Física 2

Taller #6

SOLUCIONES.

- Ejercicio 21.33

Este problema es un ejercicio típico de movimiento de proyectiles, donde la velocidad en la componente horizontal (eje x) es constante por tanto el movimiento es rectilíneo uniforme; y en el eje vertical la velocidad varia en el tiempo por tanto el movimiento es rectilíneo uniforme acelerado:

a) Determinar el campo electrico **E:** La fuerza electrica en términos del campo electrico se define como:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e &= \mathbf{E}/q_0 \\ \mathbf{F} &= m\mathbf{a} \end{aligned}$$

vemos en el dibujo que la aceleración ocurre en el eje y, y que la fuerza $\mathbf{F}_e$ actua contraria a la dirección de las líneas de campo eléctrico en el eje y. Por tanto podemos escribir lo anterior como:

$$\begin{aligned} F_e &= E/q_0 \\ F &= ma \end{aligned}$$

debido a que las fuerzas actuan en el eje y. Para determinar la a del sistema primero calculamos el tiempo que tarda en el trayecto, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \triangle x &= v_{ox}t \\ t &= \frac{\triangle x}{v_{ox}} = 1.2 \times 10^{-8}\, s \end{aligned}$$

ahora usamos las ecuaciones de MRUA, para eje vertical, asi:

$$\begin{aligned} \triangle y &= v_{oy}t + \frac{1}{2}at^2 \\ a &= \frac{2\triangle y}{t^2} = 6.4 \times 10^{13}\, m/s^2 \end{aligned}$$

asumiendo que la $v_{oy} = 0$, finalmente, asumiendo que la fuerza en la componente vertical es la misma $F_e = F$ entonces:

$$\begin{aligned} F_e &= F \\ E/e &= ma \\ E &= \frac{ma}{e} \\ E &= 362\, N/C \end{aligned}$$

b) si cambiamos el electron por el proton, debemos analizar si golpea o no las barras.

Como la velocidad inicial no cambia, el tiempo que tarda en recorrer las placas no varia ($1.2 \times 10^{-18}\, s$). Para determinar la aceleración usamos:

$$\begin{aligned} E/e^{+} &= ma \\ a &= \frac{E}{e^{+}m} \\ a &= 3.4 \times 10^{10}\, m/s^2 \end{aligned}$$

esta aceleración es del orden 10^{40} con lo cual podemos pensar que si soltamos una partícula con la acción gravitacional, que es $9.8\, m/s^2$ esta no la afecta en nada. Respecto a las trayectorias seguidas por un electrón y proton, debemos pensar cual tiene, mayor aceleración. Como la aceleración es inversamente proporcional a la masa, la aceleración del proton es mayor que la del electron. Entre mayor aceleración mayor sera la trayectoria.

- Ejercicio 21.57

Dos láminas planas, horizontales e infinitas, con carga están separadas una distancia d. La lámina inferior tiene carga negativa con densidad superficial de carga uniforme $-\sigma < 0$. La lámina superior tiene carga positiva con densidad superficial de carga uniforme $\sigma < 0$.

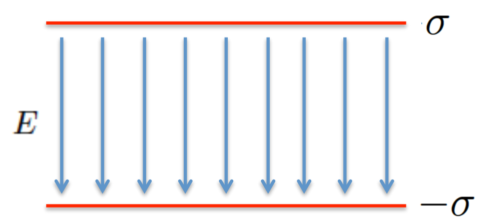


Figure 1:

a) Para determinar el campo electrico en la parte superior de la placas, simplemente analizamos que no hay lineas de campo electrico por tanto $E = 0$. De la misma forma para el inciso b)

c) Recordemos que el campo electrico para una placa viene dada por: $E = \sigma/2\epsilon_0$.

Entonces sumando los dos campos en el centro de la placas:

$$E = 2\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- Ejercicio 22.4

Debemos calcular el flujo en cada una de las caras del cubo de la Figure 2.

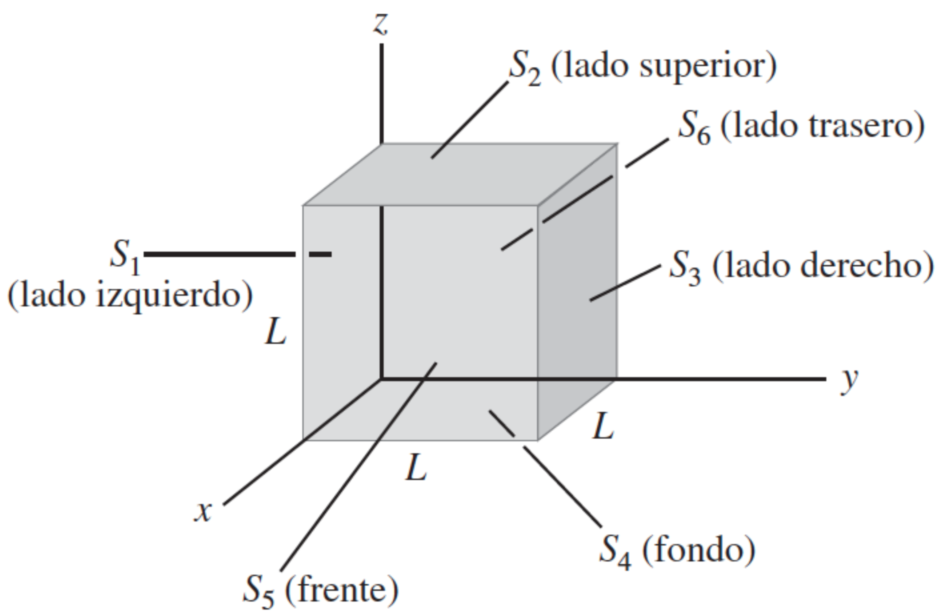


Figure 2:

El flujo electrico se define como el producto punto entre el campo electrico y el vector normal del area.

$$\begin{aligned}\Phi &= \mathbf{E} \cdot A\hat{n}; \\ \mathbf{E} &= \left(-5\,x\,\hat{\imath} + 3\,z\,\hat{k}\right) N/C\ m\end{aligned}$$

entonces, para cada cara, realizamos el producto punto asi:

S_1 :

$$\Phi_1 = \mathbf{E} \cdot A\hat{\jmath} = 0;$$

debido a que el vector normal esta en $\hat{\jmath}$, asi este producto escalar siempre es cero. De la mima forma para S_3.

S_2 :

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= \left(-5\,x\,\hat{\imath} + 3\,z\,\hat{k}\right) \cdot (0.3)^2\,\hat{k} = (0.27z)\,N/C\ m; \\ &= (0.27\,(0.3))\,N/C\ m \\ &= 0.081\ (0.27\,(0.3))\,N/C\ m^2\end{aligned}$$

S_4 :

$$\begin{aligned}\Phi_4 &= \left(-5\,x\,\hat{\imath} + 3\,z\,\hat{k}\right) \cdot (0.3)^2\,\hat{k} = (0.27z)\,N/C\;m; \\ &= 0\end{aligned}$$

debido a que aqui $z = 0$
S_5 :

$$\begin{aligned}\Phi_5 &= \left(-5\,x\,\hat{\imath} + 3\,z\,\hat{k}\right) \cdot (0.3)^2\,\hat{\imath} = (-0.45x)\,N/C\;m; \\ &= (-0.45(0.3))\,N/C\;m \\ &= -0.135\,N/C\;m^2\end{aligned}$$

S_6 :

$$\begin{aligned}\Phi_6 &= \left(-5\,x\,\hat{\imath} + 3\,z\,\hat{k}\right) \cdot (0.3)^2\,(-\hat{\imath}) = (0.45x)\,N/C\;m; \\ &= 0\end{aligned}$$

debido a que aqui $x = 0$
Para calcular la carga electrica total dentro del cubo, primero determinamos el flujo total dentro:

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 \\ &= -0.054\;N/C\;m^2\end{aligned}$$

Como la el flujo es $\Phi = q/\epsilon_0$; entonces:

$$q = \Phi\epsilon_0 = -4.7{\times}10^{-13}\,C$$

- Ejercicio 21.90

a) Calcule las componentes x y y del campo eléctrico producido por la distribución de carga Q en puntos sobre la parte positiva del eje x.

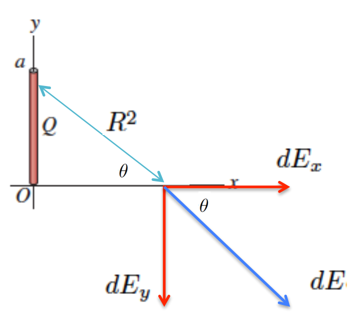


Figure 3:

Teniendo en cuenta la Figure 3; tomamos un punto cualquiera sobre el eje horizontal, y realizamos sumatoria de campos en x y y; de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
dE_x &= dEcos\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{R^2}cos\theta \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dy}{a\left(y^2+x^2\right)}\frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}} \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{xdy}{a\left(y^2+x^2\right)^{3/2}}
\end{aligned}$$

calculando la integral:

$$\begin{aligned}
\int dE_x &= \int_0^a \left\{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{xdy}{a\left(y^2+x^2\right)^{3/2}}\right\} \\
E_x &= \frac{Qx}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}}\right]_0^a \\
&= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 x\sqrt{x^2+a^2}}
\end{aligned}$$

de la misma forma para la componente y

$$\begin{aligned}
dE_y &= -dEsen\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{R^2}sen\theta \\
&= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{dy}{a\left(y^2+x^2\right)}\frac{y}{\sqrt{y^2+x^2}} \\
&= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{ydy}{a\left(y^2+x^2\right)^{3/2}} \\
\int dE_y &= \int_0^a \left\{-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\frac{ydy}{a\left(y^2+x^2\right)^{3/2}}\right\} \\
&= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_0^a \\
&= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)
\end{aligned}$$

b) Calcule las componentes x y y de la fuerza que la distribución de carga Q ejerce sobre q.

Debemos calcular la componente del campo electrico en el eje x debido a que la carga q esta sobre este eje, entonces:

$$\begin{aligned}
E_x &= -\frac{F_x}{q} \\
F_x &= -\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 x\sqrt{x^2+a^2}}
\end{aligned}$$

de la misma forma para la componente vertical:

$$
\begin{aligned}
E_y &= -\frac{F_y}{q} \\
F_y &= \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\right)
\end{aligned}
$$

c) si $x \gg a$, si analizamos lo que le sucede a la raiz esto es

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} &\simeq \frac{1}{x}\sqrt{1+\frac{a^2}{x^2}} \\
&\simeq \frac{1}{x} + \frac{a^2}{2x^2}
\end{aligned}
$$

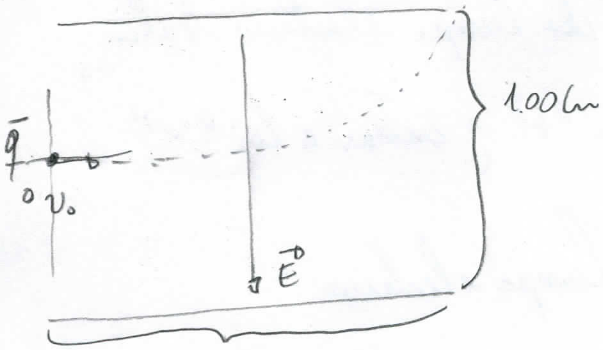
entonces la fuerza F_x se escribe como:

$$
F_x \simeq \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 x^2}
$$

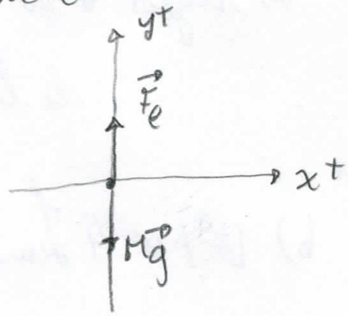
entonces la fuerza F_y se escribe como:

$$
\begin{aligned}
F_y &\simeq \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 a}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} + \frac{a^2}{2x^2}\right) \\
&\simeq \frac{qQa}{8\pi\epsilon_0 x^3}
\end{aligned}
$$

Ej. 4.35



D.C.L



$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = F_e - Mg = Ma$

$a = \frac{F_e}{M} - g$

Problema 33

$a = 6.40 \times 10^{13}\, m/s^2$

$q^- = -1.6 \times 10^{-19}\, C$

$M = 9.109 \times 10^{-31}\, Kg$

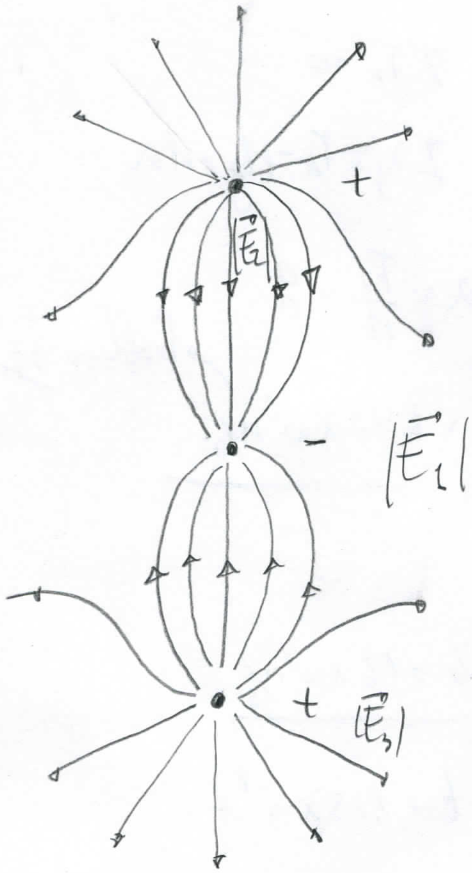
$x \Rightarrow a = 0$, M.R.U $\Rightarrow X_f = \cancel{X_i} + V_x t \Rightarrow V_x = \frac{X_f}{t} \Rightarrow V_x = 1.6 \times 10^6\, m/s$

$y \Rightarrow a = cte$, M.R.U.A $\Rightarrow Y_f = \cancel{Y_i} + \cancel{V_{0y} t} + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 y_f}{a}} \Rightarrow t = 1.25 \times 10^{-8}\, s$

$V_{f_y} = \cancel{V_{0y}} + at \Rightarrow V_{f_y} = at = 8. \times 10^5\, m/s$

$\vec{V} = V_x \hat{\imath} + V_y \hat{\jmath} \Rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 1.79 \times 10^6\, m/s$

Ejer. 21.62



a) Signos → Las lineas de campo electrico salen de las cargas "+" y entran a los "-"

b) $|\vec E| \propto$ # lineas de campo electrico

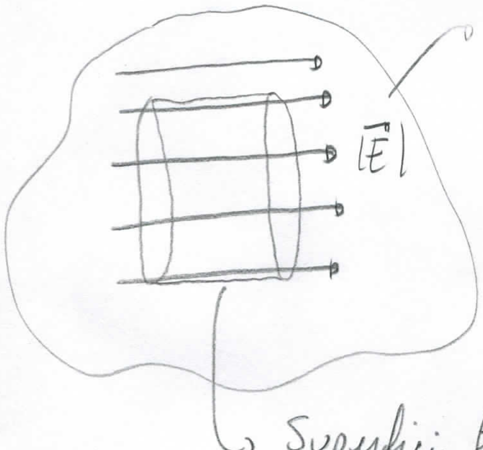
$$|\vec E_2| > |\vec E_3| > |\vec E_1|$$

Los campos Electricos cumplen con el principio de superposición

$$\vec E_T = \sum_{i=1}^{n} \vec E_i$$

Ejer. 22.11 ③

$\vec{E}$ Uniforme



Superficie Gaussiana

$$\Phi_E = \frac{q_{enc}}{\varepsilon} \Rightarrow \Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Φ_E = # Lineas que entran − # lineas que salen de la superficie Gaussiana

$$\Phi_E = 0$$

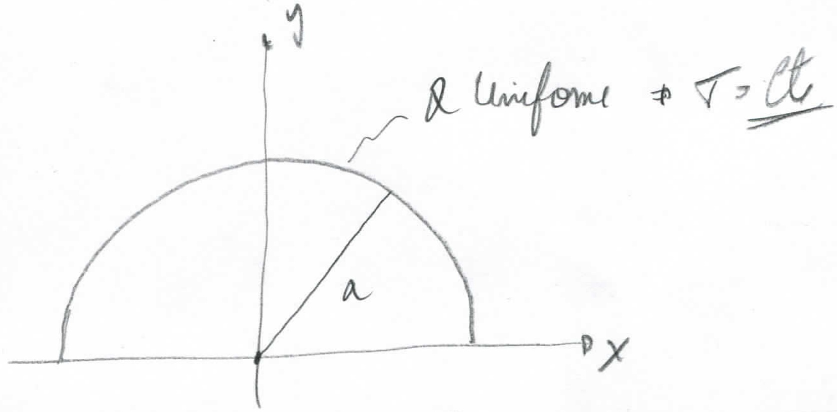
$$\Phi_E = 0 = \frac{q_{enc}}{\varepsilon} \Rightarrow q = \rho V \Rightarrow dq_{enc} = \rho dV \Rightarrow q_{enc} = \int_V \rho dV$$

$0 \times \varepsilon = \int_V \rho dV \Rightarrow 0 = \int \rho dV$ Como la integral siempre da cero

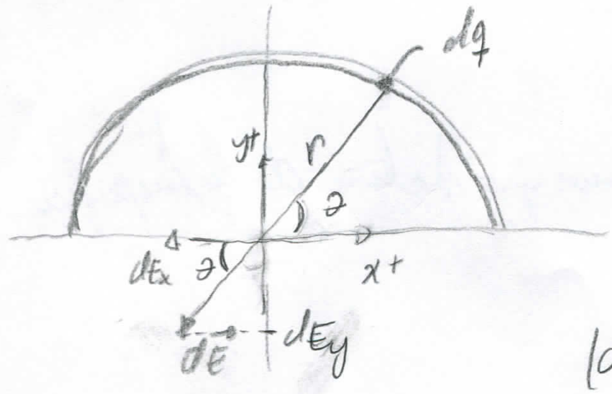
$$\rho = 0$$

Si no hay cargas en la región de interes $\Phi_E = 0$ No significa que $\vec{E} = \vec{0}$

Problema 11 Ejer. 21.96



El semi circulo se puede dividir en infinitos hilos de carga:



$$|d\vec{E}| = \frac{K\,dq}{r^2} \Rightarrow \lambda = \frac{q}{L} = \lambda = \frac{dq}{dL}$$

↳ arco

$dL = r\,d\theta$

↳ $dq = \lambda\,dL$

$dq = \lambda r\,d\theta$

$$|d\vec{E}| = \frac{K(\lambda r\,d\theta)}{r^2}$$

$$dE_y = |d\vec{E}|\sin(\theta)$$

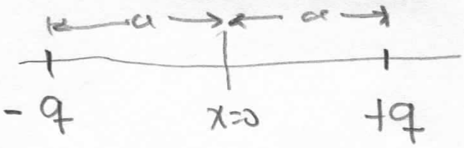
$dE_x = |d\vec{E}|\cos(\theta)$ → Por la simetría del problema = Cero!

$$dE_y = \frac{K\lambda}{r}\sin(\theta)\,d\theta \Rightarrow E_y = \frac{K\lambda}{a}\int_0^{\pi}\sin(\theta)\,d\theta = \frac{K\lambda}{a}\Big[-\cos(\theta)\Big]_{\theta=0}^{\theta=\pi}$$

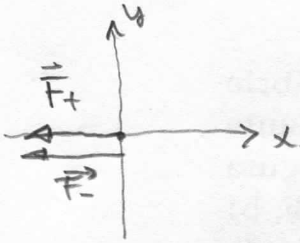
$$E_y = \frac{K\lambda}{a}\Big[-\cos(\pi)+\cos(0)\Big] = E_y = \frac{2K\lambda}{a} = \frac{2KQ}{a^2} = \frac{2KQ}{r^2}$$ esto es solo para un hilo de carga

Soluciones

21.48



En $x=0$ se asume una carga de prueba q_0 sobre la cual se tiene el siguiente diagrama vectorial.



luego $\vec{F} = -\vec{F}_+ - \vec{F}_- = -2\vec{F}_+ = -2\vec{F}_-$.

luego $\vec{F} = -\dfrac{2kqq_0}{a^2}\hat{\imath}$ como $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$.

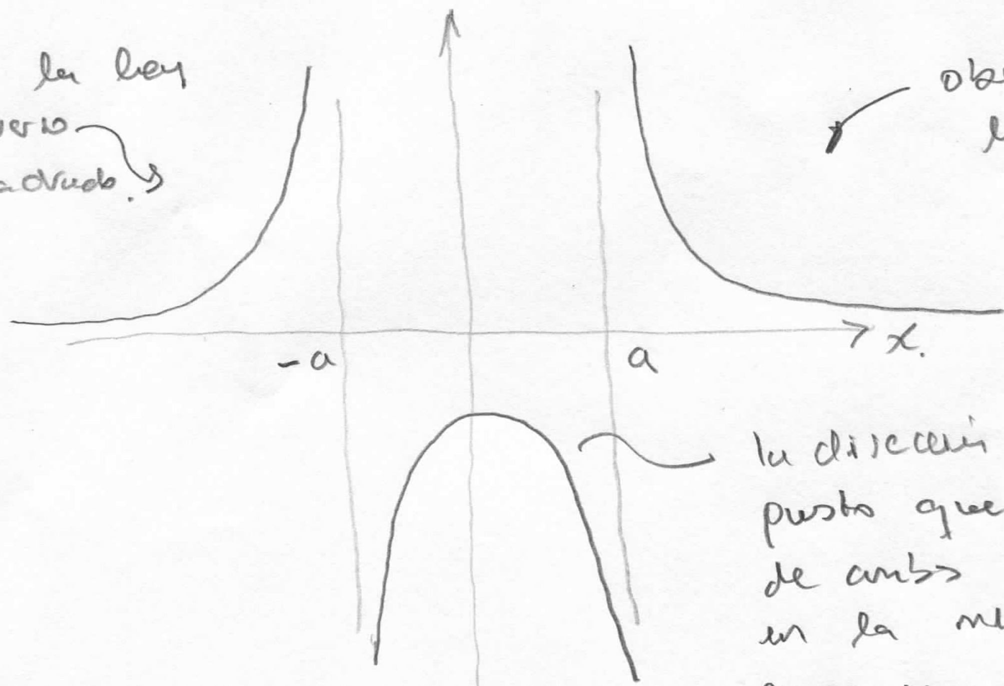
luego $\vec{E} = -\dfrac{2kq}{a^2}\hat{\imath}$.

Ahora para un $x<a$ se tiene que.

$$E_x = k\left(\frac{-q}{(a+x)^2} - \frac{q}{(a-x)^2}\right)$$

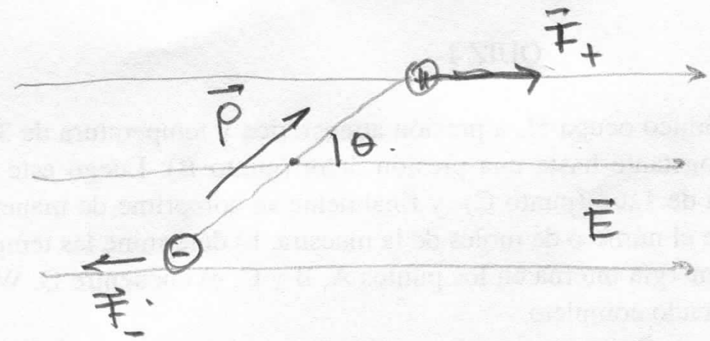
Obedece la ley del inverso al cuadrado.

obedece la ley del inverso al cuadrado



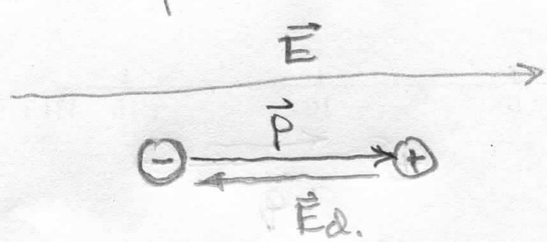
la dirección es negativa. puesto que los campos de ambas cargas están en la misma dirección como se mostró arriba!

21.69. En general se tiene un campo eléctrico constante



por definición se tiene que $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$, donde $|\vec{\tau}| = pE \operatorname{sen}\theta$. Entonces el par de torsión es nulo en las orientaciones en que $\operatorname{sen}\theta$ toma el valor mínimo, es decir $0°$ y $180°$.

→ donde la orientación estable estará dada cuando $\theta = 0°$. ya que una perturbación muy leve sobre el sistema hará que el dipolo se mantenga alineado con el campo.

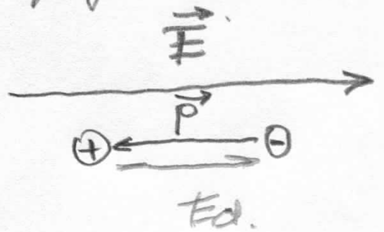


es decir $\vec{E} \parallel \vec{p}$.

$\vec{E}$ anti $\parallel$ con $\vec{E}_d$

Con $\vec{E}_d$: campo del dipolo.

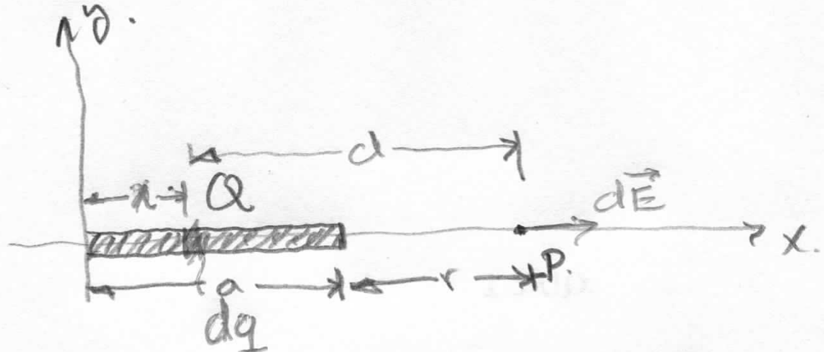
→ la orientación inestable es aquella en la que $\theta = 180°$ ya que una perturbación muy leve sobre el sistema cambia la configuración de este en $180°$.



luego $\vec{E}$ anti $\parallel$ $\vec{p}$.

$\vec{E} \parallel \vec{E}_d$.

$\boxed{21.89}$



Para este caso se tiene que $\vec{E} = k\int \frac{dq}{d^2}\,\hat{\imath}$.

Luego. $E = k\int \frac{dq}{d^2}$ donde $dq = \frac{Q}{a}dx$.

$E = \frac{kQ}{a}\int_0^a \frac{dx}{(a+r-x)^2}$. sea $u = a+r-x$. , luego.
$du = -dx$.

$E = -\frac{kQ}{a}\int_0^a u^{-2}du = \frac{kQ}{a}\left[\frac{1}{a+r-x}\right]_0^a = \frac{kQ}{a}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{a+r}\right]$.

lo cual haciendo $a+r = x$. se escribe como.

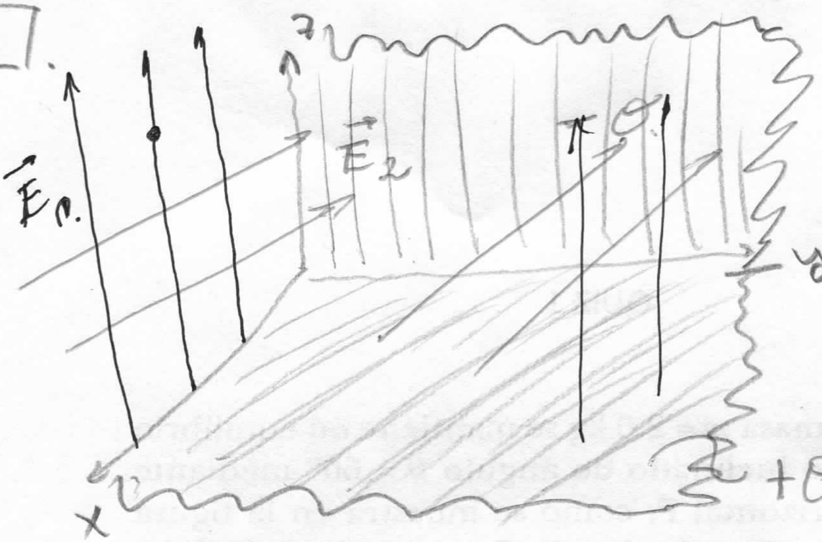
$E = \frac{kQ}{a}\left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x}\right)$. Como $\vec{F} = q\vec{E}$

$\vec{F} = k\frac{qQ}{a}\left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x}\right)\hat{\imath}$. , ahora para $x \gg a$.

Se tiene que $F = \frac{kqQ}{a}\left(\frac{\cancel{x} - \cancel{x} + a}{x(x-a)}\right) = kqQ\left(\frac{1}{x(x-a)}\right)$

$F = \frac{kqQ}{x^2}\left(\frac{1}{1-\cancel{a/x}^{\,0}}\right) \simeq \frac{kqQ}{x^2}$.

21.103



donde $\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k}$ $\wedge$ $\vec{E}_2 = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{i}$.

Por principio de superposición $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\hat{i} + \hat{k}\right).$$