

Systèmes de Décision Projet

Groupe 21

José Lucas DE MELO COSTA
Fernando KURIKE MATSUMOTO
Victor Felipe DOMINGUES DO AMARAL

Mention Intelligence Artificielle
2021-2022

Université Paris-Saclay
CentraleSupélec

Contents

1	Modélisation	2
1.1	Entrées	2
1.2	Variables de décision	2
1.2.1	Variables intermédiaires	3
1.3	Contraintes	3
1.4	Fonction objectif	4

1 Modélisation

1.1 Entrées

On peut définir N_m le nombre de personnes (membres) à travailler, N_c le nombre de compétences possibles, N_p le nombre de projets, N_j le délai maximal des projets.

L'attribution des compétences est modélisée comme $HasComp \in \mathbb{B}^{N_m \times N_p}$

$$HasComp_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si la personne } i \text{ a la compétence } k \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Les congés sont modélisés aussi comme une matrice $Conge \in \mathbb{B}^{N_m \times N_j}$

$$Conge_{i,\ell} = \begin{cases} 1, & \text{si la personne } i \text{ prends congé au jour } \ell \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

La nécessité des projets est modélisée comme $NeedComp \in \mathbb{N}^{N_p \times N_c}$, avec $NeedComp_{j,k} = c_i$, où $c_i \in \{0, \dots, N_c\}$ est le nombre de compétences du type k dont le projet j a besoin.

Le revenu d'un projet j , $Rev_j \in \mathbb{R}$, est le total reçu par la réalisation de ce projet.

La pénalité d'un projet $Pénalité_j \in \mathbb{R}$ est le coût par jour de retard d'un projet j .

La deadline d'un projet j , $Deadline_j \in \mathbb{Z}^+$ est le nombre de jours accordé pour réaliser ce projet.

1.2 Variables de décision

Compte tenu de la modélisation du problème, nous savons que l'allocation de ressources se fera sur quatre variables : 1) la personne, 2) le projet, 3) le jour et 4) la compétence exercée. Ainsi, on utilise une variable d'optimisation binaire et de dimension égale à quatre :

$$Travail_{i,j,k,\ell} = \begin{cases} 1, & \text{si la personne } i \text{ travaille dans le projet } j, \\ & \text{avec la compétence } k \text{ au jour } \ell \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

avec $i \in \{1, \dots, N_m\}$, $j \in \{1, \dots, N_p\}$, $k \in \{1, \dots, N_c\}$ et $\ell \in \{1, \dots, N_j\}$.

Nous définissons aussi des variables auxiliaires :

- Une variable binaire $A_{\text{Travail}} \in \mathbb{B}^{N_p \times N_j}$ qui indique s'il y a de travail sur le projet dans chaque jour.
- Une variable binaire de dimension j qui indique si un projet est réalisé :

$$\text{Realise}_j = \begin{cases} 1, & \text{si le projet } j \text{ est réalisé} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

- Des variables de dimension j qui indiquent les jours de début et de fin d'un projet : $\text{Début}, \text{Fin} \in \mathbb{N}^{N_p}$.
- Une variable qui indique la durée du projet le plus long : DuréeMax_j .
- Une variable binaire $\text{AffectéProj} \in \mathbb{B}^{N_m \times N_p}$ qui indique si une personne a travaillé sur un projet.

1.2.1 Variables intermédiaires

La variable retard_j indique le nombre de jours que le projet j est en retard. Elle est définie comme :

$$\text{Retard}_j = \text{Fin}_j - \text{Deadline}_j$$

1.3 Contraintes

Contrainte de qualification Une personne ne peut exercer une compétence que si elle a cette compétence :

$$\forall i, j, k, \ell \quad \text{Travail}_{i,j,k,\ell} \leq \text{HasComp}_{i,k}$$

Contrainte d'unicité de l'affectation Chaque jour, chaque personne est attribué à un seul projet au maximum en ne réalisant qu'une compétence :

$$\forall i, \ell \quad \sum_{j=1}^{N_{\text{proj}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{comp}}} \text{Travail}_{i,j,k,\ell} \leq 1$$

Contrainte de congé Une personne ne peut pas travailler pendant ses jours de congé :

$$\forall i, j, k, \ell \quad \text{Travail}_{i,j,k,\ell} \leq 1 - \text{Conge}_{i,\ell}$$

Contraintes d'unicité de la réalisation d'un projet et de couverture des qualifications Pour qu'un projet soit considéré comme réalise, tous les jours de travail de chaque compétence doivent être couverts par des membres du personnel. De plus, un projet ne peut être réalisé qu'une seule fois :

$$\forall j, k \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{\ell=1}^{N_j} \text{Travail}_{i,j,k,\ell} = \text{Realise}_j \cdot \text{NeedComp}_{j,k}$$

Contraintes sur la variable ATravail

$$\forall i, j, k, \ell \quad \text{ATravail}_{j,\ell} \geq \text{Travail}_{i,j,k,\ell}$$

Contraintes sur la variable AffectéProj

$$\forall i, j, k, \ell \quad \text{AffectéProj}_{i,j} \geq \text{Travail}_{i,j,k,\ell}$$

Contraintes sur la durée d'un projet Assure que les variables auxiliaires Début, Fin et DuréeMax soit bonnes. Si un projet j n'est pas réalisé, on a $\text{Début}_j = N_j$

$$\begin{aligned} \forall j, \ell \quad & \text{Début}_j \leq \ell \cdot \text{ATravail}_{j,\ell} + N_j \cdot (1 - \text{ATravail}_{j,\ell}) \\ \forall j, \ell \quad & \text{Fin}_j \geq \ell \cdot \text{ATravail}_{j,\ell} \\ \forall j \quad & \text{DuréeMax} \geq \text{Fin}_j - \text{Début}_j + 1 \end{aligned}$$

1.4 Fonction objectif

Maximisation du résultat financier Une fonction qui compose le total reçu de chaque projet moins les pénalités (retards de chaque projet).

$$f_1(x) = -(\text{Rev}^\top \text{Realise} - \text{Retard}^\top \text{Penalité})$$

où $x = (\text{Travail}, \text{ATravail}, \text{Realise}, \text{Debut}, \text{Fin}, \text{DuréeMax})$.

Minimisation de la charge des collaborateurs On souhaite que les collaborateurs n'aient pas à changer trop souvent de projet et, pour ce faire on s'attachera à minimiser le nombre de projets sur lesquels un quelconque collaborateur est affecté.

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_p} \text{AffectéProj}_{i,j}$$

Minimisation d'exécution du projet le plus long Il est important que les projets soient réalisés dans un nombre limités de jours consécutifs, ainsi on cherchera pour cela à exécuter le projet le plus long en un minimum de jours.

$$f_3(x) = \text{DuréeMax}$$