Física 2

Taller #8

SOLUCIONES.

- Problema 23.31

a) Un electrón se acelera de $3.00 \times 10^6 m/s$ a $8.00 \times 10^6 m/s$. ¿A través de qué diferencia de potencial debe pasar el electrón para que esto suceda?

Usando la conservación de energía, cuando el electron entra a la diferencia de potencial y cuando sale de esta:

$$\begin{aligned} K_1 + U_1 &= K_2 + U_2 \\ \frac{1}{2}mv_1^2 + qV_1 &= \frac{1}{2}mv_2^2 + qV_2 \end{aligned}$$

de aqui, podemos despejar la diferencia de potencial como:

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{q}\left[\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2\right]$$

reemplazando con la masa y la carga del electron,

$$V_1 - V_2 = -156\, Volt$$

b) ¿A través de qué diferencia de potencial debe pasar el electrón si ha de disminuir su velocidad de $8.00 \times 10^6 m/s$ hasta detenerse?

Es el mismo caso anterior, pero calculando la energía cinética para dicha velocidad

$$K_1 = 2,9 \times 10^{-17}\, J$$

entonces

$$V_1 - V_2 = 182\, Volt$$

- Ejercicio 23.44

Un cilindro muy grande de $2\, cm$ de radio tiene una densidad de carga uniforme de $1.50 nC/m$.

a) Describa la forma de las superficies equipotenciales para este cilindro.

Las lineas equipotenciales, vistas desde arriba, emergen de manera uniforme y salen en dirección radial de la varilla

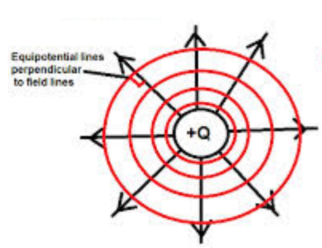


Figure 1:

b) Tome el nivel de referencia de manera que el potencial cero sea la superficie del cilindro, encuentre el radio de las superficies equipotenciales que tienen potenciales de $10\,V$, $20\,V$ y $30\,V$.

El campo electrico a una distancia r de la varilla se puede calcular por medio de la ley de gauss

$$\begin{aligned} E\,(2\pi r l) &= \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \\ E &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \end{aligned}$$

de otra parte el campo electrico en termimos del potencial se escribe:

$$\begin{aligned} E &= -\frac{d}{dr}V \\ -\int E dr &= \int dV \\ -\int_R^r \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr &= \triangle V \\ \triangle V &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} ln\,(r/R) \end{aligned}$$

que despejando r:

$$r = R\; exp\,[2\pi\epsilon_0 \triangle V/\lambda]$$

Problema 23.42

Esfera de Cobre (Material Conductor), $D = 25.0\,cm$

a) $V(\text{Centro}) = 1.50\,KV$ con relación al infinito

Para el Material Conductor $\vec{E}(\text{Dentro}) \equiv \vec{0}$, Por lo que el potencial debe ser Constante $\Rightarrow \underline{\vec{E} = -\vec{\nabla} V} \Rightarrow \vec{\nabla} V = \vec{0}$ sii $\underline{V = cte.}$

Para una esfera $\Rightarrow \vec{E}(\text{fuera}) = \dfrac{K_e \cdot Q}{r^2}\hat{r}$

$$\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int \frac{K_e \cdot Q}{r^2}\hat{r}\cdot dr\,\hat{r} = -KQ\int \frac{dr}{r^2}$$

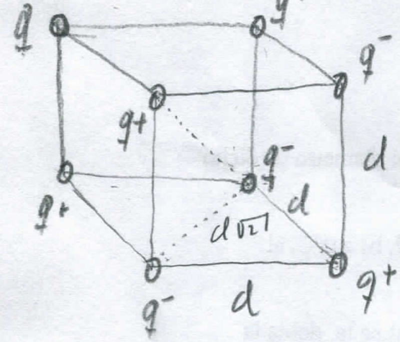
$$\Delta V = -KQ\left(-\frac{1}{r}\right) \Rightarrow \Delta V = \frac{KQ}{r} \Rightarrow \text{si } V(\infty) = 0 \text{ entonces}$$

$$V = \frac{KQ}{r} \Rightarrow Q = \frac{V\cdot r}{K} = \boxed{Q = 4\pi\varepsilon_0 r V}$$

$$\boxed{Q = 2.08\times10^{-8}\,C}$$

b) El potencial en la superficie debe ser igual al potencial Dentro de la esfera, el potencial debe ser Continuo! $\boxed{V = 1.50\,KV}$

Problema 23.57



a) Energía potencial de la Configuración

Partiendo de:

$$U = K_e \frac{q_1 q_2}{r} \Rightarrow \text{Particulas puntuales}$$

Energía potencial de una Conf. de cargas.

$$U = K \sum_{i<j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

La anterior suma se extiende sobre parejas de carga, lo primero es determinar cuantas parejas hay ⇒ esto se puede hacer con una combinatoria

$\boxed{\#\text{Parejas} = 8C2 = 28}$, la suma tiene 28 terminos

Después de esto se deben determinar los rangos de interacción

1 Rango = Particulas a una distancia "d", para cualquier particula que se elija esta particula tiene 3 Vecinas (con signo contrario!) a una distancia "d"

2 Rango = Particulas a una distancia "d√2", para cada particula que se elija esta tiene 3 Vecinas (con igual signo!) a una distancia "d√2"

3 Rango = Particulas a una distancia "$d\sqrt{3}$", Para Cada particula que se elige, esta tiene Un Unico Vecino (Carga de Signo Contrario!) a dicha distancia

⇒ Para Calcular la energia de la Configuracion, se puede Calcular la energia para Una Particula, se Multiplica esta energia por 8 (# de Particulas en la Configuracion!) y el resultado se divide por 2 (se han Contado el doble de las interacciones!)

Con lo anterior se tiene:

$$U_e(q^-) = K\left(\frac{3q^+q^-}{d} + \frac{3q^-q^-}{d\sqrt{2}} + \frac{q^-q^+}{d\sqrt{3}}\right)$$

$$U_e(q^-) = \frac{Kq^2}{d}\left(-3 + \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{Kq^2}{d}\left(\frac{-3\sqrt{2}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}\sqrt{2}}\right)$$

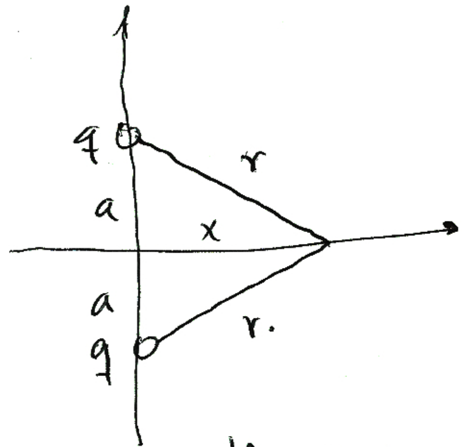
$$U_e(q^-) = \frac{Kq^2}{d}\left(\frac{-3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}}\right)$$

$$U_T = \frac{8}{2}U_e(q^-) = 4U_e(q^-) \Rightarrow U_T = \frac{4Kq^2}{\sqrt{6}\,d}\left(-3\sqrt{6} + 3\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)$$

$\underline{U_T < 0}$ ⇒ La Naturaleza "Premia" Estados (ó Configuraciones) de Menor energia!

Soluciones

(1)



Como $V = k \sum_i \frac{q_i}{r_i}$.

Se tiene que.

$$V = \frac{2kq}{a} \quad (\text{para } x=0).$$

y para cualquier x se tiene que

$$V(x) = \frac{2kq}{r} = \frac{2kq}{(x^2+a^2)^{1/2}}.$$

Si $x \gg a \Rightarrow V(x) = \frac{2kq}{\sqrt{x^2\left(1+\cancel{\frac{a^2}{x^2}}\right)}} = \frac{2kq}{x}.$

el cual es el potencial de una carga puntual de magnitud $2q$.

---

(4) En general $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ luego.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{kQ}{(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}\right) = \frac{kQx}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$$

luego $E_y = \frac{kQy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$ y $E_z = \frac{kQz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}$.

Ahora como $r = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$ entonces se tiene que

$$\vec{E} = \frac{kQ}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}(x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}) = \frac{kQ}{r^3} r\hat{r} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}.$$

$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}. \checkmark$$