Règlement du « jeu du caillou »

11 septembre 2018

1 Introduction

Le but du présent document est de formaliser les règles fixant le déroulement du jeu dit « du caillou», suite à la partie jouée entre Antoine Brandelet et Ludovic Ducobu le 11 septembre 2018 à Mons (plaine de Nimy, université de Mons, arrière du bâtiment de Vinci) entre 14 h 30 et 15 h. [1]

2 Le jeu

Pour modéliser le jeu du caillou, nous supposerons disposer pour nos raisonnements :

1. D'un espace métrique $(\mathcal{E}, \mathrm{d})$ que l'on appellera l'espace de jeu.
2. D'un sous-ensemble de $\mathcal{E}$ que nous noterons m et que nous appellerons le mur.
3. D'un ensemble fini $\mathcal{J}$ que l'on appellera l'ensemble des joueurs et dont les éléments seront appelés les joueurs. Pour alléger nos notations, nous poserons le nombre de joueurs $\#\mathcal{J} = n$.
4. De courbes paramétrées, notées $\mathcal{C} : [a, b] \to \mathcal{E}$.
5. D'une fonction $\mathbf{N} : \mathcal{J} \to \mathbb{N}$ qui associe à chaque joueur un naturel que nous appellerons son nombre de cailloux. Pour alléger nos notations, nous poserons le nombre total de cailloux $\sum_{j \in \mathcal{J}} \mathbf{N}(j) = N$.
6. D'une fonction $\mathbf{P} : \mathcal{J} \to \mathbb{N}$ qui associe à chaque joueur un naturel que nous appellerons son score.
7. D'un naturel $G \in \mathbb{N}$ que nous appellerons point gagnant.

3 But du jeu

Le but du jeu pour un joueur est de marquer un nombre G de points.

4 Déroulement d'une partie

La valeur **fondamentale et essentielle** sur laquelle repose le jeu du caillou est le fairplay absolu et inconditionnel entre les différents protagonistes.

Il est d'ailleurs nécessaire que les joueurs se vouvoient et s'appellent par leur titre (monsieur, madame, mademoiselle, docteur, ...) pendant toute la durée de la partie.

4.1 Début de partie

Au début de la partie, il convient que les n joueurs décident d'un commun accord du nombre $\mathbf{N}(j)$ de cailloux dont chaque joueur $j \in \mathcal{J}$ disposera [2] ainsi que du nombre de points $G \in \mathbb{N}$ de points fixant la condition de victoire.

1. Partie remportée par Ludovic Ducobu.
2. Le règlement homologué par la Fédération préconise que la fonction **N** soit constante (c.-à-d. que chaque joueur dispose du même nombre de cailloux) cependant, pour un match amical, il est possible de convenir d'un commun accord, d'un handicap pour certains joueurs. Pensons par exemple à la situation d'un adulte jouant une partie contre un enfant.

Il conviendra aussi de fixer de la même manière l'ordre de lancer des joueurs ainsi que le joueur choisissant où se placer par rapport au mur lors du premier tour.

Chaque joueur débute la partie avec 0 point. C'est-à-dire que la fonction **P** est choisie comme étant la fonction nulle.

Il est de plus **fondamental** que l'ensemble des joueurs se serrent la main [3] avant de commencer à jouer.

4.2 Déroulement d'un tour

À chaque tour, l'un des joueurs (voir section 4.4 comment ce joueur est déterminé) choisit à quelle distance du mur on doit se placer pour jouer. En d'autres termes, un joueur $j^\star$ choisit un point $P \in \mathcal{E}/m$.

Les joueurs devront ensuite lancer leurs cailloux en direction du mur en respectant l'ordre de passage (voir section 4.5). Autrement dit, chaque joueur $j \in \mathcal{J}$ devra définir $\mathbf{N}(j)$ fois une courbe, disons [4] $\mathcal{C}_j^a : [0,1] \to \mathcal{E}$, où $a \in \mathbb{N} : 1 \leq a \leq \mathbf{N}(j)$, telle que $\mathcal{C}_j^a(0) = P$. Dans la suite de ce texte, nous appellerons parfois ce choix « lancer un caillou ».

Dans la suite de ce texte, nous appellerons l'ensemble $C(j) = \{\, a \in \mathbb{N} : 1 \leq a \leq \mathbf{N}(j) \,\}$ ensemble des cailloux du joueur j et un élément a de cet ensemble un caillou du joueur j. Naturellement, par construction, le nombre de cailloux du joueur j est tel que $\#C(j) = \mathbf{N}(j)$.

Une fois que tous les joueurs ont lancé la totalité de leurs cailloux, les points pour le tour sont comptés (voir section 4.3).

Un laps de temps peut également être prévu pour permettre aux joueurs de se congratuler mutuellement pour la qualité de leurs coups.

4.3 Compte des points

En fin de tour – une fois que chaque joueur $j \in \mathcal{J}$ a défini $\mathbf{N}(j)$ courbes $\mathcal{C}_j^a : [0,1] \to \mathcal{E}$, où $a \in C(j)$, satisfaisant les conditions de jeu (voir section 2) – il conviendra :

1. de déterminer quels cailloux seront éligibles pour le tour en cours,
2. de classer les cailloux éligibles en fonction de leur distance au mur m.

4.3.1 Éligibilité d'un caillou

L'éligibilité d'un caillou dépendra de la trajectoire qui lui est associée. Pour un joueur $j \in \mathcal{J}$, un caillou $a \in C(j)$ sera dit éligible s'il n'a pas touché le mur au cours de sa trajectoire. Autrement dit, si

$$\mathfrak{Im}\left(\mathcal{C}_j^a\right) \cap m = \emptyset,$$

où $\mathfrak{Im}\left(\mathcal{C}_j^a\right)$ désigne l'image de la courbe $\mathcal{C}_j^a$ et $\emptyset$ l'ensemble vide.

L'ensemble des cailloux éligibles pour un joueur, au cours d'un tour donné, sera noté

$$E(j) = \left\{\, a \in C(j) | \mathfrak{Im}\left(\mathcal{C}_j^a\right) \cap m = \emptyset \,\right\}.$$

4.3.2 Calcul des scores

Pour calculer le score des joueurs, il conviendra d'estimer la distance séparant la position finale du caillou a du joueur j, c.-à-d. $\mathcal{C}_j^a(1)$, du mur m . Autrement dit de calculer, pour tout $j \in \mathcal{J}$ et tout $a \in E(j)$,

3. $\dfrac{n(n-1)}{2}$ poignées de mains **devront** donc être échangées avant une partie comportant n joueurs.
4. Sans perte de généralité, on pourra toujours paramétrer la courbe comme allant de 0 à 1.

$$D_j^a = \mathrm{d}\left(\mathcal{C}_j^a(1), m\right) \coloneqq \inf\left\{ \mathrm{d}\left(\mathcal{C}_j^a(1), Q\right) | Q \in m \right\}.$$

Une fois calculé les réels D_j^a, il conviendra de les ordonner pour calculer les scores en respectant la règle suivante :

Notons $D_0 = \left\{ D_i^b \middle| i \in \mathcal{J}, b \in E(i) \right\}$.

Le joueur j dont le caillou est le plus proche du mur, autrement dit le joueur j tel que $\exists a \in E(j)$: $D_j^a = \min(D_0)$, sera celui qui marque les points. Dans le cas où ce joueur j ne serait pas unique (le cas où plusieurs joueurs seraient ex æquo), il conviendra que l'ensemble des joueurs décide d'un commun accord d'un unique joueur parmi les ex æquo qui sera le joueur marquant. Soit j_M ce joueur.

Le joueur j_M marque au moins un point (puisque son caillou est le plus proche du mur). Mais il peut en marquer plus. Il marquera en fait autant de points qu'il a de cailloux successivement les plus proches du mur. Par cela, nous entendons que, une fois déterminé j_M, on regardera le minimum de l'ensemble $D_1 = D_0 / \min(D_0)$. Si ce minimum est de nouveau réalisé par un caillou de j_M, donc si $\exists a \in E(j_M) : D_{j_M}^a = \min(D_1)$, j_M marquera au moins deux points et l'on réitérera la procédure précédente pour l'ensemble $D_2 = D_1 / \min(D_1)$ et ainsi de suite jusqu'à rencontrer un ensemble D_p dont le minimum est réalisé par le caillou d'un autre joueur.

Le joueur j_M marquera dans ce cas p points. Autrement dit, l'on modifiera le comportement de la fonction $\mathbf{P}$ de telle manière que $\mathbf{P}(j_M) \to \mathbf{P}(j_M) + p$.

4.4 Détermination du joueur choisissant

Au début de chaque tour, l'un des joueurs devra choisir à quelle distance du mur on doit se placer pour jouer. Ce joueur sera celui dont le caillou éligible le mieux placé était le plus mal placé au tour précédent [5].

Plus clairement, à la fin de chaque tour, on déterminera le caillou le mieux placé de chaque joueur en calculant, pour chacun d'eux, le minimum de l'ensemble $D_0(j) = \left\{ D_j^b \middle| b \in E(j) \right\}$. On s'intéressera donc à l'ensemble

$$D_{\min} = \left\{ \min(D_0(j)) \middle| j \in \mathcal{J} \right\}.$$

Le joueur $j^\star$ pour lequel $\min(D_0(j^\star)) = \max(D_{\min})$ sera celui réalisant ce choix. Si ce joueur n'est pas unique (le cas où plusieurs joueurs seraient ex æquo), il conviendra que l'ensemble des joueurs décide d'un commun accord d'un unique joueur parmi les ex æquo qui sera le joueur choisissant.

4.5 Ordre de passage

4.5.1 Ordre de lancer du premier caillou

Au début de chaque tour, l'ordre de lancer des joueurs sera défini en fonction des résultats du tour précédent [6]. On classera les éléments de $D_{\min}$ par ordre croissant. Cet ordre déterminant l'ordre de passage des joueurs associés. Autrement dit, le joueur ayant marqué au tour précédent jouera premier. Le joueur dont le plus proche caillou par rapport au mur arrivait ensuite jouera alors et ainsi de suite jusqu'à atteindre le joueur dont le caillou le plus proche du mur était le moins bien placé ; le joueur qui a choisi la position de lancer (voir section 4.4).

Dans le cas où plusieurs joueurs seraient ex æquo, c'est toujours le commun accord qui permettra de les départager.

5. Pour savoir quoi faire lors du premier tour, se référer à la section 4.1.
6. Voir section 4.1 pour savoir quoi faire lors du premier tour.

4.5.2 Ordre de lancer des cailloux suivants

Une fois que chaque joueur a lancé au moins un caillou, c'est au joueur dont le caillou éligible le plus proche du mur est le moins bien placé de jouer.

Si un joueur n'a pas de cailloux éligibles sur l'espace de jeu, on considérera que son caillou est le moins bien placé.

Si plusieurs joueurs sont ex æquo, c'est toujours le commun accord qui permettra de les départager.

4.6 Condition de victoire et classement final

4.6.1 Condition de victoire

Pour gagner, un joueur $j \in \mathcal{J}$ doit faire en sorte que son nombre de points $\mathbf{P}(j)$ atteigne le nombre gagnant G.

On distinguera deux manières d'y arriver :

La manière stricte :

À la fin de chaque tour, une fois modifié le score de chaque joueur (voir section 4.3) on vérifiera si $\mathbf{P}^{-1}(G) \neq \emptyset$, autrement dit si $\exists j \in \mathcal{J} : \mathbf{P}(j) = G$.

Si $\mathbf{P}^{-1}(G) = \emptyset$, on jouera un tour supplémentaire. Et si le score d'un joueur devait dépasser G, on le rabaisserait à sa dernière valeur connue plus petite que G.

Sinon c'est qu'un joueur (et un seul puisqu'un seul joueur marque à chaque tour) à marqué exactement G points. Ce joueur à gagné la partie.

La manière large :

À la fin de chaque tour, une fois modifié le score de chaque joueur (voir section 4.3) on vérifiera si $\exists G' \geq G : \mathbf{P}^{-1}(G') \neq \emptyset$, autrement dit si $\exists j \in \mathcal{J} : \mathbf{P}(j) \geq G$.

Si $\forall G' \geq G, \mathbf{P}^{-1}(G') = \emptyset$, on jouera un tour supplémentaire.

Sinon c'est qu'un joueur (et un seul puisqu'un seul joueur marque à chaque tour) à marqué au moins G points. Ce joueur à gagné la partie.

4.6.2 Classement final des joueurs

Si l'ensemble des joueurs décide communément d'établir un classement (et pas seulement de s'arrêter lorsqu'un joueur à gagné), il conviendra de suivre la procédure suivante :

Les joueurs seront classés en fonction de leur score au moment de la fin de la partie.

Si plusieurs joueurs sont ex æquo à cet instant, un tour supplémentaire sera organisé entre ceux-ci pour les départager. Le joueur devant, en suivant les règles de la partie, marquer à l'issue de ce tour passera devant les autres. Si cela est possible, on classera ces joueurs en fonction de la position de leur caillou le plus proche du mur au terme de ce tour supplémentaire. Si des ex æquo subsistent, ceux-ci lanceront un unique caillou supplémentaire pour les départager. Si cela ne suffit toujours pas, ils seront considérés d'égale valeur et auront le même classement.

4.7 Fin de partie

À la fin de chaque partie du jeu du caillou, il est **primordial** que tous les joueurs se serrent la main [7].

Un laps de temps peut également être prévu pour permettre aux joueurs de se congratuler mutuellement pour leurs plus beaux coups ou pour l'ensemble de la partie.

7. $\frac{n(n-1)}{2}$ poignées de mains **devront** donc être échangées après une partie comportant n joueurs.

5 Quelques dispositions de jeu possibles

Parmi les dispositions de jeu possibles, certaines, sans être meilleures que les autres, sont appréciées des joueurs réguliers du jeu du caillou. Nous en listons quelques-unes ci-après.

On parlera de dispositif sans handicap quand $\forall j \in \mathcal{J}, \mathbf{N}(j) = N_0 \in \mathbb{N}$.

On parlera de dispositif de Brandelet pour un dispositif sans handicap, où chaque joueur dispose de N_0 cailloux, tel que $G = 2N_0 + 1$.

On parlera de dispositif de Ducobu pour un dispositif sans handicap où $\forall j \in \mathcal{J}, \mathbf{N}(j) = n$.

On parlera de dispositif fairplay ou d'entente cordiale lorsque $G = 0$. Dans ce cas, on peut se dispenser de départager les ex æquo.

On parlera de dispositif carré lorsque $N \in \mathbb{N}^2$. Remarquons que tout dispositif de Ducobu est un dispositif carré.

La partie jouée entre Antoine Brandelet et Ludovic Ducobu le 11 septembre 2018 à Mons (plaine de Nimy, université de Mons, arrière du bâtiment De Vinci) entre 14 h 30 et 15 h était une partie jouée selon un dispositif de Brandelet-Ducobu.