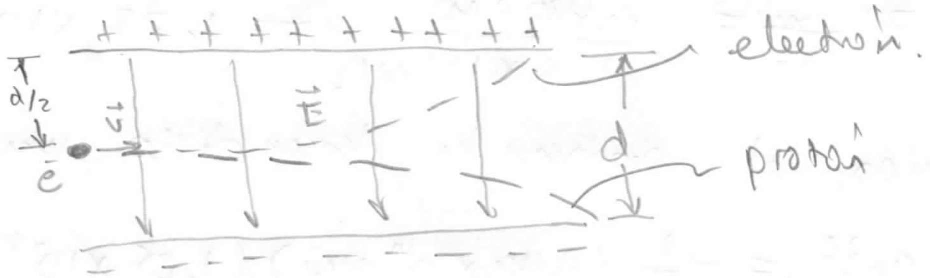
Soluciones

21.35 ⓐ



La fuerza que actúa sobre el electrón va dirigida hacia la placa positiva donde $\vec{F} = q\vec{E}$.

Por la segunda ley de Newton se tiene que.

$$F = ma = qE \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

Debido a que la trayectoria es semiparabólica puesto que el campo es constante y solo hay una componente en la velocidad, se tiene que.

$$x = V_0 t \quad y \quad y = \frac{1}{2}at^2, \text{ luego } t = \frac{x}{V_0}.$$

$$y = \frac{a}{2}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 \Rightarrow a = \frac{2yV_0^2}{x^2} = \frac{qE}{m}, \text{ luego.}$$

$$E = \frac{2myV_0^2}{qx^2} = \frac{2m_e(d/2)V_0^2}{qx^2}$$

Reemplazando los valores numéricos, se tiene que.

$$E = \frac{2(9{,}11\times10^{-31}\,kg)\left(\frac{1\times10^{-2}\,m}{2}\right)\left(1.6\times10^{6}\,m/s\right)^2}{(1.6\times10^{-19}\,C)(2\times10^{-2}\,m)^2}$$

$$E = 364\ N/C.$$

ⓑ

$$a_p = \frac{q_p E}{m_p} = \frac{(1.6\times10^{-19}\,C)(364\,N/C)}{(1.67\times10^{-27}\,kg)} = 3.49\times10^{10}\,m/s^2.$$

Ahora como el protón tiene la misma velocidad inicial, le toma el mismo tiempo atravesar las placas, y luego.

$$t = \frac{x}{v_0} = \frac{0.0200\,m}{1.6 \times 10^6\,m/s} = 1.25 \times 10^{-8}\,seg.$$

Para este tiempo el protón ha descendido una distancia.

$$y = -\frac{1}{2} a_p t^2 = -\frac{1}{2}(3.49 \times 10^{10}\,m/s^2)(1.25 \times 10^{-8}\,seg)^2.$$

$$y = 2.73 \times 10^{-6}\,m.$$

ⓒ Las trayectorias son opuestas debido a que la fuerza sobre el protón es hacia la placa negativa y sobre el electrón hacia la placa positiva. Además debido a que las aceleraciones son diferentes, el protón no toca la placa inferior puesto que su masa es mayor y la deflexión horizontal es menor.

ⓓ Los efectos de gravedad son ignorables puesto que para un electrón cerca de la superficie terrestre se tiene que:

$$F_g^{e^-} = G\frac{m_e m_T}{r^2} = \frac{(6.7 \times 10^{-11}\,\frac{N \cdot m^2}{kg^2})(9.11 \times 10^{-31}\,kg)(5.98 \times 10^{24}\,kg)}{(6.37 \times 10^6)^2}.$$

$$F_g^{e^-} = 9 \times 10^{-30}\,N.$$

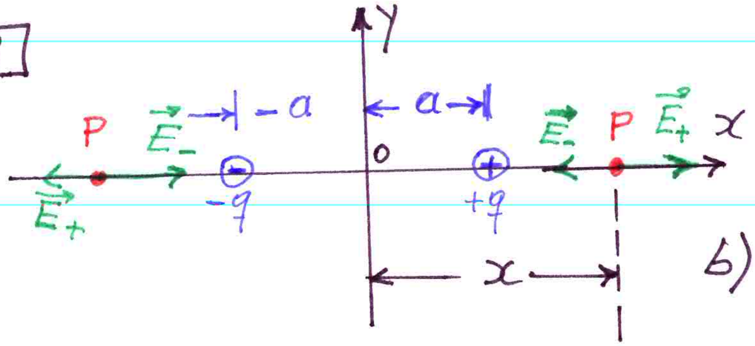
$$F_g^{p} = 1.65 \times 10^{-26}\,N.$$

Comparada con la fuerza que ejerce el campo eléctrico que es $F_e^{-e} = m_e a_e = 5.83 \times 10^{-17}\,N$

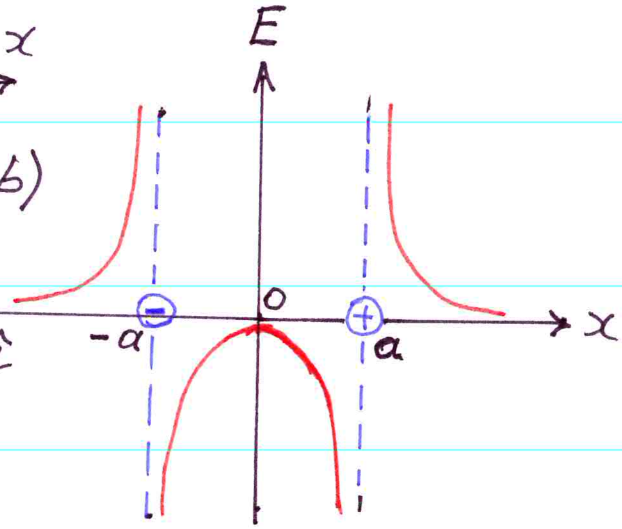
$$F_e^{p} = m_p a_p = 5.82 \times 10^{-17}\,N.$$

$$\Rightarrow F_e^{e^-} > F_g^{e^-} \quad \wedge \quad F_e^{p} > F_g^{p}.$$

3. $\boxed{21.48}$



b)



Para $x > a$: $\vec{E} = kq\left[\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right]\hat{i}$

$+q$: $(x-a)$

$-q$: $x-(-a) = (x+a)$

Para $-a < x < a$: $\vec{E} = -kq\left[\frac{1}{(x-a)^2} + \frac{1}{(x+a)^2}\right]\hat{i}$

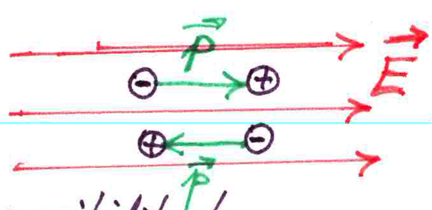
para $x < -a$: $\vec{E} = kq\left[\frac{1}{(a-x)^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right]\hat{i}$

a) En $x = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\vec{E}_+ = -\vec{E}_-}$ por tanto el campo neto es cero

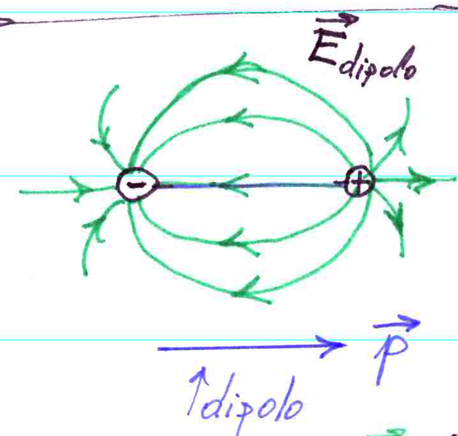
$\boxed{\vec{E}_T = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 0}$

---

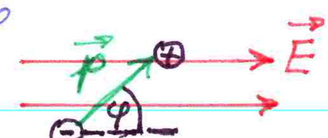
6. $\boxed{21.69}$ a)



c)



* Con estas dos posibilidades el torque neto es cero, esto es, cuando los dipolos están alineados con el campo eléctrico.



b) Cuando el dipolo está en la dirección del campo el sistema se encuentra en su estado estable. Para una pequeña rotación del dipolo, éste tiende a orientarse en la dirección del campo $\vec{E}$.

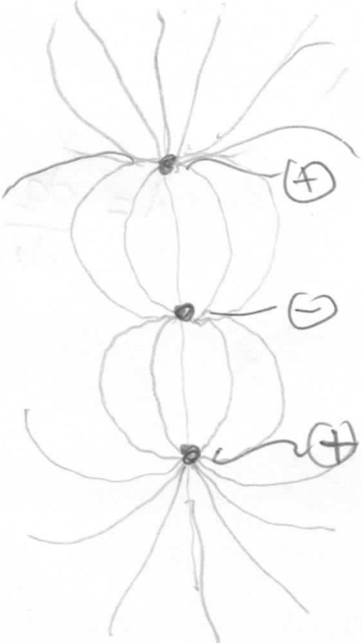
$\varphi = 0$

$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

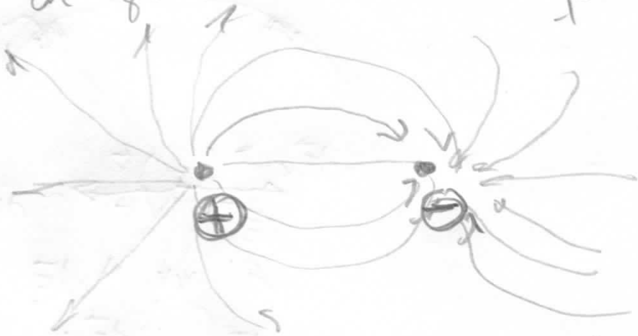
$U = -\vec{p}\cdot\vec{E} = \underset{\uparrow\, U_{min.}}{-pE} \Rightarrow$ equilibrio estable

* Para el caso opuesto, $\varphi = \pi$, $\Rightarrow U = +pE$ (máximo) $\Rightarrow$ equilibrio inestable. Para una pequeña rotación del dipolo, éste tiende a orientarse en dirección opuesta al campo $\vec{E}$.

21.62



En general se tiene que.



las lineas salen de las cargas positivas a las negativas luego, superior es (+) la del medio (−) y la inferior positiva

La magnitud del campo es proporcional al número de lineas de campo, es decir que es mas intenso donde hay mayor número de lineas de campo.

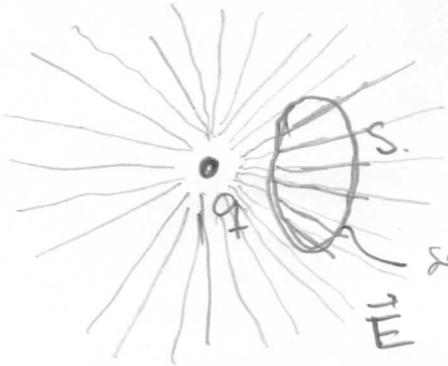
22.11

(a) Para una región del espacio donde E es uniforme se tiene que el numero de líneas que entran es igual al número de lineas que salen lo que implica que el flujo es cero, luego.

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{a} = 0 = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\int \rho\, dv}{\varepsilon_0}$$

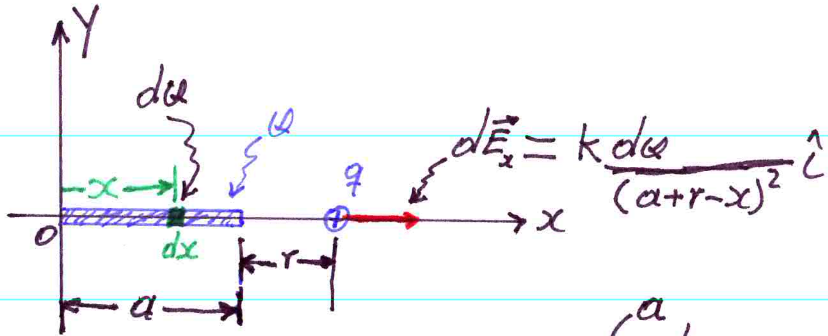
luego $\rho = 0$.

(b). Si no hay carga, no implica que el campo eléctrico sea uniforme..



sobre esta superficie el campo eléctrico $\vec{E}$ no es uniforme.

9. $\boxed{21.89}$



a) $dQ = \lambda\, dx = \dfrac{Q}{a}\, dx$

$\lambda = \dfrac{Q}{a}$ densidad lineal de carga.

$$d\vec{E}_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a}\frac{dx}{(a+r-x)^2}\hat{\imath} \Rightarrow \vec{E}_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_0^a \frac{dx}{(a+r-x)^2}\hat{\imath}$$

Hacemos $u = a+r-x$

$du = -dx \Rightarrow dx = -du$

$$\Rightarrow \vec{E}_x = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{(a+r)}^{r}\frac{du}{u^2}\hat{\imath} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[-\frac{1}{u}\right]_{(a+r)}^{r}\hat{\imath}$$

$$\vec{E}_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{a+r}\right]\hat{\imath} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{a}}\left[\frac{\cancel{a}}{r(a+r)}\right]\hat{\imath}}$$

$$\boxed{\vec{E}_y = 0}$$

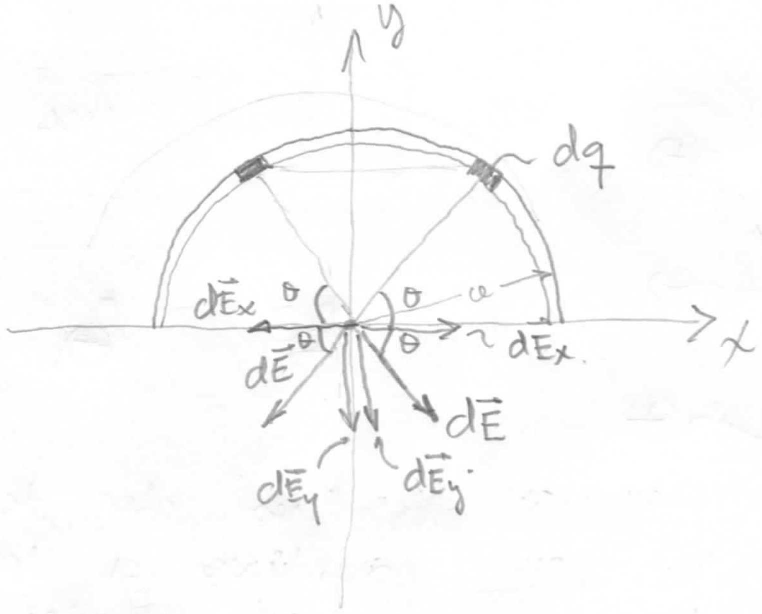
b) $\vec{F} = q\vec{E}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 \cancel{a}}\left[\frac{\cancel{a}}{r(a+r)}\right]\hat{\imath}}$$

c) si $r \gg a \Rightarrow a + r \approx r \Rightarrow \boxed{\vec{F} = \dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\imath}}$

Cuando la carga q está muy lejos de la varilla de carga Q, ésta se comporta (o se vé) como una carga puntual.

21.96



$\lambda = \frac{dq}{dl} = cte$

por simetría los componentes horizontales se cancelan, luego.

$$d\vec{E} = \cancel{dE_x \hat{\imath}} + dE_y \hat{\jmath}.$$

$$d\vec{E} = -dE_y \hat{\jmath}, \text{ luego.}$$

$$dE = dE \,\text{sen}\theta = \frac{k\,dq}{r^2}\,\text{sen}\theta = \frac{k\,\lambda\,dl}{r^2}\,\text{sen}\theta.$$

$$\int dE = \frac{k\lambda}{a^2}\int dl\,\text{sen}\theta \quad \text{pero} \quad \boxed{dl = a\,d\theta} \quad \text{luego}$$

$$E = \frac{k\lambda}{a^2}\int_0^{\pi} a\,\text{sen}\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{a}\int_0^{\pi}\text{sen}\theta\,d\theta.$$

$$E = \frac{k\lambda}{a}\left[\cos\theta\right]_{\pi}^{0} = \frac{2k\lambda}{a} \quad \text{luego.}$$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{2k\lambda}{a}\hat{\jmath}}$$

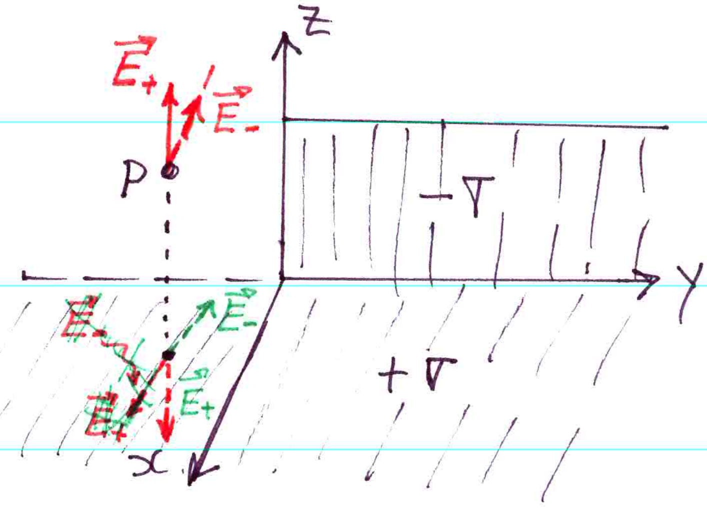
12. $\boxed{21.103}$

$$\vec{E}_+ = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} \quad \text{para } z>0$$

$$\vec{E}_+ = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{k} \quad \text{para } z<0$$

$$\vec{E}_- = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath} \quad \text{para } z>0$$

$$\vec{E}_- = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{\imath} \quad \text{para } z<0$$



$$\boxed{\begin{aligned} \vec{E}_T &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\hat{k} - \hat{\imath}\right) \quad \text{para } z>0 \\ \vec{E}_T &= \vec{E}_+ + \vec{E}_- = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\hat{\imath} + \hat{k}\right) \quad \text{para } z<0 \end{aligned}}$$

El campo neto es independiente de la componente en y, para cualquier sitio del punto P.