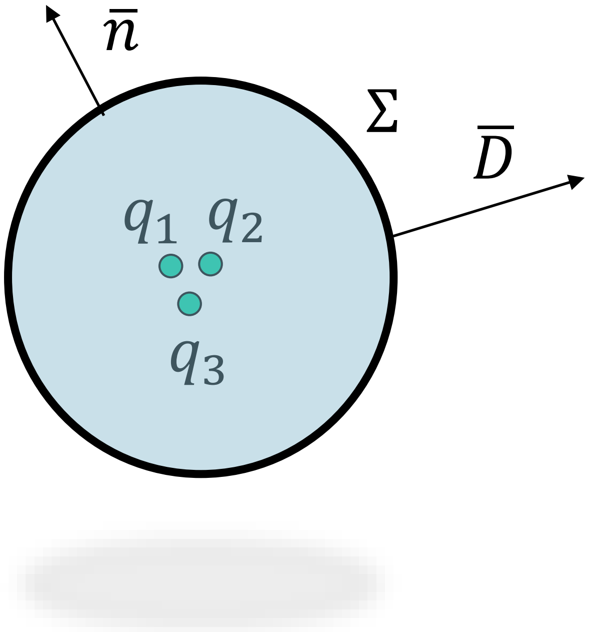
$$\bar{D} = \frac{\bar{r}}{4\pi r^2} q_s$$



Prof. G. Gruosso

Legge di Gauss

Il flusso del vettore $\overline{D}$ attraverso una superficie chiusa è uguale alla carica totale contenuta in essa.



$$\int_{\Sigma} \overline{D} \cdot \overline{n}\, d\sigma = q_{tot}$$

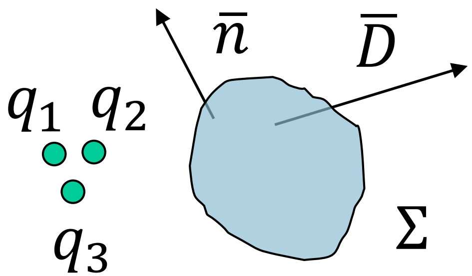
$$q_{tot} = q_1 + q_2 + q_3$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legge di Gauss (superficie che non contiene carica)

Il flusso del vettore $\overline{D}$ attraverso una superficie chiusa è uguale alla carica totale contenuta in essa.



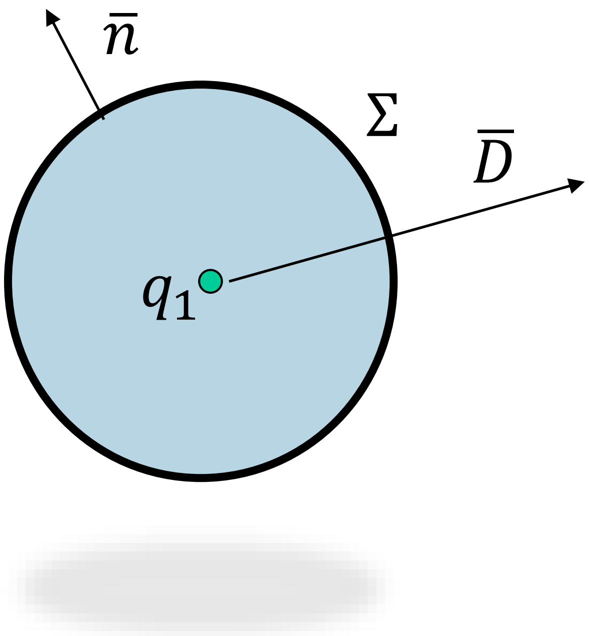
$$\int_{\Sigma} \overline{D} \cdot \overline{n} \, d\sigma = 0$$

Legge di Gauss (carica puntiforme)

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Nb= in una sfera la normale è diretta lungo
Il raggio



$$\int_\Sigma \bar{D}\cdot\bar{n}\,d\sigma =$$

$$=\int_\Sigma \frac{\bar{r}}{4\pi r^2} q_1 \cdot \bar{r}\,d\sigma =$$

$$= \frac{q_1}{4\pi r^2}\int_\Sigma \bar{r}\cdot\bar{r} =$$

$$= \frac{q_1}{4\pi r^2}\cdot 4\pi r^2 =$$

$$= q_1$$

Un’altra definizione di Campo Elettrico $\bar{E}$ $[\frac{V}{m}]$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

In un mezzo materiale o nel vuoto il campo $\bar{D}$ causa un campo elettrico $\bar{E}$. I due campi sono legati da una relazione costitutiva:

$$\bar{D} = \epsilon \ \bar{E}$$

Dove ϵ $[\frac{F}{m}]$ è la permettività dielettrica del mezzo.

$$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$$

ϵ_r= permettività relativa

$\epsilon_r = 8.86x10^{-12} \frac{F}{m}$= permettività del vuoto

Prof. G. Gruosso

Forza elettrica $\bar{F}$ $[N]$

A questo punto se inseriamo una carica q_v all'interno del campo troveremo che (il verso dipende dal segno della carica)

$$\bar{F} = q_v \ \bar{E}$$

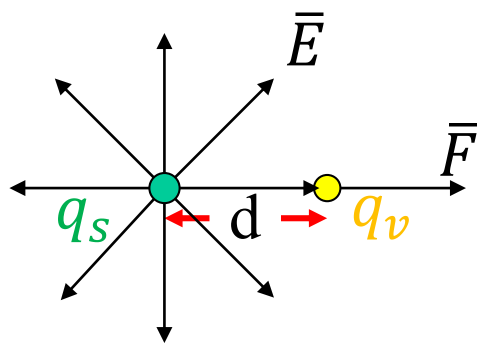
Facendo cosi ritornare la defnizione operativa

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Forza elettrica $\bar{F}$

Caso di campo elettrico generato da una carica puntiforme.



$$\bar{E} = q_s \frac{1}{4\pi\epsilon r^2} \; \bar{r}$$

$$\bar{F} = q_s \cdot q_v \frac{1}{4\pi\epsilon d^2} \; \bar{r}$$

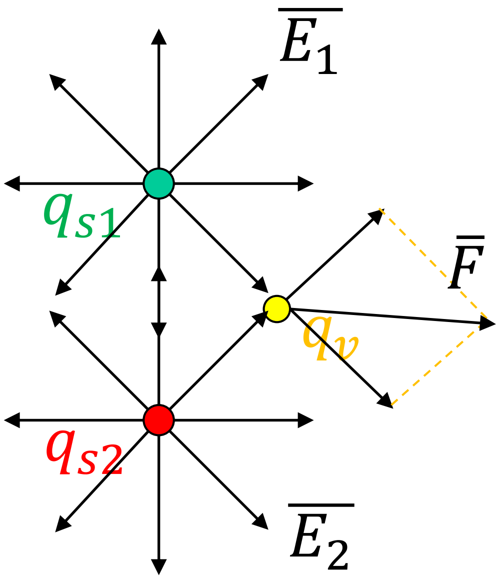
Il verso della forza dipende dal segno delle cariche

Forza elettrica $\overline{F}$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Caso di campo elettrico generato da due cariche puntiformi



$$\overline{E_1} = q_{s1} \frac{1}{4\pi\epsilon r^2} \ \overline{r_1}$$

$$\overline{E_2} = q_{s2} \frac{1}{4\pi\epsilon r^2} \ \overline{r_2}$$

$$\overline{F} = q_{s1} \cdot q_v \frac{1}{4\pi\epsilon d_1^2} \ \overline{r_1} +$$

$$+ \ q_{s2} \cdot q_v \frac{1}{4\pi\epsilon d_2^2} \ \overline{r_2}$$

Vale la sovrapposizione degli effetti

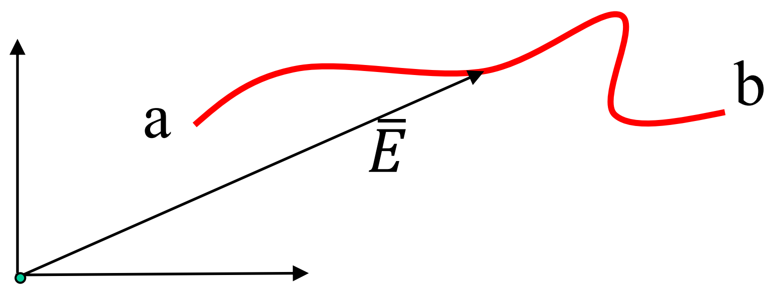
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Potenziale Elettrico v $[V]$

Il potenziale elettrico associato ad un campo elettrico tra due punti nello spazio è definito come

$$v_{ba} = \int_a^b \bar{E} \cdot d\,\bar{l}$$



Legame tra $\boldsymbol{tensione}\ \boldsymbol{v}\ [\boldsymbol{V}]$ e carica

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

$$v_{ba} = \int_a^b \bar{E} \cdot d\,\bar{l} = \int_a^b q_s \frac{1}{4\,\pi\,\epsilon r^2}\ \bar{r} \cdot d\,\bar{l} =$$

$$= q_s \int_a^b \frac{1}{4\,\pi\,\epsilon r^2}\ \bar{r} \cdot d\,\bar{l} =$$

$$= \frac{q_s}{C}$$

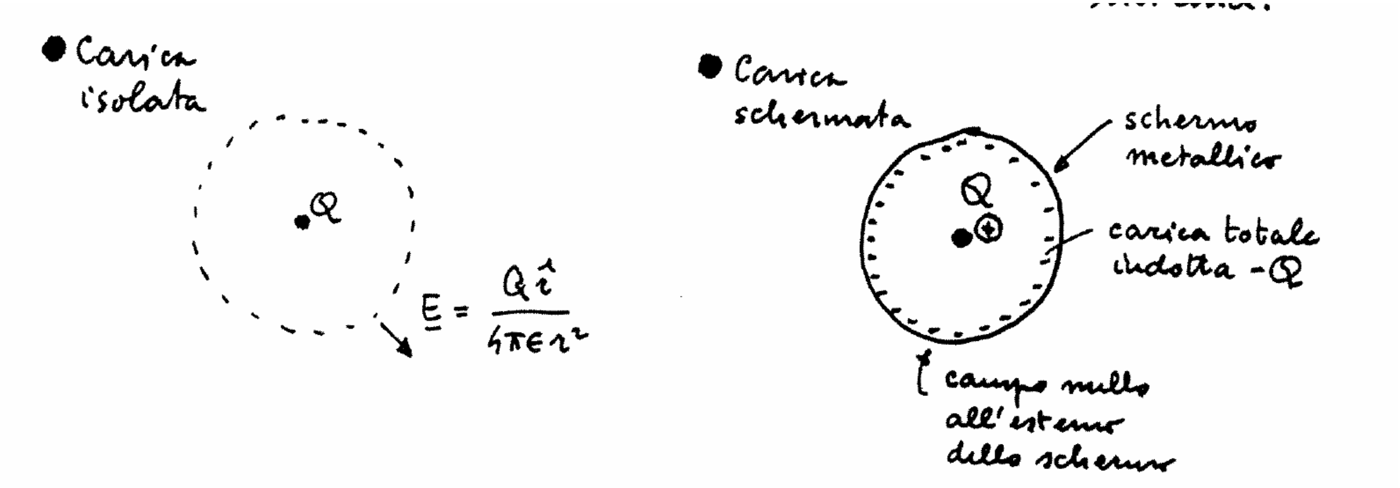
Da cui $q_s = C v_{ab}$ C= capacità

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Neutralità di un sistema Chiuso o isolato

Il sistema elettrostatico è un sistema chiuso o isolato, cioè la somma delle cariche è nulla, o meglio il flusso del vettore D è nullo o quasi nullo, poiché ci sono cariche libere di muoversi ma in presenza di un campo elettrico gli atomi e le molecole che lo compongono si polarizzano cioè divengono dipoli elettrici orientati in base al campo elettrico locale.

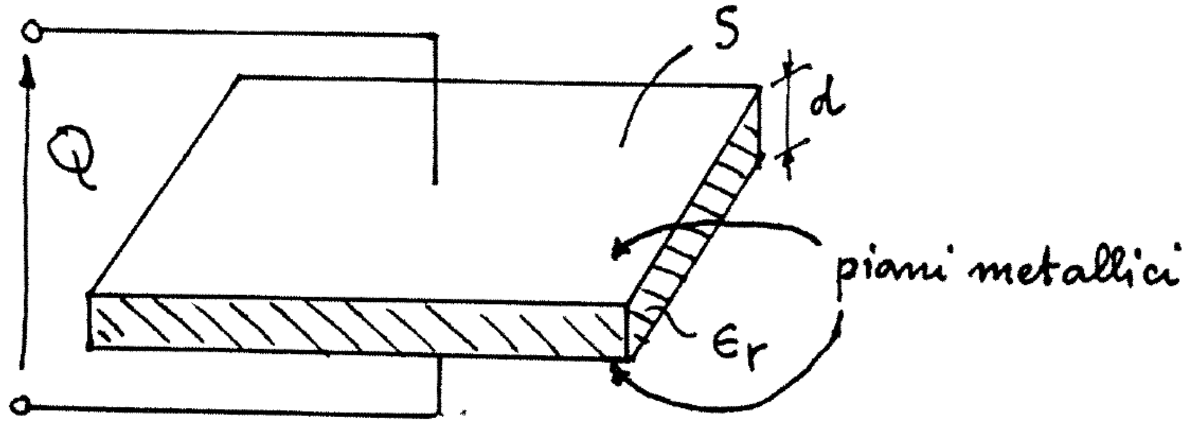


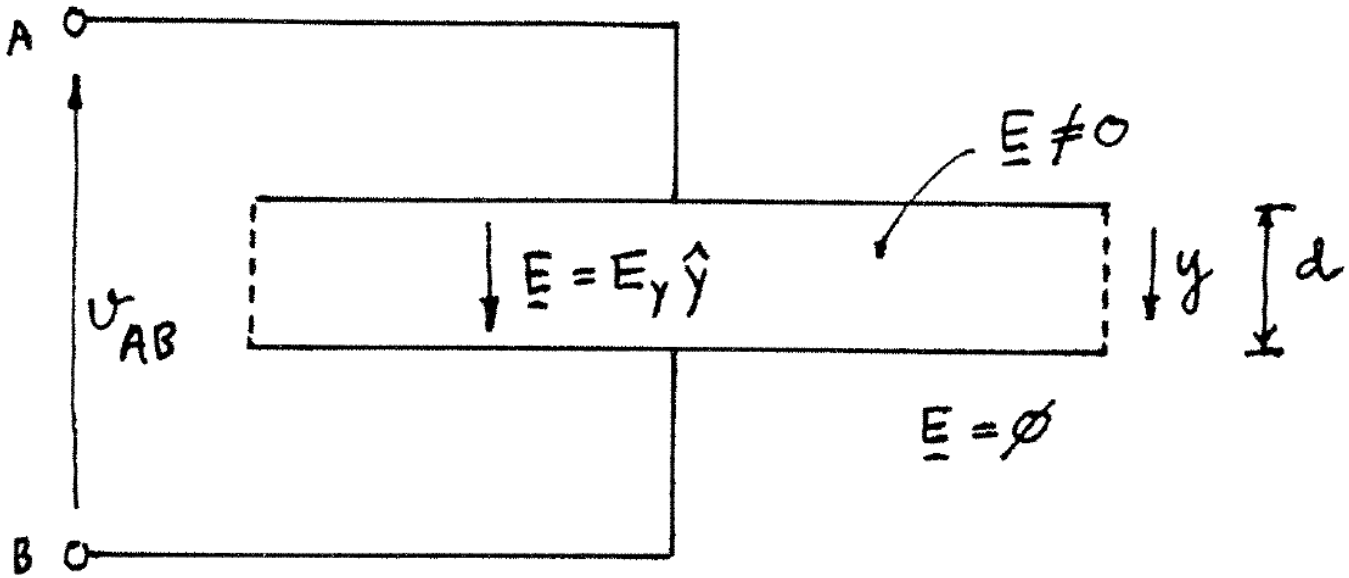
Condensatore a facce piane

POLITECNICO DI MILANO

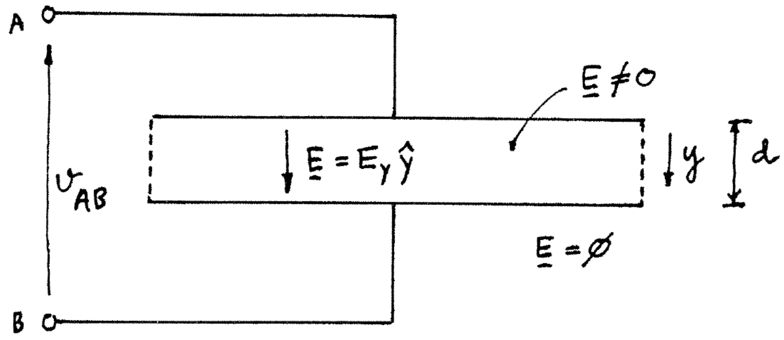
Prof. G. Gruosso

Condensatore a facce piane





Condensatore a facce piane



$$\bar{E} = \begin{cases} E_y\, \hat{y} & \textit{tra le due armature} \\ 0 & \textit{altrove} \end{cases}$$

$$v_{ba} = \int_a^b \bar{E} \cdot d\,\bar{l} = E_y d$$

$$E_y = \frac{v_{ba}}{d}$$

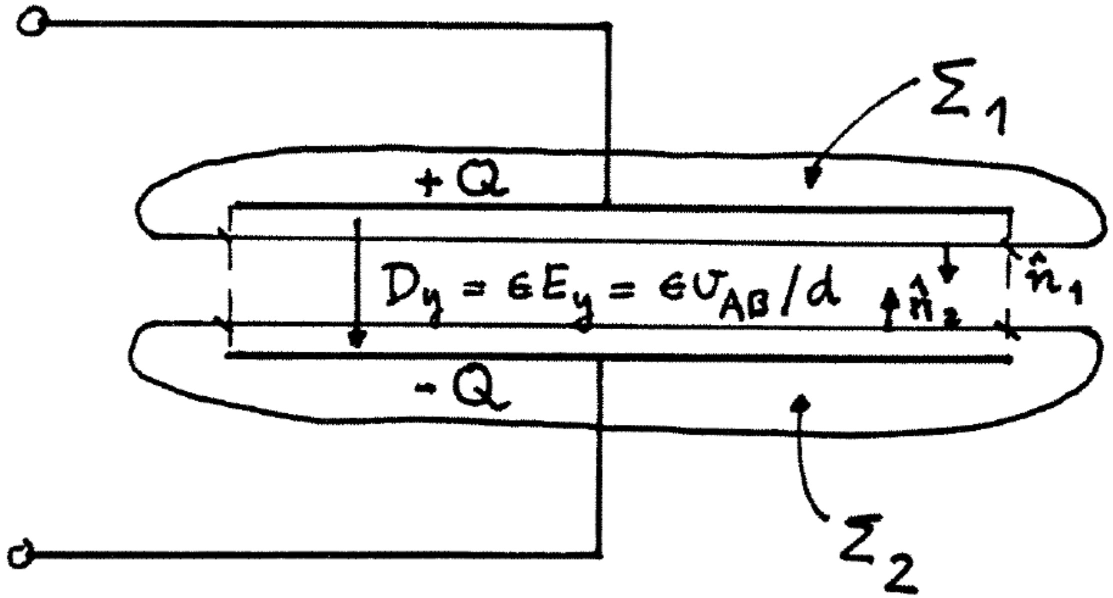
POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Condensatore a facce piane



Applicando la legge di Gauss sulle due armature di superficie S

$$Q = \oint_{\Sigma_1} \overline{D} \cdot \overline{n_1} d\sigma = \frac{v_{ba}}{d} \epsilon S$$

$$-Q = \oint_{\Sigma_1} \overline{D} \cdot \overline{n_2} d\sigma = -\frac{v_{ba}}{d} \epsilon S$$

$$\boxed{C = \frac{\epsilon S}{d}}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Campo di corrente

I mezzi materiali si possono distinguere in :

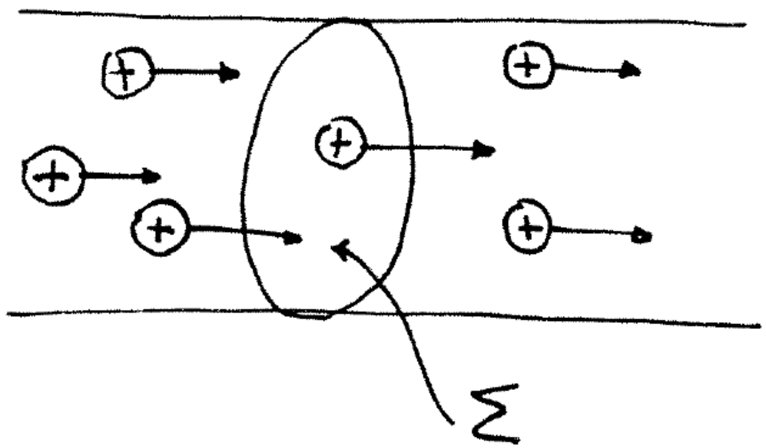
- Dielettrici (o isolanti)
- Conduttori

Nei primi non vi sono cariche in grado di muoversi sotto effetto di un campo elettrico, nei secondi questo movimento può esistere ma solo confinatamente al mezzo conduttore, cioè non sono in grado di attraversare la superficie di separazione tra mezzi.

Campo di corrente

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

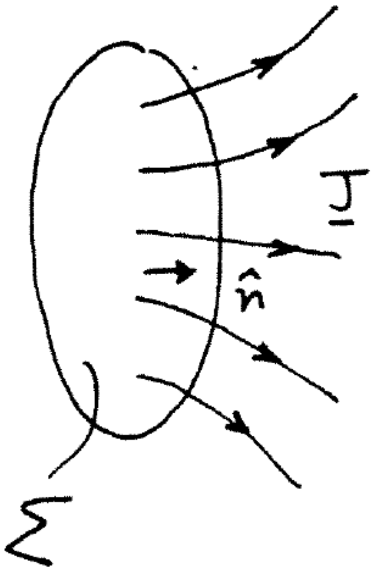


Corrente Elettrica [A] rappresenta il flusso di cariche attraverso la superficie Σ in un secondo.

Può essere vista come il flusso di un vettore chiamato **densità di corrente elettrica** $\bar{J}$ $[\frac{A}{m^2}]$

Prof. G. Gruosso

Campo di corrente



$$i = \int_{\Sigma} \bar{J} \cdot \bar{n} \, d\sigma$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legame tra Campo elettrico, tensione e densità di corrente

Dato un volume in cui è contenuta una quantità di cariche che si muovono ad una velocità media, si ha che la densità di corrente è

$$\bar{J} = n_{cariche} \cdot q \cdot velocità$$

Le cariche sono messe in moto dal campo elettrico per cui la velocità sarà proporzionale al campo (almeno per campi bassi come quelli che ci sono nei circuiti)

·

$$velocità = \mu \cdot \bar{E}$$

μ è la mobilità delle cariche libere, da cui si ha

$$\bar{J} = n_{cariche} \cdot q \cdot velocità =$$
$$= n_{cariche} \cdot q \cdot \mu \cdot \bar{E} =$$
$$= \sigma \bar{E}$$

POLITECNICO DI MILANO

Prof. G. Gruosso

Legame tra Campo elettrico, tensione e densità di corrente

σ [S/m] è la conducibilità del materiale

Da cui si ricavano le due equazioni di ohm in forma microscopica

$$\bar{J} = \sigma \bar{E}$$

$$\bar{E} = \rho \bar{J}$$