

二进制的哈希中的求余——大数据求值

2022 年 8 月 16 日

1. 设 a, b 为正整数，我们用 $a \bmod b$ 表示 a 除以 b 取余数得到的值。在数论中，我们有如下结论。

(a) $(a + b) \bmod p = ((a \bmod p) + (b \bmod p)) \bmod p$ 。

- (b) 设 k 和 p 为正整数，则

$$2^k \bmod p = 2 \cdot (2^{k-1} \bmod p) \bmod p。$$

设 $p = 10^9 + 7$ ，编写程序完成如下任务（要求程序只使用 `unsigned long long` 型的变量、指针或者数组）。

- (a) 计算 $2^{2^{25}} \bmod p$ 的值并输出。

- (b) 用户输入正整数 m 和 n （假定 $n \leq m \leq 2^{25}$ ），求 $2^{m-n} \bmod p$ 的值并输出。

提示：考虑到程序栈空间有限，建议你使用动态的堆空间来实现计算。

参考<https://www.overleaf.com/read/kmdmybwcgjxt>。

参考结果：

2^{25} : 33554432

$2^{\{2^{25}\}} \bmod (10^9 + 7)$: 816280417

Input $0 < n \leq m < 2^{\{25\}}$:

m: 33459999

n: 235

$2^{\{33459999 - 235\}} \bmod (10^9 + 7)$: 52732088

/*****/

```

2^25: 33554432
2^{2^{25}} mod (10^9 + 7): 816280417
Input 0 < n <=m < 2^{25}:
m: 33359998
n: 12324
2^{33359998 - 12324} mod (10^9 + 7): 126512827

```

```

/*****/

```

```

2^25: 33554432
2^{2^{25}} mod (10^9 + 7): 816280417
Input 0 < n <=m < 2^{25}:
m: 33554221
n: 6523
2^{33554221 - 6523} mod (10^9 + 7): 872192757

```