EX

- GENERATORE TRIFASE SIMMETRICO DI SEQUENZA INVERSA

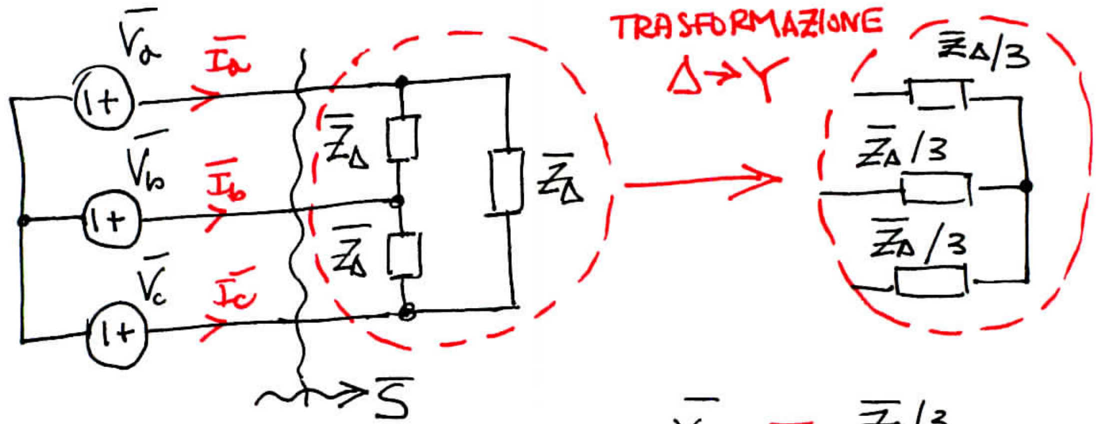
$$V_\ell = 480\ \text{V} \quad ; \quad \bar{V}_a = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} e^{j30°}$$

- CARICO COLLEGATO A Δ, EQUILIBRATO, $\bar{Z}_\Delta = 15 + j12\ \Omega$

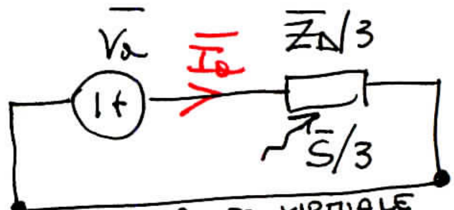
DETERMINARE (a) LE CORRENTI DI LINEA $\bar{I}_a, \bar{I}_b, \bar{I}_c$

(b) LA POTENZA APPARENTE TRIFASE $\bar{S}$ ENTRANTE NEL CARICO

Schematizzo il circuito:



Monofase equivalente fase a:



$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_\Delta/3} = \frac{\frac{480}{\sqrt{3}} e^{j30°}}{5 + j4} = 43{,}28\, e^{-j8{,}65°}\ \text{A}$$

$\Rightarrow$ terna di correnti simmetriche di sequenza inversa

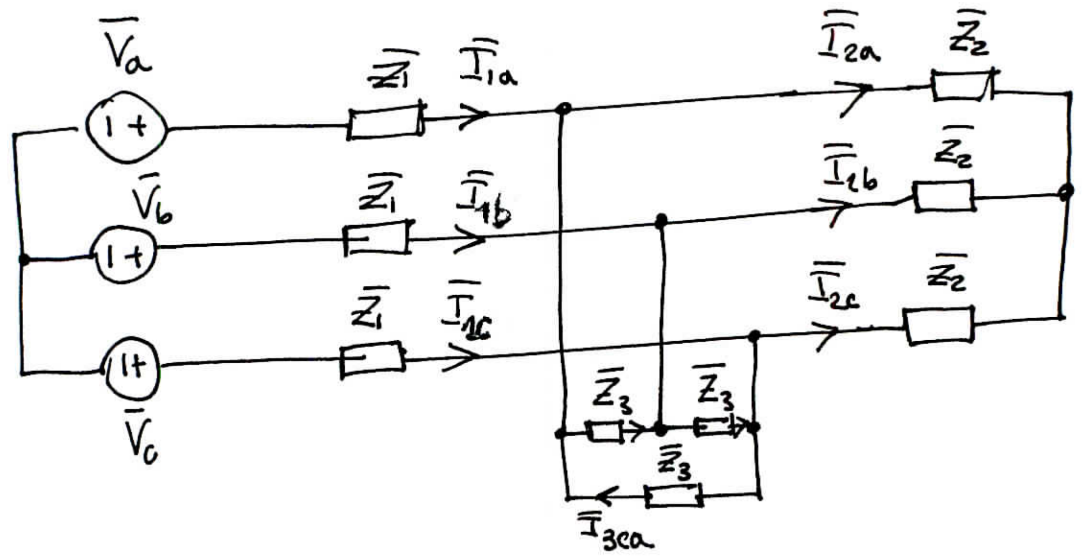
$$\begin{cases} \bar{I}_a = 43{,}28\, e^{-j8{,}65°}\ \text{A} \\ \bar{I}_b = 43{,}28\, e^{j(-8{,}65° + 120°)}\ \text{A} \\ \bar{I}_c = 43{,}28\, e^{j(-8{,}65° - 120°)}\ \text{A} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} \bar{I}_a = 43{,}28\, e^{-j8{,}65°}\ \text{A} \\ \bar{I}_b = 43{,}28\, e^{j111{,}35°}\ \text{A} \\ \bar{I}_c = 43{,}28\, e^{-j128{,}65°}\ \text{A} \end{cases}}$$

$$\bar{S} = \underbrace{3}_{\text{TRIFASE}}\ \underbrace{\bar{V}_a \bar{I}_a^*}_{\bar{S}\ \text{DI UNA FASE}} = 3 \cdot \frac{480}{\sqrt{3}} e^{j30°} \cdot 43{,}28\, e^{j8{,}65°} = 35{,}965\, e^{j38{,}65°}\ \text{VA}$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 35{,}965\ \text{kVA}}$$

EX |



- $\overline{V}_a, \overline{V}_b, \overline{V}_c$ terna simmetrica, sequenza diretta

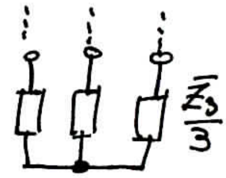
  $\overline{V}_a = V_f \qquad V_f = 220\ V$

- $\overline{Z}_1 = j\ \Omega$; $\overline{Z}_2 = 2 - j\ \Omega$; $\overline{Z}_3 = 18\ \Omega$

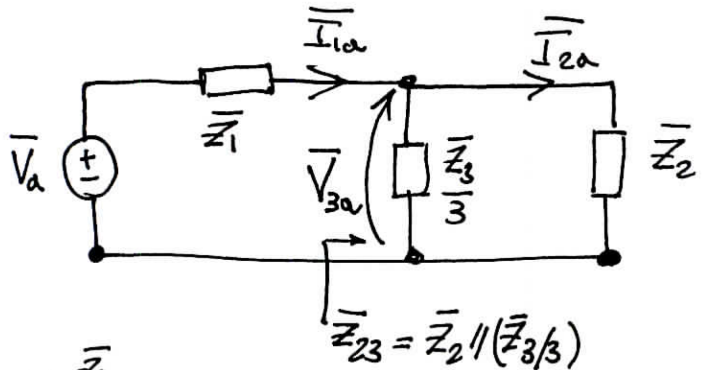
- Determinare : #1 $\begin{cases} \overline{I}_{1a} = ? \\ \overline{I}_{1b} = ? \\ \overline{I}_{1c} = ? \end{cases}$ #2 $\begin{cases} \overline{I}_{2a} = ? \\ \overline{I}_{2b} = ? \\ \overline{I}_{2c} = ? \end{cases}$ #3 $\begin{cases} \overline{I}_{3ab} = ? \\ \overline{I}_{3bc} = ? \\ \overline{I}_{3ca} = ? \end{cases}$

N.B. $\overline{I}_{3ab}, \overline{I}_{3bc}, \overline{I}_{3ca}$ sono le correnti di fase nel triangolo

Trasformazione triangolo → stella



Circuito monofase equivalente (fase a):



$$\overline{Z}_{23} = \frac{\overline{Z}_2 \frac{\overline{Z}_3}{3}}{\overline{Z}_2 + \overline{Z}_3/3} = \frac{(2-j)6}{2-j+6} = 1{,}57 - j0{,}55\ \Omega$$

$$\overline{I}_{1a} = \frac{\overline{V}_a}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_{23}} = \frac{220}{j + 1{,}57 - j0{,}55} = 129{,}49 - j37{,}11 = 134{,}7e^{-j16°}\ A$$

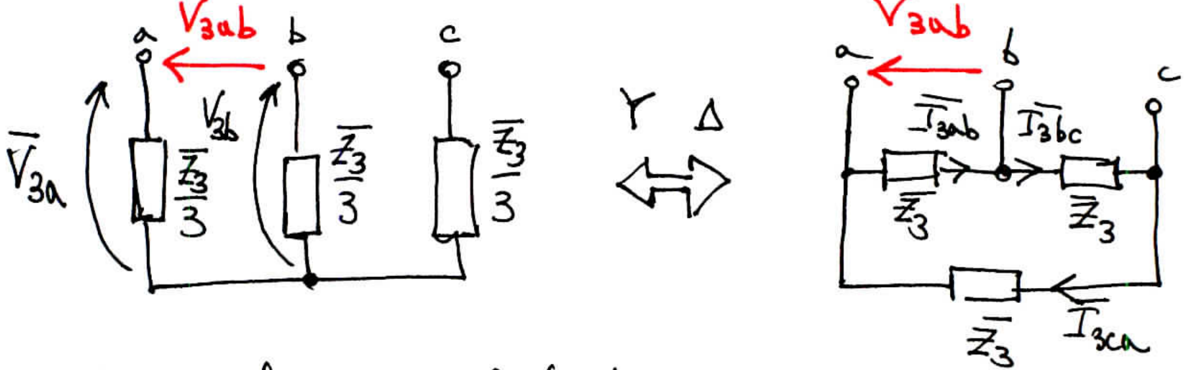
$$\bar{I}_{2a} = \bar{I}_{1a} \cdot \frac{\bar{Z}_3/3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3/3} = 134{,}7\, e^{-j16°} \cdot \frac{6}{8-j} = 100{,}22\, e^{-j\,8{,}87°}\ \text{A}$$

$\Rightarrow$ SEQ. DIRETTA

$$\#1 \begin{cases} \bar{I}_{1a} = 134{,}7\, e^{-j16°}\ \text{A} \\ \bar{I}_{1b} = 134{,}7\, e^{-j136°}\ \text{A} \\ \bar{I}_{1c} = 134{,}7\, e^{j104°}\ \text{A} \end{cases}$$

$$\#2 \begin{cases} \bar{I}_{2a} = 100{,}22\, e^{-j8{,}87°}\ \text{A} \\ \bar{I}_{2b} = 100{,}22\, e^{-j128{,}87°}\ \text{A} \\ \bar{I}_{2c} = 100{,}22\, e^{j111{,}13°}\ \text{A} \end{cases}$$

Attenzione: per trovare le correnti di fase del triangolo (fasori) devo trovare la tensione di linea $\bar{V}_{3ab}$:



Dal circuito monofase equivalente trovo la tensione di fase della stella:

$$\bar{V}_{3a} = \bar{V}_a \cdot \frac{\bar{Z}_{23}}{\bar{Z}_{23} + \bar{Z}_1} = 220 \cdot \frac{1{,}57 - j0{,}55}{j + 1{,}57 - j0{,}55} = 224{,}1\, e^{-j35{,}3°}\ \text{V}$$

$$\bar{V}_{3b} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{seq. diretta}}}{=} 224{,}1\, e^{-j155{,}3°}\ \text{V}$$

(*)

$$\Rightarrow \bar{V}_{3ab} = \bar{V}_{3a} - \bar{V}_{3b} = 388{,}15\, e^{-j5{,}3°}\ \text{V}$$

[In alternativa a (*): $\bar{V}_{3ab} = \sqrt{3} \cdot \underbrace{224{,}1}_{V_{3a}}\, e^{j(\underset{\angle \bar{V}_{3a}}{-35{,}3°} + \underbrace{30°}_{\text{seq. diretta}})}$]

$$\bar{I}_{3ab} = \frac{\bar{V}_{3ab}}{\bar{Z}_3} = 21{,}56\, e^{-j5{,}3°}\ \text{A}$$

$\Rightarrow$

SEQ. DIRETTA

$$\boxed{\Delta \begin{cases} \bar{I}_{3ab} = 21{,}56\, e^{-j5{,}3°}\ A \\ \bar{I}_{3bc} = 21{,}56\, e^{-j125{,}3°}\ A \\ \bar{I}_{3ca} = 21{,}56\, e^{j114{,}7°}\ A \end{cases}}$$

Esercizio 7

Determinare:

- Il circuito monofase equivalente (fase a) nel dominio dei fasori.
- L'espressione della terna di correnti a regime sinusoidale $i_{2a}(t)$, $i_{2b}(t)$, $i_{2c}(t)$, in figura.
- Le potenze trifasi attive (P_1, P_2), reattive (Q_1, Q_2) e apparenti (S_1, S_2) in figura.

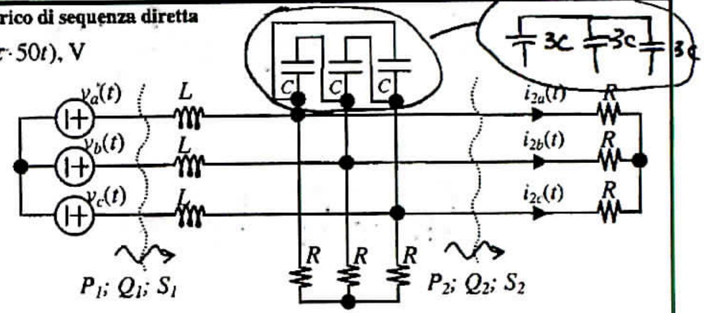
Generatore trifase simmetrico di sequenza diretta

$v_a(t) = \sqrt{2}\cdot 240\cos(2\pi\cdot 50t)$, V

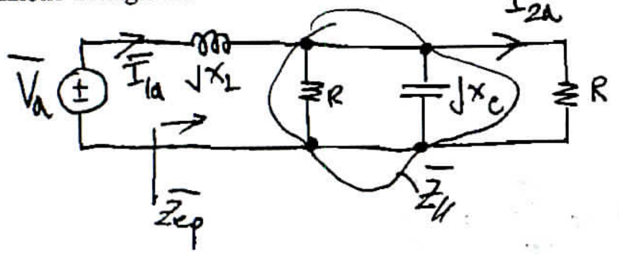
$R = 10\,\Omega$

$L = 100$ mH

$C = 0.1$ mF



Soluzione dettagliata:



$$X_L = \omega L = 2\pi\cdot 50\cdot 100\cdot 10^{-3} = 31{,}14\,\Omega$$

$$X_c = -\frac{1}{\omega 3C} = -\frac{1}{2\pi 50\cdot 0{,}3\cdot 10^{-3}} = -10{,}61\,\Omega$$

$$\bar{V}_a = 240\,V$$

$$\bar{Z}_{//} = \frac{R\,jX_c}{R+jX_c} = 5{,}296 - j4{,}991 = 7{,}277\,e^{-j43{,}3^\circ}\,\Omega$$

$$\bar{Z}_{eq} = jX_L + \frac{\bar{Z}_{//}R}{\bar{Z}_{//}+R} = 4{,}091 + j29{,}49 = 29{,}77\,e^{j82{,}10^\circ}\,\Omega$$

$$\bar{I}_{1a} = \frac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{240}{29{,}77\,e^{j82{,}10}} = 8{,}06\,e^{-j82{,}10^\circ}\,A$$

$$\bar{I}_{2a} = \bar{I}_{1a}\,\frac{\bar{Z}_{//}}{\bar{Z}_{//}+R} = 3{,}646\,e^{-j107{,}33^\circ}\,A$$

$$\boxed{\begin{aligned} i_{2a}(t) &= \sqrt{2}\cdot 3{,}646\cos(2\pi\cdot 50t - 107{,}33^\circ),\ A\\ i_{2b}(t) &= \sqrt{2}\cdot 3{,}646\cos(2\pi\cdot 50t + 132{,}67^\circ),\ A\\ i_{2c}(t) &= \sqrt{2}\cdot 3{,}646\cos(2\pi\cdot 50t + 12{,}67^\circ),\ A\end{aligned}}$$

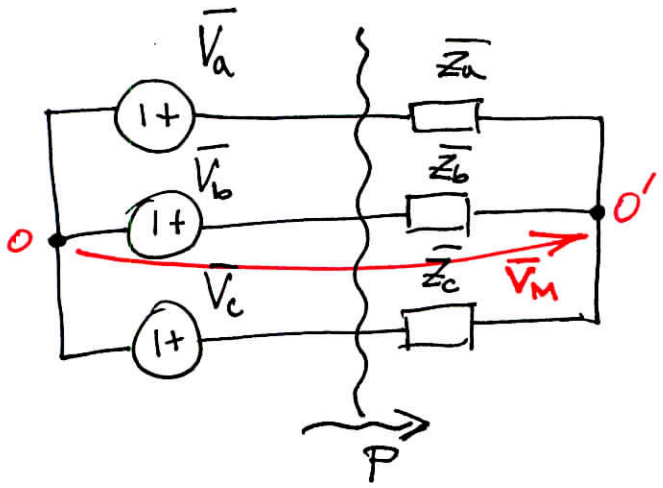
(seq. diretta)

$$\bar{S}_1 = 3\bar{V}_a\bar{I}_{1a}^* = 5803{,}2\,e^{j82{,}1^\circ} = 797{,}62 + j5748{,}12\ VA$$

$$\boxed{P_1 = 797{,}62\,W;\quad Q_1 = 5748{,}12\ VAR;\quad S_1 = 5803{,}2\ VA}$$

$$\boxed{P_2 = 3RI_{2a}^2 = 3\cdot 10\cdot 3{,}646^2 = 398{,}79\,W \qquad Q_2 = 0 \text{ (resistori!)} \qquad S_2 = 398{,}79\,VA}$$

EX



Generatore trifase simmetrico
Sequenza diretta

$V_f = 240\,V$

$\overline{Z}_a = 10\,\Omega$

$\overline{Z}_b = j5\,\Omega$

$\overline{Z}_c = 2-j\,\Omega$

Determinare la potenza attiva P attraversante la sezione trifase in figura.

E' un circuito con carico <u>non equilibrato</u> ⇨ non si possono usare circuiti monofase equivalenti.

Millman:

$$\overline{V}_M = \frac{\frac{\overline{V}_a}{\overline{Z}_a} + \frac{\overline{V}_b}{\overline{Z}_b} + \frac{\overline{V}_c}{\overline{Z}_c}}{\frac{1}{\overline{Z}_a} + \frac{1}{\overline{Z}_b} + \frac{1}{\overline{Z}_c}} \neq 0$$

Attenzione: Come scrivo $\overline{V}_a$? Il testo fornisce solo $V_f = 240\,V$ e non precisa qual e' il riferimento di fase $\angle\overline{V}_a = ?$
Non ha importanza! Infatti viene richiesto il calcolo di una potenza, e le potenze dipendono dagli sfasamenti tra tensione e corrente, non dipendono dal riferimento "assoluto" di fase.
Posso quindi lecitamente assumere una $\angle\overline{V}_a$ arbitraria, per esempio $\angle\overline{V}_a = 0$

$$\overline{V}_a = 240\,V\,; \quad \overline{V}_b = 240\,e^{-j120°}\,; \quad \overline{V}_c = 240\,e^{j120°}$$

$$\overline{V}_M = \frac{240\left(\frac{1}{10} + \frac{e^{-j120}}{j5} + \frac{e^{j120°}}{2-j}\right)}{\frac{1}{10} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{2-j}} = 271{,}22\,e^{j142{,}19°}\,V$$

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a - \bar{V}_M}{\bar{Z}_a} = \frac{240 - 271{,}22\, e^{j142{,}19°}}{10} = 48{,}375\, e^{-j20{,}1°}\ \text{A}$$

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{V}_b - \bar{V}_M}{\bar{Z}_b} = \frac{240 e^{-j120°} - 271{,}22\, e^{j142{,}19°}}{j5} = 77{,}164\, e^{-j165{,}86°}\ \text{A}$$

$$\bar{I}_c = \frac{\bar{V}_c - \bar{V}_M}{\bar{Z}_c} = \frac{240 e^{j120°} - 271{,}22\, e^{j142{,}19°}}{2-j} = 46{,}078\, e^{j50{,}36°}\ \text{A}$$

$$P = \mathrm{Re}\{\bar{Z}_a\} I_a^2 + \mathrm{Re}\{\bar{Z}_b\} I_b^2 + \mathrm{Re}\{\bar{Z}_c\} I_c^2 =$$

$$= 10 \cdot 48{,}375^2 + 0 + 2 \cdot 46{,}078^2 = 27\,647\ \text{W}$$

$$\boxed{P = 27{,}65\ \text{kW}}$$

[Verifica: $\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$

$$48{,}375\, e^{-j20{,}1°} + 77{,}164\, e^{-j165{,}86°} + 46{,}078\, e^{j50{,}36°} =$$

$$= 0{,}008\, e^{j180°} \approx 0 \qquad \underline{\text{OK}}$$
]