

## Fratelli

Si consideri il seguente problema:

Sapendo che

1. Carlo ha un fratello;
2. tutti i fratelli di Carlo hanno figli;

provare che Carlo è zio di qualcuno.

Formalizzare il problema in un opportuno linguaggio del I ordine (facendo attenzione e descrivere correttamente i gradi di parentela).

## Cavalieri e Furfanti

Si consideri il seguente problema:

Sapendo che

1. In un'isola si trovano esattamente due tipi di persone: i cavalieri, che dicono sempre la verità, e i furfanti, che mentono sempre.
2. Su quest'isola si trovano tre persone: A, B, C.
3. A afferma che tutti e tre sono furfanti.
4. B dice che fra di loro c'è esattamente un cavaliere.

Cosa sono A, B, C?

Formalizzare il problema in un opportuno linguaggio del I ordine.

## Insiemi e cardinalità

Si consideri il seguente problema:

Sapendo che

1. Dato un insieme ne esiste un altro di cardinalità maggiore.
2. Se un insieme è contenuto in un altro, allora la cardinalità del primo non è maggiore di quella del secondo.
3.  $V$  contiene tutti gli insiemi.

Dedurre che  $V$  non è un insieme.

Formalizzare il problema in un opportuno linguaggio del I ordine.

## Carnivori

Si consideri il seguente problema:

Sapendo che

1. Tutti gli uomini sono animali;
2. alcuni animali sono carnivori;

Dedurre che alcuni uomini sono carnivori.

Formalizzare il problema in un opportuno linguaggio del I ordine.

## Induzione vista a lezione

Provare che l'assioma dell'induzione vista a lezione:

$$\mathcal{A}(0) \Rightarrow ((\forall x(\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(f_1^1(x)))) \Rightarrow \forall x \mathcal{A}(x))$$

è semanticamente equivalente alla più intuitiva formula:

$$(\mathcal{A}(0) \wedge (\forall x(\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(f_1^1(x)))) \Rightarrow \forall x \mathcal{A}(x)$$

Suggerimento. Mostrare che la formula:

$$(\mathcal{A}(0) \Rightarrow ((\forall x(\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(f_1^1(x)))) \Rightarrow \forall x \mathcal{A}(x))) \Leftrightarrow ((\mathcal{A}(0) \wedge (\forall x(\mathcal{A}(x) \Rightarrow \mathcal{A}(f_1^1(x)))) \Rightarrow \forall x \mathcal{A}(x))$$

è un esempio di tautologia.