POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
LE GÉNIE EN PREMIÈRE CLASSE

PHS4700
Physique pour les applications multimédia
Automne 2018

PAGE COUVERTURE **OBLIGATOIRE** POUR TOUS LES DEVOIRS

Numéro du groupe : 1

Numéro de l'équipe : 4

Numéro de devoir : 1

Nom: Onorato	Prénom : Claudia	matricule: 1845448
Signature : C. Onorato		
Nom: Harvey	Prénom : William	matricule: 1851388
Signature :		
Nom: Toukal	Prénom : Monssaf	matricule: 1850319
Signature : Monssaf Toukal		
Nom: Meilleur	Prénom : Samuel	matricule: 1846337
Signature : SM		

Introduction

Dans le cadre du cours de physique pour les applications multimédia, nous avons implémenté une fonction Matlab permettant de simuler certaines propriétés de l'avion CRJ-200 de Bombardier. Celui-ci est modélisé par parties à l'aide de cylindres, de cônes et de parallélépipèdes. Ce présent rapport détaille les calculs de la position du centre de masse, du moment d'inertie et de l'accélération angulaire, puis de la présentation de deux simulations.

Théorie et équations

Lors de ce laboratoire, nous avons déterminé la position du centre de masse, la matrice du moment d'inertie et l'accélération angulaire de l'avion.

1. Position du centre de masse

Par définition, le centre de masse d'un objet correspond au point où aucune force ne peut générer un mouvement de rotation. Pour le trouver, il suffit d'effectuer le calcul qui suit:

$$\vec{r_c} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n=7} m_i \vec{r_{i,c}}$$

$$M = \sum_{i=1}^{n=7} m_i$$

où M est la masse totale de l'avion, m_i est la masse de la partie *i* de l'avion, $r_{i,c}$ est la position du centre de masse de la partie *i* de l'avion et n est le nombre total de parties de l'avion. Les masses sont calculés en kilogrammes et les positions en mètres.

Dans le cas de ce calcul, nous considérons $r_{i,c} = (X_i,\ Y_i,\ Z_i)$ dans le système de coordonnées local du système. Nous utilisons les positions suivantes pour les centres de masse des différentes parties de l'avion:

- Position du centre de masse de la cabine de pilotage dans le système de coordonnées local à l'avion

$$\overrightarrow{r_{c,c}} = \begin{bmatrix} h_f + h_c/4 \\ 0 \\ r_c + e_A \end{bmatrix}$$

- Position du centre de masse d'une aile dans le système de coordonnées local de l'avion, où la coordonnée en Y est positive pour l'aile gauche et négative pour l'aile droite

$$\overrightarrow{r_{A,c}} = \begin{bmatrix} x_A \\ \pm L_A/2 \\ e_A/2 \end{bmatrix}$$

- Position du centre de masse d'un moteur dans le système de coordonnées local de l'avion, où la coordonnée en Y est positive pour le moteur gauche et négative pour le moteur droit

$$\overrightarrow{r_{m,c}} = \begin{bmatrix} 5\,m \\ \pm(r_f + r_m) \\ r_f +\ e_A \end{bmatrix}$$

- Position du centre de masse du fuselage dans le système de coordonnées local de l'avion

$$\overrightarrow{r_{f,c}} = \begin{bmatrix} h_f/2 \\ 0 \\ r_f +\ e_A \end{bmatrix}$$

- Position du centre de masse de l'aileron dans le système de coordonnées local de l'avion

$$\overrightarrow{r_{a,c}} = \begin{bmatrix} l_a/2 \\ 0 \\ h_a/2 + 2 * r_f + \ e_A \end{bmatrix}$$

Or, le centre de masse r_c tel que décrit se trouve présentement dans le système de coordonnées local. Il faut donc appliquer des transformations de rotation et de translation, à l'aide de la position A fourni en paramètre, afin de considérer le centre de masse dans le système de coordonnées global. Tout d'abord, nous devons trouver où se trouve l'origine de l'avion dans le système de coordonnées global lorsque le nez de l'avion est à la position A et que l'avion a un angle de 0 degré. Cela se fait très facilement puisque nous connaissons les dimensions des parties de l'avions. Ensuite, puisque nous avons déjà calculé la position du centre de masse par rapport à l'origine de l'avion, nous pouvons simplement additionner ce vecteur à la position de l'origine de l'avion en système de coordonnées global calculée à l'étape précédente afin d'effectuer une translation du centre de masse à sa position courante. La dernière étape est d'appliquer une rotation à la position du centre de masse autour du nez de l'avion afin de considérer l'angle de l'avion par rapport au sol, qui est donné en paramètre à la fonction. Pour y arriver, nous avons repositionné le nez de l'avion à l'origine du système de coordonnées global en soustrayant la position du nez à la position du centre de masse trouvée à l'étape précédente. Nous avons ensuite utilisé la matrice de rotation autour de l'axe Y suivante (note: selon la direction dans laquelle l'axe y pointe, l'angle à la figure 3 représente un angle négatif, nous avons donc inversé le signe des sin(Θ) de la matrice de rotation normale afin que le Θ de la figure représente un angle positif):

$$\mathrm{R_y} = \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & -sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\theta & 0 & cos\theta \end{bmatrix}$$

En multipliant la matrice de rotation au vecteur position du centre de masse suite à la translation du nez de l'avion, nous obtenons la position du centre de masse lorsque l'avion a une angle de Θ radians avec le sol et que le nez est à la position global (0;0;0). Finalement, on additionne le vecteur position A au centre de masse afin de repositionner le nez de l'avion à la bonne position.

2. Moment d’inertie

Le moment d’inertie, pour sa part, décrit la distribution de la masse du solide autour d’un axe de rotation passant par son centre de masse. Elle doit correspondre à une matrice symétrique. Nous avons calculé le moment d’inertie du système en considérant que celui-ci était composé de plusieurs solides ayant des moments d’inertie communément connus. Pour chaque partie de l’avion, nous considérons le solide selon le système de coordonnées du laboratoire.

D’abord, l’avion comporte trois parallélépipèdes, soient les deux ailes et l’aileron. Or, comme ils sont situés de manière différente quant au système de coordonnées, la base des ailes étant couchée sur le plan XY et la base de l’aileron étant couchée sur le plan XZ, les composantes I_{yy} et I_{zz} sont inversées d’une matrice à l’autre. Les matrices du moment d’inertie d’une aile, puis de l’aileron, par rapport à leur longueur, à leur largeur et à leur épaisseur, à leur centre de masse et à leur masse respective, sont définies comme suit:

$$I_{parallélépipède} = I_{aile} = m * \begin{bmatrix} \frac{longueur^2+épaisseur^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{largeur^2+épaisseur^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{longueur^2+largeur^2}{12} \end{bmatrix}$$

Où la longueur, la largeur et l’épaisseur de l’aile correspondent respectivement à $L_A = 10,6\ m$, à $l_A = 1,14\ m$ et à $e_A = 0,25\ m$.

$$I_{parallélépipède} = I_{aileron} = m * \begin{bmatrix} \frac{longueur^2+épaisseur^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{longueur^2+largeur^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{largeur^2+épaisseur^2}{12} \end{bmatrix}$$

Où la longueur, la largeur et l’épaisseur de l’aileron correspondent respectivement à $h_a = 2,1\ m$, à $l_a = 1,28\ m$ et à $e_a = 0,07\ m$.

Par la suite, nous avons trois cylindres pleins, soient le fuselage et les deux moteurs. Ceux-ci sont situés de la même manière quant au système de coordonnées. Ainsi, leurs matrices du moment d’inertie, par rapport à leur rayon, à leur hauteur, à leur masse et à leur centre de masse respective, étaient la même.

$$I_{cylindre} = I_{fuselage} = I_{moteur} = \quad m * \begin{bmatrix} \frac{rayon^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3*rayon^2+hauteur^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3*rayon^2+hauteur^2}{12} \end{bmatrix}$$

Où la hauteur et le rayon du fuselage correspondent respectivement à $h_f = 22,95\ m$ et à $r_f = 1,345\ m$, tandis que la hauteur et le rayon d'un moteur correspondent respectivement à $L_m = 3,68\ m$ et à $r_m = 0,724\ m$.

Ensuite, nous avons la cabine de pilotage, qui est un cône plein horizontal. Sa matrice du moment d'inertie par rapport à son centre de masse étant donné dans l'énoncé de laboratoire, nous avons ajusté celle-ci afin qu'elle soit positionnée comme la cabine dans le système de coordonnées de l'avion.

$$I_{cône} = I_{cabine} = \quad m * \begin{bmatrix} \frac{3*rayon^2}{10} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12*rayon^2+3*hauteur^2}{80} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12*rayon^2+3*hauteur^2}{80} \end{bmatrix}$$

Où la hauteur et le rayon à la base de la cabine de pilotage correspondent respectivement à $h_c = 3,82\ m$ et à $r_c = 1,345\ m$.

Afin de déterminer la matrice du moment d'inertie de chaque partie de l'avion par rapport au centre de masse de l'avion, nous avons appliqué le théorème des axes parallèles. En effet, comme toutes les matrices du moment d'inertie des différentes parties de l'avion sont alignées dans le même système de coordonnées, nous ne devons qu'appliquer une translation afin de considérer les matrices au centre de masse du système, et non à leur centre de masse respectif.

Afin d'obtenir la matrice de moment d'inertie de chaque partie au centre de masse de l'avion, nous avons utilisé la formule ci-dessous. Elle utilise également la distance entre le centre de masse de l'avion et le centre de masse de la partie de l'avion correspondante.

$$I_{i,c}^{T} = I_{i,c} + m\begin{bmatrix} (d_{c,y}^2 + d_{c,z}^2) & -d_{c,x}d_{c,y} & -d_{c,x}d_{c,z} \\ -d_{c,x}d_{c,y} & (d_{c,x}^2 + d_{c,z}^2) & -d_{c,y}d_{c,z} \\ -d_{c,x}d_{c,z} & -d_{c,y}d_{c,z} & (d_{c,x}^2 + d_{c,y}^2) \end{bmatrix}$$

Où $d_c = \vec{r}_c - \vec{r}_{i,c}$

Finalement, pour calculer la matrice du moment d'inertie de l'avion, il a fallu faire la sommation de toutes les matrices du moment d'inertie des partie de l'avion translatées:

$$I_c = \sum_{i=1}^{n=7} I_{i,c}^{T}$$

Où les sept éléments sont la cabine de pilotage, le fuselage, les deux ailes, les deux moteurs et l'aileron.

Notons que les matrices de moment d'inertie $I_{i,c}$ sont les mêmes pour les ailes droite et gauche et les moteurs droit et gauche. Par contre, leurs matrices $I_{i,c}^{T}$ diffèrent, car la composante $d_{c,y}$ est négative pour la partie gauche et positive pour la partie droite des moteurs et des ailes de l'avion.

3. Accélération angulaire

L'accélération angulaire correspond à la variation de la vitesse angulaire dans le temps. Il s'agit donc de la mesure du changement de vitesse du mouvement de rotation. Il s'agit d'une donnée très intéressante pour comprendre l'action des forces appliquées sur le système. Pour trouver l'accélération angulaire totale de l'avion, nous avons utilisé la formule suivante issue des notes du cours:

$$\vec{\alpha} = \boldsymbol{I}^{-1}\left(\vec{\tau} - \vec{\omega}\boldsymbol{I}\vec{\omega}\right)$$

En utilisant la formule du moment cinétique: $\vec{L} = I\vec{\omega}$, on peut retrouver la même équation sous la forme suivante:

$$\vec{\alpha} = I^{-1}(\vec{\tau} - \vec{\omega} \times \vec{L})$$

Ces formules nous sont très utiles, puisqu'on peut trouver l'accélération angulaire à partir des informations qu'on possède déjà, soit le moment d'inertie **I** et la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$**.** Par inspection, il ne reste qu'à déterminer le moment de force total $\boldsymbol{\tau}$ qui agit sur l'avion et le moment cinétique **L**. Par définition, le moment de force est « une grandeur physique vectorielle traduisant l'aptitude de cette force à faire tourner un système mécanique autour [d'un] point, souvent appelé pivot»[1]. Par conséquent, il est possible de déduire que le moment de force dans un système est non nul lorsqu'une force externe est exercée à une direction perpendiculaire au vecteur position, soit le vecteur qui est défini par le point où la force externe est appliquée ainsi que le point où se situe le centre de masse. Par conséquent, voici la formule générale du moment d'inertie:

$$\vec{\tau}_i = (\vec{r}_{F_i} - \vec{r}_c) \times \vec{F}_i$$

où F est la force externe et r est le vecteur position de la force par rapport au centre de masse de l'objet.

Dans le cas du CRJ-200, les forces externes sont la *force_md* désignant la force exercée par le réacteur droit, la *force_mg* désignant la force exercée par le réacteur gauche, la *force_p* qui désigne la portée et la *force de gravité*. Ces quatre forces engendrent un moment de force qui leur est associé. Le moment de force total exercé sur l'avion est donné par la somme de ces quatre moments de force:

$$\vec{\tau} = \sum_{i=1}^{n=4} \overrightarrow{\tau_i}$$

Il est à noter que la force de gravité exercera toujours un moment de force nul puisque celle-ci agit à une distance nulle du centre de masse. Par conséquent, le vecteur donné ci-dessous est nulle:

$$(\vec{r}_{F_i} - \vec{r}_c)$$

[1] (Wikipedia, 2018)

Maintenant, il ne reste qu'à trouver moment cinétique $\vec{L}$ pour trouver l'accélération angulaire. Ce paramètre est donné par l'équation suivante:

$$L = I\omega.$$

La vitesse angulaire est donnée lorsque la fonction Devoir1 est appelée et la matrice de moment d'inertie a été calculée en tenant compte des propriété physiques de l'avion. Maintenant que toutes les données nécessaires pour calculer l'accélération angulaire sont connues, il ne reste qu'à entrer celles-ci dans la formule.

Présentation et analyse des résultats

Calculs préliminaires

Certains résultats restent les mêmes indépendamment des valeurs d'entrées de la fonction. Ainsi, nous présenterons les résultats de la position du centre de masse local et les résultats de la matrice du moment d'inertie avant de se pencher sur les cas demandés. Ces deux résultats sont constants, car la disposition des parties de l'avion et leurs masses restent constantes.

Prenons d'abord le résultat de la position du centre de masse dans le système de coordonnées local:

$$\vec{r_c} = \begin{bmatrix} 10{,}5281 \\ 0 \\ 1{,}2760 \end{bmatrix} m$$

Afin de confirmer ce résultat, il est possible de résoudre l'équation décrite dans la section précédente. Les positions des centres de masse de chaque partie de l'avion sont les suivantes:

$$\overrightarrow{r_{c,c}} = \begin{bmatrix} 29,9050 \\ 0 \\ 1,5950 \end{bmatrix} m$$

$$\overrightarrow{r_{A,c}} = \begin{bmatrix} 10,5400 \\ \pm 5,3000 \\ 0,1250 \end{bmatrix} m$$

$$\overrightarrow{r_{m,c}} = \begin{bmatrix} 5,0000 \\ \pm 2,0690 \\ 1,5950 \end{bmatrix} m$$

$$\overrightarrow{r_{f,c}} = \begin{bmatrix} 11,4750 \\ 0 \\ 1,5950 \end{bmatrix} m$$

$$\overrightarrow{r_{a,c}} = \begin{bmatrix} 11,4750 \\ 0 \\ 1,5950 \end{bmatrix} m$$

Par la suite, la masse totale du système correspond à:

$$M = m_c + 2 * m_A + 2 * m_m + m_f + m_a$$
$$M = 700 + 2 * 3250 + 2 * 1700 + 15100 + 500 = 26200\, kg$$

Ainsi, en sommant chaque partie tout en le multipliant à la masse respective de la partie de l'avion, puis en divisant par la masse totale, nous retrouvons le résultat du centre de masse de l'avion tel que donné par le programme.

Ce résultat est plausible, car il est légèrement décentré vers l'arrière sur l'axe des X. Cela s'explique de la masse totale des moteurs située à l'arrière de l'avion, ayant ensemble une masse de 3,4 tonnes, comparativement à la cabine de pilotage située à l'avant qui possède une masse de 0,7 tonnes. De plus, la coordonnée en Z est légèrement plus petite que celle du centre de masse du fuselage à cause du poids des ailes situé sur le plan XY.

D'autre part, la matrice du moment d'inertie reste la même, indépendamment des entrées du programme. Le résultat de la matrice du moment d'inertie est le suivant:

$$I_c = \begin{bmatrix} 287\,400 & 0 & 12\,000 \\ 0 & 981\,300 & 0 \\ 12\,000 & 0 & 1\,224\,800 \end{bmatrix} kg.m^2$$

Les matrices des moments d'inertie pour chacune des parties sont les suivantes:

$$I_{aile} = \begin{bmatrix} 30\,448 & 0 & 0 \\ 0 & 369 & 0 \\ 0 & 0 & 30\,783 \end{bmatrix} kg.m^2$$

$$I_{aileron} = \begin{bmatrix} 183{,}9542 & 0 & 0 \\ 0 & 252{,}0167 & 0 \\ 0 & 0 & 68{,}4708 \end{bmatrix} kg.m^2$$

$$I_{moteur} = \begin{bmatrix} 445{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 2\,141{,}3 & 0 \\ 0 & 0 & 2\,141{,}3 \end{bmatrix} kg.m^2$$

$$I_{fuselage} = \begin{bmatrix} 13\,660 & 0 & 0 \\ 0 & 669\,600 & 0 \\ 0 & 0 & 669\,600 \end{bmatrix} kg.m^2$$

$$I_{cabine} = \begin{bmatrix} 379{,}8952 & 0 & 0 \\ 0 & 572{,}9981 & 0 \\ 0 & 0 & 572{,}9981 \end{bmatrix} kg.m^2$$

Ainsi, en appliquant une translation à chacune de ces matrices, en se basant sur la distance qui sépare le centre de masse du système et le centre de la masse des parties, nous avons obtenu les matrices des moments d'inertie translatées. La matrice du moment d'inertie de l'avion correspond finalement à la somme de toutes ces matrices.

En analysant le résultat obtenu, il est normal d'obtenir une matrice symétrique et non diagonale, car nous avons utilisé une matrice de translation qui elle-même était une matrice symétrique. De plus, il était attendu que la matrice ait des zéros aux positions (2,1), (1,2), (3,2) et (2,3), car ces valeurs sont issues de la sommation des matrices des parties de l'avion, toute diagonale, et de la multiplication des distances en Y du centre de masse des parties jusqu'au centre de masse de l'avion avec d'autres distances. Comme toutes ces distances en Y sont soient nulles, dans le cas de la cabine, du fuselage et de l'aileron, ou s'annulent, dans le cas des ailes et des moteurs, on devrait ainsi avoir un résultat nul.

Cas 1: Simulation de l'avion au sol

La première simulation consiste à évaluer les résultats du centre de masse, du moment d'inertie et de l'accélération angulaire de l'avion lorsqu'il se trouve au sol à la position indiqué à la figure 2 de l'énoncé et que sa vitesse angulaire est nulle. La force exercée par chaque moteur correspond à 11 MN. Elle est orienté parallèlement à l'axe des X du système de coordonnées local et s'applique à la base arrière du moteur. La force de portée est de 260 MN et est orienté verticalement vers le ciel (parallèle à l'axe des Z global). Elle est située au centre de la surface de contact entre les ailes. La figure ci-dessous représente l'avion lors de la simulation, dans son système de coordonnées. On y remarque que le centre de masse est légèrement reculé en X par rapport au centre des ailes. C'est pour cela que la force de portée s'applique légèrement à l'avant du centre de masse.

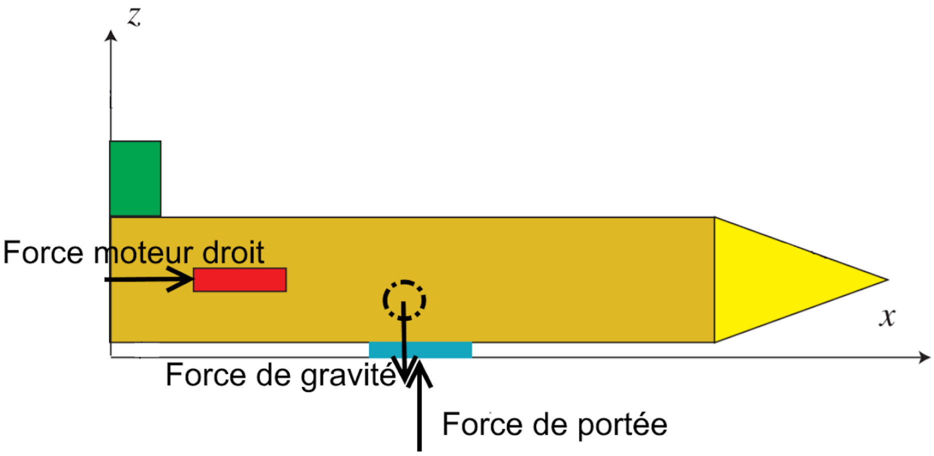

Figure 1: Diagramme des forces s'exerçant sur l'avion.

À partir de ces informations, nous avons définis les valeurs d'entrée de la fonction *Devoir1* comme suit:

$$posA = \begin{bmatrix} h_f + h_c \\ 0 \\ e_A + r_c \end{bmatrix} m$$

$$ar = 0\, rad$$

$$va = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} rad/s$$

$$Forces = [11\,000\,000 \quad 11\,000\,000 \quad 260\,000\,000]\, N$$

Voici la commande que nous avons entré, afin d'évaluer ces différents paramètres:

```
>> Devoir1([Constants.BODY_LENGTH +
Constants.COCKPIT_LENGTH;0;Constants.WING_THICKNESS +
Constants.COCKPIT_RADIUS], 0, [0; 0; 0], [11000000 11000000 260000000])
```

Après avoir appelé la fonction Devoir1 avec les paramètres ci-haut, nous avons obtenu les résultats suivants:

$$\mathrm{PCM} = \begin{bmatrix} 10{,}5281 \\ 0 \\ 1{,}2760 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{MI} = \begin{bmatrix} 287400 & 0 & 12000 \\ 0 & 981300 & 0 \\ 12000 & 0 & 122480 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{aa} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3{,}9963 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La position du centre de masse dans le référentiel global à la position indiquée à la figure 2 de l'énoncé est la même que la position du centre de masse dans le référentiel local trouvé plus haut. En effet, à cette position, les référentiels local et global sont parfaitement alignés. Il n'y a donc aucune translation nécessaire à effectuer sur le centre de masse, le système d'axes globals et locaux sont équivalents dans cette situation.

Le moment d'inertie est constant et a été décrit plus haut.

En analysant de plus près le résultat obtenu pour l'accélération angulaire, on remarque que la seule composante non nulle est celle en y. Cela veut dire que l'avion ne tourne que par rapport à l'axe y. Ceci est un résultat plausible puisque les forces provenant des deux réacteurs ont exactement la même norme et la direction de ces deux forces combinées est parallèle à l'axe des x. Pour ce qui est de la portée, c'est la seule force qui génère un moment non nul. L'avion va donc effectuer une rotation anti-horaire par rapport à l'axe (-y). Par conséquent, le résultat semble plausible.

Cas 2: Simulation de l'avion en vol

La deuxième simulation consiste à évaluer nos résultats quand l'avion est en vol et qu'il réduit la force appliquée par le moteur droit à 8 MN, alors que la force appliquée par le moteur gauche reste constante à 11 MN. La force de portée est la même qu'à la simulation précédente. La position du nez de l'avion est à (4198, 0, 618) m. L'avion est légèrement incliné à 0.15 radians et sa vitesse angulaire est de (0,0;-0,003;-0,01) rad/s. La figure 2 illustre l'avion lors de la simulation, vu de côté.

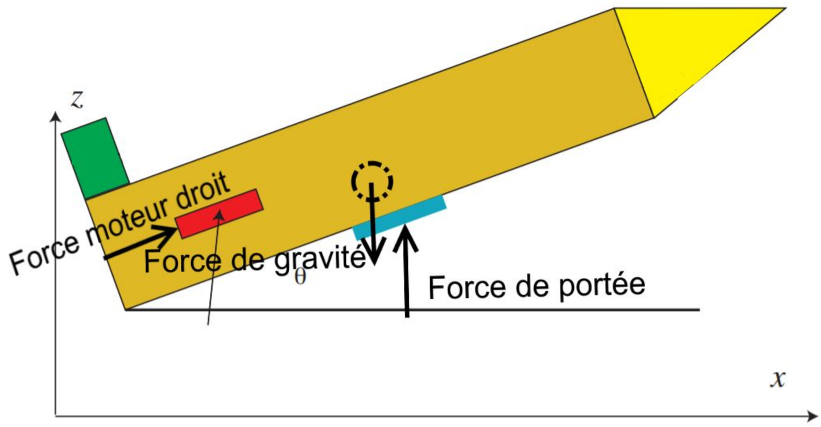

Figure 2: Diagramme des forces s'exerçant sur l'avion lorsqu'un angle de rotation θ est appliqué.

$$posA = \begin{bmatrix} 4198 \\ 0 \\ 618 \end{bmatrix} m$$

$$ar = 0{,}15\ rad$$

$$va = \begin{bmatrix} 0 \\ -0{,}003 \\ -0{,}01 \end{bmatrix} rad/s$$

$$Forces = \ [8\,000\,000 \quad 11\,000\,000 \quad 260\,000\,000]\ N$$

Voici la commande que nous avons entré, afin d'évaluer ces différents paramètres:

```
>> Devoir1([4198;0;618], 0.15, [0; -0.003; -0.01], [8000000 11000000 260000000])
```

Nous avons obtenus les résultats suivants à l'aide des paramètres ci-haut:

$$\text{PCM} = \begin{bmatrix} 4182 \\ 0 \\ 615{,}3 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{MI} = \begin{bmatrix} 287400 & 0 & 12000 \\ 0 & 981300 & 0 \\ 12000 & 0 & 122480 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{aa} = \begin{bmatrix} 0,2109 \\ -47,4673 \\ -5,0698 \end{bmatrix}$$

La position du centre de masse dans le système de coordonnées global se trouve derrière le nez de l'avion en X, moins loin que lors du cas 1 et sous le nez en Z, plus loin que lors du cas 1. Cela est logique, car l'avion possède un petit angle par rapport au sol, ainsi le centre de masse se rapproche du nez en X et s'éloigne en Z. Aussi, dans le cas 1, la distance entre le centre de masse et le nez de l'avion est de 16.245m, alors que dans le cas 2, cette distance est de 16.226m. La différence est normale puisque les valeurs utilisées pour le cas 2 étaient assez grande pour diminuer le nombre de chiffres significatifs après la virgule des résultats.

Ici aussi, le moment d'inertie est le même, puisqu'il s'agit du même objet. Sa valeur est donc la même que celle donnée plus haut.

L'accélération angulaire de l'avion est nettement différente que dans le cas précédent: on remarque par inspection que les trois composantes sont non nulles. Il faut donc déterminer pourquoi c'est le cas et si c'est plausible. On sait que la distance entre les points où les forces sont exercées et le centre de masse est la même pour chacune des force, peu importe l'angle. Par contre, la portée exercera un moment de force différent puisqu'il dépend de l'angle de rotation qui est de 0.15 rad dans ce cas-ci. Pour faire contraste avec le cas 1, les deux réacteurs n'exercent plus la même force. On peut donc conclure que la composante de la force perpendiculaire au vecteur position est dans la direction (+y). Cette force va donc générer une accélération angulaire où l'axe de rotation est l'axe (z). Notre résultat semble donc relativement plausible.

Conclusion

En conclusion, le premier défi à surmonter pour débuter le devoir était d'apprendre Matlab. En effet, nous n'avions jamais travaillé avec ce langage de programmation et ce dernier n'est pas idéal pour programmer en orienté-objet. Ensuite, une fois habitué aux caractéristiques du langage, programmer les différentes formules n'étaient pas si compliqué. Cependant, il était plutôt difficile de vérifier la validité des résultats. Nos deux techniques principales furent d’effectuer certains calculs à la main afin de les comparer avec le résultat donné par le programme et d'utiliser des paramètres pour lesquelles nous pouvions estimer les résultats par intuition mathématique. Comme il a été très difficile de tester nos résultats, nous pensons que pour les devoirs futurs, il serait préférable de commencer par développer une intuition sur le problème avant de se jeter directement dans le code comme nous l’avions fait. Prendre du temps au préalable pour effectuer les calculs nécessaires sur papier serait une bien meilleure approche.