

程序说明以及部分正确性的证明

因为本人水平实在是有限，**不能保证写的程序是完全正确的**。
涉及到大整数的问题，对于比较大的数据，能力有限，暂时还没有能力给出证明。

针对自己写的程序，程序文件在
acwing308-solution/main.cpp

自己打表的数据放在
acwing308-solution/sol.out

这里我用了大整数类来直接打表计算
其实，想要程序代码简单一些的话，可以用
费马大定理的乘法逆元来计算组合数
不过很神奇的是，我在windows的高配置台式机上跑，
逆元法求组合数，然后用 $\% mod$ 参与最终的计算，不会出问题
编译器是g++

但是我换到我的macbook中，同样的代码，会出现精度问题，
用的编译环境是xcode + clang

所以最后我用大整数类直接计算了

接下来对自己程序“打表”出来的部分数据，给出一个证明
数据如下：

1:		H[i]=1		1	0	-1	-1	-1	-1	-1
2:		H[i]=1		0	1	0	-1	-1	-1	-1
3:		H[i]=4		1	0	3	-1	-1	-1	-1
4:		H[i]=38		22	9	0	7	-1	-1	-1
5:		H[i]=728		225	352	99	0	52	-1	-1
6:		H[i]=26704		14048	5625	5632	1017	-1	-1	-1

7:

||

H[i]=1866256

||

1134297

505728

124965

先证明两个小数据， $n = 2$ 和 $n = 3$

$n = 2$ ，因为节点有编号，此时 $g(2,1,1) = 2$

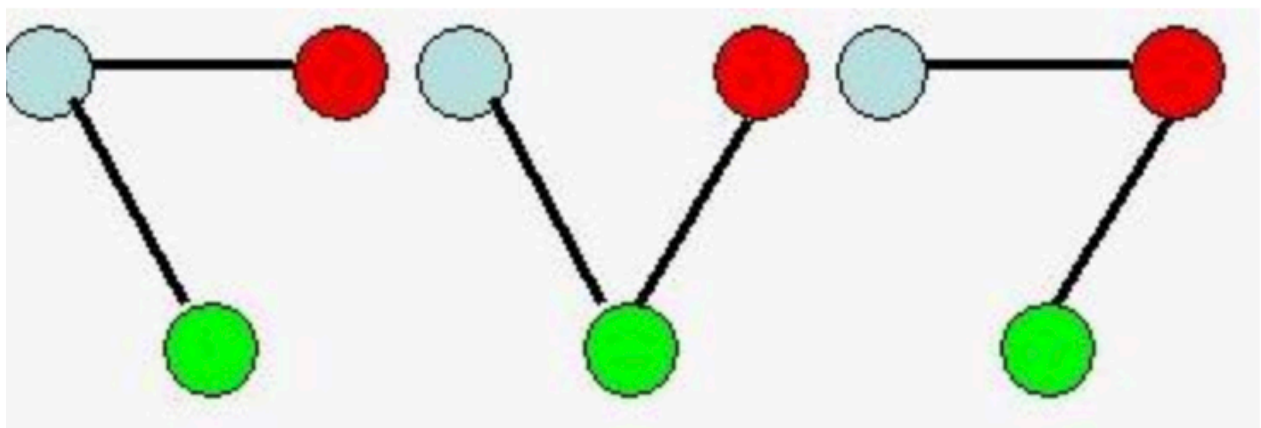
表示共有2个点，1个连通分量，1条割边，此时连通图个数如下图所示



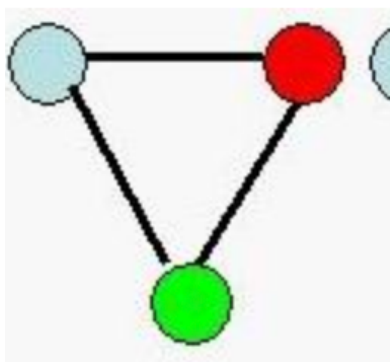
有2种，而 $f(2,1) = 1, f(2,0) = 0$

因为2个点，构成的连通图，一定有且只有1条割边

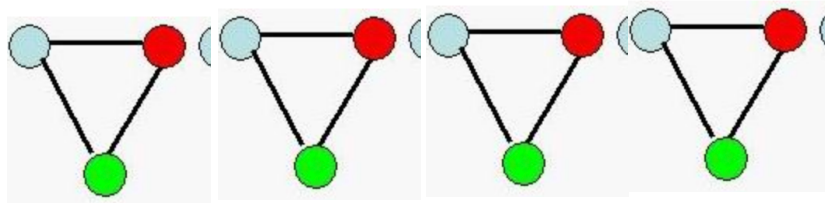
$n = 3$ 的时候，结论和acwing307中的结论一样
acwing307中画出来的



此时很显然，每一个图都对应应有2个割边，所以 $f(3,2) = 3$



没有割边的只有1种，就是自成环
如左图所示， $f(3,0) = 1$



$n = 4$ 的时候，可以从 $n = 3$ 递推过来

看看 $f(4,0)$ 的情况，如果要求没有割边，那么就要有一个连通分量自成环，这个“自成环”，有4种选法

其实就是 $C_4^3 = 4$ ，任选3个点自成环

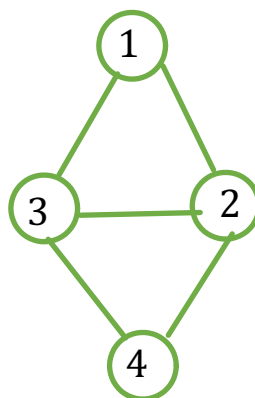
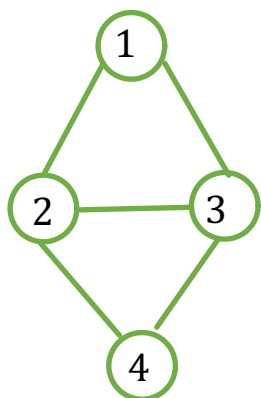
那么还剩下一个点，可以与之前的“自成环”

1) 连1条边，2) 连2条边，3) 连3条边

$$tot = C_4^3 \times (1 \text{ edge} + 2 \text{ edges} + 3 \text{ edges})$$

连1条边，实际上就是 C_3^1

连2条边，实际上是 C_3^2 ，但这里有重复，举个例子



上面两种情况，是完全对称的，所以这里要记得除以2
连3条边， $C_3^3 = 1$

综上所述，4个点的时候，无向连通图个数为

$$4 * 3 + \frac{4 * 3}{2} + 4 = 12 + 6 + 4 = 22$$

答案正确

依照数学归纳法，递推下去，5个点又是基于4个点，

对于 n 取更大的值的时候，因为答案非常非常的大
本人数学水平实在有限，暂时无法给出证明