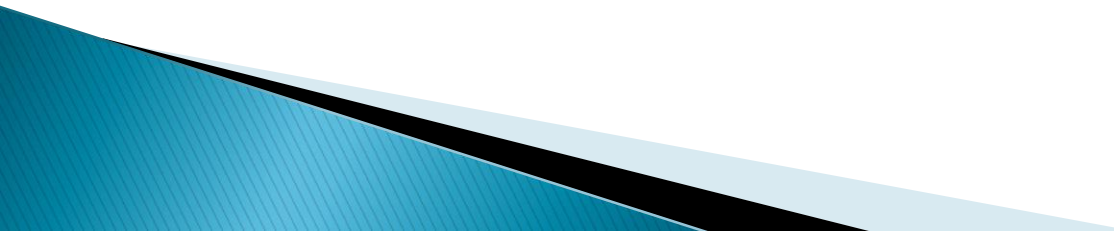


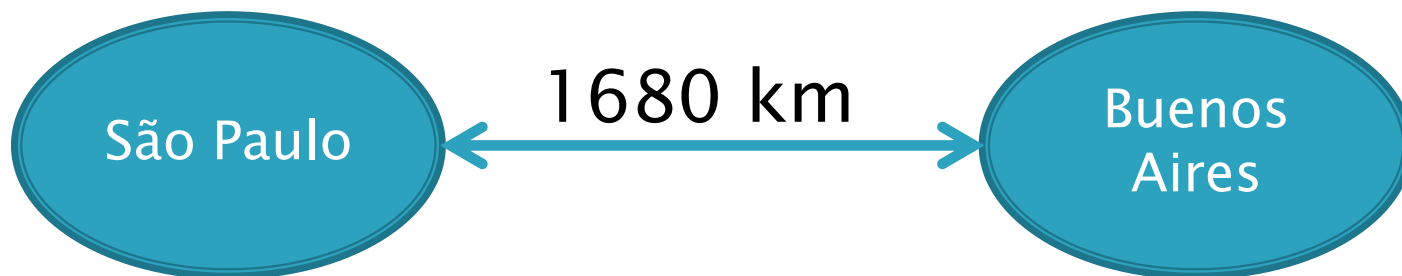
Grafos

Marcos Castro

Mas o que é grafo?

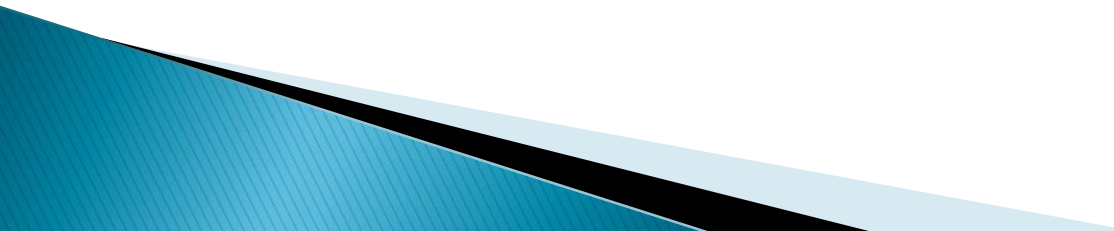
- ▶ Grafo é uma entidade composta de duas partes:
 - Vértices (nós)
 - Arestas (linhas)
 - ▶ Os nós são as “bolinhas” (entidades que você quer modelar).
 - ▶ As arestas são as relações dessas entidades.
- 

Exemplo

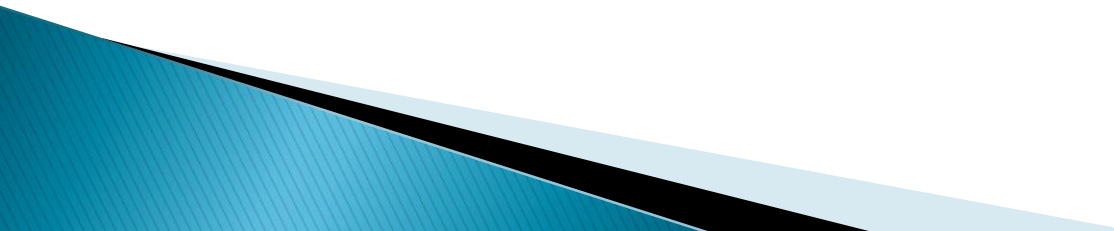


O exemplo ilustra a relação: a cidade São Paulo está ligada a cidade Buenos Aires e vice-versa com uma distância de 1680 km.

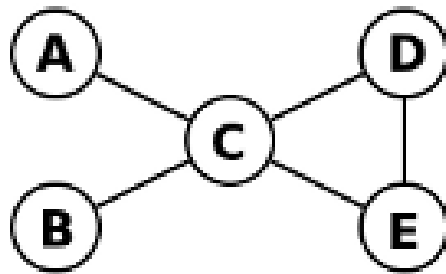
E para 1 bilhão de nós?

- ▶ Com dois nós (vértices) é fácil de visualizar...
 - ▶ E para milhões, bilhões de nós?
 - ▶ É necessário uma boa estrutura de dados!
 - ▶ É aí que entra as formas de representar um grafo.
- 

Matriz de adjacência

- ▶ A primeira forma de representar um grafo que iremos ter contato é chamada de matriz de adjacência.
 - ▶ Matriz é uma estrutura matemática organizada na forma de tabela com linhas e colunas.
 - ▶ Adjacência: próximo, proximidade.
- 

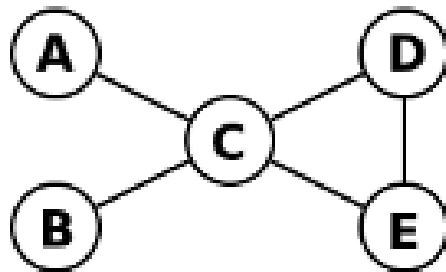
Matriz de adjacência – Exemplo



	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0

- ▶ Linha A e coluna E foi preenchida com 0 indicando que NÃO há ligação de A para E.

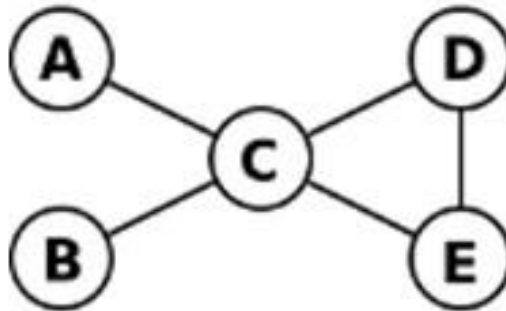
Matriz de adjacência – Exemplo



	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0


- ▶ Linha C e coluna A foi preenchida com 1 indicando que há ligação de C para A.

Matriz de adjacência

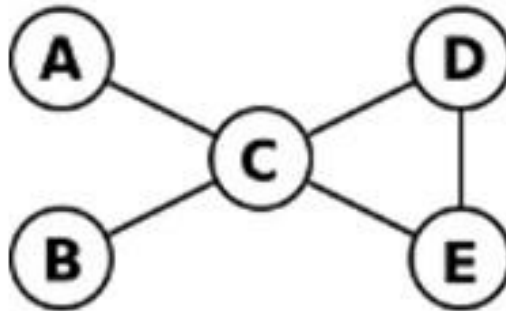


- ▶ Se tiver ligação, então é 1.
- ▶ Se não tiver ligação, então é 0.

Por que 1 ou 0?

- ▶ Não precisava ser 1 ou 0, não existe essa obrigatoriedade.
 - ▶ O nosso símbolo de existe é “1” e o símbolo de não existe é “0”. Essa foi uma escolha que iremos utilizar na nossa estrutura de dados.
 - ▶ Inicialmente isso pode não fazer muito sentido, mas vai ajudar nos algoritmos. Exemplo: ajuda se eu quiser contar algo.
- 

Matriz de adjacência



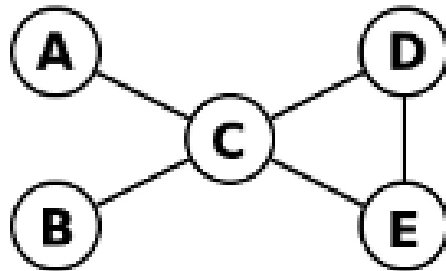
- ▶ Perceba que não há nenhum número ou algo do tipo nas arestas. Nesse exemplo só estamos verificando se há ou não ligação.

Dica



- ▶ Antes de programar, represente (desenhe) o grafo adequado para resolver o seu problema.
- ▶ Modele, desenhe, escreva! Você NÃO estará perdendo tempo, mas sim ganhando.

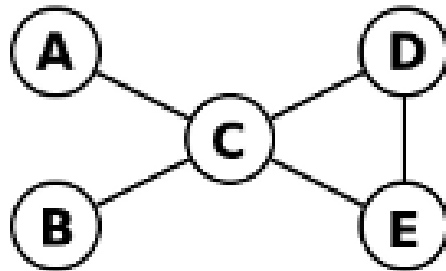
Pergunta – É simétrico?



	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0

- Um grafo é simétrico se para cada arco (u,v) , existe um correspondente arco reverso (v,u) .

Grafo não-dirigido

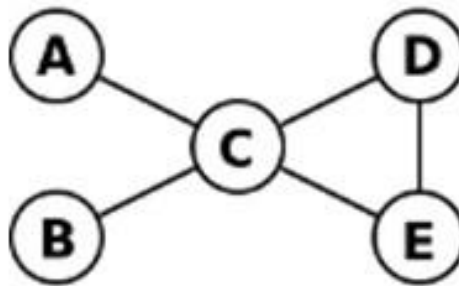


	A	B	C	D	E
A	0	0	1	0	0
B	0	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	0	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0

- ▶ O exemplo acima trata-se de um grafo NÃO dirigido. Um grafo não dirigido é um tipo especial de grafo simétrico.

Grau de um vértice

- ▶ O grau de um vértice é o número de arestas que o vértice tem.



- ▶ Exemplo: o vértice C tem grau 4.

Grau de um vértice

- ▶ Algoritmo para mostrar o grau de um vértice:

```
para i ← 1 até N, faça
    grau ← 0
    para j ← 1 até N, faça
        se matriz[i][j] = 1, então
            grau ← grau + 1
        fim-se
    fim-para
    imprima "O vértice " i " tem grau " grau "."
fim-para
```

Grau de um vértice

- ▶ Voltando ao algoritmo...

```
para i ← 1 até N, faça
    grau ← 0
    para j ← 1 até N, faça
        se matriz[i][j] = 1, então
            grau ← grau + 1
        fim-se
    fim-para
    imprima "O vértice " i " tem grau " grau "."
fim-para
```

- ▶ Perceba que usando matriz de adjacência, precisa-se de um loop dentro de outro loop!!

Grau de um vértice

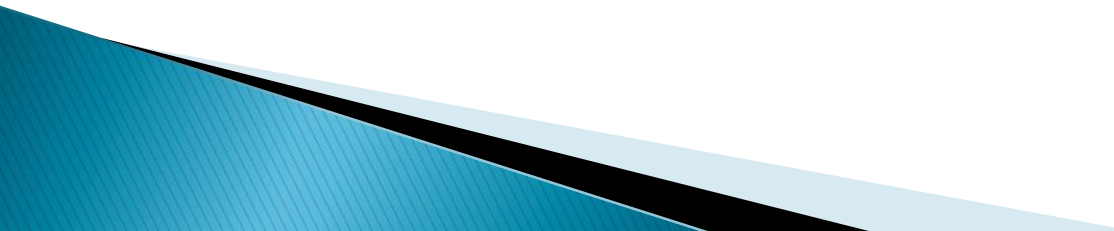
```
para i ← 1 até N, faça
    grau ← 0
    para j ← 1 até N, faça
        se matriz[i][j] = 1, então
            grau ← grau + 1
        fim-se
    fim-para
    imprima "O vértice " i " tem grau " grau "."
fim-para
```

- ▶ O custo é $O(n^2)$, isso não é bom. Já pensou um grafo de amigos do Facebook?

Matriz de Adjacência

- ▶ Custo de $O(n^2)$ é grande.
- ▶ E se for um grafo de milhões de vértices?
- ▶ No caso dos amigos do Facebook, eu não irei ser amigo de uma pessoa duas vezes, então basta ter um vetor de amigos.

Lista de adjacência

- ▶ É por isso que agora iremos aprender outra forma de representar um grafo chamada de lista de adjacência.
 - ▶ A lista de adjacência nada mais é do que criar um vetor para cada vértice.
 - ▶ Esse vetor contém cada vértice que o vértice conhece.
- 

Lista de adjacência

- ▶ Dependendo de como você programa, as buscas são bem mais rápidas, pois você só irá passar pelos vértices “amigos” do vértice corrente.
- ▶ A lista consiste em escrever para cada número de linha (vértice) os amigos.

Lista de adjacência – Exemplo

	1	2	3	4	5
1	2	3			
2	1	3	4		
3	1	2			
4	2	5			
5	4				

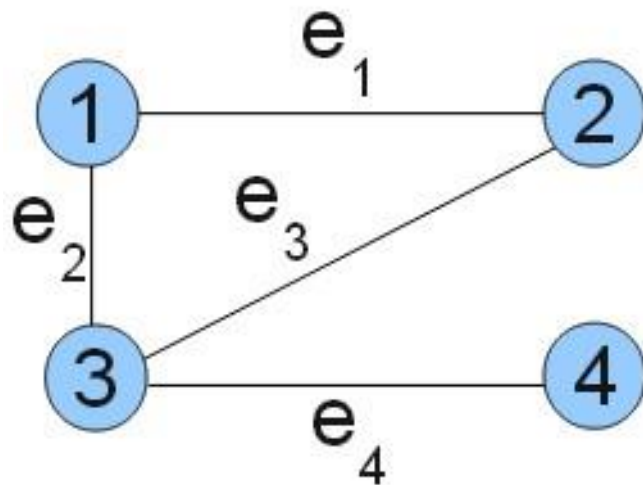
1 tem como amigos o 2 e o 3.

Matriz de incidência

- ▶ Ideia: associar vértices às linhas e arestas às colunas.
 - Elemento da matriz indica se aresta incide sobre o vértice.
- ▶ Matriz $n \times m$ (n vértices e m arestas)
 - $a_{ij} = 1$, se o vértice i incide sobre a aresta j
 - $a_{ij} = 0$, caso contrário
 - Obs.: para um grafo NÃO orientado

Matriz de incidência

- ▶ Grafo não orientado

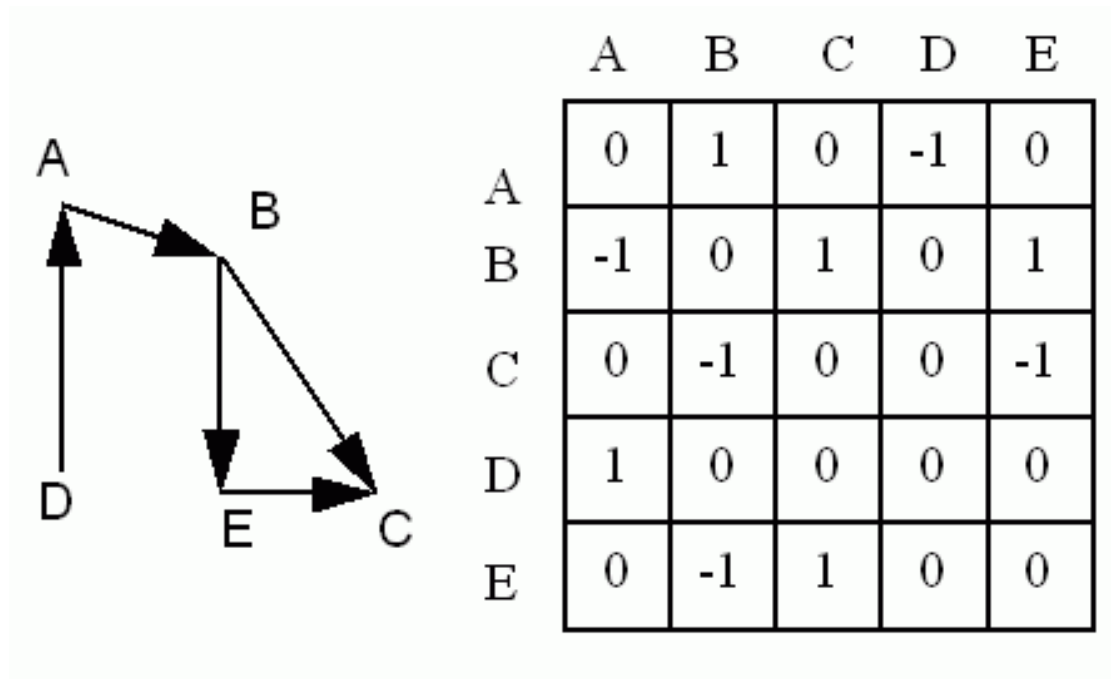


	e_1	e_2	e_3	e_4
1	1	1	0	0
2	1	0	1	0
3	0	1	1	1
4	0	0	0	1

Matriz de incidência

► Grafo orientado

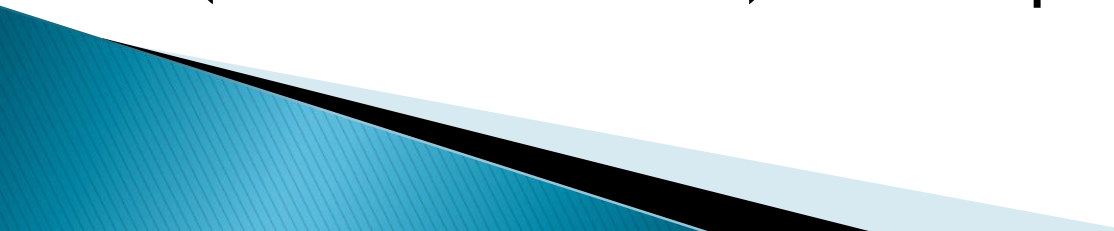
1 se chega no vértice
0 se não há ligação
-1 se sai do vértice



Qual representação utilizar?

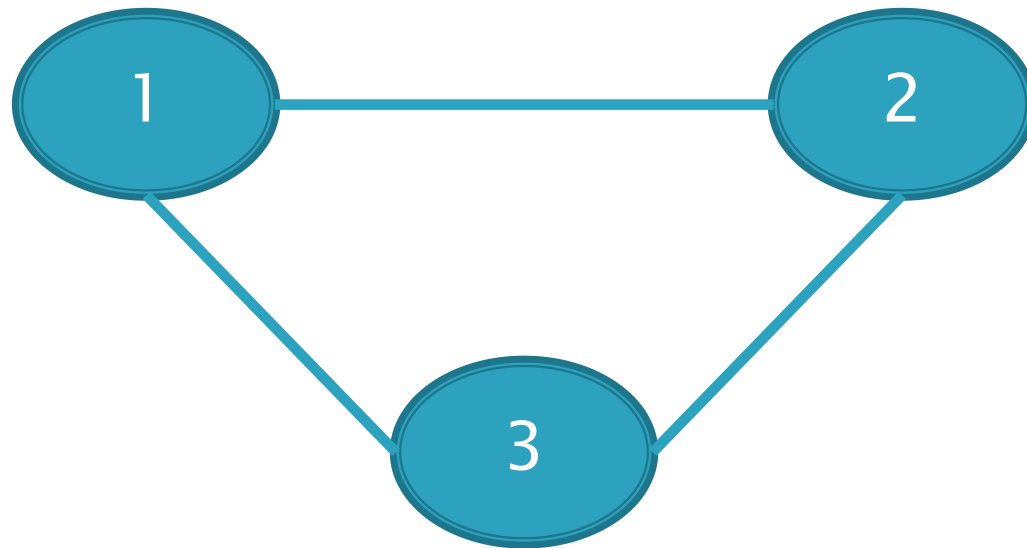
- ▶ A matriz de adjacência é boa para saber se um vértice é amigo de outro, pois basta testar `matriz[v][w]`.
- ▶ Em alguns casos, o mais barato é usar as duas representações juntas.

Qual representação utilizar?

- ▶ Numa lista de adjacência, é fácil encontrar todos os vértices adjacentes a um vértice.
 - ▶ Em um teste de vizinhança em dois vértices, uma matriz de adjacência proporciona isso na hora.
 - ▶ A representação matricial tem grande consumo de memória para grafos grandes (muitos vértices) e com poucas arestas.
- 

Pergunta: o grafo é completo?

- ▶ Grafo completo é um grafo não direcionado no qual todos os pares de vértices são adjacentes. Exemplo:

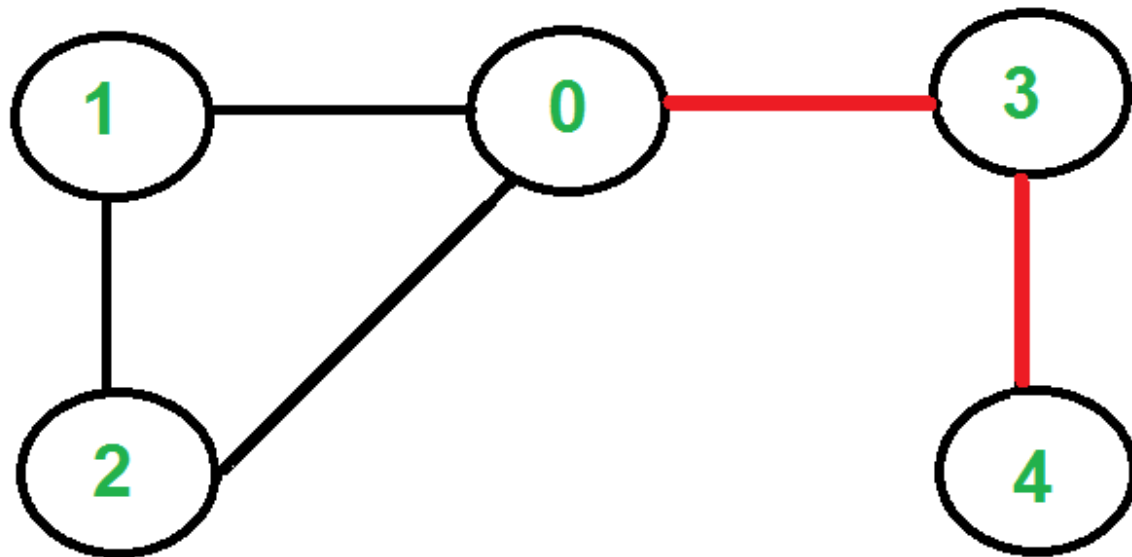


Pontes de um grafo

- ▶ Ponte é a aresta de corte de um grafo.
- ▶ Se você retirar a aresta ponte, então o número de componentes do grafo aumentará.
- ▶ A remoção de uma ponte desconecta um grafo.

Pontes de um grafo

- ▶ Exemplo de grafo com ponte:



Bridges are (0, 3) and (3, 4)

Pontes de um grafo

- ▶ Como detectar as pontes de um grafo?
- ▶ Para cada aresta (u,v) faça:
 - Remova a aresta (u,v) do grafo
 - Verifique se o grafo permanece conectado (pode-se usar a busca em profundidade – DFS).
 - Adicione a aresta (u,v) de volta ao grafo.
- ▶ Vamos detectar todas as pontes de um grafo?

Dúvidas?



Contato

mcastrosouza@live.com

www.geeksbr.com

Link da apresentação:

www.slideshare.net/mcastrosouza/grafos-representao

