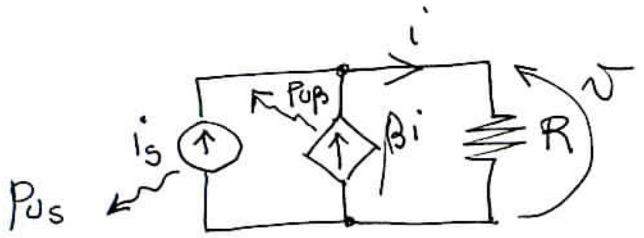
☐ CIRCUITI CONTENENTI GENERATORI PILOTATI

Nota di carattere generale:

- Ricordare che i generatori pilotati sono doppi bipoli, hanno cioè due porte elettriche. Una delle porte definisce la variabile (corrente o tensione) PILOTANTE
- Quando si affronta la soluzione del circuito (*) bisogna PRIMA DI TUTTO DETERMINARE LE VARIABILI PILOTANTI. Poi si possono determinare le eventuali altre variabili richieste.

(*) salvo applicazione di un metodo generale di analisi, come il metodo dell'analisi nodale.

EX



$i_S = 6\,A$
$R = 4\,\Omega$
$\beta = 2$

Determinare: v, $p_{U\beta}$, p_{US}

- Determino prima la pilotante i

KCL: $\quad i_S + \beta i - i = 0 \Rightarrow i(1-\beta) = i_S \Rightarrow i = \dfrac{i_S}{1-\beta} = -6\,A$

- Determino le grandezze richieste

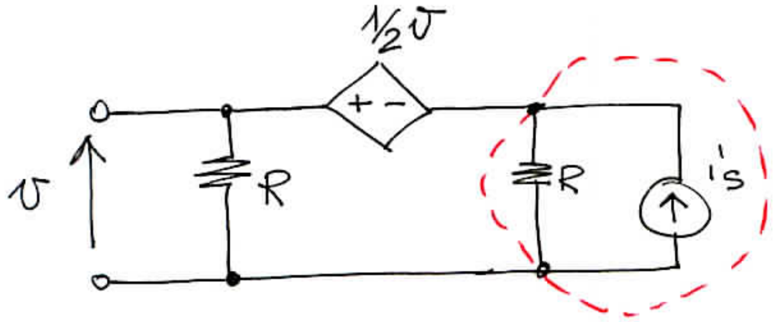
$v = R \cdot i = -24\,V$

$p_{US} = v \cdot i_S = -24 \cdot 6 = -144\,W$ (conv. gen., potenza uscente)

$p_{U\beta} = v \cdot (\beta \cdot i) = -24 \cdot (-6 \cdot 2) = 288\,W$ (conv. gen., pot. uscente)

Nota: i generatori pilotati sono ATTIVI, infatti si noti che $p_{U\beta} > 0$ (EROGA ENERGIA). In generale, in un gen. pilotato $p_U \gtrless 0$.

EX



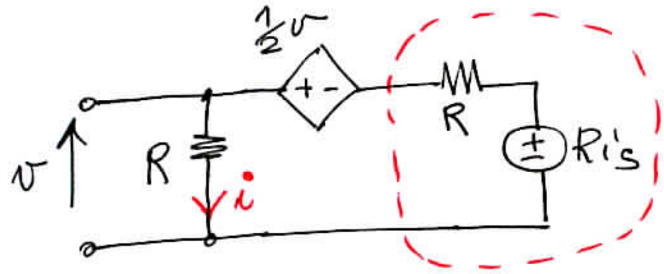
$i_s = 3A$

$R = 4\Omega$

$v = ?$

> **Nota importante**: Nei circuiti contenenti generatori pilotati è lecito usare relazioni di equivalenza esterna (per es. serie e parallelo di Resistori, trasformazione di sorgenti non calcoli, ecc...) PURCHÉ NON SIANO COINVOLTE LE VARIABILI PILOTANTI, che devono restare all'esterno dei bipoli trasformati, cioè non devono essere eliminate dal circuito.

Trasformazione del generatore R, i_s (è lecito perché non coinvolge v):



circuito con una sola maglia

Definisco i nel circuito (verso arbitrario)

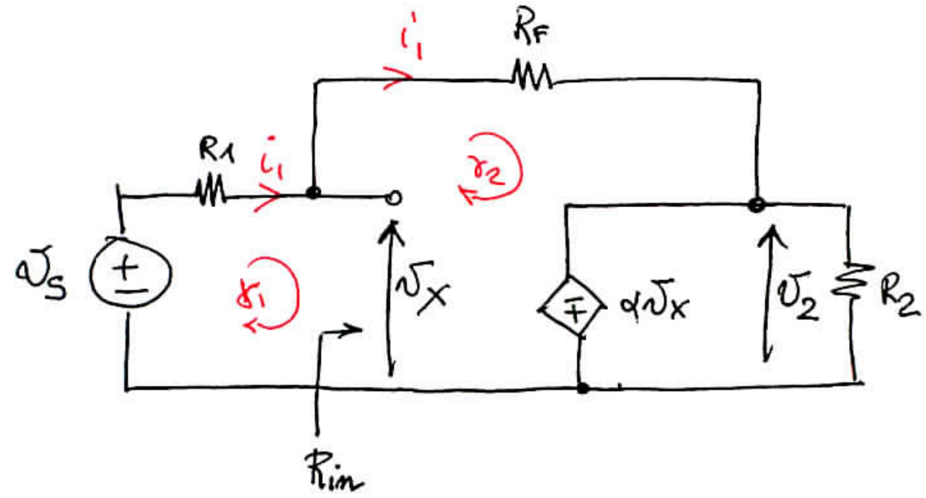
KVL:
$$\begin{cases} v - \frac{1}{2}v + R\cdot i - R\cdot i_s = 0 \\ v = R\cdot i \end{cases}$$

Sistema di due equazioni in due incognite v, i

$$i = \frac{v}{R} \Rightarrow v - \frac{1}{2}v + \cancel{R}\frac{v}{\cancel{R}} - Ri_s = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}v = Ri_s$$

$$\Rightarrow v = \frac{2}{3}Ri_s = \frac{2}{3}\cdot 4\cdot 3 = 8\,V$$

EX



$\alpha = 200$

$R_1 = R_2 = 1\,k\Omega$

$R_F = 50\,k\Omega$

$v_S = 10\,mV$

$v_2 = ?$

$\frac{v_2}{v_X} = ?$

$R_{in} = ?$

PILOTANTE v_x : Definisco i_1

$$\begin{cases} \text{KVL } \gamma_1: & v_S - R_1 i_1 - v_X = 0 \quad (1) \\ \text{KVL } \gamma_2: & v_X - R_F i_1 + \alpha v_X = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Dalla (1) $$i_1 = \frac{v_S - v_X}{R_1}$$

Nella (2) $$v_X(1+\alpha) - \frac{R_F}{R_1}(v_S - v_X) = 0$$

$$v_X\left(1+\alpha+\frac{R_F}{R_1}\right) = \frac{R_F}{R_1} v_S$$

$$\boxed{v_X = v_S \frac{R_F}{R_1} \frac{1}{1+\alpha+\frac{R_F}{R_1}}} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{50 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3 \cdot 201 + 50 \cdot 10^3} \cong 1{,}99\,mV$$

ORA DETERMINO v_2, v_2/v_x, R_{in}

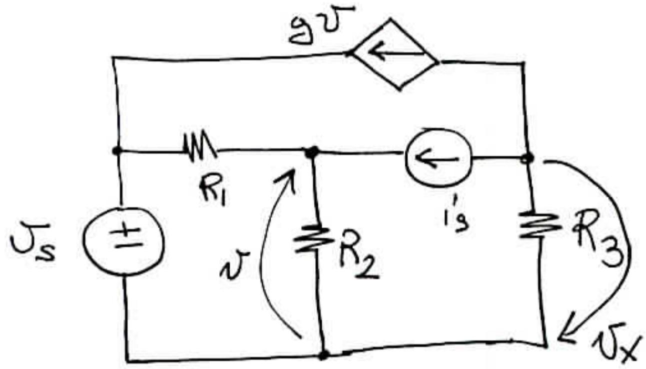
$$v_2 = -\alpha v_x = -200 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{-3} \cong -0{,}398\,V$$

$$v_2/v_x = -\alpha = -200$$

$$i_1 = \frac{v_S - v_X}{R_1} = \frac{10 \cdot 10^{-3} - 1{,}99 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^3} = 8{,}01\,\mu A$$

$$R_{in} = \frac{v_X}{R_1} = \frac{1{,}99 \cdot 10^{-3}}{8{,}01 \cdot 10^{-6}} = 248{,}44\,\Omega$$

EX|



$R_1 = 6\Omega$; $R_2 = 2\Omega$

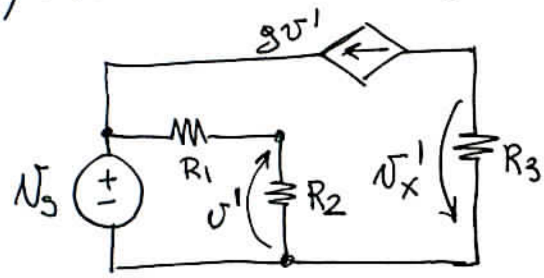
$R_3 = 5\Omega$; $g = 4\Omega^{-1}$

$i_s = 2A$; $v_s = 1V$

$v_x = ?$

Nota importante: Quando si applica la sovrapp. degli effetti, i generatori pilotati NON SI SPENGONO! (non sono sorgenti indipendenti)

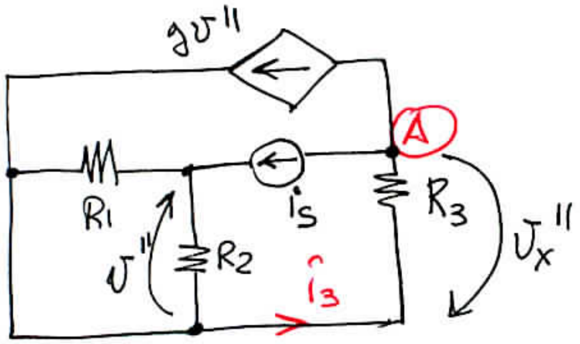
1) AGISCE SOLO v_S (i_s SPENTO)



• Pilotante: $v' = v_S \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} = 1 \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{4} V$

• v_x': $v_x' = (g v') \cdot R_3 = 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5 = 5V$

2) AGISCE SOLO i_S (v_S SPENTO)



• Pilotante:

$$v'' = (R_1 /\!/ R_2) \cdot i_s =$$

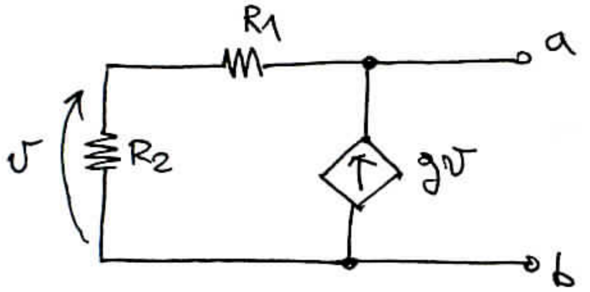
$$= \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_s = \frac{6 \cdot 2}{8} \cdot 2 = 3V$$

• v_x'': KCL (A) : $i_3 = i_s + g v'' = 2 + 4 \cdot 3 = 14 A$

$$v_x'' = R_3 i_3 = 5 \cdot 14 = 70 V$$

⇨ Sovrapposizione $v_x = v_x' + v_x'' = 75 V$

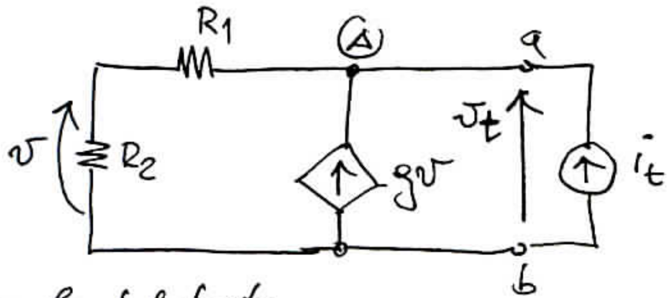
Ex



$R_1 = 3\,\Omega$
$R_2 = 2\,\Omega$
$g = 3\,\Omega^{-1}$

Det. resistenza equivalente del bipolo di morsetti a, b

1° MODO | Mettiamo un gen. di test i_t (COMANDO IN CORRENTE)



Determiniamo la pilotante

KCL A :
$$i_t + gv - \frac{v}{R_2} = 0$$

$$i_t = v\left(\frac{1}{R_2} - g\right) = \frac{v(1 - R_2 g)}{R_2}$$

$$v = i_t \frac{R_2}{1 - R_2 g}$$

Ora determiniamo v_t

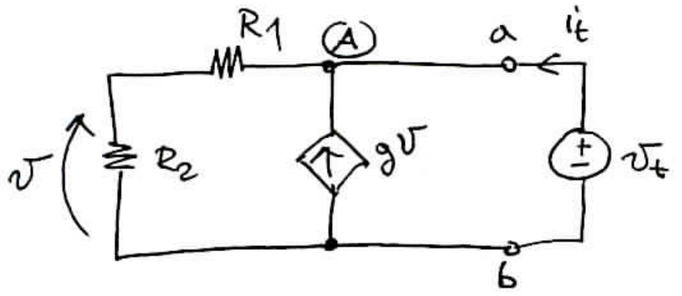
KVL :
$$v + R_1 \frac{v}{R_2} - v_t = 0$$

$$v_t = v\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = v \frac{R_1 + R_2}{R_2} = i_t \frac{\cancel{R_2}}{1 - R_2 g} \frac{R_1 + R_2}{\cancel{R_2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{ab} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_1 + R_2}{1 - R_2 g}} \qquad R_{ab} = \frac{3+2}{1 - 2 \cdot 3} = -1\,\Omega$$

2° MODO !

Mettiamo un gen. di test v_t (COMANDO IN TENSIONE)



Determiniamo la pilotante

$$v = v_t \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

Ora determiniamo i_t

KCL (A) $$i_t = -gv + \frac{v}{R_2} = v\left(\frac{1}{R_2} - g\right) = v\,\frac{1-R_2 g}{R_2}$$

$$i_t = v_t \frac{\cancel{R_2}}{R_1+R_2} \cdot \frac{1-R_2 g}{\cancel{R_2}}$$

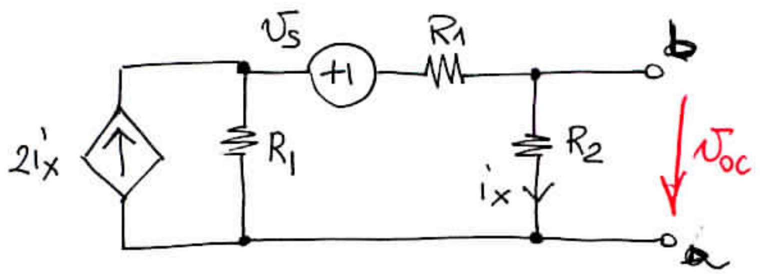
$$\boxed{R_{ab} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_1+R_2}{1-R_2 g}}$$

$$R_{ab} = -1\,\Omega$$

Nota 1) Notare che R_{ab} <u>può essere negativa</u> infatti i gen. pil. sono componenti attivi.

Nota 2) Quando si affronta un esercizio, scegliere il COMANDO (IN CORR./TENS.) PIÙ COMODO (che comporta, cioè, meno fatica per determinare la pilotante)

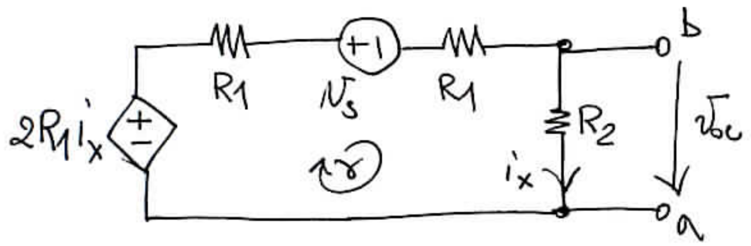
EX



$R_1 = 1\Omega$
$R_2 = 2\Omega$
$v_S = 6V$

Determinare il circuito eq. di thevenin visto ai morsetti a, b

- Tensione a vuoto v_{oc}

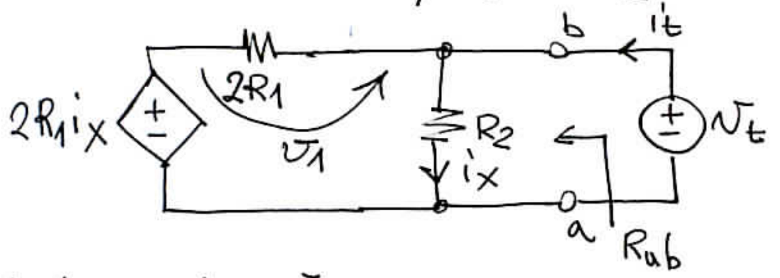


Pilotante: KVL γ: $\cancel{2R_1 i_x} - \cancel{R_1 i_x} - v_S - \cancel{R_1 i_x} - R_2 i_x = 0$

$$i_x = -\frac{v_s}{R_2} = -\frac{6}{2} = -3A$$

v_{oc}: $$v_{oc} = -R_2 i_x = -2 \cdot (-3) = 6V$$

- Resistenza equivalente: spengo le sorgenti indipendenti



$$R_{ab} = \frac{v_t}{i_t}$$

Pilotante: $i_x = v_t / R_2$

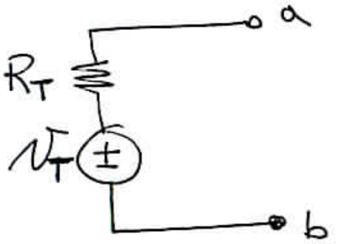
Calcolo i_t:

$$\begin{cases} \text{KVL: } 2R_1 i_x + v_1 - v_t = 0 & \Rightarrow v_1 = v_t - 2R_1 i_x \\ \text{KCL: } i_t = i_x + \dfrac{v_1}{2R_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_t = i_x + \frac{v_t - 2R_1 i_x}{2R_1} \Rightarrow i_t = \cancel{\frac{v_t}{R_2}} + \frac{v_t}{2R_1} - \cancel{\frac{v_t}{R_2}}$$

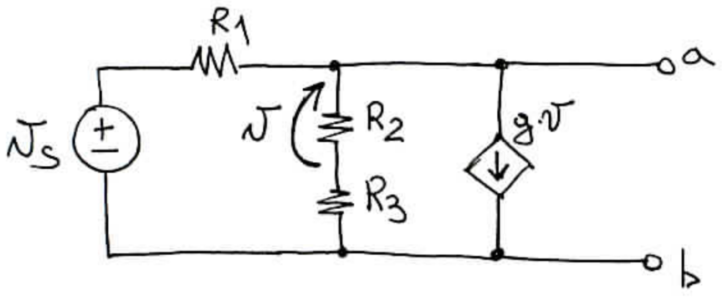
$$\Rightarrow R_{ab} = 2R_1 = 2\Omega$$

- Circuito equivalente di Thevenin



$$v_T = v_{oc} = 6V$$
$$R_T = R_{ab} = 2\,\Omega$$

EX



$v_S = 10\,V$

$R_1 = 5\,\Omega$

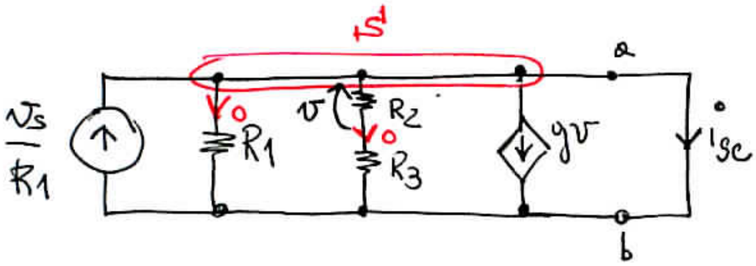
$R_2 = 2\,\Omega$

$R_3 = 3\,\Omega$

$g = 2\,\Omega^{-1}$

Determinare il circuito equivalente di Norton visto ai morsetti a, b

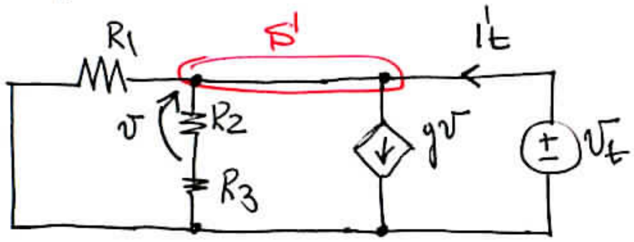
- Corrente di cortocircuito i_{sc}



Pilotante: $v = 0$ (R_2, R_3, R_1 cortocircuitate!)

KCL (S'): $$i_{sc} = \frac{v_s}{R_1} - gv = \frac{v_s}{R_1} = 2\,A$$

- Resistenza equivalente ai morsetti a, b:



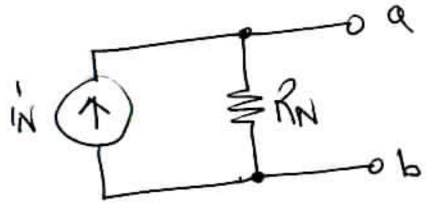
Pilotante: $$v = v_t \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

Calcolo i_t: KCL S': $$i_t = gv + \frac{v}{R_2} + \frac{v_t}{R_1} = \left(g + \frac{1}{R_2}\right) v_t \frac{R_2}{R_2 + R_3} + \frac{v_t}{R_1}$$

$$i_t = v_t \left(\frac{1+gR_2}{R_2+R_3} + \frac{1}{R_1} \right)$$

$$R_{ab} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{1}{\dfrac{1+gR_2}{R_2+R_3} + \dfrac{1}{R_1}} = \frac{1}{\dfrac{1+4}{5} + \dfrac{1}{5}} = \frac{5}{6}\,\Omega$$

- Circuito equivalente di Norton



$i_N = i_{sc} = 2A$

$R_N = R_{ab} = 5/6\ \Omega$