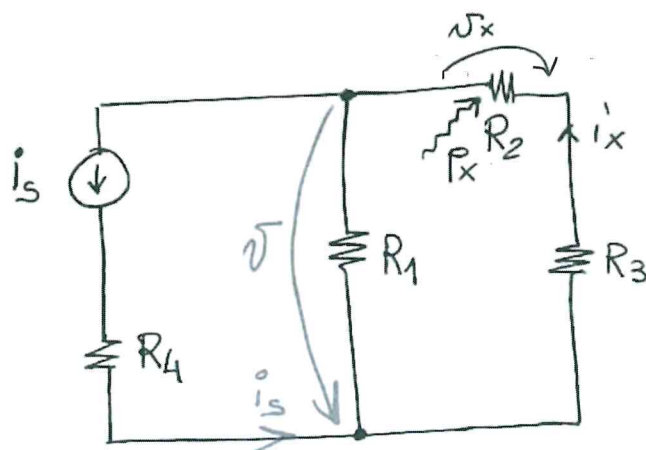


EX



$$i_s = 2 \text{ mA}$$

$$R_1 = 220 \text{ k}\Omega$$

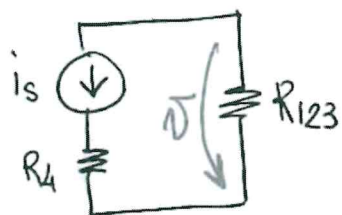
$$R_2 = 9,1 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 3,3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 5 \text{ k}\Omega$$

Determinare v_x , i_x , P_x .

1° MODO $R_{123} = R_1 // (R_2 + R_3) = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{220 \cdot 12,4}{220 + 12,4} = 11,7 \text{ k}\Omega$



$$v = R_{123} i_s = 11,7 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 23,4 \text{ V}$$

Ora osservo che, nel circuito di partenza, sono in condizioni di applicare il partitore di tensione:

$$v_x = v \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 23,4 \cdot \frac{9,1}{9,1 + 3,3} = 17,2 \text{ V}$$

$$i_x = v_x / R_2 = 1,89 \text{ mA} ; P_x = v_x i_x = R_2 i_x^2 = v_x^2 / R_2 = 32,5 \text{ mW}$$

2° MODO $R_{23} = R_2 + R_3 = 12,4 \text{ k}\Omega$

Osservo che, nel circuito di partenza, vi sono le condizioni per applicare il partitore di corrente:

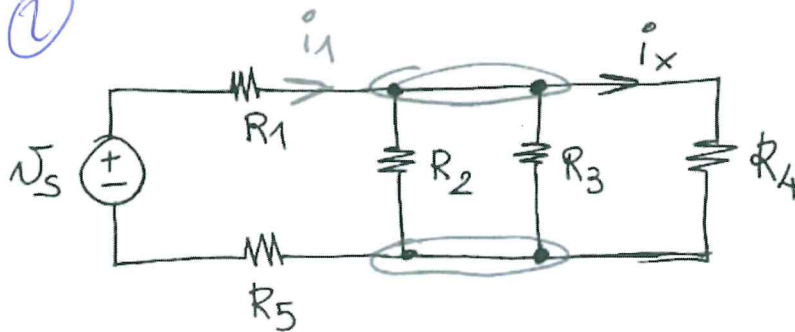
$$i_x = i_s \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_{23}} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{220}{220 + 12,4} = 1,89 \text{ mA}$$

$$v_x = R_2 i_x = 17,2 \text{ V}$$

$$P_x = v_x i_x = R_2 i_x^2 = v_x^2 / R_2 = 32,5 \text{ mW}$$

EX1

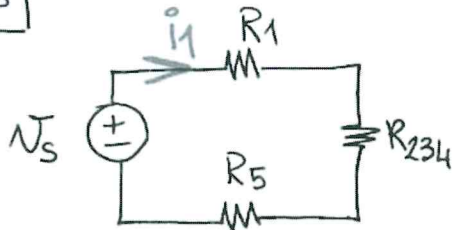
2



$$\begin{aligned} U_s &= 5V \\ R_1 &= 15\Omega \\ R_2 &= 10\Omega \\ R_3 &= 5\Omega \\ R_4 &= 10\Omega \\ R_5 &= 2,5\Omega \end{aligned}$$

Determinare i_x

1° modo



$$R_{234} = R_2 // R_3 // R_4 = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{5}{2}\Omega$$

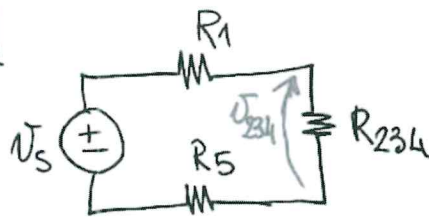
Definiamo i_1 nel circuito

$$i_1 = \frac{U_s}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{5}{15 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}} = \frac{1}{4} A$$

Partitore di corrente:

$$i_x = i_1 \cdot \frac{G_4}{G_2 + G_3 + G_4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1/10}{\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}} = \frac{1}{16} A$$

2° modo



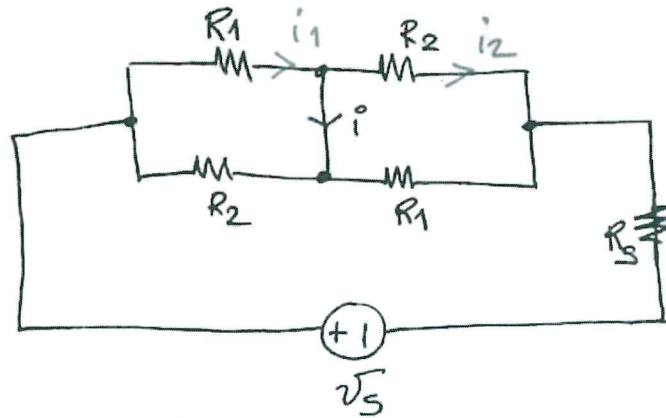
Partitore di tensione

$$\begin{aligned} U_{234} &= U_s \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \\ &= 5 \frac{5/2}{15 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}} = \frac{5}{8} V \end{aligned}$$

$$i_x = \frac{U_{234}}{R_4} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{16} A$$

EX 1

3



$$\begin{aligned} R_1 &= 6\Omega \\ R_2 &= 3\Omega \\ R_s &= 2\Omega \\ v_s &= 12V \end{aligned}$$

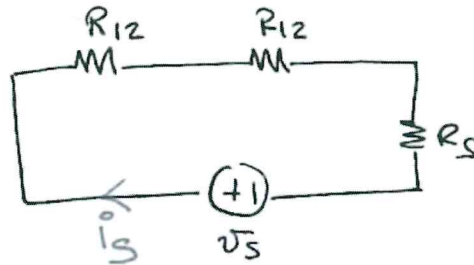
Determinare $i = ?$

Introduciamo le correnti i_1 e i_2

Osserviamo che: (KCL) $i = i_1 - i_2$

Per determinare i_1 e i_2 riduciamo il circuito ad un equivalente più semplice:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6 \cdot 3}{9} = 2\Omega$$



Introduciamo la corrente i_s

$$i_s = \frac{v_s}{2R_{12} + R_s} = \frac{12}{4 + 2} = 2A$$

Partizione di corrente (vedi circuito originario)

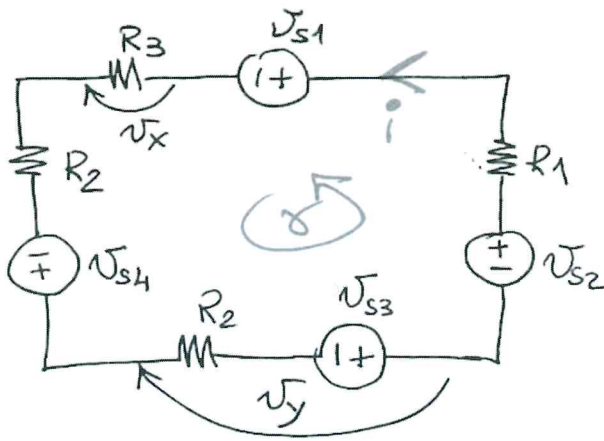
$$i_1 = i_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2 \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{3}A$$

$$i_2 = i_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2 \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{3}A$$

$$i = i_1 - i_2 = -\frac{2}{3}A$$

□ CIRCUITO CON UN SOLO PERCORSO CHIUSO

5



$$\begin{aligned} R_1 &= 1\Omega & V_{S3} &= 5V \\ R_2 &= 2\Omega & V_{S4} &= 10V \\ R_3 &= 3\Omega & V_x &= ? \\ V_{S1} &= 3V & V_y &= ? \\ V_{S2} &= 6V & & \end{aligned}$$

Tutti i bipoli sono in serie \Rightarrow La corrente i (definisco con verso arbitrario) comune a tutti i bipoli e' la grandezza fondamentale per trovare la soluzione.

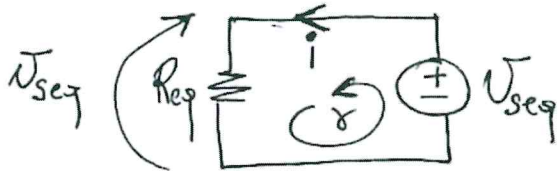
KVL δ orientato come i :

$$V_{S2} - R_1 i - V_{S1} - R_3 i - R_2 i + V_{S4} - R_2 i + V_{S3} = 0$$

$$(R_1 + 2R_2 + R_3) i = V_{S2} - V_{S1} + V_{S4} + V_{S3}$$

$$i = \frac{V_{S2} - V_{S1} + V_{S4} + V_{S3}}{R_1 + 2R_2 + R_3} = \frac{6 - 3 + 10 + 5}{1 + 4 + 3} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} A$$

Potevo trovare lo stesso risultato applicando relazioni di equivalenza fra bipoli!



$$i = \frac{V_{seq}}{R_{eq}} \quad \text{dove}$$

$$R_{eq} = R_1 + 2R_2 + R_3 \quad (\text{RESISTORI IN SERIE})$$

$$V_{seq} = V_{S2} - V_{S1} + V_{S4} + V_{S3} \quad (\text{GEN. IDEALI DI TENSIONE IN SERIE})$$

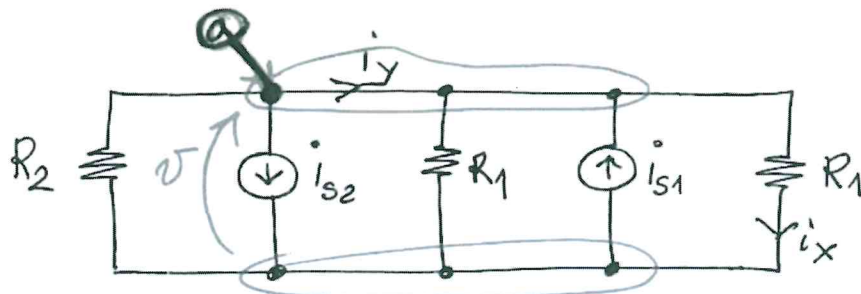
Nota che V_{seq} e' la somma algebrica dei V_{S_k} , $k=1,2,3,4$

segno $\begin{cases} + & \text{se verso di } V_{S_k} \text{ come verso di } V_{seq} \text{ su } \delta \text{ (verso di } i) \\ - & \text{se verso di } V_{S_k} \text{ discorde da verso di } V_{seq} \text{ su } \delta \text{ (verso di } i) \end{cases}$

EX

CIRCUITO BINODALE

6

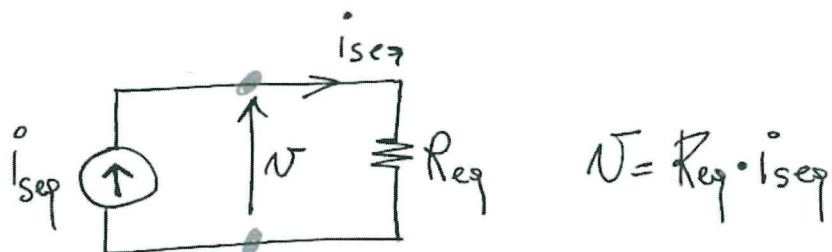


$$\begin{aligned} i_{s1} &= 4 \text{ A} \\ i_{s2} &= 5 \text{ A} \\ R_1 &= 2 \Omega \\ R_2 &= 3 \Omega \end{aligned}$$

Determinare i_x, i_y

Tutti i bipoli sono in parallelo \Rightarrow la tensione v (definisco questa tensione con verso arbitrario) comune a tutti i bipoli e' la grandezza fondamentale per determinare la soluzione.

Circuito equivalente per determinare v (e null'altro!):



$$R_{eq} = R_1 \parallel R_1 \parallel R_2 = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \Omega$$

(RESISTORI IN //)

$$i_{seq} = i_{s1} - i_{s2} = -1 \text{ A (GEN. IDEALI DI CORRENTE IN //)}$$

Nota che i_{seq} e' la somma algebrica di i_{sk} $k=1,2$

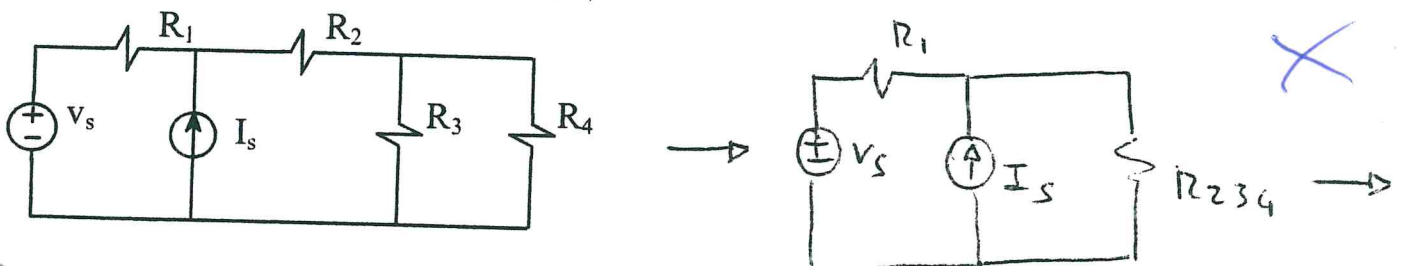
segno $\begin{cases} + & \text{se verso di } i_{sk} \text{ come verso di } i_{seq} \text{ rispetto ai nodi} \\ - & \text{se verso di } i_{sk} \text{ discorde da verso di } i_{seq} \text{ rispetto ai nodi} \end{cases}$

$$v = \frac{3}{4} \cdot (-1) = -\frac{3}{4} \text{ V}$$

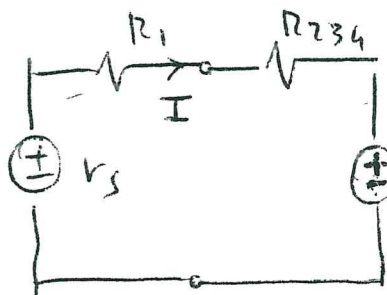
$$i_x = v/R_1 = -3/8 \text{ A}$$

$$\text{KCL } \textcircled{1}: i_y = -\frac{v}{R_2} - i_{s2} = -\left(-\frac{3}{4}\right)\frac{1}{3} - 5 = -\frac{19}{4} \text{ A}$$

Esercizio 2 (*): Nel circuito di figura, funzionante in regime stazionario, calcolare la potenza generata da V_s .
 Dati: $V_s = 12 \text{ V}$; $I_s = 2 \text{ A}$; $R_1 = 6 \Omega$; $R_2 = 6 \Omega$; $R_3 = 4 \Omega$; $R_4 = 2 \Omega$



$$R_{234} = R_2 + R_3 // R_4 = \frac{22}{3} \Omega \approx 7,3 \Omega$$



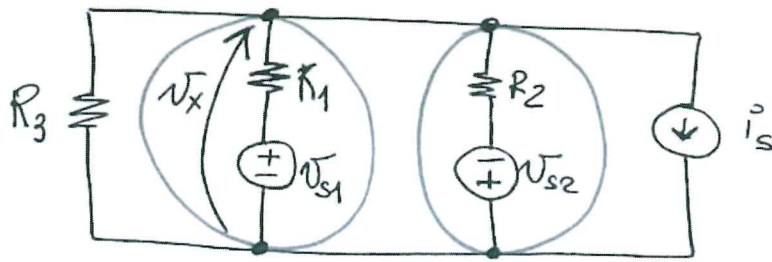
$$I = \frac{V_s - R_{234} I_s}{R_1 + R_{234}} = -0,2 \text{ A}$$

$$P_{V_s} = V_s I = -2,4 \text{ W}$$

□ CIRCUITO BINODALE GENERALIZZATO

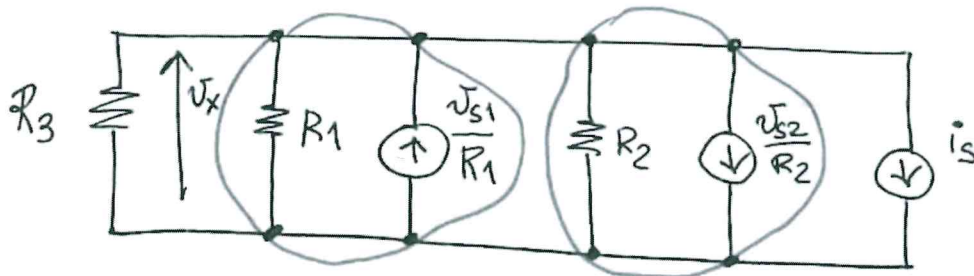
EX|

$$V_x = ?$$

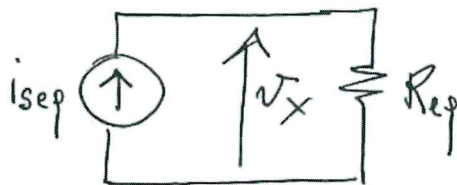


$$V_{s1} = 30V; V_{s2} = 24V; i_s = 2A; R_1 = 6\Omega; R_2 = 12\Omega; R_3 = 3\Omega$$

Trasformo i generatori non ideali di tensione in generatori non ideali di corrente:



Ora posso risolvere il circuito binodale con il metodo già visto in precedenza:



$$i_{sep} = \frac{V_{s1}}{R_1} - \frac{V_{s2}}{R_2} - i_s$$

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$V_x = R_{eq} i_{sep} = \frac{\frac{V_{s1}}{R_1} - \frac{V_{s2}}{R_2} - i_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \quad (*)$$

$$= \frac{\frac{30}{6} - \frac{24}{12} - 2}{\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3}} = \frac{5 - 2 - 2}{\frac{2 + 1 + 4}{12}} = \frac{12}{7} V$$

NOTA (*): RIVEDI QUESTA FORMULA DOPO AVER TRATTATO LA "FORMULA DI MILLMAN" A LEZIONE