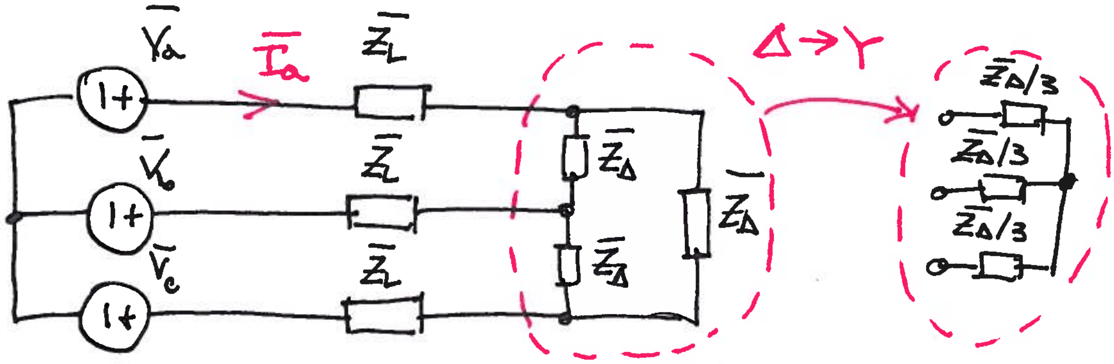
EX [E.8 Perfetti, soluzione sbagliata sul libro]

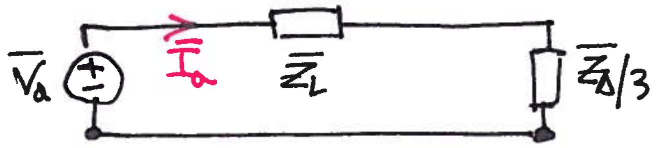
- GEN. TRIFASE SEQ. DIRETTA $V_\ell = 380\ V$
- CARICO A Δ $\bar{Z}_\Delta = 3 + j3\ \Omega$
- IMPEDENZA DI LINEA $\bar{Z}_L = 1\ \Omega$

- Determinare la potenza attiva trifase dissipata dalla linea P_d
- Determinare il valore efficace delle correnti di fase del triangolo $I_{f\Delta}$

Schematizzo:



Monofase equivalente (fase a):



$$\bar{I}_a = \frac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_L + \frac{\bar{Z}_\Delta}{3}}$$

[In mancanza di dati su $\angle\bar{V}_a$, assumo $\angle\bar{V}_a = 0°$. In effetti, il valore di $\angle\bar{V}_a$ non ha influenza sul risultato per P_d! Riflettere!]

$$\bar{V}_a = V_f\, e^{j0°} = 380/\sqrt{3}$$

$$\bar{I}_a = \frac{380/\sqrt{3}}{1 + 1 + j} = 98{,}12\, e^{-j26{,}57°}\ A$$

I_ℓ Valore efficace della corrente di linea

$$\boxed{P_d = 3 \cdot \mathrm{Re}\{\bar{Z}_L\} I_\ell^2 = 3 \cdot 1 \cdot 98{,}12^2 = 28{,}9\ kW}$$

$$\boxed{I_{f\Delta} = I_\ell/\sqrt{3} = 0{,}577 \cdot 98{,}12 = 56{,}61\ A}$$

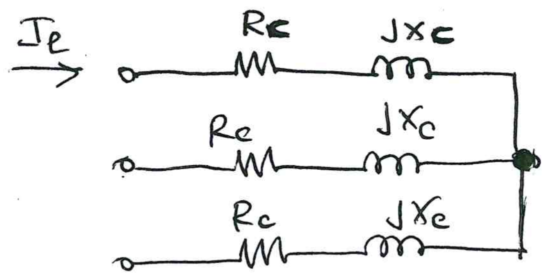
(vedi lezioni)

EX| Un carico trifase equilibrato ha i seguenti dati:

$$S = 5\ kVA \quad , \quad V_\ell = 400\ V \quad , \quad \cos\varphi = 0{,}9\ \text{rit.}$$

Determinare la rappresentazione del carico con tre impedenze a stella.

Il carico è resistivo-induttivo ($\cos\varphi$ in rit.) per cui:



$$S = \sqrt{3}\, V_\ell I_\ell \Rightarrow I_\ell = \frac{S}{\sqrt{3} V_\ell} = \frac{5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 7{,}22\ A$$

Ora trovo le potenze attive e reattive

$$P = S\cos\varphi = 5 \cdot 0{,}9 = 4{,}5\ kW$$
$$Q = S\sin\varphi = 5 \cdot \sin(\arccos(0{,}9)) = 2{,}18\ kVAR$$

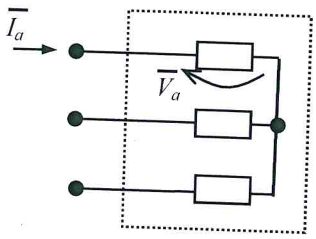
Essendo $\quad P = 3 R_c I_\ell^2 \quad ; \quad Q = 3 X_c I_\ell^2$

$$\Rightarrow \boxed{R_c} = \frac{P}{3 I_\ell^2} = \frac{4{,}5 \cdot 10^3}{3 \cdot 7{,}22^2} = \boxed{28{,}78\ \Omega}$$

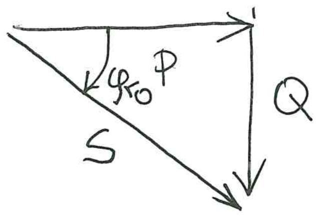
$$\boxed{X_c} = \frac{Q}{3 I_\ell^2} = \frac{2{,}18 \cdot 10^3}{3 \cdot 7{,}22^2} = \boxed{13{,}94\ \Omega}$$

Il carico trifase equilibrato funziona in regime sinusoidale. E' noto che ha potenza attiva trifase entrante P=4 kW, e la potenza reattiva trifase entrante è $Q = -5$ kVAR.

La tensione di fase è $\overline{V}_a = -j100$ V (fasori definiti in val. efficace)
La pulsazione è ω=100 rad/s.



1. Il cosφ vale
   - [ ] 0.923
   - [ ] 0.781
   - [x] 0.625
   - [ ] 0.385
2. Il bipolo è di tipo
   - [ ] Resistivo-Induttivo
   - [x] Resistivo-Capacitivo
3. Rispetto alla tensione $\overline{V}_a$, la corrente $\overline{I}_a$ è
   - [ ] In fase
   - [x] In anticipo
   - [ ] In ritardo
4. La corrente di linea vale:
   - [ ] $\overline{I}_a = 16.66 + j13.33$ A
   - [ ] $\overline{I}_a = 36.96e^{j51.34°}$ A
   - [x] $\overline{I}_a = 21.34e^{-j38.66°}$ A
   - [ ] $\overline{I}_a = 23.08 - j28.86$ A
5. Il valore efficace della tensione di linea è
   - [ ] $V_\ell = 122.49$ V
   - [ ] $V_\ell = 57.74$ V
   - [x] $V_\ell = 173.2$ V
6. La potenza istantanea trifase è
   - [ ] $p(t) = 6.4$ kW
   - [ ] $p(t) = 6.4\cos(200t - 38.66°)$, kW
   - [x] $p(t) = 4$ kW
   - [ ] $p(t) = 4[1+\cos(200t - 77.32°)] + 5\sin(200t - 77.32°)$, kW



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{41} \text{ VA}$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{4}{\sqrt{41}} = 0{,}6246 \text{ (ant.)}$$

$$\overline{S} = 3\overline{V}_a \overline{I}_a^*$$

$$10^3(4 - j5) = 3 \cdot (-j100) \cdot \overline{I}_a^*$$

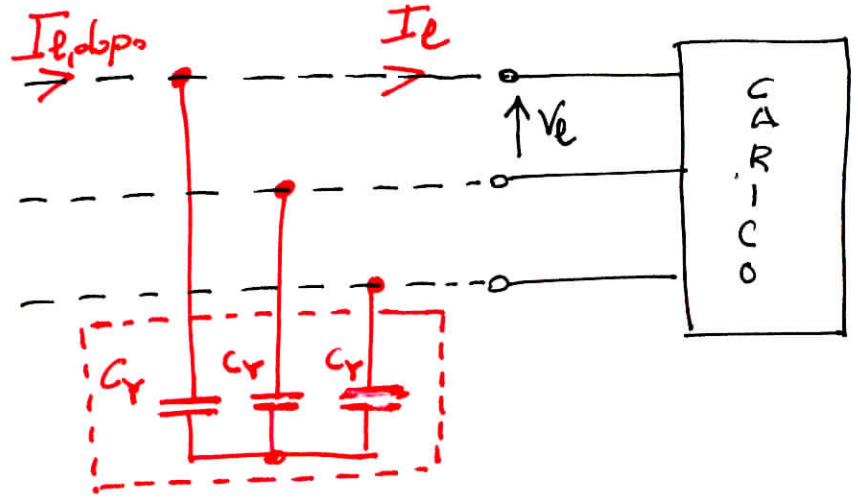
$$\overline{I}_a^* = \frac{(4-j5)\cdot 10^3}{-j300} = j\frac{4000}{300} + \frac{5000}{300} = 16{,}66 + j13{,}33 \text{ A}$$

$$\overline{I}_a = 16{,}66 - j13{,}33 \text{ A} = 21{,}34\, e^{-j38{,}66°} \text{ A}$$

$$V_\ell = \sqrt{3}\, V_f = \sqrt{3} \cdot 100 = 173{,}2 \text{ V}$$

$p(t) = P$ (in un sistema trifase simmetrico ed equilibrato)
costante nel tempo

EX



CARICO TRIFASE

$S = 700$ kVA

$\cos\varphi = 0{,}85$ (rit.)

$f = 50$ Hz

$V_\ell = 15$ kV

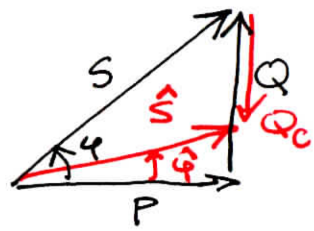
1. Determinare la corrente di linea del carico I_ℓ
2. Determinare la capacità C di condensatori collegati a Y per rifasare il carico a $\cos\hat{\varphi} = 0{,}92$ (rit.)
3. Determinare la capacità C di condensatori collegati a Δ per rifasare il carico a $\cos\hat{\varphi} = 0{,}92$ (rit.)
4. Determinare la corrente di linea dopo il rifasamento $I_{\ell,dopo}$

1. $S = \sqrt{3} V_\ell I_\ell \Rightarrow \boxed{I_\ell = \frac{S}{\sqrt{3} V_\ell} = \frac{700 \cdot \cancel{10^3}}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot \cancel{10^3}} = 26{,}94 \text{ A}}$

2. $P = S\cos\varphi = 700 \cdot 0{,}85 = 595$ kW

$\varphi = \arccos 0{,}85 = 31{,}79°$

$\hat{\varphi} = \arccos 0{,}92 = 23{,}07°$



$$Q_c = P[\operatorname{tg}\hat{\varphi} - \operatorname{tg}\varphi] = 595 \cdot [\operatorname{tg} 23{,}07° - \operatorname{tg} 31{,}79°] = -115{,}4 \text{ kVAR}$$

Condensatori a stella: sul condensatore la tensione è $V_f = V_\ell / \sqrt{3}$

$$Q_c = 3\frac{V_f^2}{X_{CY}} \Rightarrow X_{CY} = \frac{3 V_f^2}{Q_c} = \frac{3 \cdot \left(\frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3}}\right)^2}{-115{,}4 \cdot 10^3} = -1949{,}74\ \Omega$$

$$X_{CY} = -\frac{1}{\omega C_Y} \Rightarrow \boxed{C_Y = -\frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot (-1949{,}74)} = 1{,}63\ \mu F}$$

3. Posso rifare il procedimento usato in 2. ricordando che con condensatori a Δ, ai capi del condensatore si ha la tensione di linea

$$Q_c = 3\frac{V_\ell^2}{X_{C\Delta}} \Rightarrow X_{C\Delta} = \frac{3V_\ell^2}{Q_c} = \dots \Rightarrow C_\Delta = \dots$$

Oppure ricordo quanto dimostrato a lezione:

$$\boxed{C_\Delta = \frac{C_Y}{3} = 0{,}54\ \mu F}$$

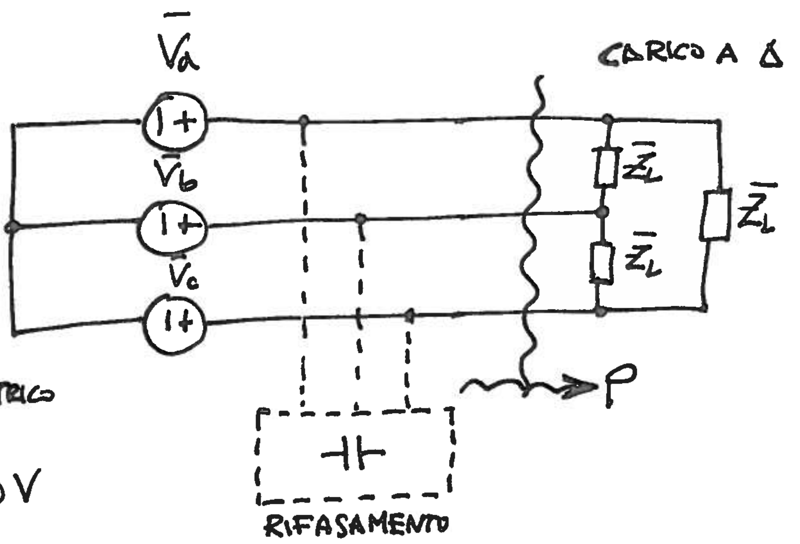
4. A monte dei condensatori, la potenza attiva è la stessa:

$$P = \sqrt{3}\, V_\ell\, I_{\ell,dopo} \cos\hat{\varphi}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_{\ell,dopo} = \frac{P}{\sqrt{3}\, V_\ell \cos\hat{\varphi}} = \frac{595 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0{,}92} = 24{,}89\ A}$$

$I_{\ell,dopo} < I_\ell$ (beneficio del rifasamento effettuato)

EX



$\bar{Z}_L = 9 + j6\,\Omega$

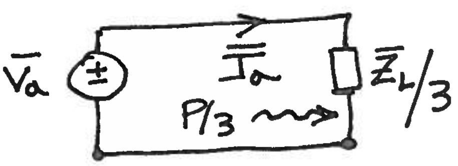
GEN. TRIFASE SIMMETRICO
SEQ. DIRETTA
$\bar{V}_a = V_f \quad V_f = 230\,V$
$f = 50\,Hz$

1. Determinare il fattore di potenza del carico a Δ
2. Se opportuno, determinare la capacità di condensatori di rifasamento collegati a Δ per ottenere $\cos\hat{\varphi} = 0{,}95$ (rit.)
3. Determinare la corrente di linea dopo il rifasamento effettuato

1. $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\operatorname{Im}\{\bar{Z}_L\}}{\operatorname{Re}\{\bar{Z}_L\}} = \dfrac{\cancel{6}^{\,2}}{\cancel{9}_{\,3}} \Rightarrow \varphi = 33{,}69° \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}832$ (rit.)

$\cos\varphi < \cos\hat{\varphi}$ ha senso il problema 2. (rifasamento)

2. Monofase equivalente (fase a)



$\bar{I}_a = \dfrac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_L/3} = \dfrac{230}{3+j2} = 63{,}79\, e^{-j33{,}69°}\ A$

Ora posso calcolare la potenza attiva trifase:

$$P = 3 \cdot \underbrace{\operatorname{Re}\{\bar{Z}_L/3\} \cdot I_a^2}_{\substack{\text{fase a} \\ \text{(vedi monofase equivalente)}}} = 3 \cdot 3 \cdot 63{,}79^2 = 36{,}62\ kW$$

[Oppure: $P = \sqrt{3}\, V_\ell\, I_\ell \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} \cdot 230) \cdot 63{,}79 \cdot 0{,}832 = 36{,}62\ kW$

Oppure ancora: $P = 3 \cdot \operatorname{Re}\left\{\dfrac{V_a^2}{(\bar{Z}_L/3)^*}\right\} = 3\operatorname{Re}\left\{\dfrac{230^2}{3-j2}\right\} = 36{,}62\ kW$]

$$\hat{\varphi} = \arccos 0{,}95 = 18{,}19°$$

$$Q_c = P\left[tg\hat{\varphi} - tg\varphi\right] = 36{,}62 \cdot \left[tg\, 18{,}19° - tg\, 33{,}69°\right] = -12{,}38 \text{ kVAR}$$

$$Q_c = \frac{3V_\ell^2}{X_{C\Delta}} \Rightarrow X_{C\Delta} = \frac{3V_\ell^2}{Q_c}$$

$$C_\Delta = -\frac{1}{\omega X_{C\Delta}} = -\frac{Q_c}{3\omega V_\ell^2} = -\frac{-12{,}38 \cdot 10^3}{3 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot \underbrace{\sqrt{3} \cdot 230}_{\sqrt{3}V_f}} =$$

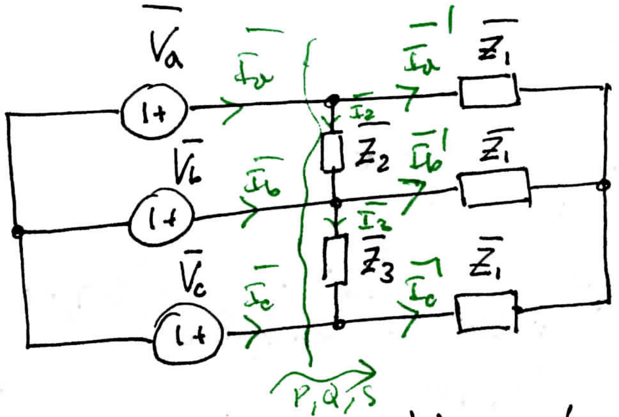
$$= 82{,}76 \, \mu F$$

3. $$I_{\ell,dopo} = \frac{P}{\sqrt{3}V_\ell \cos\hat{\varphi}} = \frac{36620}{\sqrt{3} \cdot 398{,}37 \cdot 0{,}95} = 55{,}87 \text{ A}$$

Verifica: $I_{\ell,dopo} < I_{\ell\, carico}$

$55{,}87 < 63{,}79$ Ok

EX



Sequenza inversa
Terna simmetrica

$\overline{V}_a = 100\,V$

$\overline{Z}_1 = 1 + j3\ \Omega$

$\overline{Z}_2 = 2 + j\ \Omega$

$\overline{Z}_3 = 2 - j\ \Omega$

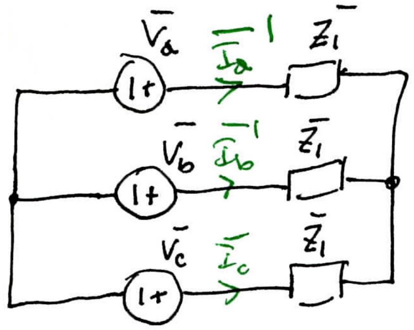
Determinare: (a) correnti uscenti dai generatori
(b) P, Q, S uscenti dai generatori (confronti nel carico complessivo)

Posso immediatamente determinare

$$\overline{I}_2 = \frac{\overline{V}_{ab}}{\overline{Z}_2} = \frac{\sqrt{3}\,\overline{V}_a\, e^{-j30^\circ}}{2+j} = \frac{\sqrt{3}\cdot 100\, e^{-j30^\circ}}{2+j} = 77{,}46\, e^{-j56{,}56^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_3 = \frac{\overline{V}_{bc}}{\overline{Z}_3} = \frac{\overline{V}_{ab}\, e^{+j120^\circ}}{2-j} = \frac{\sqrt{3}\cdot 100\, e^{-j30^\circ}\, e^{j120^\circ}}{2-j} = \frac{\sqrt{3}\cdot 100\, e^{j90^\circ}}{2-j} = 77{,}46\, e^{j116{,}56^\circ}\ A$$

La presenza di generatori ideali disaccoppia $\overline{Z}_2, \overline{Z}_3$ dalle $\overline{Z}_1$



$$\overline{I}_a' = \frac{\overline{V}_a}{\overline{Z}_1} = \frac{100}{1+j3} = 31{,}62\, e^{-j71{,}56^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_b' = 31{,}62\, e^{j48{,}44^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_c' = 31{,}62\, e^{j168{,}44^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_a = \overline{I}_2 + \overline{I}_a' = 108{,}31\, e^{-j60{,}89^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_b = \overline{I}_3 + \overline{I}_b' - \overline{I}_2 = 167{,}35\, e^{j109{,}67^\circ}\ A$$

$$\overline{I}_c = \overline{I}_c' - \overline{I}_3 = 63{,}05\, e^{-j86{,}68^\circ}\ A$$

Verifica: $\overline{I}_a + \overline{I}_b + \overline{I}_c = 0{,}0168\, e^{j42{,}26^\circ} \approx 0$! (=0 salvo approssimazione numerica)

$$\bar{S} = \bar{S}_a + \bar{S}_b + \bar{S}_c$$

$$= \bar{V}_a \bar{I}_a^* + \bar{V}_b \bar{I}_b^* + \bar{V}_c \bar{I}_c^* =$$

$$= 100 \cdot 108,31\, e^{j60,89°} + 100\, e^{j120°} \cdot 67,35\, e^{-j109,67°} +$$

$$100\, e^{-j120°}\, 63,05\, e^{j86,68°} = 28\,461,99\, e^{j18,43°} \text{ VA}$$

$$= 27001,45 + j\,9000,35 \text{ VA}$$

ovvero

$$\boxed{\begin{array}{l} P = 27 \text{ kW} \\ Q = 9 \text{ kVAR} \\ S = 28,46 \text{ kVA} \end{array}}$$

Per casa: calcolare le singole P e Q su tutti i carichi (entrambi) e verificare il Th. di Tellegen