

OBJETIVOS

O objetivo desse trabalho é sintetizar um sistema a partir de sua transformada z. Essa função deve atender a determinadas características que devem ser demonstradas.

Objetivos específicos:

- Usando a Transformada z, projete uma função real, cuja amplitude seja decrescente;
- Para essa função desenhe o diagrama de pólos e zeros, a posição do pólo e a transformada de Fourier.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

TRANSFORMADA Z

A transformada z de um sinal $x(n)$ é definida como:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

O parâmetro z é uma variável complexa, representada na forma polar por $z = re^{j\Omega}$, onde r é a magnitude e Ω é a fase de z .

Tomando um exemplo de uma função e sua transformada

$$\alpha^n u(n) \leftrightarrow \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} \text{ com } |z| > |\alpha|$$

Nessa função podemos atribuir o valor para o pólo e com isso definir comportamento de $x(n)$.

Conhecendo a expressão de $X(z)$ é possível obter a resposta em frequência substituindo z por $e^{j\Omega}$ na expressão.

RESULTADOS

Para obtenção dos resultados o software utilizado foi o matlab, o código desenvolvido está disponível em <https://github.com/felipale/transform-z.git>.

Primeiro usando a equação abaixo, foi definido o valor de α (alfa). Para atender aos critérios citados no objetivo deste trabalho, ou seja, para que a função fosse decrescente α deve ser menos que 1.

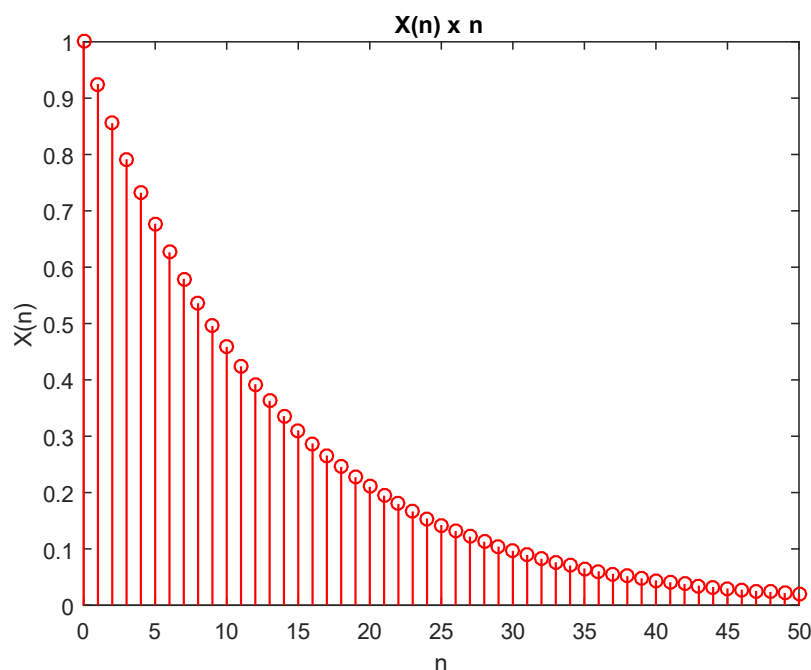
Se α pertence aos reais, para $0 < \alpha < 1$, a amplitude do sinal $x(n) = \alpha^n u(n)$, decresce a medida que n cresce. Portanto, valor de α escolhido foi **0,925**.

$$\alpha^n u(n) \leftrightarrow \frac{1}{1 - \alpha z^{-1}} \text{ com } |z| > |\alpha|$$

O sinal da transformada z para esse caso pode ser simplificado multiplicando-a por $\frac{z}{z}$. Logo obtemos $x(z) = \frac{z}{z - \alpha}$ e $x(z) = \frac{z}{z - 0,925}$.

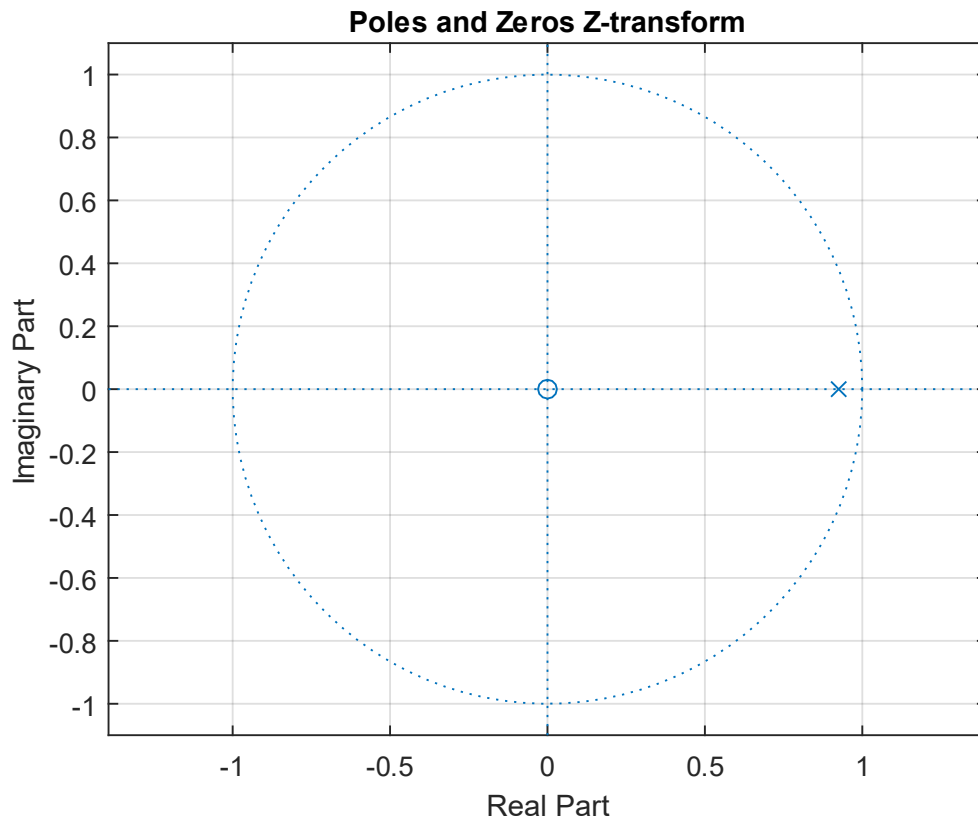
Portanto o sinal $x(n) = \alpha^n u(n) = 0,925^n u(n)$. O sinal $x(n)$ obtido a partir da transformada z é apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Sinal discreto obtido a partir da transformada z



A partir disso foi plotado o diagrama de polos e zeros que pode ser observado na Figura 2. Pode-se notar que existe um zero em $z = 0$ e um pólo em $z = 0,925$.

Figura 2 – Diagrama de polos e zeros.



Por fim foi obtida a transformada z , que é obtida substituindo z por $e^{j\Omega}$. Logo,

$$x(\Omega) = \frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - \alpha} = \frac{e^{j\Omega}}{e^{j\Omega} - 0,925}$$

Na Figura 3 é apresentado o diagrama de magnitude e fase da transformada de Fourier.

Figura 3 – Magnitude e fase transformada de Fourier.

