

2026 MCM

问题 C：与群星同“数”



《与星共舞》(Dancing with the Stars, DWTS)是英国节目《舞动奇迹》(Strictly Come Dancing, 最初名为 Come Dancing) 的美国版国际电视特许经营节目。该节目的版本已在阿尔巴尼亚、阿根廷、澳大利亚、中国、法国、印度和许多其他国家播出。美国版 (本题关注对象) 已播出 34 季。

名人与专业舞者搭档，每周表演舞蹈。专家评审团为每对选手的舞蹈打分，粉丝则（通过电话或网络）为他们该周最喜欢的选手投票。粉丝可以投票一次或多次，上限为每周公布的次数。此外，粉丝是为了他们希望留下的明星投票，而不能投票淘汰某位明星。评审分数和粉丝投票被合并，以决定该周淘汰哪一对选手（合并得分最低者）。三对（某些季度更多）选手进入决赛，在总决赛当周，粉丝和评审的综合得分用于将他们从第 1 名排名到第 3 名（或第 4 名、第 5 名）。

粉丝投票和评审分数的合并方法有很多种。在美国版的前两季中，合并是基于排名。第 2 季的困扰（源于名人选手 Jerry Rice 尽管评审分数很低却成为了决赛选手），导致节目改为使用“百分比”而非“名次”。附录中提供了这两种方法的示例。

在第 27 季，发生了另一起“争议”，名人选手 Bobby Bones 尽管评审分数持续低迷却赢得了冠军。作为回应，从第 28 季开始，对淘汰过程进行了轻微修改。倒数两名选手是通过合并评审分数和粉丝投票确定的，然后在直播节目中，评审投票选择淘汰这两名中的哪一位。大约在同一季，制作人也恢复了使用排名

法来合并评审分数和粉丝投票，就像第一季和第二季那样。确切发生变化的季度不得而知，但假设是第 28 季是合理的。

评审分数旨在反映哪些舞者在技术上更好，尽管对于什么让舞蹈更好存在一些主观性。粉丝投票可能更加主观，受舞蹈质量的影响，但也受名人的受欢迎程度和魅力的影响。节目制作人实际上可能在某种程度上更喜欢意见和投票的冲突，因为这种情况会提升粉丝的兴趣和兴奋度。

提供了带有评审分数和选手信息的数据，如下所述。您可以自行选择包含额外信息或其他数据，但必须完整记录来源。使用这些数据完成以下工作：

- 开发一个（或多个）数学模型，为每位选手在他们参赛的几周内生成**估计的粉丝投票数**（该数据未知且被严格保密）。
 - 您的模型是否正确估计了粉丝投票，从而导致结果与每周被淘汰的人选一致？请提供一致性的衡量标准。
 - 您生成的粉丝投票总数估计具有多大的确定性？这种确定性是否对不同参赛者/不同周次始终相同？请给出确定性的度量指标。
- 将您估计的粉丝投票与其余数据结合，完成如下内容：
 - 比较和对比节目使用的两种合并评审和粉丝投票的方法（即排名和百分比）在各季中的结果（即对每一季应用这两种方法）。如果结果存在差异，是否有一种方法似乎比另一种方法更偏向粉丝投票？
 - 检查应用于特定名人的两种投票方法，这些名人存在“争议”，即评审和粉丝之间存在分歧。选择合并评审分数和粉丝投票的方法是否会导致这些选手中的每一位得到相同的结果？加入评审选择淘汰倒数两对中哪一对的额外方法将如何影响结果？您可能会考虑的一些例子（您也可能发现了其他例子）：
 - 第 2 季 - Jerry Rice，尽管在 5 周内评审分数最低，却是亚军。
 - 第 4 季 - Billy Ray Cyrus 获得了第 5 名，尽管在 6 周内评审分数垫底。
 - 第 11 季 - Bristol Palin 获得了第 3 名，有 12 次评审分数最低。
 - 第 27 季 - Bobby Bones 尽管评审分数持续低迷却赢得了冠军。

- 基于您的分析，摸摸会推荐在未来的季度中使用哪种方法，为什么？您会建议包含评审从倒数两对中选择的额外方法吗？
- 使用包含您的粉丝投票估计值的数据，开发一个模型来分析各种专业舞者的影响以及数据中可用的名人特征（年龄、行业等）。这些因素对名人在比赛中的表现有多大影响？它们对评审分数和粉丝投票的影响方式相同吗？
- 提出一种您认为更“公平”（或其他意义上更“好”，例如让粉丝觉得节目更兴奋）的每周投票与评分合并系统。请论证并支持为何节目制作方应采纳您的方法。

您的 PDF 解决方案应包含以下内容，总页数不超过 25 页：

- 一页摘要；
- 目录；
- 完整的解决方案；
- 参考文献清单；
- [AI 使用报告](#) ((如已使用，不计入 25 页限制))。

注意：完整的 MCM 提交没有具体要求的最小页面长度。您可以使用最多 25 页的总页面数，包括所有解决方案工作和任何您希望包含的额外信息（例如：图纸、图表、计算、表格）。部分解决方案也是可以接受的。我们允许谨慎使用 AI，如 ChatGPT，尽管这并不是解决该问题的必要条件。如果您选择使用生成性 AI，您必须遵循 [COMAP AI 使用政策](#)。这将导致您必须在 PDF 解决方案文件的末尾添加一个 AI 使用报告，并且该报告不计入您解决方案的 25 页总限制。

数据文件：[2026_MCM_Problem_C_Data.csv](#) - 第 1-34 季的选手信息、结果和每周评审分数。数据描述见表 1。

表 1：2026_MCM_Problem_C_Data.csv 数据描述

变量	解释	示例
celebrity_name	名人选手（明星）姓名	Jerry Rice, Mark Cuban, ...
ballroom_partner	专业舞者搭档姓名	Cheryl Burke, Derek Hough
celebrity_industry	明星职业类别	运动员、模特

celebrity_homestate	明星家乡州（如来自美国）	Ohio, Maine, ...
celebrity_homecountry/region	明星家乡国家/地区	United States, England, ...
celebrity_age_during_season	明星在赛季中的年龄	32, 29, ...
season	节目季数	1, 2, 3, ..., 32
results	明星的赛季结果	第一名、第 2 周被淘汰
placement	赛季最终排名（1 为最好）	1, 2, 3, ...
weekX_judgeY_score	第 X 周评审 Y 的分数	1, 2, 3, ...

关于数据的说明：

1. 每支舞蹈的评审分数为 1 (低) 到 10 (高)。
 - a. 在某些周，报告的分数包含小数（例如 8.5），因为每位名人表演了不止一支舞蹈，各支舞蹈的分数被平均了。
 - b. 在某些周，授予了加分（斗舞等）；它们平均分布在评审/舞蹈分数中。
 - c. 团队舞蹈分数与每个团队成员的个人分数平均。
2. 评审按打分顺序列出；因此“评审 Y”可能周与周之间、季与季之间不是同一位评审。
3. 各季的名人数量不同，节目播出的周数也不同。
4. 第 15 季是唯一一季由回归名人组成的全明星阵容。
5. 偶尔会有几周没有名人被淘汰，也有几周有一名以上被淘汰。
6. 数据集中出现 N/A 值的情况：
 - a. 第 4 位评审的分数，如果该周没有第 4 位评审（通常有 3 位）。
 - b. 在该季节目未播出的周数（例如，第 1 季持续 6 周，因此第 7 到 11 周记录为 N/A 值）。
7. 被淘汰的名人记录为 0 分。例如，在第 1 季，第一位被淘汰的名人是 Trista Sutter，在第 2 周节目结束时。因此她在该季剩余时间（第 3 周到第 6 周）的分数为 0。

附录：投票方案示例

1. 按排名合并 (COMBINED BY RANK) (用于第 1、2 季和第 28-34 季)

在第 1 季和第 2 季, 评审和粉丝投票按排名合并。例如, 在第 1 季第 4 周, 有四名选手留下来。Rachel Hunter 被淘汰, 意味着她获得了最低的合并排名。在表 2 中显示了评审分数和排名, 我们创建了一组可能的粉丝投票, 这将产生正确的结果。对于粉丝投票, 有许多可能的值也会给出相同的结果。你不应该将这些作为实际值, 因为这只是一个例子。由于 Rachel 被评审排名第 2, 为了最终获得最低的合并分数, 她的粉丝投票最低 (第 4 名), 总排名为 6。

表 2: 按排名合并评审和粉丝投票的示例 (第 1 季, 第 4 周)

选手	评审	评审分数排名	粉丝投票	粉丝排名	排名总和
Rachel Hunter	25	2	1.1 million	4	6
Joey McIntyre	20	4	3.7 million	1	5
John O'Hurley	21	3	3.2 million	2	5
Kelly Monaco	26	1	2 million	3	4

* 粉丝投票/排名未知, 为产生正确最终排名的假设值。

2. 按百分比合并 (COMBINED BY PERCENT) (用于第 3 季至第 27 季^a)

从第 3 季开始, 分数合并使用百分比代替排名。示例显示使用第 5 季第 9 周。在那一周, Jennie Garth 被淘汰。同样, 我们人为创建了粉丝投票, 产生总百分比以正确导致该结果。评审百分比是通过将该选手的评审总分除以所有 4 名选手的评审总分之和计算得出的。根据评审百分比, Jennie 是第 3 名。然而, 加上我们将分配给评审百分比的 1000 万人创建的粉丝投票的百分比, 她是第 4 名。

表 3: 按百分比合并评审和粉丝投票的示例 (第 5 季, 第 9 周)

选手	评审总分	评审分数百分比	粉丝投票	粉丝百分比	百分比总和
Jennie Garth	29	29/117=24.8%	1.1 million	1.1/10=11%	35.8
Marie Osmond	28	28/117=23.9%	3.7 million	3.7/10=37%	60.9
Mel B	30	30/117=25.6%	3.2 million	3.2/10=32%	57.8
Helio Castroneves	30	30/117=25.6%	2 million	2/10=20%	45.6
总计	117		10 million		

* 粉丝投票未知，值为产生正确最终排名的假设值

^a 恢复基于排名的方法的年份不确定；假设是第 28 季是合理的。