

专业： 年级： 学号： 姓名： 成绩：

得分

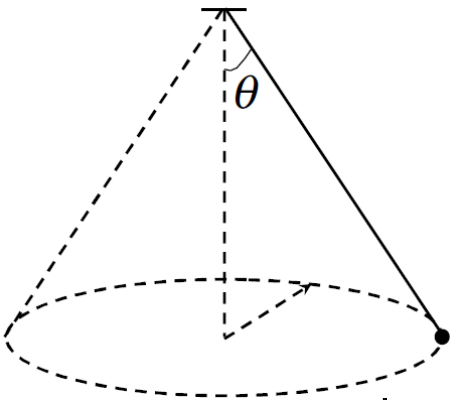
一、（本题共 20 分，每空 2 分）

1. 质点系动量定理表明：_____；
质点系角动量定理表明：_____；
质点系动能定理表明：_____。
2. 关于刚体，一般情况下，自由度为_____，平动时自由度为_____，定轴转动时自由度为_____，平面平行运动时自由度为_____，定点转动时自由度为_____。
3. 一个体系的约束方程为 $f(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n, t) = 0$ ，其中 \vec{r}_i 体系第 i 个质点的坐标，该约束被称为_____，若一个力学体系所受到的约束全部为上述约束，则该力学体系被称为_____。
4. 已知 $J = [f, g]$ ，若 f 和 g 都是运动积分， J 是_____。

得分

二、（本题 20 分）

如图所示，摆长为 l ，摆球质量为 m 的圆锥摆，摆线与垂线之间的夹角为 θ ，当摆球在水平面内做匀速圆周运动时，求摆球的速度和摆线的张力。



得分

三、证明题（本题 20 分）

已知 $\varphi = (\varphi_\alpha, q_\alpha) \quad t = \psi(\psi_\alpha, p)$ 求证

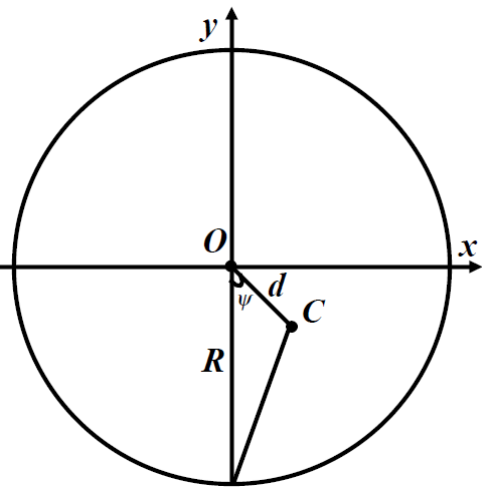
$$\frac{\partial}{\partial t}[\varphi, \psi] = \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t}, \psi \right] + \left[\varphi, \frac{\partial \psi}{\partial t} \right]$$

得分

四、（本题共 20 分）

质量为 m ，半径为 R 的偏心薄圆盘，质心 C 距圆盘几何中心的距离为 d 。现使圆盘垂直于水平面，并在水平面上向右做平面平行运动（只滚动不滑动）。取水平方向为 x 轴，竖直方向为 y 轴， $t = 0$ 时刻，圆盘的几何中心位于坐标原点处，此时 C 与坐标原点的连线与 y 轴的夹角为 ψ 。

取广义坐标为 ψ ，（1）写出拉格朗日量，并由拉格朗日方程求出运动微分方程；（2）由哈密顿量的定义出发，写出由广义动量和广义坐标表示的哈密顿量；（3）由哈密顿正则方



草稿区

程求解运动微分方程。（绕质心的转动惯量为 $I_C = m\rho_C^2$ ）

得 分	五 、（本题共 20 分）

抛物线形细丝其对称轴为竖直轴 Oy ，现使该抛物线形细丝绕 Oy 轴以 ω 角速度转动，一质量为 m 的小圆环套在金属丝上，并沿金属丝无摩擦地下滑。以 x 为广义坐标，应用正则方程，求小圆环在 x 轴方向上的运动微分方程。设抛物线方程为 $y = 4ax^2$ ，其中 $a > 0$ 为常数。

