

2003 年度理论力学试卷 (B)

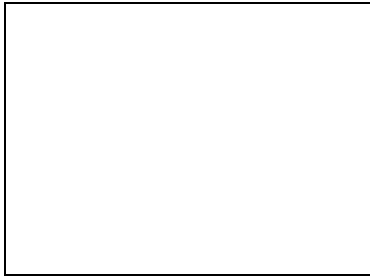
一. 填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

(1) 牛顿运动定律的核心是第二定律, 设物体的质量为 M (恒为常量), 在直角坐标系下牛顿第二定律可以写成:

$$M\ddot{x} = F_x(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}); \quad M\ddot{y} = F_y(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}); \quad M\ddot{z} = F_z(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z});$$

在平面极坐标系下牛顿第二定律可以写成:

$$F_r = (\quad); \quad F_\theta = (\quad).$$



(2) 如图所示, 设 \vec{r}_{o1} 和 \vec{r}_{o2} 为惯性系中位置矢量, M_1 和

M_2 为各自的质量, 体系的动能 $T = (\quad)$, 体系的势能包含两个部分, 一部分为粒子在外场中的势能 V^e , 假定它只与体系的质心位置 $\vec{r}_{oc} = (\quad)$ 有关 (\vec{r}_{oc} 为质心的位置矢量)。势能的另一部分是粒子的相互作用势能 V^i , 假定它只与粒子的相对位置 $\vec{r} = (\quad)$ 有关。此时体系的总势能为 $V = V^e + V^i$ 。

两个粒子的自由度数 (\quad), 我们取 \vec{r}_{oc} 和 \vec{r} 为广义坐标, 则

$$\vec{r}_{o1} = (\quad)\vec{r}_{oc} + (\quad)\vec{r};$$

$$\vec{r}_{o2} = (\quad)\vec{r}_{oc} + (\quad)\vec{r}.$$

体系的拉格朗日函数 $L = T - V = L_1 + L_2$, 其中

$$L_1 = \frac{1}{2}(M_1 + M_2)\dot{\vec{r}}_{oc}^2 - V^e; \quad L_2 = \frac{1}{2}M_r\dot{\vec{r}}^2 - V^i, \quad \text{而 } M_r = (\quad).$$

(3) 假设 I 是质点系对 AB 轴的转动惯量, I_c 是质点 C 对平行于 AB 轴并通过质心的轴的转动惯量, 如果 b 为上述两轴之间的距离。 M 为质点系的总质量, 则

$I = (\quad)$, 此定理称为 (\quad) 定理。刚体的平面平行运动可由 (\quad) 和纯转动两个步骤来完成, 其加速度可以写成 $\vec{a} = (\quad)$ 。

二. 简答题 (每题 5 分, 共 10 分)

(1) 简述科里奥利加速度产生的原因。

(2) 简述虚功原理的含义。

三. 计算题 (每题 15 分, 共 60 分)

(1) 劈尖 A , 质量为 M_1 , 其角为 α 。此劈尖的一面靠在光滑的墙壁上, 另一端和质量为 M_2 的光滑棱柱 B 接触。棱柱 B 可沿一固定水平面无摩擦地滑动, 求 (i) 尖 A 和棱柱 B 的加速度 a_1 和 a_2 ? (ii) 劈尖 A 对棱柱 B 所施加的压力 N

(2) 半径为 R 的偏心圆盘在水平面上作平面平行运动，圆盘的质量为 m ，质心 C 离几何中心 O 的距离为 d ，请写出圆盘的运动方程？设圆盘只滚动不滑动。

(3) 一质点的质量为 m ，悬在一线上，线的另一端绕在一半径为 r 的固定圆柱上，设在平衡位置时线的下垂部分长为 L_0 ，并且不计线的质量。试求摆的运动方程式。

(4) 薛定谔 (E.Schrödinger) 从哈密顿 - 雅可比方程 (Hamilton-Jacobi Equation) 着手通过对氢原子的研究创建了全新的量子力学理论。对于氢原子，其哈密顿函数可以写为：

$$H = \frac{1}{2}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) - \frac{e^2}{r} \quad .$$

应用氢原子的哈密顿 - 雅可比方程：

$$\frac{1}{2m} \left[\left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{e^2}{r} = E \quad ,$$

式中 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ， e 为电子电荷， $W = W(x, y, z)$ 是经典哈密顿作用函数，薛定谔对该作用函数做了如下的变换：

$$W = \hbar \lg \psi \quad .$$

应用哈密顿原理 (最小作用量原理) 得到了著名的定态薛定谔方程。试完成这个工作。