Solución Parcial 2 Física II. 2014-20.

(1) $dS = \frac{dQ}{T}$ $\quad dQ = mc\,dT$ para un cambio infinetesimal de T.

$dS = mc\frac{dT}{T}$ $\quad \Delta S = mc\int_{T_i}^{T_f}\frac{dT}{T} = mc\ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$ para cada metal.

Ya que las masas y c son iguals la temperatura de equilibrio es 37°C. De esta manera

$$\Delta S_{total} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{i,1}}\right) + mc\ln\left(\frac{T_f}{T_{i,2}}\right)$$

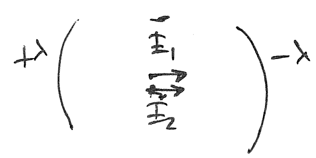
$$= mc\ln\left(\frac{T_f^{\,2}}{T_{i,1}\cdot T_{i,2}}\right) = mc\ln\left(\frac{(310\,K)^2}{(300K)(320K)}\right) = \boxed{mc\ln\left(\frac{961}{960}\right)}$$

$\boxed{c}$

(2) La eficiencia es $e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{20\cancel{0}K}{40\cancel{0}\cancel{0}K} = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$

Por definición $e = \frac{W}{Q_H}$ $\quad W = e\cdot Q_H = \frac{19}{20}\times 400\,J = \boxed{380\,J}$ $\quad \boxed{c}$

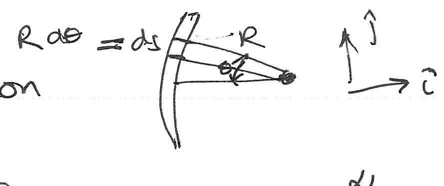
(3)



$\vec{E}_1$ es el campo producido por $+\lambda$ y ~~$-\lambda$ es el~~
$\vec{E}_2$ " " " " " $-\lambda$. Así que el campo es diferente de cero en el centro.
La magnitud debería ser 2 veces la magnitud de uno de los dos campos.

Para $\vec{E}_1$ se puede estimar:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2} = k_e\int\frac{\lambda\,ds}{R^2}\,\hat{\imath}\cdot\cos\theta \quad \text{con}$$

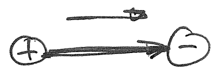


con $ds = R\,d\theta$ $\quad |\vec{E}_1| = k_e\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\frac{\lambda R\,d\theta}{R^2}\cdot\cos\theta = \frac{k_e\lambda}{R}\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2}\cos\theta\,d\theta$

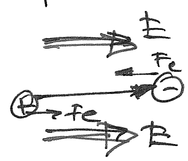
Lo importante es que el campo es proporcional a λ e inversamente proporcional a R. Se puede ver entonces que el campo de la configuración A es $|E_A| \propto \frac{\lambda}{R}$, mientras que $|E_B| \propto \frac{\lambda}{2R}$, así que $\boxed{|E_B| < |E_A|}$

$\boxed{\text{Respuesta } b}$

(4) Con la definición el dipolo se marca así:

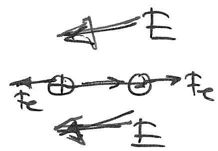


En un campo eléctrico como el siguiente

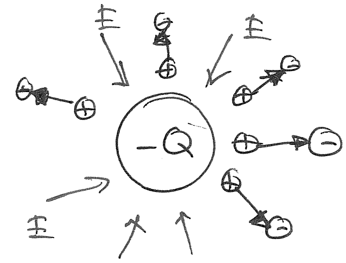


El dipolo es inestable porque las fuerzas $\vec{F_e}$ tienden a dar un torque neto.

En un campo

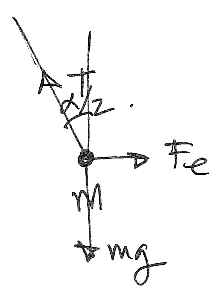


El dipolo es estable. Así que deberían orientarse



$$\boxed{\text{Respuesta (b)}}$$

(5) Para cada masa:



Por equilibrio de fuerzas:

$$T \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = F_e \quad , \quad F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(2l\sin\frac{\alpha}{2})^2}$$

$$T \cdot \cos\frac{\alpha}{2} = mg$$

$$\frac{\cancel{T} \cdot \sin\alpha/2}{\cancel{T} \cdot \cos\alpha/2} = \frac{F_e}{mg} \qquad \tan\frac{\alpha}{2} = \frac{F_e}{mg}$$, remplazando F_e

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}{mg}$$

$$\boxed{\tan\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4l^2mg}}$$

De esta manera

$$E \cdot 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}\left(\frac{a}{2}\right)^3 \frac{2Q}{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi} R^3}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q}{R^3}\cdot\frac{(a/2)^3}{(a/2)^2}$$

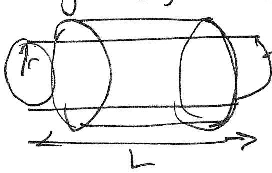
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cancel{2}Q}{R^3}\frac{a}{\cancel{2}} \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}a$$

Así

$$|F_1| = |F_2| \qquad \frac{\cancel{1}}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}\frac{Q^{\cancel{2}}}{a^2} = \cancel{Q}\cdot\frac{\cancel{1}}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}}\frac{\cancel{Q}}{R^3}a$$

$$a^3 = R^3 \qquad \boxed{a = R}$$

(8) Por Gauss; tomo una superficie gaussiana cilíndrica:

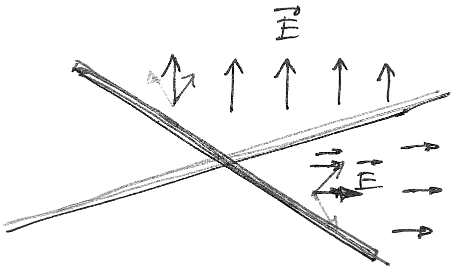


El campo debe ir en la dirección radial por simetría, así que:

$$\underbrace{|E|\cdot 2\cancel{\pi}\cancel{r}\cancel{L}}_{\text{flujo}} = \underbrace{\frac{\rho\cdot 4\cancel{\pi} r^{\cancel{2}}\cancel{L}}{\varepsilon_0}}_{Q_{in}/\varepsilon_0}$$

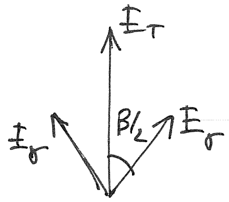
$$|E| = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}r. \qquad \boxed{\vec{E} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r\,\hat{r}}$$

6 a



los campos son constantes en ambas regiones.

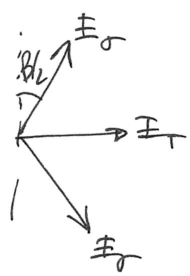
b Para la region I



$$E_T = 2\cdot\cos\frac{\beta}{2}\cdot E_\sigma \quad \text{con} \quad E_\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E_T = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cos\frac{\beta}{2}}$$

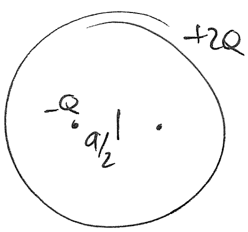
Para la region II



$$E_T = 2\cdot\sin\frac{\beta}{2}\cdot E_\sigma$$

$$\boxed{E_T = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\sin\frac{\beta}{2}}$$

7



Para una carga $-Q$ ubicado en el radio $a/2$ deben haber dos fuerzas en equilibrio

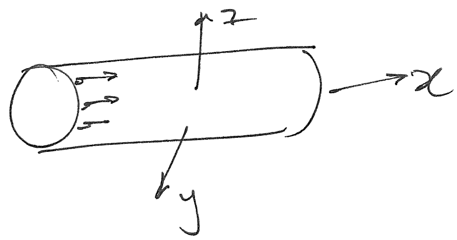
$$|F_1| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q^2}{(a)^2}$$ y la fuerza por el campo de la esfera:

$$|F_2| = QE.$$

Para encontrar E uso ~~teorema~~ la ley de Gauss:

$$\underbrace{E\cdot 4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2}_{\text{flujo}} = \underbrace{\frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3\rho}{\varepsilon_0}}_{Q_{in}/\varepsilon_0} \quad \text{donde} \quad \rho = \frac{2Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

(9) Definiendo las siguientes coordenadas:



Todos los electrones tienen velocidad inicial $v = v_0 \hat{i}$.
Y la fuerza se puede escribir como:

$$\vec{F} = -q_0 \vec{E}$$, con el resultado del punto anterior,

$$\vec{F} = -\frac{q_0 \rho}{2\varepsilon_0} z \hat{k}$$

así que en $\hat{k}$ tengo una fuerza, pero en $\hat{i}$ y $\hat{j}$ ninguna, el electrón se mueve con v = constante en x. En y no tengo ningún movimiento

Pero en z tengo:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{q_0 \rho}{2\varepsilon_0} z$$

esta es la ecuación de un movimiento armónico simple con frecuencia angular $\boxed{\omega = \frac{q_0 \rho}{2\varepsilon_0 m}}$

El movimiento cualitativo será entonces