BE contrôle d’attitude d’un microsatellite souple

J. MIGNOT

L’objectif de ce bureau d’études est de synthétiser un correcteur pour le contrôle d’attitude 1 axe d’un microsatellite en mode mission (petits angles). Il se décompose en deux parties permettant d’aborder, dans un premier temps, la question de manière classique par le réglage d’un PID puis de le traiter par l’application des techniques de commande robuste.

PARTIE 1 : Synthèse classique pour un satellite rigide puis avec mode souple (2h30)

La dynamique 1 axe d’un satellite rigide est décrite par l’équation linéarisée aux petits angles suivante :

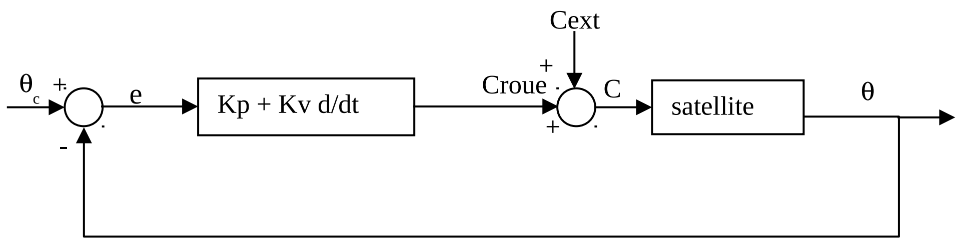
$$I_r \ddot{\theta} = C$$

avec I_r = 40 kg.m² l’inertie rigide, θ (rad) le dépointage, $C = C_{roue} + C_{ext}$ (Nm) le couple externe appliqué sur le satellite par les roues de réaction (C_{roue}) et les couples extérieurs perturbateurs (C_{ext}).

On souhaite stabiliser ce satellite à l’aide des mesures de dépointage θ et de vitesse angulaire ω=dθ/dt.

A. Réglage proportionnel-dérivé pour satellite rigide

Le schéma bloc de la boucle fermée est le suivant :



1. Ecrire les fonctions de transfert θ/C et Croue/e en boucle ouverte.

2. Montrer qu’on a en Boucle Fermée :

$$\theta = \frac{k_v s + k_p}{I_r s^2 + k_v s + k_p}\theta_c + \frac{1}{I_r s^2 + k_v s + k_p} C_{pert}$$

   Déterminer les gains K_p et K_v tels que C_{roue} stabilise le système avec une bande passante de 0.05 Hz (0.314 rad/s) et un amortissement de 0.707.

3. Tracer le diagramme de Black de la chaîne directe et indiquer la marge de phase.

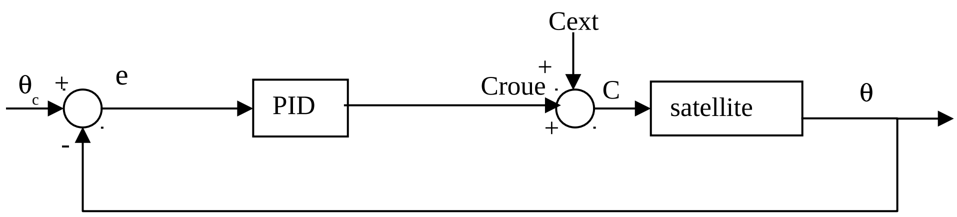
4. Quel est le gain statique de θ/Cpert? La consigne θ_c étant nulle, quel est l’impact d’un couple C_{ext}=0.001 Nm sur le pointage θ ? Vérifier avec SIMULINK.

5. Quelle commande Croue est appliquée avec une erreur de pointage e constante de -0.015 degré ? Commenter. Vérifier avec SIMULINK.

6. On souhaite diminuer l'effet des couples perturbateurs constants d'un facteur 10 et conserver l'amortissement. Calculer les nouveaux gains K_p et K_v. Quelle est la bande passante ?

B. Réglage PID pour satellite rigide

Le schéma bloc en boucle fermée est :



1. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\theta = \frac{k_v s^2 + k_p s + k_i}{I_r s^3 + k_v s^2 + k_p s + k_i}\theta_c + \frac{s}{I_r s^3 + k_v s^2 + k_p s + k_i}C_{pert}$$

Expliquer pourquoi le terme intégral permet d'éliminer le dépointage dû aux couples externes constants.

2. Réglage des gains du PID :

On souhaite obtenir en boucle fermée les caractéristiques suivantes :
Bande passante 1 rad/s
Marge de phase > 30 degrés
Marge de gain > 8 dB
Dépassement < 3 dB

On suppose que le correcteur est de la forme $C(s) = \frac{k(s^2 + 2\omega\xi s + \omega^2)}{s}$

- Ecrire les gains K_i, K_p, et K_v en fonction de k, ω et ξ.
- Soit $G(s)=\theta/C$ la fonction de transfert du satellite. On pose $k=k_0=1$. Tracer le diagramme de Black de $kG(s)/s$.
- Identifier sur le diagramme de Black la pulsation ω_0 qui correspond à 0 dB.
- Identifier sur le diagramme de Black le gain de la chaîne directe à la pulsation ω_1 qui correspond à la bande passante.
- En déduire $k=k_1$ pour que le diagramme de Black de $k_1G(s)$ passe à 0 dB à ω_1. Comparer cette valeur à l'inertie rigide du satellite. Commenter.
- Le zéro d'ordre 2 du correcteur doit amener la phase nécessaire à la stabilisation autour de ω_0. Quelle est la phase minimale à apporter pour stabiliser le système ? Montrer qu'on doit alors avoir $\omega < \omega_1$. Choisir ω et ξ pour satisfaire les marges de gain et de phase, et le dépassement. En déduire les gains K_i, K_p, et K_v.

- Vérifier en simulation que le PID permet bien d'éliminer l'erreur de pointage due aux couples constants. Comparer avec le dernier réglage Proportionnel Dérivé. On appliquera des consignes de pointage et de vitesse nulles, et un couple perturbateur constant de 0.001 Nm.

3. Tracer le diagramme de Black de la chaîne directe et indiquer la marge de phase.

C. Réglage PID pour satellite souple

1. Le satellite réel comporte un mode souple à basse fréquence ω_s, d'amortissement souple ξ_s de participation modale L. Les valeurs nominales sont ω_s=0.06 rad/s, ξ_s = 0.0005 et L = -2.5. Le modèle linéarisé du satellite s'écrit alors :

$$\theta = \frac{s^2 + 2\xi_s\omega_s s + \omega_s^{\ 2}}{s^2((I_r - L^2)s^2 + 2I_r\xi_s\omega_s s + I_r\omega_s^{\ 2})}C$$

Etudier la stabilité du système en utilisant le correcteur PID précédent. Faire une variation sur les gains Kp et Kv pour observer les modifications du tracé de black. Expliquer .

PARTIE 2 : Synthèse H infini du satellite souple (2h)

Nous allons étudier une deuxième technique de synthèse de correcteur, basée sur la méthode H infini et la résolution d'Inégalités Matricielles Linéaires. Cette technique permet de poser le problème non plus en terme de recherche des coefficients du correcteur, mais en allure des fonctions de transfert en boucle fermée. Nous allons reprendre la synthèse du correcteur avec mode souple à 0.06 rad/s.

On rappelle que la fonction de transfert du satellite souple est :

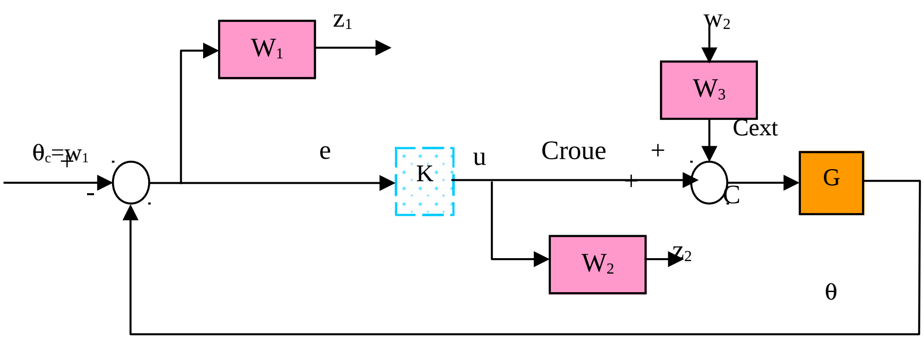
$$\theta = \frac{s^2 + 2\xi_s \omega_s s + \omega_s^{\,2}}{s^2((I_r - L^2)s^2 + 2I_r\xi_s\omega_s s + I_r\omega_s^{\,2})} C_{ext}$$

avec I_r = 40 kg.m² l'inertie rigide du satellite, ω_s la pulsation du mode souple, ξ_s son amortissement, et L sa participation modale. Les valeurs nominales sont $\xi_s = 0.0005$ et L = -2.5.

2. Principe de la commande 4 blocs pour le contrôle d'attitude des satellites.

   La synthèse de type H infini utilise des filtres supplémentaires (ou pondérations), qui permettent de définir l'allure de 4 fonctions de transfert en boucle fermée. Ces pondérations sont choisies en fonction du cahier des charges (bande passante, atténuation des couples perturbateurs, atténuation des hautes fréquences). A partir du système augmenté des pondérations, un algorithme détermine un correcteur K(s) qui permet de respecter l'allure fixée par les pondérations à un facteur γ près.

   Le schéma bloc de synthèse est le suivant :



   La norme infinie est définie comme : $\|M(s)\|_\infty = \sup_\omega \sigma_{max}(M(j\omega))$, avec σ_{max} la valeur singulière maximale de M à la pulsation ω. La valeur singulière d'une fonction de transfert M(s) est donnée par : $\sigma_i(M(j\omega)) = (\lambda_i(M(j\omega)*M'(-j\omega)))^{1/2}$, avec λ_i la ième valeur propre. Pour des fonctions de transfert mono-entrée, mono-sortie, elle représente le gain maximal de la fonction de transfert sur toutes les fréquences.

Les allures typiques des pondérations pour le contrôle d'un satellite sont :

- $W_1^{-1}(s)$ filtre passe-haut : un gain en BF faible permet d'avoir une bonne précision en boucle fermée (effet intégral BF du correcteur). La pulsation de passage à 0 dB fixe la bande passante minimale.

- $W_3^{-1}(s)$: gain statique. Il augmente la réjection des perturbations en BF et fixe la réjection du mode souple en HF

- $W_2^{-1}(s)$: filtre passe-bas. Le gain BF doit être suffisamment grand pour que le correcteur soit performant. La pente définit le roll-off du correcteur (allure HF du correcteur).

- Le passage à 0 dB du produit $W_2^{-1}(s)$* $W_3^{-1}(s)$ définit la bande passante maximale de la boucle fermée.

Pour le satellite souple défini en introduction, les pondérations adéquates sont définies ainsi :

- $W_1^{-1}(s)$: gain basses fréquences –20 dB, passage à 0 dB à 0.01 Hz, pente 20dB/dec, gain HF 10 dB
- $W_3^{-1}(s)$: gain de –20 dB
- $W_2^{-1}(s)$: gain BF 40 dB, pulsation de passage à 0 dB à 10 Hz, pente –20 dB/dec, gain HF 0 dB

2.1. Tracer l'allure en gain des pondérations $W_1^{-1}(s)$ et $W_1(s)$, $W_2^{-1}(s)$ et $W_2(s)$, $W_3^{-1}(s)$ et $W_3(s)$ puis des produits $W_1^{-1}(s)$*$W_3^{-1}(s)$, $W_2^{-1}(s)$*$W_3^{-1}(s)$, en indiquant les fréquences de coupure des numérateurs et dénominateurs.

2.2. Montrer comment ces pondérations permettent d'imposer :
   - une bande passante minimale de 0.01 Hz
   - une atténuation des couples perturbateurs à 0.00015 Hz de –40 dB en basse fréquence

2.3. Dans modele_syn.mdl, modifier la dynamique satellite et saisir les pondérations adéquates. On synthétise le correcteur avec la fonction cor = calcul_hinf . Quelle est la valeur de γ ? Quel est l'ordre du correcteur ? Le justifier. Tracer l'allure de son diagramme de Bode.

2.4. A partir du diagramme de Black, indiquer les marges de stabilité.

2.5. Sur le transfert e/θc, quel est le niveau de réjection du mode souple ? Que se passe-t-il en simulation (θc=10 deg, et Cpert = 0.0002 sin(0.001t)).

2.6. On souhaite améliorer la réjection du mode souple en modifiant W_1 (pulsation à 0dB). Déterminer une nouvelle pondération qui contraigne le mode souple à -20dB sur le transfert e/θc. effectuer la synthèse. Quelle est la valeur de γ ? Quelle est la réjection effective ? Comparer en simulation avec le correcteur précédent.