

① Hay tres posibilidades.

A) — El agua queda líquida a  $T < 100^\circ\text{C}$

B) — Parte del agua hierve y queda una mezcla de agua y vapor a  $100^\circ\text{C}$

C) — Toda el agua hierve y quedan  $0.10\text{kg}$  de vapor a  $T \geq 100^\circ\text{C}$ .

Primero consideramos A).

En ese caso

$$Q_{\text{agua}} + Q_{\text{cobre}} = M_{\text{agua}} C_{\text{agua}} (T - T_{\text{agua}}) + M_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} (T - T_{\text{cobre}}) = 0.$$

así.

$$T = \frac{M_{\text{agua}} C_{\text{agua}} T_{\text{agua}} + M_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} T_{\text{cobre}}}{M_{\text{agua}} C_{\text{agua}} + M_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}}}.$$

con  $T_{\text{agua}} = 298\text{ K}$ .

$M_{\text{agua}} = 0.1\text{ kg}$

$C_{\text{agua}} = 4190\text{ J/kg/K}$

$T_{\text{cobre}} = 423\text{ K}$ .

$M_{\text{cobre}} = (2.0 / 2.5 / 10)\text{ kg}$

$C_{\text{cobre}} =$

tema A    tema B    tema C

$$T = \begin{cases} 106^\circ\text{C} \rightarrow \text{tema A} \\ 112^\circ\text{C} \rightarrow \text{tema B} \\ \boxed{85^\circ\text{C}} \rightarrow \text{tema C} \end{cases}$$

Por que el tema C) se encuentra en la situación A).

Para los temas A y B algo del agua hierve, así que vamos a suponer la situación B, en ese caso  $x$  representa la cantidad de agua que hierve:

$$M_{\text{agua}} C_{\text{agua}} (100^\circ\text{C} - T_{\text{agua}}) + x M_{\text{agua}} L_{\text{vap}} + M_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} (100^\circ\text{C} - T_{\text{cobre}}) = 0$$

$$x = \frac{-M_{\text{cobre}} C_{\text{cobre}} (100^\circ\text{C} - T_{\text{cobre}}) - M_{\text{agua}} C_{\text{agua}} (100^\circ\text{C} - T_{\text{agua}})}{M_{\text{agua}} L_{\text{vap}}}.$$

$$x = \begin{cases} 15.2 \rightarrow \text{tema A} \\ 18.0 \rightarrow \text{tema B} \end{cases}$$

$x > 1$ ,

así que todo el agua se evapora, al despreciar la capacidad calorífica del vapor queda que su temperatura final es  $\boxed{150^\circ\text{C}}$ .

② Tenemos dos recipientes con

$$\boxed{T_1 \quad P_1 \quad V_1 \quad n_1}$$

$$\boxed{T_2 \quad P_2 \quad V_2 \quad n_2}$$

Sabemos que

$$P_1 = P_2 \quad V_1 = V_2$$

$$n_2 = a n_1$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} a=2 & \text{tema A} \\ a=3 & \text{tema B} \\ a=1/2 & \text{tema C} \end{array} \right.$$

esto nos permite encontrar  $T_2$

$$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{n_1 R T_1}{n_2 R T_2} \rightarrow T_2 = \frac{n_1}{n_2} T_1, \quad T_2 = a T_1$$

El calor que necesita el recipiente 1 para  $T_f$

$$Q_1 = n_1 C_v \Delta T = n_1 \frac{3}{2} R (T_f - T_1)$$

y el 2 para llegar a  $T_f$

$$Q_2 = n_2 C_v \Delta T = n_2 \frac{5}{2} R (T_f - T_2)$$

calculamos

$$\chi = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 \frac{3}{2} R (T_f - T_1)}{n_2 \frac{5}{2} R (T_f - T_2)} = \frac{n_1 \cdot 3 (T_f - T_1)}{a n_1 \cdot 5 (T_f - a T_1)} = \frac{3}{5a} \left( \frac{T_f - T_1}{T_f - a T_1} \right)$$

|        |       |   |
|--------|-------|---|
| $\chi$ | 1.5   | → tema A → llega primero el #2                      |
|        | -0.13 | → tema B → el #2 ya tenía una temperatura $> T_f$ . |
|        | 0.6   | → tema C → llega primero el #1.                     |

③ Tenemos que

$$m_1 c_1 (T_f - T_1) + m_2 c_2 (T_f - T_2) = 0$$

$m_1 c_1 = m_2 c_2 = mc$  así que

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2},$$

el cambio de entropía

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = m_1 c_1 \int_{T_1}^{T_f} \frac{dT}{T} + m_2 c_2 \int_{T_2}^{T_f} \frac{dT}{T}$$

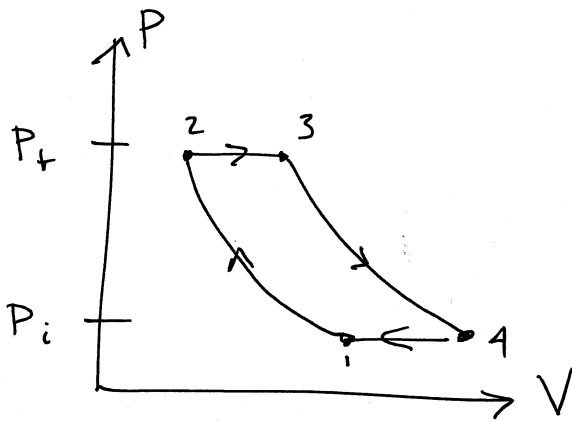
$$= m_1 c_1 \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + m_2 c_2 \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)$$

$$= mc \left[ \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right) \right]$$

$$= mc \left[ \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) \right] = mc \left[ \ln\left(\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 \frac{1}{T_1 T_2}\right) \right]$$

|              |          |          |
|--------------|----------|----------|
| $\Delta S =$ | 36.3 J/K | → tema A |
|              | 4.27 J/K | → tema B |
|              | 36.3 J/K | → tema C |

④



$1 \rightarrow 2$  y  $3 \rightarrow 4$  son adiabáticas, así que no hay  $Q$  que entre o salga del sistema.

para  $2 \rightarrow 3$   $Q = n C_p \Delta T = n C_p (T_3 - T_2) > 0$ , así que este corresponde a  $Q_H$ .

para  $4 \rightarrow 1$   $Q = n C_p \Delta T = n C_p (T_1 - T_4) < 0$ , este es  $Q_C$ .

La eficiencia, por definición es:

$$e = 1 - \left| \frac{Q_C}{Q_H} \right| = 1 - \frac{n C_p (T_4 - T_1)}{n C_p (T_3 - T_2)}$$

$$e = 1 - \left( \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \right), \text{ como tenemos } P_1 \text{ y } P_2, \text{ saco } T_1 \text{ y } T_2 \text{ del paréntesis.}$$

$$e = 1 - \frac{T_1}{T_2} \frac{\left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{\left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)}, \text{ para un proceso adiabático.}$$

$P_1 V_1^\gamma = \text{cte}$  y  $T_1 V_1^{\gamma-1} = \text{cte}$   
 $\downarrow$   
 $P_1^{\frac{1}{\gamma}} V_1 = \text{cte}$  y  $T_1^{\frac{1}{\gamma-1}} V_1 = \text{cte}$   
 así  $T_1^{\frac{1}{\gamma-1}} P_1^{\frac{1}{\gamma}} = \text{cte} \Rightarrow T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cte}$

con esta relación

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ y } \frac{T_3}{T_2} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right) \frac{T_4}{T_1} \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \text{ — estos dos multiplicados dan mo. (por la misma } T P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cte)}$$

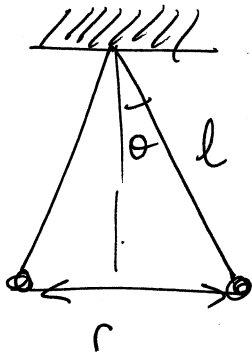
así que  $\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_4}{T_1}$ , queda entonces

$$e = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

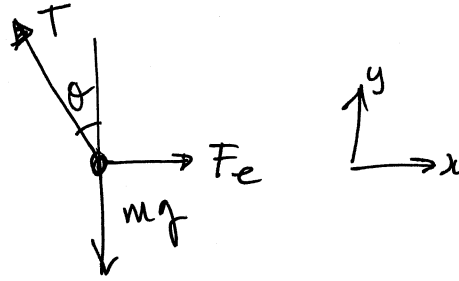
con  $\gamma = 1.66$  y  $\frac{P_2}{P_1} = 10$

$$\boxed{e = 0.60}$$

⑤



haciendo un diagrama de cuerpo libre tenemos:



De esta manera.

$$\sum F_x = F_e - T \sin \theta = 0 \quad T \sin \theta = F_e$$

$$\sum F_y = T \cos \theta - mg = 0 \quad T \cos \theta = mg$$

asi  $\tan \theta = \frac{F_e}{mg}$  (1)

con  $F_e = \frac{k q^2}{r^2} = \frac{k q^2}{(2l \sin \theta)^2}$  (2)

reemplazando (2) en (1)

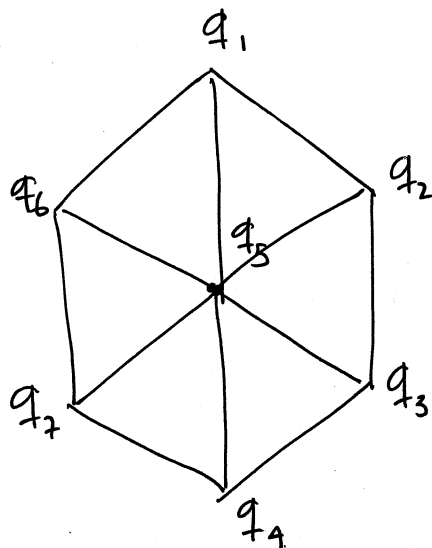
$$\tan \theta = \frac{k q^2}{(2l \sin \theta)^2} \cdot \frac{1}{mg}$$

despejando q

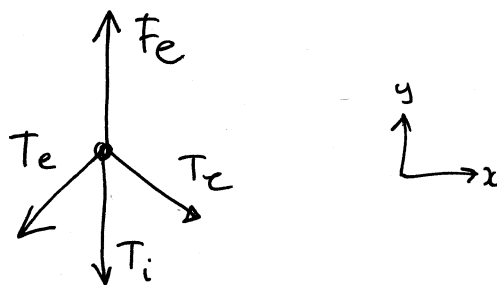
$$q = \sqrt{\frac{mg 4l^2 \sin^2 \theta \tan \theta}{k}}$$

|     |                                |          |
|-----|--------------------------------|----------|
| q = | $4.7 \times 10^{-4} \text{ C}$ | → tema A |
|     | $1.7 \times 10^{-4} \text{ C}$ | → tema B |
|     | $5.3 \times 10^{-4} \text{ C}$ | → tema C |

(6)



Haciendo el diagrama de fuerzas sobre  $q_1$ ,



donde  $\vec{F}_e$  es la resultante de todas las fuerzas electrostáticas,  $\vec{T}_e$  es la tensión de las cuerdas externas, y  $\vec{T}_i$  es la tensión de la cuerda interna.

Primero encontramos  $\vec{T}_e$

$$\vec{F}_e = F_{ex}\hat{i} + F_{ey}\hat{j}, \text{ por simetría } F_{ex} = 0.$$

$$F_{ey} = \frac{kq_1q_5}{l^2} + \frac{kq_1q_4}{(2l)^2} + \frac{kq_1q_2}{l^2} \cos 60^\circ + \frac{kq_1q_6}{l^2} \cos 60^\circ + \frac{kq_1q_3}{(\sqrt{3}l)^2} \cos 30^\circ + \frac{kq_1q_7}{(\sqrt{3}l)^2} \cos 30^\circ$$

$$F_{ey} = \frac{kq^2}{l^2} \left( 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3 \cdot 2} + \frac{\sqrt{3}}{3 \cdot 2} \right) = \frac{kq^2}{l^2} \left( \frac{9}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\sum F_{x=0} \text{ da } 0=0,$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{ey} - T_i - 2T_e \cos 60^\circ = 0, \quad T_{ey} = T_i + T_e$$

Este sistema de 2 incógnitas es degenerado, así que se debe suponer alguna relación adicional. La suposición es  $T_i = T_e = T$ , de tal manera que

$$T_{ey} = 2T$$

$$T = \frac{T_{ey}}{2}$$

$$T = \frac{kq^2}{l^2} \frac{1}{2} \left( \frac{9}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$