

教师材料（完整版）

三年级方程（10 次 × 30 分钟 | 一对一）

- 生成日期：2026-02-05
- 用途：老师备课 + 课堂参考（含大纲/教案/练习/答案）

内容清单

1. 教学大纲
2. 10 份教案（第 01—10 课）
3. 10 课练习题（可打印留白版）
4. 10 课答案与解析（含“开锁检验 ✓/✗”）

课堂口令（请反复用）

两边做同一件事，等号才不变。

提醒

- 主线：正整数 + 0
- 分数拓展：少量 $1/2$ 、 $1/4$ （第 9—10 课）
- 负数：全套仅 3 题，均标注“挑战可跳过”

三年级方程教学大纲 (10 次 × 30 分钟, 一对一)

课程定位与总目标

本课程面向“三年级：会算、会套题，但概念与原理薄弱”的学习者。主线不追求技巧（如一上来就教“移项变号”），而是建立可解释、可检验的解题框架：

1. 等号观：= 表示“左右一样多/一样重”，不是“算出答案的箭头”。
2. 等式不变：两边同时 加/减/乘/除（不为 0）同一个数，相等关系仍成立。
3. 检验意识：解出来要 代回去 验证，验证通过才可信。
4. 建模句式：应用题用固定语言把“题意”翻译成“等式/方程组”。

数系与难度边界（重要约束）

- 主线：正整数 + 0
- 拓展：第 9–10 课加入少量 $1/2$ 、 $1/4$ 的例题与习题（强调“等式不变 + 检验”）
- 挑战：全套练习中安排 3–4 题 需要用到负数（标注“可跳过”，配情境解释：欠款/温度/向左）

教学原则（每节课都执行）

1) CPA 三表征（具体 → 图像 → 符号）

同一概念至少走一遍：– 具体：天平/筹码/积木 – 图像：天平图、条形图/方块图（Bar Model）、表格、点阵 – 符号： $x + 3 = 7$ 、 $2x + 1 = 9$

2) 一对一 30 分钟节奏（可灵活调整）

- 3 分钟：热身（等式填空/口算）
- 8 分钟：新概念（天平规则/图像）
- 12 分钟：你带着做（每一步都要说“对两边做了什么”）
- 5 分钟：学生独立做（你只问不讲）
- 1 分钟：退出卡（口答/写一句，快速检验是否真懂）
- 1 分钟：总结“今天一句话”+ 布置作业

2.5) 一对一分层（快 / 慢分支）

- 慢：多用具体物（筹码/袋子/方块图），少讲术语；每题都写完整等式步骤。
- 快：加 1 题“找茬/辨析”或“自编题”，但仍必须写清“对两边做了什么”并完成检验。

3) 一句核心口令（贯穿全程）

两边做同一件事，等号才不变。

“移项变号”只在学生已理解等式不变之后，作为“简写法”出现。

课堂小设计（建议）：– 把“代回检验”包装成通关/开锁环节：解出 x 只是拿到钥匙，代回去才算把门打开。

课程总览 (10 次课)

第 01 课：等号与未知数

- 目标：建立等号观；会用 \square/x 表示未知；会代回检验

第 02 课：一步方程（加减）

- 目标：会解 $x + a = b$ 、 $x - a = b$ ；解释每一步“为什么”

第 03 课：一步方程（乘除）

- 目标：会解 $ax = b$ 、 $x \div a = b$ ；理解乘除互逆；做情境题

第 04 课：两步方程（先加减再乘除）

- 目标：会解 $ax + b = c$ (以整数解为主)；养成规范书写与检验

第 05 课： x 在两边（概念理解优先）

- 目标：理解“把含 x 的部分留在一边”；不依赖死记“移项”

第 06 课：应用题建模（一元一次）

- 目标：固定句式：设 $x \rightarrow$ 列方程 \rightarrow 解 \rightarrow 检验 \rightarrow 答

第 07 课：二元一次（数对、表格、点）

- 目标：理解 (x, y) 是一对数；方程表示“满足条件的所有配对”

第 08 课：二元一次方程组（交点 = 解）

- 目标：用表格/图像找到共同解；会代回检验；引入最简单消元的“意义”

第 09 课：一元二次的直觉（平方 = 面积）

- 目标：认识 x^2 ；会解 $x^2 = k$ 的整数解；加入少量 $1/2$ 、 $1/4$ 拓展

第 10 课：综合复习与挑战

- 目标：把“等式不变 + 检验 + 建模”打通；混合题；少量分数/负数挑战题

常见误区与纠偏

- 误区：把 $=$ 当成“下一步/得出”
 - 纠偏：大量“填空等式”与“左右对称”的练习；用天平图说“左右一样多”
- 误区：只对一边操作（如只给左边减3）
 - 纠偏：每一步口头报备：“我对两边都……”，并在纸上写出同样的操作
- 误区：解出来不检验
 - 纠偏：把“代回检验”变成结束动作；不检验不算完成
- 误区：应用题直接套公式，不会列式
 - 纠偏：固定句式 + 画条形图/表格，把关系说清楚再写等式

第 01 课：等号与未知数（30 分钟）

课前定位

学生现状：能做一些“套路题”，但把 $=$ 当成“算出答案”，对“为什么这样做”说不清。

本课目标：先把“等号观 + 检验”立住，这是后面所有方程步骤的地基。

学习目标（本节结束学生能做到）

1. 用一句话解释： $=$ 表示“左右一样多/一样重”。
2. 在等式里用 \square 或 x 表示未知数，并能填空求出未知数。
3. 会用“代回去”检验一个答案是否正确。

核心口令（本课开始就宣布，后面反复用）

等号表示两边一样多。

两边做同一件事，等号才不变。

教具/材料

- 白板/纸笔
- (可选) 筹码/积木若干 (用来做“左右一样多”)
- 网页课件：本课可不打开 (留到第 7–8 课重点用)

教学流程（30 分钟）

0) 热身 3 分钟：等式填空

让学生快速完成 4 题（只说“相等”，不说“算”）： $-3 + \square = 7 - \square + 5 = 5 - 9 = \square$
 $+ 2 - \square - 3 = 4$

补充小技巧（更贴近三年级直觉）：- 遮挡法：你用手把 \square 盖住，说“ $3 +$ （被盖住的数） $= 7$ ”，让学生把未知数当成“被遮住的数”，而不是抽象符号。

追问（必须问）：

“你怎么知道 \square 是这个数？你能说成一句‘左右一样多’的话吗？”

1) 新概念 8 分钟：把等号当成天平

画天平图（左右两盘一样重）：- 左盘： $\square + 3$ 个筹码 - 右盘：7 个筹码

引导语：1. “现在天平平吗？（平）”2. “如果我两边都拿走 3 个，会怎样？（还平）”3. “所以我们可以同时对两边做同一件事，等号不变。”

把图像翻译成符号： $x + 3 = 7$

两边同时减 3： $x + 3 - 3 = 7 - 3$

得到： $x = 4$

强调：这里不是“移项”，而是“两边同时做同样的事”。

2) 你带着做 12 分钟：从 \square 过渡到 x , 并练“检验”

做 3 题 (每题都要求说出“我对两边做了什么”)：1. $x + 2 = 9$ 2. $x - 4 = 6$ 3. $7 = x + 5$ (刻意让 x 在右边)

每题收尾固定动作：代回去检验（你给框架，学生说结论）—“把 $x=...$ 代回原式，左边是...，右边是...，一样，所以对。”

3) 学生独立 5 分钟：你只问不讲

给 2 题，要求写出步骤 + 检验： $-x + 6 = 10 - x - 2 = 0$

你只允许问这些问题：—“你对两边做了什么?”—“为什么可以这么做?”—“你怎么检验?”

4) 总结 2 分钟：一句话带走

让学生复述（必须完整）：1. “等号表示……”2. “要保持相等，需要……”3. “解出来要……”

退出卡（1分钟）

让学生口答或写一句话（尽量不提示）：

1. = 像什么？它表示什么？
2. 【开锁检验】把 $x=4$ 代回 $x+3=7$, 左边 =, 右边 =, 是否一样? (\checkmark/x)

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：继续用 \square 做 2–3 题“遮挡法”，先把“左右一样多”说清楚，再换成 x 。
- 快：给“左右互换”题（如 $7 = x + 5$ ），并让他自己出 1 道“遮挡题”，要求写出“对两边做同一件事”+“开锁检验”。

板书设计（建议）

等号：左右一样多（像天平）

规则：两边做同一件事，等号不变

$$x + 3 = 7$$

两边 -3 :

$$x = 4$$

检验： $4+3=7 \quad \checkmark$

当堂练习（对应题库）

- 基础：1–01 ~ 1–08
- 提升：1–09 ~ 1–12

作业（建议 8 题）

- 1–03、1–04、1–05、1–06、1–07、1–08、1–10、1–12

常见错误与纠偏

- 把 = 当“下一步”
 - 纠偏：让他读出“左边等于右边”，并画一条天平线
- 只对一边操作
 - 纠偏：要求每一步写成 ... = ..., 并口头报备“两边都...”

第 02 课：一步方程（加减）（30 分钟）

学习目标

1. 会解并解释: $x + a = b$ 、 $x - a = b$ 。
2. 熟练使用“等式不变：两边同加/同减”。
3. 每题能完成代回检验。

核心口令（开场复述）

两边做同一件事，等号才不变。

教学流程（30 分钟）

0) 热身 3 分钟：快速检验

你写: $x + 4 = 9$, 学生口答: $x=5$ 。

追问:

“怎么检验?”(必须说出: 代回左 = 右)

1) 概念强化 6 分钟：加减互逆

把“加 3”与“减 3”画成一对“相反操作”。

强调: 解 $x + 3 = 7$ 的关键不是记结论, 而是“把 +3 消掉”, 所以两边都 -3 。

2) 你带着做 12 分钟：三种摆放都要会

按顺序做并解释: 1. $x + 8 = 13$ 2. $x - 5 = 7$ 3. $12 = x + 3$ 4. $9 = x - 2$

每题都要学生说完整句: “为了把 x 单独留下来, 我对两边都……”

3) 学生独立 7 分钟：写步骤（你只问）

给 3 题: $-x + 9 = 9 - x - 6 = 0 - 15 = x + 7$

4) 总结 2 分钟：今天的“规则卡片”

让学生口述并你写成一句: “要消掉 $+a$ 就两边 $-a$; 要消掉 $-a$ 就两边 $+a$ 。”

退出卡（1 分钟）

1. 口答: $x - 5 = 7$ 为什么要两边都 $+5$?
2. 【开锁检验】 $x + 8 = 13$, 算出 x 后代回: 左边 =, 右边 =, ✓/✗

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：继续画天平/用筹码：把 x 看成“袋子”，把 a 看成“糖果”，先说“拿走/放回”再写符号。
- 快：加 1 题“找茬”：老师故意只在左边减 3，让学生指出“等号不再平衡”，并写出正确一步。

板书设计（建议）

$$x + a = b \quad \text{两边 } -a$$

$$x - a = b \quad \text{两边 } +a$$

解完：代回检验

当堂练习（对应题库）

- 基础：2-01 ~ 2-08
- 提升：2-09 ~ 2-12

作业（建议 10 题）

- 2-01 ~ 2-10

第 03 课：一步方程（乘除）（30 分钟）

学习目标

1. 会解并解释: $a \times x = b$ 、 $x \div a = b$ (a 为正整数)。
2. 理解“乘除互逆”: 要把 $\times a$ 消掉, 就两边 $\div a$ 。
3. 继续强化“检验”。

教学流程 (30 分钟)

0) 热身 3 分钟: 口算互逆

快速 6 题 (节奏快): $- 3 \times 4 = \square$, $\square \div 3 = 4$ - $7 \times 2 = \square$, $\square \div 7 = 2$ - $5 \times 0 = \square$, $\square \div 5 = 0$

1) 新概念 8 分钟: 把“几个 x ”变成“1 个 x ”

用筹码解释 $3x = 12$: - “ $3x$ ”表示“3 个一样多的袋子”- 12 表示“总共有 12 个”- 要知道每袋多少: 平均分成 3 份, 所以两边 $\div 3$

写成步骤: $3x = 12$

两边 $\div 3$: $x = 4$

检验: $3 \times 4 = 12$

书写习惯 (潜移默化, 为后续分数做铺垫): - 以后会把 $x \div 3$ 也写成 $x/3$ (读作“ x 除以 3”)。

你可以说: “除号 \div 中间的横线, 就是分数线的雏形。”

2) 你带着做 12 分钟: 两类题都要会

1. $4x = 20$
2. $7x = 0$
3. $x \div 5 = 3$ (提示: 两边 $\times 5$)
4. $x \div 4 = 0$

每题都要学生说: - “我对两边都 $\div \dots$ (或 $\times \dots$), 因为…… (乘除互逆)”

3) 学生独立 5 分钟: 写步骤 + 检验

- $6x = 18$
- $x \div 3 = 4$

4) 总结 2 分钟: 今天一句话

$ax=b$: 两边 $\div a$; $x \div a = b$: 两边 $\times a$; 解完代回检验。

退出卡 (1 分钟)

1. 把 $x \div 4 = 3$ 读一遍: 这句话在说什么?
2. 【开锁检验】把 $x=12$ 代回 $x \div 4 = 3$: 左边 =, 右边 =, \checkmark/x

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：继续用“3个袋子 = 12个糖”这类平均分图，先说“分成几份”，再写“两边 ÷ 几”。
- 快：加1题“写法转换”：把 $x \div 5 = 3$ 写成 $x/5 = 3$ ，并说出下一步为什么是“两边 × 5”。

当堂练习（对应题库）

- 基础：3-01 ~ 3-08
- 提升：3-09 ~ 3-12

作业（建议 10 题）

- 3-01 ~ 3-10

第 04 课：两步方程 ($ax + b = c$) (30 分钟)

学习目标

1. 会解并解释: $ax + b = c$ (以整数解为主)。
2. 知道“解方程就是把 x 单独留下来”, 常用顺序: 先去掉 $+b/-b$, 再去掉 $\times a$ 。
3. 能写出规范步骤, 并代回检验。

教学流程 (30 分钟)

0) 热身 3 分钟: 复习一步方程

各 1 题口答并检验: $-x + 6 = 11 - 5x = 15$

1) 新概念 8 分钟: 把两步拆成两次“等式不变”

示范题: $3x + 2 = 14$

引导: 1. “我们想得到 $x = ?$, 现在 x 被什么‘缠住’了?” (+2 和 $\times 3$) 2. “先消掉 +2: 两边 -2 ” 3. “再消掉 $\times 3$: 两边 $\div 3$ ”

形象比喻 (帮助记顺序, 但不替代原理): – 脱衣服: 先脱“外套”(加减的那层 $+2/-2$), 再脱“里面那层”(乘除的那层 $\times 3/\div 3$)。

写成完整步骤 (要求学生读出来): $3x + 2 = 14$

两边 -2 : $3x = 12$

两边 $\div 3$: $x = 4$

检验: $3 \times 4 + 2 = 14$

2) 你带着做 12 分钟: 让学生说“为什么先这样”

按难度递增 (都保证整数解): 1. $2x + 5 = 17$ 2. $4x - 3 = 21$ 3. $6x + 0 = 30$ 4. $3x + 7 = 7$

每题追问两句: – “你这一步对两边做了什么?” – “你为什么先消掉这个, 而不是先除?”

3) 学生独立 5 分钟: 写步骤 + 检验

- $5x + 1 = 26$
- $2x - 4 = 10$

4) 总结 2 分钟: 今天的“顺序感”

想把 x 单独留下来: 先把“加减”去掉, 再把“乘除”去掉; 每一步两边同做; 最后代回检验。

退出卡 (1 分钟)

1. 口答: 解 $3x + 2 = 14$ 为什么先两边 -2 , 再两边 $\div 3$?

2. 【找茬】有人把 $2x + 6 = 10$ 先两边 $\div 2$, 写成 $x + 6 = 5$ 。他错在哪里? (提示: 6 也要 $\div 2$ 吗?)

一对一分层策略 (快 / 慢分支)

- 慢: 每题先用“脱衣服”说顺序 (外套 = 加减, 里面 = 乘除), 再写符号; 每一步都写成完整等式。
- 快: 加 1 题“多种做法比较”: 先减再除 vs 先除再减 (会出现分数), 让学生说明为什么课堂更推荐“先减后除”。

板书设计 (建议)

目标: x 单独留下来

$$3x + 2 = 14$$

$$\text{两边 } -2 \rightarrow 3x = 12$$

$$\text{两边 } \div 3 \rightarrow x = 4$$

$$\text{检验: } 3 \times 4 + 2 = 14 \quad \checkmark$$

当堂练习 (对应题库)

- 基础: 4-01 ~ 4-08
- 提升: 4-09 ~ 4-12

作业 (建议 10 题)

- 4-01 ~ 4-10

第 05 课： x 在两边（概念理解优先）（30 分钟）

学习目标

1. 理解“把含 x 的部分留在一边”：通过等式不变把 x 集中到同一边。
2. 会解简单形式： $x + a = 2x + b$ 、 $3x + a = x + b$ （整数解为主）。
3. 认识“移项变号”只是简写，核心仍是“两边做同一件事”。

教学流程（30 分钟）

0) 热身 3 分钟：两步方程快答

- $2x + 3 = 11$ （口答并说出两步）

1) 新概念 10 分钟：同类“袋子”放一起

示范题： $x + 3 = 2x + 1$

用“袋子”比喻：– 把 x 当成“神秘袋子”（每个袋子里糖果一样多，但我们不知道有几颗）– 左边：1 袋 + 3 颗糖 – 右边：2 袋 + 1 颗糖

目标：让“袋子”都在一边。

按等式不变操作（强调：对两边做同样的事）：1. 先拿袋子：两边都拿走 1 袋（两边 $-x$ ）： $3 = x + 1$ 2. 再拿糖果：两边都拿走 1 颗（两边 -1 ）： $2 = x$ 3. 写成： $x = 2$ 4. 检验： $2+3=5$, $2\times 2+1=5$

（可选）再补一句：

“如果用简写，会说‘把 x 移到右边’，但本质就是两边 $-x$ 。”

2) 你带着做 10 分钟：控制难度，只练思路

1. $x + 5 = 2x + 2$
2. $3x + 1 = x + 9$
3. $2x + 4 = x + 10$

每题都要学生先说“我准备先对两边做什么？为什么？”

3) 学生独立 5 分钟：写步骤 + 检验

- $4x + 2 = 2x + 10$

4) 总结 2 分钟：今天一句话

看到 x 在两边：先用“对两边同减/同加”把 x 集中到一边，再按两步方程解；最后回检验。

退出卡 (1分钟)

1. 【袋子模型】 $x + 3 = 2x + 1$: 第一步为什么是“两边都拿走 1 袋 ($-x$)”?
2. 【开锁检验】把 $x=2$ 代回原式: 左边 =, 右边 =, ✓/✗

一对一分层策略 (快 / 慢分支)

- 慢: 先只练“ $x + \text{常数} = 2x + \text{常数}$ ”的两步 (拿袋子 → 拿糖果), 不急着出现 $3x$ 或 $2x$ 。
- 快: 引入“简写法”对比: 把“两边 $-x$ ”说成“把 x 移到一边”, 强调它只是口语简写, 纸面步骤仍要写清楚。

当堂练习 (对应题库)

- 基础: 5-01 ~ 5-08
- 提升: 5-09 ~ 5-12
- (可选挑战) 5-C1

作业 (建议 10 题)

- 5-01 ~ 5-10

第 06 课：应用题建模（一元一次）(30 分钟)

学习目标

- 用固定句式把文字题翻译成方程：设 $x \rightarrow$ 根据题意列式 \rightarrow 解 \rightarrow 检验 \rightarrow 答。
- 能分辨常见关系：和差、倍数、总价、平均分。
- 养成“单位/数量关系”检查习惯。

建模固定句式 (本课板书并要求照抄)

设： 为 x

画图 (推荐)：方块图/条形图，把关系画出来

根据题意：写出等式/方程

解方程：

检验：代回原句是否成立 ✓/✗

答：

本课关键工具：方块图/条形图 (Bar Model)

三年级从“具象”走向“符号”，中间要有一座桥。方块图就是这座桥：
- 倍数类 (3 倍)：画 3 个一样的方块拼在一起，标上总数。
- 和差类 (多 5)：画两根条，小红比小明长出来那一段标“5”。

目标不是画得漂亮，而是让孩子能用图回答一句话：> “这句话里，谁跟谁相等？相等的是什么？”

教学流程 (30 分钟)

0) 热身 3 分钟：从句子到等式

你说一句话，让学生口头翻译：
- “一个数加 5 等于 12。” $\rightarrow x + 5 = 12$
- “一个数的 3 倍是 18。” $\rightarrow 3x = 18$

1) 示范 10 分钟：一题讲透 (先画图，再列式，含检验)

示范题 (倍数类，最适合方块图)：
“一个数的 3 倍是 18。这个数是多少？”

按句式写 (强调顺序：画图 \rightarrow 列式)：
1. 设：这个数为 x
2. 画方块图：[x] [x] [x] = 18
3. 根据题意列方程： $3x = 18$
4. 解：两边 $\div 3$, $x = 6$
5. 检验 (通关/开锁环节)： $3 \times 6 = 18$ ✓
6. 答：这个数是 6

2) 你带着做 12 分钟：让学生先说“关系”

挑 2 题 (你引导他先说关系，再写方程)：
- 总价类：铅笔每支 3 元，共 21 元 (让他先画“总数 21，被平均分成 3 份”)
- 和差类 (条形图)：题库 6-09 (先画两根条：小红 = 小明 + 5)

你只问四句：
- “ x 表示什么？”
- “题目给了什么关系？”
- “你写的等式两边分别代表什么？”
- “怎么检验？”

3) 学生独立 3 分钟：完整写一题

给 1 题，要求按句式写齐：– 题库 6-02 (或 6-08)：先画图，再列式，再检验

4) 总结 2 分钟：今天一句话

应用题先画图把关系说清楚，再写等式；解完要检验（通关）；最后写“答”。

退出卡 (1 分钟)

1. 口答：应用题列方程前，为什么要先画“方块图/条形图”？
2. 【找茬】有人把“小红比小明多 5 个，两人一共 17 个”写成 $x + 5 = 17$ 。他漏掉了什么？(提示：两个人都要算)

一对一分层策略 (快 / 慢分支)

- 慢：固定句式不跳步：先说清 x 表示谁，再画图，再写等式；每题只练一种关系（倍数/和差）不混合。
- 快：让学生“反向检验”：先猜一个答案 → 代回原句是否成立 → 再倒推出方程，体会“检验”能防止列式错。

当堂练习 (对应题库)

- 基础：6-01 ~ 6-08
- 提升：6-09 ~ 6-12

作业 (建议 8 题)

- 6-03、6-04、6-05、6-06、6-09、6-10、6-11、6-12

第 07 课：二元一次（数对、表格、点）（30 分钟）

学习目标

1. 理解 (x, y) 表示“一对数”： x 和 y 要一起出现。
2. 知道二元一次方程（如 $x + y = 6$ ）表示“满足条件的所有配对”。
3. 会用表格列举一些解，并把解画成点（只在第一象限；不追求“画得很准”）。

教学流程（30 分钟）

0) 热身 3 分钟：从一句话到“配对”

你说：– “小明有 x 个苹果，小红有 y 个苹果，一共有 6 个。”

让学生说：可能的 (x, y) 有哪些？（先口头列举 2–3 组）

1) 新概念 10 分钟：方程不是一个答案，是一堆答案

示例： $x + y = 6$

步骤：1. 画一个两列表格： $x | y$ 2. 选 $x=0,1,2,3,4,5,6$ ，算出 $y=6-x$ （只在正整数 +0）3. 把每一对写成 $(0,6)$ 、 $(1,5)$...

关键提问：– “为什么 $(2,4)$ 是解？（代回： $2+4=6$ ）”– “为什么 $(2,5)$ 不是解？ $(2+5 \neq 6)$ ”

2) 图像 10 分钟：把表格里的配对画成点

只画第一象限，坐标刻度从 0 到 6。强调：今天重点是“配对的意思”，不是画图技巧。

操作：1. 画点 $(0,6)$ 、 $(1,5)$ 、 $(2,4)$...2. 把点“轻轻连起来”，看起来像一条直线

强调：– “每一个点 = 一组解（一个配对）”– “线上的点都满足这个条件”– 补一句防误解：这条线其实有很多点（包括分数点），但本阶段我们先练 0 和正整数的解（更好算、更好检验）。

3) 学生独立 5 分钟：给一个方程自己列举

让学生做： $x + y = 8$

要求：列举 5 组解，并画出 5 个点。

4) 总结 2 分钟：今天一句话

二元一次方程表示很多组解；用表格能列举；把配对画成点更直观。

退出卡（1 分钟）

1. 判断： $(2,6)$ 是不是 $x+y=8$ 的解？请用“代回检验”说明（ \checkmark/x ）。
2. 口答：为什么二元一次方程的解不是一个数，而是一对数？

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：只做表格与“代回检验”，先不画点；每次只列 5 组配对即可 (0..5)。
- 快：让学生自己给出 $x+y=10$ 的“所有”非负整数配对，并说出规律 (x 每 +1, y 每 -1)。

当堂练习（对应题库）

- 基础：7-01 ~ 7-08
- 提升：7-09 ~ 7-12

作业（建议 8 题）

- 7-01 ~ 7-08

第 08 课：二元一次方程组（交点 = 解）(30 分钟)

学习目标

1. 理解“方程组”是“同时满足两个条件”。
2. 会用表格/图像找到共同解，并能代回两条方程检验。
3. 使用网页课件（GeoGebra）做“猜想-验证”：系数变化 → 交点变化（不强求手绘精确坐标图）。

课前准备（老师）

打开网页课件：– <http://localhost:8000/web/> → 进入“第 08 课：交点 = 解（GeoGebra）”

教学流程（30 分钟）

0) 热身 3 分钟：复习“解的含义”

提问：– “ (x,y) 是不是一对数？”– “ $(2,4)$ 代入 $x+y=6$ 成不成立？”

1) 新概念 8 分钟：两个条件要同时满足

写在纸上：– 条件 A: $x + y = 6$ – 条件 B: $x = 2$

让学生口答共同解：1. 从 B 知道 $x=2$ 2. 代入 A 得 $y=4$ 3. 共同解是 $(2,4)$ 4. 检验两条都成立 ✓

强调一句：> 方程组的解，是“同时满足两个条件”的那一对数。

2) 图像法 9 分钟：两条线的交点

在纸上“粗略画”即可（本节重点不是画得准，而是理解含义）：– $x+y=6$: 用第 7 课的方法列举 2–3 个点，再轻轻连起来 – $x=2$: 画一条竖直线（理解：线上每个点的 x 都等于 2）– 交点就是 $(2,4)$

3) GeoGebra 互动 8 分钟：用拖动来“验证”

在课件里做三件事（每一步都让学生说出意义）：1. **先猜**：不看答案，先猜 (x,y) 大概是多少（例如 $x=2$ ，那么 y 应该接近多少？）2. **再看图**：看见两条线与交点 P，并读出 P 的坐标 3. **再验证**：把交点坐标代回两条方程，确认同时成立（通关/开锁环节）4. 调滑块改变一条线，观察交点怎么跑（把“变化”当成实验）

教师追问模板：– “交点坐标代表什么？”– “为什么它是解？（代回两条都对）”– “如果两条线不相交会怎样？（没有共同解）”

4) 总结 2 分钟：今天一句话

方程组要同时满足两条；图像上就是两条线的交点；最后必须代回两条检验。

退出卡 (1分钟)

1. 口答：为什么“交点 = 解”？（用“同时满足两个条件”解释）
2. 【通关检验】把 $(2, 4)$ 代回 $x+y=6$ 和 $x=2$, 两条都成立吗? (\checkmark/x)

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：用“条件 A / 条件 B”语言反复说清，不做精确作图；只做 $x=t$ 或 $y=t$ 这种最直观的第二条件。
- 快：加 1 个“无解/无穷多解”的直觉体验：让学生用 GeoGebra 改 $x+y=k$ ，观察平行/重合，并用一句话解释原因。

当堂练习（对应题库）

- 基础：8-01 ~ 8-08
- 提升：8-09 ~ 8-12
- (可选挑战) 8-C1

作业（建议 8 题）

- 8-01 ~ 8-08

第 09 课：一元二次直觉（平方 = 面积）(30 分钟)

学习目标

1. 理解 x^2 : 边长为 x 的正方形面积。
2. 会找 $x^2 = k$ 的整数解 (k 为完全平方数, 含 0)。
3. 加入少量 $1/2$ 、 $1/4$ 的拓展题: 仍用“等式不变 + 检验”。

教学流程 (30 分钟)

0) 热身 3 分钟: 平方小表

让学生快速说出: $-0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$

1) 新概念 10 分钟: 用面积理解 x^2

画一个边长为 x 的正方形: - 边长: x - 面积: $x \times x = x^2$

再给一个更生活化的视角 (更像三年级的“铺地砖”): - $x^2 = 16$ 可以理解为“用 16 块同样大小的小正方形地砖, 拼成一个大正方形”, 问“大正方形一边有几块?”(答案 4)

示范题: $x^2 = 16$ 引导: 1. “面积是 16 的正方形边长是多少?”(4) 2. 写出: $x = 4$ 3. 检验: $4^2 = 16$

(提醒: 本课程主线只用非负数; 负数解作为挑战题另说)

2) 你带着做 10 分钟: 只做“好解”的题

1. $x^2 = 9$
2. $x^2 = 0$
3. $x^2 = 25$
4. $x^2 = 1$

每题都要学生说: - “我怎么知道 x 是...? (平方表/面积直觉)”

3) 拓展 5 分钟: 把 $1/2$ 、 $1/4$ 当成“半、四分之一”

示范 1 题 (不求多): - “一个数的一半是 8, 这个数是多少?”

设 x 为这个数: $x \div 2 = 8$, 两边 $\times 2$ 得 $x = 16$, 检验: $16 \div 2 = 8 \checkmark$

4) 总结 2 分钟: 今天一句话

x^2 是面积; $x^2 = k$ 就找“平方等于 k 的数”; 分数题仍按等式不变做; 最后检验。

退出卡 (1 分钟)

1. 口答: x^2 在说什么? (用“正方形面积”解释)
2. 【开锁检验】 $x=5$ 代回 $x^2=25$: 左边 =, 右边 =, \checkmark/x

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：只用“平方表 + 铺地砖”找 0、1、4、9、16、25...的解，不引入负数。
- 快：轻轻提一句拓展：为什么 $(-x)^2$ 也等于 x^2 ? (用“边长取反不影响面积”做直觉解释；不要求系统做负数题)

当堂练习（对应题库）

- 基础：9-01 ~ 9-08
- 提升：9-09 ~ 9-14 (含 $x^2 + a = b$ / $x^2 - a = b$ ，把“等式不变”用回来)
- 分数拓展：9-F1、9-F2

作业（建议 8 题）

- 9-01 ~ 9-08 (可加 9-F1)

第 10 课：综合复习与挑战（30 分钟）

学习目标

1. 把三件事连成“解题清单”：等式不变 → 解出未知 → 代回检验。
2. 混合练习：一元一次 + 方程组（读交点/表格）+ 二次直觉。
3. 少量拓展： $1/2$ 、 $1/4$ 与 3–4 题负数挑战（可跳过）。

开场（1分钟）：今天的“通关清单”

- 1) 我对两边做了什么？
- 2) 为什么可以这么做？（等式不变）
- 3) 解出来了吗？（ x 单独）
- 4) 代回检验通过了吗？

教学流程（30分钟）

0) 热身 4 分钟：快速判断“这一步对不对”

给 2 个“错误步骤”，让学生指出问题：1. $x + 3 = 7 \rightarrow x = 7 - 3$ （问：这句写法为什么容易误导？应该怎样写成“两边同时 -3 ”？）2. $2x + 4 = 10 \rightarrow x + 4 = 5$ （问：哪里没对两边做同一件事？）

小玩法：让学生当“小老师”批改，并说出“正确的一步一步写法”。

1) 混合练习 14 分钟：你带着做 3 题（每题必检验）

1. 一元一次： $3x + 2 = 20$
2. 方程组：读出交点坐标并检验（可用网页课件）
3. 二次直觉： $x^2 = 36$ （主线解 $x=6$ ）

2) 学生独立 8 分钟：做一组小卷（你只问）

从题库挑 5 题（含 1 题分数拓展、1 题挑战题）：– 10–01、10–02、10–05、10–F1、10–C1

你只问“通关清单”里的 4 个问题。

3) 收尾 4 分钟：错因归纳

把错误归到三类（让学生自己选）：– A：等号观/等式不变没守住 – B：计算失误 – C：没检验/检验不认真

退出卡（1分钟）

让学生独立完成 1 题（写出“对两边做了什么”+“开锁检验”）：

- $3x + 2 = 20$ （或你临时从题库挑一题）

一对一分层策略（快 / 慢分支）

- 慢：只做主线（正整数 +0），每题都按“通关清单”逐项问；负数/分数挑战全部可跳过。
- 快：加 1–2 题挑战（分数或负数），但要求“先解释意义，再算”，最后必须代回检验。

当堂练习与作业（对应题库）

- 当堂：10–01 ~ 10–08
- 作业：10–01 ~ 10–10（可选加 10–F1、10–C1）

第 01 课 练习题：等号与未知数

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (1-01) 填空： $3 + \square = 7$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答：_____

2. (1-02) 填空： $\square + 5 = 5$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答：_____

3. (1-03) 填空： $9 = \square + 2$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答：_____

4. (1-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 2 = 9$

步骤：_____

检验：_____

5. (1-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 4 = 6$

步骤：_____

检验：_____

6. (1-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $7 = x + 5$

步骤：_____

检验：_____

7. (1-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 6 = 10$

步骤：_____

检验：_____

8. (1-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 2 = 0$

步骤：_____

检验：_____

提升题

9. (1-09) 小明写： $x + 3 = 7$ ，所以 $x = 7 - 3$ 。你觉得这样写可以吗？请把过程写成“对两边做同一件事”的形式。

说明：_____

10. (1-10) 下面哪个是方程 $x + 5 = 12$ 的解？A. 5 B. 7 C. 12 (写出检验)

说明：_____

11. (1-11) “一个数加 8 等于 15。”设这个数为 x ，列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

12. (1-12) “一个数减 3 等于 4。”设这个数为 x , 列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

第 02 课 练习题：一步方程（加减）

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (2-01) 【天平】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 8 = 13$ （两边一样重，两边要同时拿走多少？）

步骤：_____

检验：_____

2. (2-02) 【天平】解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 5 = 7$ （两边都要同时放回多少？）

步骤：_____

检验：_____

3. (2-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $12 = x + 3$

步骤：_____

检验：_____

4. (2-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $9 = x - 2$

步骤：_____

检验：_____

5. (2-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 9 = 9$

步骤：_____

检验：_____

6. (2-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 6 = 0$

步骤：_____

检验：_____

7. (2-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $15 = x + 7$

步骤：_____

检验：_____

8. (2-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 0 = 11$

步骤：_____

检验：_____

提升题

9. (2-09) 有人解 $x - 4 = 6$ 时，两边都减 4 得到 $x - 8 = 2$ 。你认为对吗？请写出正确步骤。

说明：_____

10. (2-10) 不用列出太多步骤, 比较大小: x (满足 $x + 5 = 20$) 和 m (满足 $m + 7 = 20$), 谁更大? 为什么?

说明: _____

11. (2-11) 小红有 x 颗糖, 吃了 6 颗后还剩 10 颗。列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

12. (2-12) 填空: 如果 $x + 3 = 3$, 那么 $x = \square$ (写出检验)

答: _____

第 03 课 练习题：一步方程（乘除）

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (3-01) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x = 20$

步骤：_____
检验：_____

2. (3-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $7x = 0$

步骤：_____
检验：_____

3. (3-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $6x = 18$

步骤：_____
检验：_____

4. (3-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 5 = 3$ (也可以写成 $x/5 = 3$)

步骤：_____
检验：_____

5. (3-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 4 = 0$

步骤：_____
检验：_____

6. (3-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x = 12$

步骤：_____
检验：_____

7. (3-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 3 = 4$ (也可以写成 $x/3 = 4$)

步骤：_____
检验：_____

8. (3-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $9x = 45$

步骤：_____
检验：_____

提升题

9. (3-09) 有人解 $5x = 20$ 时，两边都减 5 得到 $0x = 15$ 。你认为对吗？请写出正确步骤。

说明：_____

10. (3-10) 每盒彩笔 8 元，买了 x 盒，共 40 元。列方程并解。

步骤: _____

检验/说明: _____

11. (3-11) 把 x 颗糖平均分给 6 人, 每人 4 颗。列方程并解。

步骤: _____

检验/说明: _____

12. (3-12) 填空: 如果 $3x = 21$, 那么 $x = \square$ (写出检验; 想想“平均分成 3 份”)

答: _____

第 04 课 练习题：两步方程 ($ax + b = c$)

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (4-01) 【脱衣服】解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 2 = 14$ (先脱外套：-2；再脱里面： $\div 3$)

步骤：_____
检验：_____

2. (4-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 5 = 17$

步骤：_____
检验：_____

3. (4-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x - 3 = 21$

步骤：_____
检验：_____

4. (4-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $6x + 0 = 30$

步骤：_____
检验：_____

5. (4-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 7 = 7$

步骤：_____
检验：_____

6. (4-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $5x + 1 = 26$

步骤：_____
检验：_____

7. (4-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x - 4 = 10$

步骤：_____
检验：_____

8. (4-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $7x - 0 = 28$

步骤：_____
检验：_____

提升题

9. (4-09) 解 $3x + 2 = 14$ 时，有人先两边 $\div 3$ 得到 $x + 2/3 = 14/3$ 。这样做对吗？有什么不方便？请写出更合适的解法。

说明：_____

10. (4-10) 电影票每张 9 元，另收 3 元手续费，共 48 元。买了 x 张电影票，列方程并解。

步骤: _____

检验/说明: _____

11. (4-11) “一个数的 2 倍再加 5 等于 19。”设这个数为 x , 列方程并解。

步骤: _____

检验/说明: _____

12. (4-12) 解方程, 并用“开锁检验”通关: $4x + 2 = 2$

步骤: _____

检验: _____

第 05 课 练习题：x 在两边

约束：主线：正整数 +0（含可选负数挑战）

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (5-01) 【袋子模型】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 3 = 2x + 1$ （先两边各拿走 1 袋，再处理糖果。）

步骤：_____
检验：_____

2. (5-02) 【袋子模型】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 5 = 2x + 2$ （先两边各拿走 1 袋，再处理糖果。）

步骤：_____
检验：_____

3. (5-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 1 = x + 9$ （先把袋子 x 集中到一边）

步骤：_____
检验：_____

4. (5-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 4 = x + 10$ （先把袋子 x 集中到一边）

步骤：_____
检验：_____

5. (5-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x + 2 = 2x + 10$

步骤：_____
检验：_____

6. (5-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $5x + 5 = 3x + 11$

步骤：_____
检验：_____

7. (5-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 2 = 3x$

步骤：_____
检验：_____

8. (5-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 6 = x + 9$

步骤：_____
检验：_____

提升题

9. (5-09) 把解 $x + 3 = 2x + 1$ 的过程写成“每一步都对两边做同一件事”的形式（不要只写‘移项’）。

说明：_____

10. (5–10) 小明的年龄是小红的 2 倍，小明比小红大 3 岁。设小红年龄为 x 岁，列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

11. (5–11) 方程 $x + 5 = 2x + 2$ 的解是: A. 2 B. 3 C. 5 (写出检验)

说明: _____

12. (5–12) 解方程，并用“开锁检验”通关: $6x + 2 = 4x + 10$

步骤: _____

检验: _____

挑战题 (可跳过)

13. (5–C1) 【挑战】温度题: 现在温度是 x °C, 升高 5 °C 后变成 2 °C。列方程并解: $x + 5 = 2$

步骤: _____

检验: _____

第 06 课 练习题：应用题建模（一元一次）

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (6-01) 【画图建模】铅笔每支 3 元，买了 x 支，共 21 元。

提示：先画 x 个一样的方块，每个写 3，总和写 21。

列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

2. (6-02) 【画图建模】贴纸每张 5 元，买了 x 张，共 35 元。

提示：先画 x 个方块，每个写 5，总和写 35。

列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

3. (6-03) 【画图建模】“一个数的 3 倍是 18。”

1) 先画方块图： $[x][x][x] = 18$ 。

2) 设 1 个方块为 x ，列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

4. (6-04) “一个数减 7 等于 9。”设这个数为 x 。

提示：可以画条形图：总长是 x ，拿走 7 后剩 9。

列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

5. (6-05) 【画图建模】把 x 颗糖平均分给 4 个小朋友，每人 6 颗。

提示：画 4 个小盒子，每个写 6；总数就是 x 。

列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

6. (6-06) “一个数的 2 倍再加 5 等于 19。”设这个数为 x 。

提示：先画 2 个方块表示 $2x$ ，再多加 5。

列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

7. (6-07) 书每本 8 元, 另加 4 元包装费, 一共 44 元。买了 x 本书。

提示: 先写清“总价 = 单价 \times 数量 + 额外费用”。

列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

8. (6-08) 小明有 x 元, 买了一支 6 元铅笔后还剩 10 元。

提示: 可以画条形图: 总长 x , 拿走 6, 剩 10。

列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

提升题

9. (6-09) 【画图建模 (条形图)】小红比小明多 5 个苹果。小明有 x 个苹果, 两人一共有 17 个苹果。

提示: 画两根条, 小红那根比小明多出来一段标 5。

列方程并解 (求小明有多少个)。

步骤: _____ 检验/说明: _____

10. (6-10) 小明的钱是小红的 3 倍, 小明比小红多 8 元。设小红有 x 元, 列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

11. (6-11) 爸爸今年 32 岁, 是小明年龄的 4 倍。设小明年龄为 x 岁, 列方程并解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

12. (6-12) 自己编一个小故事, 能列出方程 $x + 7 = 20$, 并写出 x 的值。

步骤: _____ 检验/说明: _____

13. (6-13) 【找茬】“一个数的 3 倍是 18。”有人写成 $x \div 3 = 18$ 。你觉得对吗?

1) 写出正确方程。

2) 用一句话解释“3 倍”是什么意思。

3) 解并开锁检验。

说明: _____

第 07 课 练习题：二元一次（数对、表格、点）

约束：主线：正整数 +0

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (7-01) 完成表格：满足 $x + y = 6$ 。

x : 0 1 2 3 4 5 6

y : □ □ □ □ □ □

步骤：_____ 检验/说明：_____

2. (7-02) 如果 (x, y) 满足 $x + y = 8$, 已知 $x = 3$, 那么 $y = \square$ 。

答：_____

3. (7-03) 如果 (x, y) 满足 $x + y = 10$, 已知 $y = 4$, 那么 $x = \square$ 。

答：_____

4. (7-04) 【通关测试】判断 $(2, 4)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解？(写出代入检验)

说明：_____

5. (7-05) 【通关测试】判断 $(2, 5)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解？(写出代入检验)

说明：_____

6. (7-06) 列举 5 组满足 $x + y = 9$ 的整数解 (x, y 只用 0 到 9)。

步骤：_____ 检验/说明：_____

7. (7-07) 在坐标系中标出 3 个点：A(0,6)、B(2,4)、C(5,1), 并说出它们有什么共同点。

提示：只画第一象限；不要求画得很准，刻度对就行。

步骤：_____ 检验/说明：_____

8. (7-08) 用一句话解释：二元一次方程 $x + y = 6$ 表示什么？

说明：_____

提升题

9. (7-09) 完成表格：满足 $x + y = 12$ 。

x : 0 2 4 6 8 10 12

y : □ □ □ □ □ □

步骤: _____ 检验/说明: _____

10. (7-10) 在 $x + y = 10$ 中, 如果 x 变大 1, 那么 y 会怎样变化? (写一句话)

说明: _____

11. (7-11) 自己选一个和: 比如 7 或 11, 写出一个方程 $x + y =$ (你选的数), 再列举 4 组解。

步骤: _____ 检验/说明: _____

12. (7-12) 【通关测试】判断 $(6, 0)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解? (写出代入检验)

说明: _____

13. (7-13) 【找茬】有人完成 $x + y = 6$ 的表格时, 写成 $y = 6 + x$, 所以 $x=2$ 时 $y=8$ 。你觉得对吗? 请改正, 并用代回检验说明。

说明: _____

第 08 课 练习题：二元一次方程组（交点 = 解）

约束：主线：正整数 +0 （含可选挑战）

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题

1. (8-01) 解方程组并检验：

A: $x + y = 6$

B: $x = 2$

步骤：_____ 检验/说明：_____

2. (8-02) 解方程组并检验：

A: $x + y = 9$

B: $y = 1$

步骤：_____ 检验/说明：_____

3. (8-03) 解方程组并检验：

A: $x + y = 10$

B: $x = y$

步骤：_____ 检验/说明：_____

4. (8-04) 解方程组并检验：

A: $x + y = 8$

B: $x = 6$

步骤：_____ 检验/说明：_____

5. (8-05) 用一句话解释：为什么“交点”就是方程组的解？

说明：_____

6. (8-06) 【通关测试】数字侦探：(3, 5) 这对“钥匙”，能同时打开 $x + y = 8$ 和 $x = 3$ 这两扇门吗？(代入试一试)

说明：_____

7. (8-07) 【通关测试】数字侦探：(4, 4) 这对“钥匙”，能同时打开 $x + y = 8$ 和 $x = 3$ 这两扇门吗？(代入试一试)

说明：_____

8. (8-08) 解方程组并检验：

A: $x + y = 7$

B: $y = 4$

步骤: _____ 检验/说明: _____

提升题

9. (8-09) 方程组: $x + y = 6$ 和 $x + y = 8$ 有共同解吗? 为什么?

步骤: _____ 检验/说明: _____

10. (8-10) 解方程组并检验:

A: $x + y = 12$

B: $x = 9$

步骤: _____ 检验/说明: _____

11. (8-11) 解方程组并检验:

A: $x + y = 5$

B: $y = 0$

步骤: _____ 检验/说明: _____

12. (8-12) 在 GeoGebra 里输入两条直线: $x + y = 6$ 和 $x = 2$, 读出交点坐标, 并写出检验。

步骤: _____ 检验/说明: _____

13. (8-13) 【找茬】解方程组:

A: $x + y = 6$

B: $x = 2$

有人说: $x=2$, 所以 $y=2$ 。你觉得对吗? 请写出正确的 (x, y) 并开锁检验。

说明: _____

挑战题 (可跳过)

14. (8-C1) 【挑战】方程组: $x + y = 6$ 和 $x + y = 6$ 的解有多少组? (提示: 这是同一个条件)

步骤: _____ 检验/说明: _____

第 09 课 练习题：一元二次直觉（平方 = 面积）+ 少量分数拓展

约束：主线：正整数 +0 (分数拓展： $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ ；含可选负数说明)

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题（平方表）

1. (9-01) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 0$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

2. (9-02) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 1$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

3. (9-03) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 4$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

4. (9-04) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 9$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

5. (9-05) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 16$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

6. (9-06) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 25$ (本课主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

7. (9-07) $x^2 = 20$ 有整数解吗？(只回答“有/没有”，并说明理由)

说明：_____

8. (9-08) 下面哪个数满足 $x^2 = 36$? A. 4 B. 5 C. 6 (写检验)

说明：_____

提升题（意义与检验）

9. (9-09) 用一句话解释： x^2 表示什么？(提示：可以想象“铺地砖拼正方形”的面积)

说明：_____

10. (9-10) 有人说： $x^2 = 9$ 的解是 $x = 3$ 。你同意吗？你能想到还有没有别的数平方也等于 9？(本题可拓展)

说明：_____

11. (9-11) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 49$ (主线只写非负解)

步骤: _____

检验: _____

12. (9-12) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 = 64$ (主线只写非负解)

步骤: _____

检验: _____

13. (9-13) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 + 7 = 16$ (提示: 先把 x^2 单独留下来)

步骤: _____

检验: _____

14. (9-14) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 - 4 = 5$ (提示: 先把 x^2 单独留下来)

步骤: _____

检验: _____

分数拓展 (少量 1/2、1/4)

15. (9-F1) 一个数的一半是 8。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

步骤: _____

检验/说明: _____

16. (9-F2) 一个数的四分之一是 5。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

步骤: _____

检验/说明: _____

第 10 课 练习题：综合复习与挑战

约束：主线：正整数 +0 (拓展：1/2、1/4；挑战：少量负数)

提示：每道题尽量写出“对两边做了什么”。把“代回检验”当作通关/开锁环节：检验通过才算完成 ✓

基础题（混合）

1. (10-01) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 2 = 20$

步骤：_____

检验：_____

2. (10-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 9 = 12$

步骤：_____

检验：_____

3. (10-03) 解方程组并检验：

A: $x + y = 11$

B: $y = 2$

步骤：_____ 检验/说明：_____

4. (10-04) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 36$ (主线只写非负解)

步骤：_____

检验：_____

5. (10-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x + 1 = 21$

步骤：_____

检验：_____

6. (10-06) 判断这一步对不对：

$$2x + 4 = 10 \rightarrow x + 4 = 5$$

(说明原因)

说明：_____

7. (10-07) 一个数加 7 等于 20。设这个数为 x ，列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

8. (10-08) 买了 x 个包子，每个 2 元，一共 18 元。列方程并解。

步骤：_____ 检验/说明：_____

提升题（分数拓展）

9. (10-F1) 一个数的一半是 9。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

步骤: _____ 检验/说明: _____

10. (10-F2) 一个数的四分之一是 6。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

步骤: _____ 检验/说明: _____

挑战题（可跳过，含负数）

11. (10-C1) 【挑战】温度题: 现在温度是 x °C, 升高 7 °C 后变成 2 °C。列方程并解: $x + 7 = 2$

步骤: _____ 检验: _____

12. (10-C2) 【挑战】欠款题: 小明现在有 x 元, 还欠 3 元 (记作 -3 元)。如果他现在手里是 -3 元, 那么 $x = \square$ 。

步骤: _____ 检验: _____

第 01 课 答案与解析：等号与未知数

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (1-01) 填空： $3 + \square = 7$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答案： $\square = 4$

解析：

- 因为 $4 + 3 = 7$, 所以 $\square = 4$ 。

2. (1-02) 填空： $\square + 5 = 5$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答案： $\square = 0$

解析：

- 因为 $0 + 5 = 5$, 所以 $\square = 0$ 。

3. (1-03) 填空： $9 = \square + 2$ (遮挡法：想象 \square 被手盖住了)

答案： $\square = 7$

解析：

- 因为 $7 + 2 = 9$, 所以 $\square = 7$ 。

4. (1-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 2 = 9$

答案： $x = 7$

解析：

- 两边同时减 2： $x = 9 - 2 = 7$ 。
- 开锁检验： $7 + 2 = 9 \checkmark$

5. (1-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 4 = 6$

答案： $x = 10$

解析：

- 两边同时加 4： $x = 6 + 4 = 10$ 。
- 开锁检验： $10 - 4 = 6 \checkmark$

6. (1-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $7 = x + 5$

答案： $x = 2$

解析：

- 两边同时减 5： $7 - 5 = x$, 所以 $x = 2$ 。
- 开锁检验： $2 + 5 = 7 \checkmark$

7. (1-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 6 = 10$

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时减 6: $x = 10 - 6 = 4$ 。
- 开锁检验: $4 + 6 = 10 \checkmark$

8. (1-08) 解方程, 并用“开锁检验”通关: $x - 2 = 0$

答案: $x = 2$

解析:

- 两边同时加 2: $x = 0 + 2 = 2$ 。
- 开锁检验: $2 - 2 = 0 \checkmark$

提升题

9. (1-09) 小明写: $x + 3 = 7$, 所以 $x = 7 - 3$ 。你觉得这样写可以吗? 请把过程写成“对两边做同一件事”的形式。

答案: 写法容易把“等号”当成箭头。建议写成: 两边同时减 3。

解析:

- 正确写法: $x + 3 = 7$ 。
- 两边同时减 3: $x + 3 - 3 = 7 - 3$ 。
- 得到 $x = 4$, 并开锁检验。

10. (1-10) 下面哪个是方程 $x + 5 = 12$ 的解? A. 5 B. 7 C. 12 (写出检验)

答案: B. 7

解析: - 代回检验: $7 + 5 = 12 \checkmark$ - $5 + 5 = 10 \times$, $12 + 5 = 17 \times$

11. (1-11) “一个数加 8 等于 15。”设这个数为 x , 列方程并解。

答案: $x = 7$

解析: - 列方程: $x + 8 = 15$ 。- 两边同时减 8: $x = 15 - 8 = 7$ 。- 检验: $7 + 8 = 15 \checkmark$

12. (1-12) “一个数减 3 等于 4。”设这个数为 x , 列方程并解。

答案: $x = 7$

解析: - 列方程: $x - 3 = 4$ 。- 两边同时加 3: $x = 4 + 3 = 7$ 。- 检验: $7 - 3 = 4 \checkmark$

第 02 课 答案与解析：一步方程（加减）

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (2-01) 【天平】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 8 = 13$ （两边一样重，两边要同时拿走多少？）

答案： $x = 5$

解析：

- 两边同时减 8： $x = 13 - 8 = 5$ 。
- 开锁检验： $5 + 8 = 13 \checkmark$

2. (2-02) 【天平】解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 5 = 7$ （两边都要同时放回多少？）

答案： $x = 12$

解析：

- 两边同时加 5： $x = 7 + 5 = 12$ 。
- 开锁检验： $12 - 5 = 7 \checkmark$

3. (2-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $12 = x + 3$

答案： $x = 9$

解析：

- 两边同时减 3： $12 - 3 = x$ ，所以 $x = 9$ 。
- 开锁检验： $9 + 3 = 12 \checkmark$

4. (2-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $9 = x - 2$

答案： $x = 11$

解析：

- 两边同时加 2： $9 + 2 = x$ ，所以 $x = 11$ 。
- 开锁检验： $11 - 2 = 9 \checkmark$

5. (2-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 9 = 9$

答案： $x = 0$

解析：

- 两边同时减 9： $x = 9 - 9 = 0$ 。
- 开锁检验： $0 + 9 = 9 \checkmark$

6. (2-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x - 6 = 0$

答案： $x = 6$

解析：

- 两边同时加 6： $x = 0 + 6 = 6$ 。
- 开锁检验： $6 - 6 = 0 \checkmark$

7. (2-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $15 = x + 7$

答案： $x = 8$

解析：

- 两边同时减 7： $15 - 7 = x$, 所以 $x = 8$ 。
- 开锁检验： $8 + 7 = 15 \checkmark$

8. (2-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 0 = 11$

答案： $x = 11$

解析：

- 因为加 0 不改变数，所以 $x = 11$ 。
- 开锁检验： $11 + 0 = 11 \checkmark$

提升题

9. (2-09) 有人解 $x - 4 = 6$ 时，两边都减 4 得到 $x - 8 = 2$ 。你认为对吗？请写出正确步骤。

答案：不对。要消掉“-4”，应该两边同时加 4。

解析：

- 原式： $x - 4 = 6$ 。
- 两边同时加 4： $x - 4 + 4 = 6 + 4$ 。
- 得到 $x = 10$ ，并开锁检验 $10 - 4 = 6 \checkmark$

10. (2-10) 不用列出太多步骤，比较大小： x （满足 $x + 5 = 20$ ）和 m （满足 $m + 7 = 20$ ），谁更大？为什么？

答案： x 更大

解析： $-x = 20 - 5 = 15$, $m = 20 - 7 = 13$, 所以 $x > m$ 。- 也可以说：加的数越大，原来的数越小。

11. (2-11) 小红有 x 颗糖，吃了 6 颗后还剩 10 颗。列方程并解。

答案： $x = 16$

解析：- 列方程： $x - 6 = 10$ 。- 两边同时加 6： $x = 10 + 6 = 16$ 。- 检验： $16 - 6 = 10 \checkmark$

12. (2-12) 填空：如果 $x + 3 = 3$, 那么 $x = \square$ (写出检验)

答案： $\square = 0$

解析：- 两边同时减 3： $x = 3 - 3 = 0$ 。- 检验： $0 + 3 = 3 \checkmark$

第 03 课 答案与解析：一步方程（乘除）

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (3-01) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x = 20$

答案： $x = 5$

解析：

- 两边同时 $\div 4$: $x = 20 \div 4 = 5$ 。
- 开锁检验： $4 \times 5 = 20 \checkmark$

2. (3-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $7x = 0$

答案： $x = 0$

解析：

- 两边同时 $\div 7$: $x = 0 \div 7 = 0$ 。
- 开锁检验： $7 \times 0 = 0 \checkmark$

3. (3-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $6x = 18$

答案： $x = 3$

解析：

- 两边同时 $\div 6$: $x = 18 \div 6 = 3$ 。
- 开锁检验： $6 \times 3 = 18 \checkmark$

4. (3-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 5 = 3$ (也可以写成 $x/5 = 3$)

答案： $x = 15$

解析：

- 两边同时 $\times 5$: $x = 3 \times 5 = 15$ 。
- 开锁检验： $15 \div 5 = 3 \checkmark$

5. (3-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 4 = 0$

答案： $x = 0$

解析：

- 两边同时 $\times 4$: $x = 0 \times 4 = 0$ 。
- 开锁检验： $0 \div 4 = 0 \checkmark$

6. (3-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x = 12$

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时 $\div 3$: $x = 12 \div 3 = 4$ 。
- 开锁检验： $3 \times 4 = 12 \checkmark$

7. (3-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x \div 3 = 4$ (也可以写成 $x/3 = 4$)

答案： $x = 12$

解析：

- 两边同时 $\times 3$: $x = 4 \times 3 = 12$ 。
- 开锁检验: $12 \div 3 = 4 \checkmark$

8. (3-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $9x = 45$

答案： $x = 5$

解析：

- 两边同时 $\div 9$: $x = 45 \div 9 = 5$ 。
- 开锁检验: $9 \times 5 = 45 \checkmark$

提升题

9. (3-09) 有人解 $5x = 20$ 时，两边都减 5 得到 $0x = 15$ 。你认为对吗？请写出正确步骤。

答案：不对。要消掉“ $\times 5$ ”，应该两边同时 $\div 5$ 。

解析：

- 原式: $5x = 20$ 。
- 两边同时 $\div 5$: $x = 20 \div 5 = 4$ 。
- 开锁检验: $5 \times 4 = 20 \checkmark$

10. (3-10) 每盒彩笔 8 元，买了 x 盒，共 40 元。列方程并解。

答案： $x = 5$

解析：– 列方程: $8x = 40$ 。– 两边同时 $\div 8$: $x = 40 \div 8 = 5$ 。– 开锁检验: $8 \times 5 = 40 \checkmark$

11. (3-11) 把 x 颗糖平均分给 6 人，每人 4 颗。列方程并解。

答案： $x = 24$

解析：– 列方程: $x \div 6 = 4$ 。– 两边同时 $\times 6$: $x = 4 \times 6 = 24$ 。– 开锁检验: $24 \div 6 = 4 \checkmark$

12. (3-12) 填空：如果 $3x = 21$ ，那么 $x = \square$ (写出检验；想想“平均分成 3 份”)

答案： $\square = 7$

解析：– 两边同时 $\div 3$: $x = 21 \div 3 = 7$ 。– 开锁检验: $3 \times 7 = 21 \checkmark$

第 04 课 答案与解析：两步方程 ($ax + b = c$)

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (4-01) 【脱衣服】解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 2 = 14$ （先脱外套：-2；再脱里面：÷3）

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时减 2： $3x = 12$ 。
- 两边同时 ÷3： $x = 4$ 。
- 开锁检验： $3 \times 4 + 2 = 14 \checkmark$

2. (4-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 5 = 17$

答案： $x = 6$

解析：

- 两边同时减 5： $2x = 12$ 。
- 两边同时 ÷2： $x = 6$ 。
- 开锁检验： $2 \times 6 + 5 = 17 \checkmark$

3. (4-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x - 3 = 21$

答案： $x = 6$

解析：

- 两边同时加 3： $4x = 24$ 。
- 两边同时 ÷4： $x = 6$ 。
- 开锁检验： $4 \times 6 - 3 = 21 \checkmark$

4. (4-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $6x + 0 = 30$

答案： $x = 5$

解析：

- 两边同时 ÷6： $x = 30 \div 6 = 5$ 。
- 开锁检验： $6 \times 5 + 0 = 30 \checkmark$

5. (4-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 7 = 7$

答案： $x = 0$

解析：

- 两边同时减 7： $3x = 0$ 。
- 两边同时 ÷3： $x = 0$ 。
- 开锁检验： $3 \times 0 + 7 = 7 \checkmark$

6. (4-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $5x + 1 = 26$

答案： $x = 5$

解析：

- 两边同时减 1: $5x = 25$ 。
- 两边同时 $\div 5$: $x = 5$ 。
- 开锁检验: $5 \times 5 + 1 = 26 \checkmark$

7. (4-07) 解方程，并用“开锁检验”通关: $2x - 4 = 10$

答案： $x = 7$

解析：

- 两边同时加 4: $2x = 14$ 。
- 两边同时 $\div 2$: $x = 7$ 。
- 开锁检验: $2 \times 7 - 4 = 10 \checkmark$

8. (4-08) 解方程，并用“开锁检验”通关: $7x - 0 = 28$

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时 $\div 7$: $x = 28 \div 7 = 4$ 。
- 开锁检验: $7 \times 4 - 0 = 28 \checkmark$

提升题

9. (4-09) 解 $3x + 2 = 14$ 时，有人先两边 $\div 3$ 得到 $x + 2/3 = 14/3$ 。这样做对吗？有什么不方便？请写出更合适的解法。

答案： 做法在数学上可以，但会出现分数，不方便。更合适的是先两边减 2。

解析：

- 推荐：先两边减 2: $3x = 12$ 。
- 再两边 $\div 3$: $x = 4$ 。
- 开锁检验: $3 \times 4 + 2 = 14 \checkmark$

10. (4-10) 电影票每张 9 元，另收 3 元手续费，共 48 元。买了 x 张电影票，列方程并解。

答案： $x = 5$

解析： – 列方程: $9x + 3 = 48$ 。– 两边同时减 3: $9x = 45$ 。– 两边同时 $\div 9$: $x = 5$ 。– 开锁检验: $9 \times 5 + 3 = 48 \checkmark$

11. (4-11) “一个数的 2 倍再加 5 等于 19。”设这个数为 x ，列方程并解。

答案： $x = 7$

解析： – 列方程: $2x + 5 = 19$ 。– 两边同时减 5: $2x = 14$ 。– 两边同时 $\div 2$: $x = 7$ 。– 开锁检验: $2 \times 7 + 5 = 19 \checkmark$

12. (4-12) 解方程，并用“开锁检验”通关: $4x + 2 = 2$

答案： $x = 0$

解析： – 两边同时减 2: $4x = 0$ 。– 两边同时 $\div 4$: $x = 0$ 。– 开锁检验: $4 \times 0 + 2 = 2 \checkmark$

第 05 课 答案与解析：x 在两边

约束：主线：正整数 +0 (含可选负数挑战)

基础题

1. (5-01) 【袋子模型】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 3 = 2x + 1$ (先两边各拿走 1 袋，再处理糖果。)

答案： $x = 2$

解析：

- 第一步（拿袋子）：两边同时减 x : $3 = x + 1$ 。
- 第二步（拿糖果）：两边同时减 1: $2 = x$, 所以 $x = 2$ 。
- 开锁检验: $2+3=5$, $2\times2+1=5$ ✓

2. (5-02) 【袋子模型】解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 5 = 2x + 2$ (先两边各拿走 1 袋，再处理糖果。)

答案： $x = 3$

解析：

- 两边同时减 x : $5 = x + 2$ 。
- 两边同时减 2: $3 = x$, 所以 $x = 3$ 。
- 开锁检验: $3+5=8$, $2\times3+2=8$ ✓

3. (5-03) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 1 = x + 9$ (先把袋子 x 集中到一边)

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时减 x : $2x + 1 = 9$ 。
- 两边同时减 1: $2x = 8$ 。
- 两边同时 $\div 2$: $x = 4$ 。
- 开锁检验: $3\times4+1=13$, $4+9=13$ ✓

4. (5-04) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 4 = x + 10$ (先把袋子 x 集中到一边)

答案： $x = 6$

解析：

- 两边同时减 x : $x + 4 = 10$ 。
- 两边同时减 4: $x = 6$ 。
- 开锁检验: $2\times6+4=16$, $6+10=16$ ✓

5. (5-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x + 2 = 2x + 10$

答案： $x = 4$

解析：

- 两边同时减 $2x$: $2x + 2 = 10$ 。
- 两边同时减 2: $2x = 8$ 。
- 两边同时 $\div 2$: $x = 4$ 。
- 开锁检验: $4\times4+2=18$, $2\times4+10=18$ ✓

6. (5-06) 解方程，并用“开锁检验”通关： $5x + 5 = 3x + 11$

答案： $x = 3$

解析：

- 两边同时减 $3x$: $2x + 5 = 11$ 。
- 两边同时减 5 : $2x = 6$ 。
- 两边同时 $\div 2$: $x = 3$ 。
- 开锁检验: $5 \times 3 + 5 = 20$, $3 \times 3 + 11 = 20$ ✓

7. (5-07) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 2 = 3x$

答案： $x = 1$

解析：

- 两边同时减 x : $2 = 2x$ 。
- 两边同时 $\div 2$: $x = 1$ 。
- 开锁检验: $1 + 2 = 3$, $3 \times 1 = 3$ ✓

8. (5-08) 解方程，并用“开锁检验”通关： $2x + 6 = x + 9$

答案： $x = 3$

解析：

- 两边同时减 x : $x + 6 = 9$ 。
- 两边同时减 6 : $x = 3$ 。
- 开锁检验: $2 \times 3 + 6 = 12$, $3 + 9 = 12$ ✓

提升题

9. (5-09) 把解 $x + 3 = 2x + 1$ 的过程写成“每一步都对两边做同一件事”的形式（不要只写‘移项’）。

答案：示例：两边减 x ，再两边减 1。

解析：

- $x + 3 = 2x + 1$
- 两边同时减 x : $3 = x + 1$
- 两边同时减 1: $2 = x$
- 所以 $x = 2$ (并开锁检验)

10. (5-10) 小明的年龄是小红的 2 倍，小明比小红大 3 岁。设小红年龄为 x 岁，列方程并解。

答案： $x = 3$ (小红 3 岁，小明 6 岁)

解析：– 设小红 x 岁，则小明 $2x$ 岁。– 根据题意: $2x = x + 3$ 。– 两边减 x : $x = 3$ 。– 开锁检验: 小明 6 岁，比小红大 3 岁 ✓

11. (5-11) 方程 $x + 5 = 2x + 2$ 的解是：A. 2 B. 3 C. 5 (写出检验)

答案：B. 3

解析：– 代回检验: $3 + 5 = 8$, $2 \times 3 + 2 = 8$ ✓ – A: $2 + 5 = 7 \neq 6$, C: $5 + 5 = 10 \neq 12$

12. (5-12) 解方程，并用“开锁检验”通关： $6x + 2 = 4x + 10$

答案: $x = 4$

解析: - 两边同时减 $4x$: $2x + 2 = 10$ 。 - 两边同时减 2 : $2x = 8$ 。 - 两边同时 $\div 2$: $x = 4$ 。 - 开锁检验: $6 \times 4 + 2 = 26$, $4 \times 4 + 10 = 26$ ✓

挑战题 (可跳过)

13. (5-C1) 【挑战】温度题: 现在温度是 x °C, 升高 5 °C 后变成 2 °C。列方程并解: $x + 5 = 2$

答案: $x = -3$

解析: - 两边同时减 5: $x = 2 - 5 = -3$ 。 - 开锁检验: $-3 + 5 = 2$ ✓

第 06 课 答案与解析：应用题建模（一元一次）

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (6-01) 【画图建模】铅笔每支 3 元，买了 x 支，共 21 元。

提示：先画 x 个一样的方块，每个写 3，总和写 21。

列方程并解。

答案： $x = 7$

解析：– 列方程： $3x = 21$ 。– 两边 $\div 3$ ： $x = 7$ 。– 开锁检验： $3 \times 7 = 21 \checkmark$

2. (6-02) 【画图建模】贴纸每张 5 元，买了 x 张，共 35 元。

提示：先画 x 个方块，每个写 5，总和写 35。

列方程并解。

答案： $x = 7$

解析：– 列方程： $5x = 35$ 。– 两边 $\div 5$ ： $x = 7$ 。– 开锁检验： $5 \times 7 = 35 \checkmark$

3. (6-03) 【画图建模】“一个数的 3 倍是 18。”

1) 先画方块图： $[x][x][x] = 18$ 。

2) 设 1 个方块为 x ，列方程并解。

答案： $x = 6$

解析：

- 图示： $[x][x][x] = 18$ 。
- 列方程： $3x = 18$ 。
- 两边 $\div 3$ ： $x = 6$ 。
- 开锁检验： $3 \times 6 = 18 \checkmark$

4. (6-04) “一个数减 7 等于 9。”设这个数为 x 。

提示：可以画条形图：总长是 x ，拿走 7 后剩 9。

列方程并解。

答案： $x = 16$

解析：– 列方程： $x - 7 = 9$ 。– 两边 $+7$ ： $x = 16$ 。– 开锁检验： $16 - 7 = 9 \checkmark$

5. (6-05) 【画图建模】把 x 颗糖平均分给 4 个小朋友，每人 6 颗。

提示：画 4 个小盒子，每个写 6；总数就是 x 。

列方程并解。

答案： $x = 24$

解析：– 列方程： $x \div 4 = 6$ 。– 两边 $\times 4$ ： $x = 24$ 。– 开锁检验： $24 \div 4 = 6 \checkmark$

6. (6-06) “一个数的 2 倍再加 5 等于 19。”设这个数为 x 。

提示：先画 2 个方块表示 $2x$ ，再多加 5。

列方程并解。

答案： $x = 7$

解析：– 列方程： $2x + 5 = 19$ 。– 两边 -5 ： $2x=14$ 。– 两边 $\div 2$ ： $x=7$ 。– 开锁检验： $2 \times 7 + 5 = 19$ ✓

7. (6-07) 书每本 8 元，另加 4 元包装费，一共 44 元。买了 x 本书。

提示：先写清“总价 = 单价 \times 数量 + 额外费用”。

列方程并解。

答案： $x = 5$

解析：– 列方程： $8x + 4 = 44$ 。– 两边 -4 ： $8x=40$ 。– 两边 $\div 8$ ： $x=5$ 。– 开锁检验： $8 \times 5 + 4 = 44$ ✓

8. (6-08) 小明有 x 元，买了一支 6 元铅笔后还剩 10 元。

提示：可以画条形图：总长 x ，拿走 6，剩 10。

列方程并解。

答案： $x = 16$

解析：– 列方程： $x - 6 = 10$ 。– 两边 $+6$ ： $x = 16$ 。– 开锁检验： $16 - 6 = 10$ ✓

提升题

9. (6-09) 【画图建模（条形图）】小红比小明多 5 个苹果。小明有 x 个苹果，两人一共有 17 个苹果。

提示：画两根条，小红那根比小明多出来一段标 5。

列方程并解（求小明有多少个）。

答案： $x = 6$

解析：– 图示思路：小红 = 小明 + 5，所以小红是 $x+5$ 。– 列方程： $x + (x+5) = 17$ 。– 化简： $2x+5=17$ 。– 两边 -5 ： $2x=12$ 。– 两边 $\div 2$ ： $x=6$ 。– 开锁检验： $6+(6+5)=17$ ✓

10. (6-10) 小明的钱是小红的 3 倍，小明比小红多 8 元。设小红有 x 元，列方程并解。

答案： $x = 4$ （小红 4 元，小明 12 元）

解析：– 小明有 $3x$ 元。– 根据题意： $3x = x + 8$ 。– 两边 $-x$ ： $2x=8$ 。– 两边 $\div 2$ ： $x=4$ 。– 检验：12 比 4 多 8 ✓

11. (6-11) 爸爸今年 32 岁，是小明年龄的 4 倍。设小明年龄为 x 岁，列方程并解。

答案： $x = 8$

解析：– 列方程： $4x = 32$ 。– 两边 $\div 4$ ： $x=8$ 。– 开锁检验： $4 \times 8 = 32$ ✓

12. (6-12) 自己编一个小故事，能列出方程 $x + 7 = 20$ ，并写出 x 的值。

答案：示例：我有 x 个贴纸，又买了 7 个，一共有 20 个。

解析：– 列方程： $x + 7 = 20$ 。– 两边 -7 ： $x = 13$ 。– 开锁检验： $13+7=20$ ✓

13. (6-13) 【找茬】“一个数的 3 倍是 18。”有人写成 $x \div 3 = 18$ 。你觉得对吗?

- 1) 写出正确方程。
- 2) 用一句话解释“3 倍”是什么意思。
- 3) 解并开锁检验。

答案: 不对。正确: $3x = 18$, 所以 $x = 6$ 。

解析:

- “3 倍”表示 3 个一样的 x 加起来。
- 正确方程: $3x = 18$ 。
- 两边 $\div 3$: $x = 6$ 。
- 开锁检验: $3 \times 6 = 18 \checkmark$

第 07 课 答案与解析：二元一次（数对、表格、点）

约束：主线：正整数 +0

基础题

1. (7-01) 完成表格：满足 $x + y = 6$ 。

x : 0 1 2 3 4 5 6

y :

答案： y : 6 5 4 3 2 1 0

解析： - 因为 $y = 6 - x$ ， 所以依次得到 6,5,4,3,2,1,0。

2. (7-02) 如果 (x, y) 满足 $x + y = 8$ ， 已知 $x = 3$ ， 那么 $y = \square$ 。

答案： $\square = 5$

解析：

- 代入： $3 + y = 8$ ， 两边同时减 3: $y = 5$ 。

3. (7-03) 如果 (x, y) 满足 $x + y = 10$ ， 已知 $y = 4$ ， 那么 $x = \square$ 。

答案： $\square = 6$

解析：

- 代入： $x + 4 = 10$ ， 两边同时减 4: $x = 6$ 。

4. (7-04) 【通关测试】判断 $(2, 4)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解？(写出代入检验)

答案：是

解析：

- 代入： $2 + 4 = 6 \checkmark$ ， 所以 $(2,4)$ 是解。

5. (7-05) 【通关测试】判断 $(2, 5)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解？(写出代入检验)

答案：不是

解析：

- 代入： $2 + 5 = 7 \neq 6 \times$ ， 所以 $(2,5)$ 不是解。

6. (7-06) 列举 5 组满足 $x + y = 9$ 的整数解 (x, y 只用 0 到 9)。

答案：例如：(0,9),(1,8),(2,7),(3,6),(4,5)

解析：

- 只要 x 和 y 加起来等于 9 就可以。

7. (7-07) 在坐标系中标出 3 个点：A(0,6)、B(2,4)、C(5,1)，并说出它们有什么共同点。

提示：只画第一象限；不要求画得很准，刻度对就行。

答案：它们都在 $x + y = 6$ 这条线上 (都满足 $x+y=6$)。

解析： - 代入检验： $0+6=6$, $2+4=6$, $5+1=6$ 。

8. (7-08) 用一句话解释：二元一次方程 $x + y = 6$ 表示什么？

答案：表示所有满足“ x 和 y 加起来等于 6”的数对 (x, y) 。

解析：

- 方程的解不是一个数，而是一堆配对 (x, y) 。

提升题

9. (7-09) 完成表格：满足 $x + y = 12$ 。

$x: 0 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12$

$y: \square \ \square \ \square \ \square \ \square \ \square \ \square$

答案： $y: 12 \ 10 \ 8 \ 6 \ 4 \ 2 \ 0$

解析：– 因为 $y = 12 - x$ ，依次计算即可。

10. (7-10) 在 $x + y = 10$ 中，如果 x 变大 1，那么 y 会怎样变化？(写一句话)

答案： y 会变小 1

解析：– 因为 $x+y$ 要一直等于 10，所以 x 增加 1， y 就要减少 1 才能保持和不变。

11. (7-11) 自己选一个和：比如 7 或 11，写出一个方程 $x + y =$ (你选的数)，再列举 4 组解。

答案：示例： $x + y = 7$ ；解： $(0,7), (1,6), (2,5), (3,4)$

解析：– 只要加起来等于你选的数即可。

12. (7-12) 【通关测试】判断 $(6, 0)$ 是否是方程 $x + y = 6$ 的解？(写出代入检验)

答案：是

解析：– 代入： $6 + 0 = 6 \checkmark$ 。

13. (7-13) 【找茬】有人完成 $x + y = 6$ 的表格时，写成 $y = 6 + x$ ，所以 $x=2$ 时 $y=8$ 。

你觉得对吗？请改正，并用代回检验说明。

答案：不对。应该是 $y = 6 - x$ ，所以 $x=2$ 时 $y=4$ 。

解析：– 由 $x+y=6$ ，得到 $y=6-x$ (把 x 移走，其实质就是两边同时减 x)。– 当 $x=2$ 时， $y=4$ 。
– 通关检验： $2+4=6 \checkmark$

第 08 课 答案与解析：二元一次方程组（交点 = 解）

约束：主线：正整数 +0 (含可选挑战)

基础题

1. (8-01) 解方程组并检验：

A: $x + y = 6$

B: $x = 2$

答案： $(x, y) = (2, 4)$

解析：– 由 B 得 $x=2$ 。– 代入 A: $2 + y = 6$, $y=4$ 。– 开锁检验：两条都成立 ✓

2. (8-02) 解方程组并检验：

A: $x + y = 9$

B: $y = 1$

答案： $(x, y) = (8, 1)$

解析：– 由 B 得 $y=1$ 。– 代入 A: $x + 1 = 9$, $x=8$ 。– 开锁检验：两条都成立 ✓

3. (8-03) 解方程组并检验：

A: $x + y = 10$

B: $x = y$

答案： $(x, y) = (5, 5)$

解析：– 由 B 知道 x 和 y 相等。– 两数相等且和为 10，所以都是 5。– 开锁检验： $5+5=10$ 且 $5=5$ ✓

4. (8-04) 解方程组并检验：

A: $x + y = 8$

B: $x = 6$

答案： $(x, y) = (6, 2)$

解析：– 由 B 得 $x=6$ 。– 代入 A: $6 + y = 8$, $y=2$ 。– 开锁检验：两条都成立 ✓

5. (8-05) 用一句话解释：为什么“交点”就是方程组的解？

答案：交点同时在两条线上，所以它的坐标同时满足两条方程。

解析：

- 一条线表示一个条件；交点同时满足两个条件。

6. (8-06) 【通关测试】数字侦探：(3, 5) 这对“钥匙”，能同时打开 $x + y = 8$ 和 $x = 3$ 这两扇门吗？(代入试一试)

答案：是

解析：

- 代入： $3+5=8$ ✓，且 $x=3$ ✓，所以同时满足。

7. (8-07) 【通关测试】数字侦探：(4, 4) 这对“钥匙”，能同时打开 $x + y = 8$ 和 $x = 3$ 这两扇门吗？(代入试一试)

答案：不是

解析：

- 代入： $4+4=8 \checkmark$, 但 $x=4 \neq 3 \times$, 所以不同时满足。

8. (8-08) 解方程组并检验：

A: $x + y = 7$

B: $y = 4$

答案： $(x, y) = (3, 4)$

解析：- 由 B 得 $y=4$ 。- 代入 A: $x + 4 = 7$, $x=3$ 。- 开锁检验：两条都成立 \checkmark

提升题

9. (8-09) 方程组： $x + y = 6$ 和 $x + y = 8$ 有共同解吗？为什么？

答案：没有共同解

解析：

- 同一个 (x,y) 不可能同时满足“和等于 6”和“和等于 8”。
- 图像上是两条平行线，不相交。

10. (8-10) 解方程组并检验：

A: $x + y = 12$

B: $x = 9$

答案： $(x, y) = (9, 3)$

解析：- 由 B 得 $x=9$ 。- 代入 A: $9 + y = 12$, $y=3$ 。- 开锁检验：两条都成立 \checkmark

11. (8-11) 解方程组并检验：

A: $x + y = 5$

B: $y = 0$

答案： $(x, y) = (5, 0)$

解析：- 由 B 得 $y=0$ 。- 代入 A: $x + 0 = 5$, $x=5$ 。- 开锁检验：两条都成立 \checkmark

12. (8-12) 在 GeoGebra 里输入两条直线： $x + y = 6$ 和 $x = 2$, 读出交点坐标，并写出检验。

答案：交点 $(2, 4)$

解析：- 读到 $(2,4)$ 。- 检验： $2+4=6 \checkmark$, 且 $x=2 \checkmark$ 。

13. (8-13) 【找茬】解方程组：

A: $x + y = 6$

B: $x = 2$

有人说： $x=2$, 所以 $y=2$ 。你觉得对吗？请写出正确的 (x, y) 并开锁检验。

答案: $(x, y) = (2, 4)$

解析: - 由 B 得 $x=2$ 。- 代入 A: $2+y=6$, 所以 $y=4$ 。- 开锁检验: $2+4=6 \checkmark$, 且 $x=2 \checkmark$ 。

挑战题 (可跳过)

14. (8-C1) 【挑战】方程组: $x + y = 6$ 和 $x + y = 6$ 的解有多少组? (提示: 这是同一个条件)

答案: 有很多组 (无数多组)

解析: - 两条方程其实一样, 满足 $x+y=6$ 的所有点都同时满足两条。- 例如 $(0,6),(1,5),(2,4)$

...

第 09 课 答案与解析：一元二次直觉（平方 = 面积）+ 少量分数拓展

约束：主线：正整数 +0 (分数拓展： $1/2$ 、 $1/4$ ；含可选负数说明)

基础题（平方表）

1. (9-01) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 0$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 0$

解析：

- $0^2 = 0 \checkmark$

2. (9-02) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 1$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 1$

解析：

- $1^2 = 1 \checkmark$

3. (9-03) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 4$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 2$

解析：

- $2^2 = 4 \checkmark$

4. (9-04) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 9$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 3$

解析：

- $3^2 = 9 \checkmark$

5. (9-05) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 16$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 4$

解析：

- $4^2 = 16 \checkmark$

6. (9-06) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 25$ (本课主线只写非负解)

答案： $x = 5$

解析：

- $5^2 = 25 \checkmark$

7. (9-07) $x^2 = 20$ 有整数解吗？(只回答“有/没有”，并说明理由)

答案：没有整数解

解析：

- 因为 $4^2=16$, $5^2=25$, 20 夹在 16 和 25 之间，所以没有整数 x 使 $x^2=20$ 。

8. (9-08) 下面哪个数满足 $x^2 = 36$? A. 4 B. 5 C. 6 (写检验)

答案: C. 6

解析:

- 开锁检验: $6^2=36 \checkmark$; $4^2=16 \times$; $5^2=25 \times$

提升题 (意义与检验)

9. (9-09) 用一句话解释: x^2 表示什么? (提示: 可以想象“铺地砖拼正方形”的面积)

答案: 表示边长为 x 的正方形面积 ($\times\times$)。

解析:

- 平方可以用“面积”来理解。

10. (9-10) 有人说: $x^2 = 9$ 的解是 $x = 3$ 。你同意吗? 你能想到还有没有别的数平方也等于 9? (本题可拓展)

答案: 主线: $x=3$; 拓展: $x=-3$ 也可以。

解析: $-3^2=9$ 。- 拓展: $(-3)^2$ 也等于 9。

11. (9-11) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 = 49$ (主线只写非负解)

答案: $x = 7$

解析: $-7^2=49 \checkmark$

12. (9-12) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 = 64$ (主线只写非负解)

答案: $x = 8$

解析: $-8^2=64 \checkmark$

13. (9-13) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 + 7 = 16$ (提示: 先把 x^2 单独留下来)

答案: $x = 3$

解析: - 两边同时减 7: $x^2 = 9$ 。- 主线取非负解: $x = 3$ 。- 开锁检验: $3^2 + 7 = 9 + 7 = 16 \checkmark$

14. (9-14) 解, 并用“开锁检验”通关: $x^2 - 4 = 5$ (提示: 先把 x^2 单独留下来)

答案: $x = 3$

解析: - 两边同时加 4: $x^2 = 9$ 。- 主线取非负解: $x = 3$ 。- 开锁检验: $3^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \checkmark$

分数拓展 (少量 1/2、1/4)

15. (9-F1) 一个数的一半是 8。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

答案: $x = 16$

解析: - 列方程: $x \div 2 = 8$ 。- 两边同时 $\times 2$: $x = 16$ 。- 开锁检验: $16 \div 2 = 8 \checkmark$

16. (9-F2) 一个数的四分之一是 5。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

答案: $x = 20$

解析: - “四分之一”表示 $\div 4$ 。列方程: $x \div 4 = 5$ 。- 两边同时 $\times 4$: $x = 20$ 。- 开锁检验:
 $20 \div 4 = 5$ ✓

第 10 课 答案与解析：综合复习与挑战

约束：主线：正整数 +0 (拓展：1/2、1/4；挑战：少量负数)

基础题（混合）

1. (10-01) 解方程，并用“开锁检验”通关： $3x + 2 = 20$

答案： $x = 6$

解析：

- 两边 -2: $3x=18$ 。
- 两边 $\div 3$: $x=6$ 。
- 开锁检验: $3 \times 6 + 2 = 20 \checkmark$

2. (10-02) 解方程，并用“开锁检验”通关： $x + 9 = 12$

答案： $x = 3$

解析：

- 两边 -9: $x=3$ 。
- 开锁检验: $3 + 9 = 12 \checkmark$

3. (10-03) 解方程组并检验：

A: $x + y = 11$

B: $y = 2$

答案： $(x, y) = (9, 2)$

解析：- 由 B 得 $y=2$ 。- 代入 A: $x+2=11$, $x=9$ 。- 开锁检验：两条都成立 \checkmark

4. (10-04) 解，并用“开锁检验”通关： $x^2 = 36$ (主线只写非负解)

答案： $x = 6$

解析：

- $6^2=36 \checkmark$

5. (10-05) 解方程，并用“开锁检验”通关： $4x + 1 = 21$

答案： $x = 5$

解析：

- 两边 -1: $4x=20$ 。
- 两边 $\div 4$: $x=5$ 。
- 开锁检验: $4 \times 5 + 1 = 21 \checkmark$

6. (10-06) 判断这一步对不对：

$$2x + 4 = 10 \rightarrow x + 4 = 5$$

(说明原因)

答案：不对

解析: - 从左边变到 $x+4$, 相当于两边都 $\div 2$, 但右边也应该变成 5, 同时 4 也应变成 2。- 正确做法: 两边 -4 得 $2x=6$, 再 $\div 2$ 得 $x=3$ 。

7. (10-07) 一个数加 7 等于 20。设这个数为 x , 列方程并解。

答案: $x = 13$

解析:

- 列方程: $x + 7 = 20$ 。
- 两边 -7 : $x=13$ 。
- 开锁检验: $13+7=20 \checkmark$

8. (10-08) 买了 x 个包子, 每个 2 元, 一共 18 元。列方程并解。

答案: $x = 9$

解析:

- 列方程: $2x = 18$ 。
- 两边 $\div 2$: $x=9$ 。
- 开锁检验: $2\times 9=18 \checkmark$

提升题 (分数拓展)

9. (10-F1) 一个数的一半是 9。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

答案: $x = 18$

解析:

- 列方程: $x \div 2 = 9$ 。
- 两边 $\times 2$: $x=18$ 。
- 开锁检验: $18\div 2=9 \checkmark$

10. (10-F2) 一个数的四分之一是 6。设这个数为 x , 列方程并解 (最后开锁检验)。

答案: $x = 24$

解析: - 列方程: $x \div 4 = 6$ 。- 两边 $\times 4$: $x=24$ 。- 开锁检验: $24\div 4=6 \checkmark$

挑战题 (可跳过, 含负数)

11. (10-C1) 【挑战】温度题: 现在温度是 x °C, 升高 7 °C 后变成 2 °C。列方程并解: $x + 7 = 2$

答案: $x = -5$

解析: - 两边 -7 : $x = 2 - 7 = -5$ 。- 开锁检验: $-5 + 7 = 2 \checkmark$

12. (10-C2) 【挑战】欠款题: 小明现在有 x 元, 还欠 3 元 (记作 -3 元)。如果他现在手里是 -3 元, 那么 $x = \square$ 。

答案: $x = -3$

解析: - 题意就是 $x = -3$ 。