(1) Nos interesa comparar el calor que puede ceder el agua caliente (si llegara a 0°C) y el calor que se necesita para llevar el hielo a 0°C y volverlo líquido.

Q_1 (calor para llevar el hielo de -30°C a 0°C)

$$Q_1 = mc\Delta T = 0.1\,kg \cdot 2144\,J/kg\,K \cdot 30K$$
$$= 6432\,J$$

Q_2 (calor para derretir completamente el hielo)

$$Q_2 = mL = 0.1\,kg\;334000\,J/kg$$
$$= 33400\,J$$

Q_3 (calor que cede el agua de 90°C a 0°C)

$$Q_3 = mc\Delta T = 0.8\,kg \cdot 4190\,J/kg \cdot K \cdot 90\,K$$
$$= 301680\,J$$

Se tiene que $Q_3 > Q_1 + Q_2$ así que $\boxed{\text{sí}}$ sería posible derretir el hielo por completo.

(2) El calor que cede el aluminio debe ser tomado por el agua, así que:

$$Q_{Al} + Q_{H_2O} = 0$$

$$m_{Al} C_{Al} (T_f - T_{iAl}) + m_{H_2O} C_{H_2O} (T_f - T_{iH_2O}) = 0$$

Se tiene $4m_{Al} = m_{H_2O}$ $\qquad C_{Al} = 5C_{H_2O}$

$$\frac{\cancel{m_{H_2O}}}{4} 5 \cancel{C_{H_2O}} (T_f - T_{iAl}) + \cancel{m_{H_2O}}\,\cancel{C_{H_2O}} (T_f - T_{iH_2O}) = 0$$

$$\frac{5}{4}(T_f - T_{iAl}) + (T_f - T_{iH_2O}) = 0$$

$$\frac{9}{4} T_f = T_{iH_2O} + \frac{5}{4} T_{i,Al} \qquad T_f = \frac{4}{9} T_{i,H_2O} + \frac{5}{9} T_{i,Al} \qquad \boxed{T_f = 52°C}$$

(3) La temperatura inicial del gas en el primer recipiente es $T_1 = 300\,K$

En el segundo recipiente hay el doble de moles, así que $T_2 = 600\,K$

La temperatura final es de $800\,K$

El gas monoatómico necesita

$$Q_1 = n\, C_{v,1}\, \Delta T_1 \qquad C_{v,1} = \frac{3}{2} R \qquad \Delta T_1 = 500\,K$$

El gas diatómico necesita

$$Q_2 = 2n\, C_{v,2}\, \Delta T_2 \qquad C_{v,2} = \frac{5}{2} R \qquad \Delta T_2 = 200\,K$$

comparando:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n\, C_{v,1}\, \Delta T_1}{2n\, C_{v,2}\, \Delta T_2} = \frac{3/2\, R \cdot 500\,K}{5/2\, R\; 200\,K} = \frac{15}{10} = 1.5$$

$Q_1 > Q_2$ esto quiere decir que el segundo recipiente necesita menos calor y llega primero a la temperatura deseada.

(4) En el modelo cinético molecular del gas ideal se puede escribir el número de colisiones en un área A, en un intervalo de tiempo Δt como:

$$N_c = \frac{1}{2} \frac{N}{V} A\, v_x\, \Delta t$$

Donde v_x es la velocidad rms unidimensional.

En este modelo $v_x \propto \sqrt{T}$, así que

$$N_c \propto \frac{1}{2} \frac{N}{V} A \sqrt{T}\, \Delta t$$

En el primer caso:

$$N_{c,1} \propto \frac{\sqrt{T_1}}{V_1}$$

En el segundo caso:

$$N_{c,2} \propto \frac{\sqrt{T_2}}{V_2}$$

así que

$$\frac{N_{c,1}}{N_{c,2}} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1/4}} \frac{3V_1}{V_1} = 6$$

El número de colisiones [illegible] 6 veces

(5) (a) $Q = nC_p \Delta T$ en este caso.

Con la ecuación de estado tenemos que $PV = nRT$, y con P=cte.

$PdV = nRdT$ $\qquad dV \propto dT$. Un aumento en un factor 2 del volumen implica que la temperatura aumenta el mismo factor, así que $T_f = 2T_i$, con $T_i = 273K$. $\Delta T = 273K$.

$$Q = 1\,mol \cdot \frac{7}{2} R \cdot 273\,K = 1\,mol \cdot \frac{7}{2} \cdot 8.31 \frac{J}{mol\,K} \cdot 273\,K = \boxed{7.9 \times 10^4 J}$$

(b) A partir de la primera ley de la termodinámica:

$\Delta U = Q - W \qquad W = Q - \Delta U$, con $\Delta U = nC_v \Delta T$

$$W = nC_p \Delta T - nC_v \Delta T$$
$$= n(C_p - C_v)\Delta T$$
$$= nR\Delta T = 1\,mol \cdot 8.31 \frac{J}{mol\,K} \cdot 273\,K = \boxed{2.2 \times 10^3 J}$$

(6) (a) Por definición de un proceso a V constante

$$\boxed{Q_H = n C_v (T_3 - T_2)}$$

(b) Por definición de un proceso a V constante

$$\boxed{Q_L = n C_v (T_1 - T_4)}$$

(c)
$$e = 1 + \frac{Q_H}{Q_L} = 1 + \frac{\cancel{n C_v}(T_3 - T_2)}{\cancel{n C_v}(T_1 - T_4)} = \boxed{1 - \left(\frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1}\right)}$$

Para que con $T_3 > T_2$, $T_4 > T_1$ siempre sean positivas las diferencias

(d) En un proceso adiabático. $TV^{\gamma-1} = cte$, así que

$T_3 V_2^{\gamma-1} = T_4 V_1^{\gamma-1} \qquad T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ restando una de la otra:

$$(T_3 - T_2) V_2^{\gamma-1} = (T_4 - T_1) V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\boxed{e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

(2) El calor específico se define como:

(a)
$$Q = n C_q \Delta T \quad \rightarrow \quad C_q = \frac{Q}{n\Delta T}$$

Por la primera Ley: $\Delta U = Q - W$

donde $\Delta U = n C_v \Delta T$ y $W = \int_i^f P dV$.

La pregunta es: ¿cómo calcular $\int P dv$?

Por la condición del problema:

$$PV^q = cte, \text{ así que } \quad P q V^{q-1} dV + V^q dP = 0$$

esto da: $\underline{-q P dV = V dP}$

Por otro lado la ecuación de estado dice.

$$PV = nRT, \quad \text{así que} \quad PdV + VdP = nRdT$$

Reemplazando VdP tengo:

$$PdV - q PdV = nRdT$$

$$(1-q) PdV = nRdT \quad , \quad PdV = \frac{nR}{1-q} dT$$

así puedo expresar el trabajo como:

$$W = \int_i^f PdV = \int_i^f \frac{nR}{1-q} dT = \frac{nR}{1-q} \Delta T$$

Ahora:
$$C_q = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{\Delta U + W}{n\Delta T} = \frac{nC_v \Delta T + \frac{nR}{1-q}\Delta T}{n\Delta T} = c_v + \frac{R}{1-q}$$

$$\rightarrow C_q = \frac{3}{2}R - \frac{1}{1-q}R \qquad \boxed{C_q = \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{1-q}\right) R}$$

(b) $q = 1$, caso isotérmico, da C_q infinito

(c) $q = 5/3$, caso adiabático, da $C_q = 0$