

Aide-mémoire

Marc-André Désautels

24/09/2019

Voici un aide-mémoire pour accompagner la présentation de Marc-André Désautels, portant sur les travaux de Abraham Wald.

Quelques notations

Notation	Définition
N	le nombre d'avions au total
S	le nombre d'avions survivants
D	le nombre d'avions disparus
X_i	le nombre d'avions ... touchés i fois
P_i	la probabilité qu'un avion soit abattu par i coups au but
Q_i	la probabilité de l'événement contraire
p_i	la probabilité conditionnelle qu'un avion soit abattu par le i ème coup au but, étant donné que les premiers $i - 1$ coups ne l'ont pas abattu
q_i	la probabilité de l'événement contraire

Les hypothèses

- Nous connaissons N , le nombre d'avions total.
- Nous connaissons pour tout i ($i = 0, 1, 2, \dots$) les nombres S_i , c'est-à-dire le nombre d'avions ayant survécu à i coups.
- Nous supposons que tous les avions disparus le sont en raison de tirs ennemis et donc $D_0 = 0$. Ceci implique que nous supposons qu'aucun avion ne peut être porté disparu en raison de problèmes mécaniques.
- Le nombre de tirs sur un avion est borné, c'est-à-dire que $D_j = 0$ pour j plus grand qu'un certain entier m .
- Pour simplifier la notation, nous écrirons $N_{j \geq i}$ pour signifier $\sum_{j \geq i} N_j$.

Quelques résultats « évidents »

- Le nombre total d'avions envoyés au combat est égal à la somme des avions survivants et des avions disparus, c'est-à-dire que $N = S + D$.
- De façon similaire, en étudiant les avions touchés au but i fois, nous avons $N_i = S_i + D_i$.
- La probabilité qu'un avion ne soit pas abattu par i coups au but est en fait la probabilité de ne pas être abattu par 1 coup (en ayant survécu aux coups précédents) et de ne pas être abattu par 2 coups (en ayant survécu aux coups précédents), ... et de ne pas être abattu par i coups (en ayant survécu aux coups précédents). Nous avons donc $Q_i = q_1 q_2 \dots q_i$.
- La probabilité d'être abattu par i coups au but est donc $P_i = 1 - Q_i = 1 - q_1 q_2 \dots q_i$.

De fausses munitions...

Posons F_i le nombre d'avions ayant été touchés i fois par de fausses munitions.

Nous avons $F_i \geq S_i$.

Posons $Y_i = F_i - S_i$.

Nous avons $F_0 = S_0$ ce qui implique que $Y_0 = 0$ et $\sum_{j=0}^n F_i = N$.